Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

PROCESSING COPY

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY

This material contains information affecting the National Defense of the United States within the meaning of the Espionage Laws, Title 18, U.S.C. Secs. 793 and 794, the transmission or revelation of which in any manner to an unauthorized person is prohibited by law.

C-O-N-F-I-D-E-N-T-I-A-L

50X1-HUM

COUNTRY East Germany

SUBJECT Scientific Journals Published by Hochschule fuer Elektrotechnik, Ilmenau (Institute for electrotechnology in Ilmenau)

REPORT

DATE DISTR. 30 AUG 1957

NO. PAGES 1

REQUIREMENT NO. RD

REFERENCES

DATE OF INFO.

PLACE & DATE ACQ.

50X1-HUM

SOURCE EVALUATIONS ARE DEFINITIVE. APPRAISAL OF CONTENT IS TENTATIVE.

seven issues of Wissenschaftliche Zeitschrift published by the Hochschule fuer Elektrotechnik, Ilmenau. These journals give an over-all picture of research activities of the Ilmenau institute in the past. The journals are unclassified when detached.

50X1-HUM

Attachments: 7 scientific journals in German

Distribution of Attachments: OCR
OSI: Loan

50X1-HUM

STATE	X	ARMY	X	NAVY	X	AIR	X	FBI		AEC					OSI	EV

(Note: Washington distribution indicated by "X"; Field distribution by "#".)

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

JAHRGANG 1 1954/55 HEFT 2

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau
Herausgeber: Der Rektor der Hochschule, Professor Dr. phil. nat. H. Stamm

Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" der Universitäten und Hochschulen haben die Aufgabe, der breiten Entfaltung des wissenschaftlichen Lebens an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik zu dienen und das besondere Gepräge der wissenschaftlichen Tätigkeit an der jeweiligen Universität oder Hochschule widerzuspiegeln. Dieser Bestimmung entsprechend sind die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" ausschließlich der Veröffentlichung von wissenschaftlichen Arbeiten aller an den Universitäten und Hochschulen vertretenen Fachgebiete vorbehalten. Arbeiten von Wissenschaftlern, die nicht an der betreffenden Universität oder Hochschule tätig sind, sollen nur dann in die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" aufgenommen werden, wenn es sich um Gastvorlesungen oder Gastvorträge handelt. Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" sind für Persönlichkeiten und wissenschaftliche Einrichtungen außerhalb der Universitäten und Hochschulen, die sie herausgeben, nur auf dem Tauschwege erhältlich.

Die in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik mit dem Vermerk „Als Manuskript gedruckt"] erschienenen Arbeiten dürfen an anderer Stelle nur mit Genehmigung des Autors abgedruckt werden.

Als Manuskript gedruckt! DK 53.081.1/.6
Eingang: 30. 4. 1955

Zur Maßsystemfrage in Physik und Technik[1)]

Von Prof. Dr. techn. Dr.-Ing. habil. Günther Oberdorfer, Graz

Man kann physikalische Gegebenheiten und Erfahrungen auf verschiedene Weise mathematisch festhalten und aufbewahren. Die ältere und bis vor kurzem noch die gebräuchlichste Art war die, daß man die durch Messung an den gegebenen physikalischen Objekten gewonnenen Zahlen, die deren Ausdehnung angeben — sie werden *Maßzahlen* genannt — miteinander in Verbindung brachte. Der Vorgang war naheliegend, wenn man davon ausging, daß die auf diese Weise erhaltenen Gleichungen in erster Linie zu Vorausberechnungen, Dimensionierungen, Mengenrechnungen usw. dienen sollten. Die Form der so entstandenen Gleichungen war sehr verschieden und hing vor allem davon ab, mit welchen Einheiten die einzelnen Größen gemessen wurden.

Im Laufe der Zeit gewöhnte man sich an die Form häufig benützter solcher Gleichungen und unterlegte den Buchstabensymbolen mehr oder weniger auch den physikalischen Charakter der Größen, das heißt, man ließ sie zu Repräsentanten der physikalischen Größen — kurz *Größen* genannt — werden, obwohl sie ja doch ursprünglich nur als deren Maßzahlen eingeführt wurden. Es war andererseits verständlich, wenn man mit den bekannten Gleichungen nicht nur Ausdehnungs-, sondern auch physikalische Größenbeziehungen beschreiben, das heißt Naturgesetze aufzeichnen wollte. Nun liegt es aber auf der Hand, daß Naturgesetze offenbar nur eine einzige Form haben können, also von jeder willkürlichen Einheitenwahl unabhängig sein müssen. Die Lösung dieser Frage bestand bekanntlich darin, daß man in neuerer Zeit für diese Zwecke nicht mehr *Maßzahlgleichungen*, sondern *Größengleichungen* schreibt. In diesen bedeuten die Buchstabensymbole (physikalische) Größen, die sich stets als Produkt aus Maßzahl und Einheit darstellen. Schreibt man für die Maßzahl das Größensymbol in geschwungener, für die Einheit in runder Klammer, so gilt bei willkürlich gewählten Einheiten für eine Größe G

$$G = \{G\}_1 \ (G)_1 = \{G\}_2 \ (G)_2 = \ldots . \qquad (1)$$

Da jetzt das Produkt aus Maßzahl und Einheit immer denselben „Wert" G ergibt, bleiben die mit Größen geschriebenen Gleichungen von den gewählten Einheiten unabhängig. Naturgesetze, aber auch Bestimmungs- und Dimensionierungsgleichungen haben dann immer nur eine einzige Form.

Neben Maßzahl und Einheit spielt in den Maßsystemen auch noch der Begriff *Dimension* eine große Rolle. Sieht man bei einer Größe von jeder Ausdehnung ab, so bleibt ein Begriff übrig, der nur mehr die physikalische Wesensart der Größe enthält und der ihre Dimension genannt wird. Man kennzeichnet die Dimension einer Größe durch Setzen des Größensymbols in eckige Klammern.

Liegt nun irgendeine Gleichung mit p Größen vor, so kann davon eine Größe unbekannt oder unbestimmt sein; sie wird durch die übrigen, bekannten $p-1$ Größen dargestellt oder aus ihnen „abgeleitet". Man kommt so unmittelbar zu dem Schluß, daß zur Beschreibung eines abgeschlossenen physikalischen Gebietes nur eine bestimmte, endliche Anzahl von Größen bekannt sein muß, weil alle anderen aus ihnen an Hand der vorliegenden Gleichungen abgeleitet werden können. Es ist auch sofort verständlich, daß diese Anzahl zwangsläufig aus der Anzahl der vorliegenden Gleichungen bestimmt ist.

Wird eine Größe willkürlich aus anderen definiert, wie beispielsweise die Geschwindigkeit aus Weg und Zeit, so liefert jede solche Definitionsgleichung eine neue — nämlich die definierte — Größe als abgeleitete Größe. Wird aber an Hand eines experimentellen Versuches eine Abhängigkeit zwischen lauter bekannten Größen festgestellt, was also der Entdeckung eines Naturgesetzes entspricht, dann können die in die Untersuchung eingehenden Größen zunächst nicht durch eine Gleichung miteinander verbunden werden, da das Experiment gar nichts anderes als eine Proportionalität zwischen bestimmten Potenzen der betrachteten Größen feststellen kann. Wird beispielsweise die Kraft untersucht, mit der sich zwei elektrische Ladungen Q_1 und Q_2 beeinflussen, so kann vorerst nur die Proportionalität

$$F \sim \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad (2)$$

festgestellt und angeschrieben werden. Da wir aber für unsere Betrachtungen Gleichungen brauchen, sind wir gezwungen, die erhaltene Proportionalität unter Verwendung eines Proportionalitätsfaktors etwa in der Form

$$F = K_e \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad (3)$$

zu schreiben. Sowohl die Schreibweise (2) als auch (3) setzt voraus, daß der Begriff „Ladung" bereits vorliegt; denn sonst wäre es ja gar nicht erst zu dem Experiment gekommen. Er könnte allerdings bereits aus anderen Größen abgeleitet worden sein. Nun ist aber gerade die elektrische Ladung die erste Erscheinung elektrischer Natur, die überhaupt erst zur Erkenntnis geführt hat, daß es neben der Mechanik noch ein Gebiet Elektrizität gibt. Es ist unmöglich, diese Erscheinung erkenntnismäßig aus den mechanischen

[1)] Auszug und Ergänzung zu einem an der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau gehaltenen Vortrag.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Erscheinungen zu erklären; sie ist einfach da und muß als solche hingenommen werden. Sie bildet also eine jener Größen, die dazu dienen müssen, die anderen elektrischen Größen aus ihnen abzuleiten. Solche Größen werden *Grundgrößen* genannt. In der Mechanik sind bekanntlich drei solche Grundgrößen erforderlich. Für die Elektrizitätslehre tritt also noch die Ladung als vierte hinzu und erfordert somit ein „Viersystem", wenn nicht noch weitere Grundgrößen unvermeidbar hinzutreten müssen.

In der Gleichung (3) tritt eine neue Größe K_e auf, die aber, weil die übrigen bekannt sind, aus ihnen abgeleitet werden kann. Es ist sogar notwendig, sich über die Natur des in einem experimentell ermittelten Naturgesetz enthaltenen Proportionalitätsfaktors Rechenschaft zu geben, da dieser eine Naturkonstante darstellt oder bei gegebenenfalls weiterer Aufspaltung eine solche enthält. Bei (3) ist bekanntlich

$$K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0},$$

mit der Influenzkonstanten ε_0 als Naturkonstante.

Ein weiteres Beispiel möge eine magnetische Erscheinung betreffen. Erfahrungsgemäß erfährt ein stromdurchflossener Leiter zwischen den Polen eines Magneten eine ablenkende Kraft, die der Stromstärke I und der Länge l, mit der der Leiter sich im „Magnetfeld" befindet, proportional ist. Es ist also zu schreiben

$$F \sim Il$$

oder — mit einem Proportionalitätsfaktor B —

$$F = BIl. \tag{4}$$

Nach Aufstellung dieses Gesetzes muß zunächst die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors festgestellt werden. Da bei Wechsel der Magnete auch ein Wechsel der Kraft eintritt, kann B vorerst noch keine Naturkonstante sein, sondern nur eine solche enthalten. Andererseits ist mit

$$B = \frac{F}{Il}$$

die Größe B eine auf die Mengengröße Il bezogene Kraft. Auf Mengengrößen bezogene Kräfte bezeichnet man nun allgemein als Feldstärken. B ist also als „Feldstärke" des magnetischen Feldes zu bezeichnen. Leider wurde in der historischen Entwicklung diese Bezeichnung für eine andere Größe bereits gebraucht und B bekanntlich „magnetische Induktion" genannt. Trotzdem ist der Verfasser der Meinung, daß diese Richtigstellung trotz aller Schwierigkeiten, die sie naturgemäß anfangs verursachen muß, einmal getroffen werden muß, um endlich zu klaren Ansichten zu kommen. Es ist kaum möglich, die Verwirrung dadurch wesentlich gegenüber der bestehenden zu vergrößern; dagegen ist in absehbarer Zeit eine eindeutige Klarstellung zu erwarten.

Trägt man der weiteren Erkenntnis Rechnung, daß permanente Magnete auch durch stromdurchflossene Spulen ersetzt werden können, dann gelingt eine klare Herausschälung der Naturkonstanten aus dem Faktor B der Gleichung (4). Wird nämlich der Magnet durch eine Spule von der Länge l_{Sp} und der Windungszahl w ersetzt und wird diese Spule vom Strom I_{Sp} durchflossen, so findet man die Proportionalität

$$F \sim \frac{I\, I_{Sp}\, w\, l}{l_{Sp}}$$

oder — mit einer Proportionalitätskonstanten μ —

$$F = \mu_0 \frac{I_{Sp}\, w}{l_{Sp}} Il. \tag{5}$$

Es zeigt sich nun, daß der Ausdruck

$$H = \frac{I_{Sp}\, w}{l_{Sp}} \tag{6}$$

auch in anderen Gleichungen häufig vorkommt und es daher vorteilhaft erscheint, ihn als neue Größe zu *definieren*. Da diese Größe immer als Ursache zur Entstehung eines magnetischen Feldes auftritt, gibt man ihr am besten den Namen „magnetische Erregung". Die magnetische Feldstärke B hängt dann mit der magnetischen Erregung H über die Gleichung

$$B = \mu_0 H \tag{7}$$

zusammen, in der μ_0 die gesuchte Naturkonstante ist (nämlich die Induktionskonstante), für die keine weitere Aufspaltung möglich erscheint. B ist jetzt magnetische, H elektrische Größe und μ_0 besorgt die Überführung der einen in die andere.

Man hat in den Entwicklungsjahren der Elektrotechnik in der Gleichung (3) den Faktor K_e willkürlich gestrichen, weil man der Meinung war, damit die Größe „elektrische Ladung" aus den bekannten mechanischen Größen ableiten zu können. Vordringlich war allerdings zuerst der Wunsch, für die Ladung eine Einheit zu definieren. Das gelingt natürlich einwandfrei, wenn man der Größe K_e die Maßzahl $\{K_e\} = 1$ beilegte, was durchaus zulässig ist. Nicht mehr zulässig war aber, K_e überhaupt zu streichen, weil man damit auch seine Dimension negierte. Die daraus entstandenen Dreiersysteme, die sich durch völlig unverständliche Dimensionsausdrücke auszeichnen, halten also einer kritischen Untersuchung nicht stand und sind nach heutiger Ansicht nicht nur als unzweckmäßig, sondern direkt als falsch zu bezeichnen. Falsch sind aber auch Systeme mit mehr als vier Grundgrößen, sofern nicht noch neue, nur experimentell erhältliche Beziehungen zwischen schon bekannten Größen gefunden werden, zu deren Anschreiben in einer Gleichung eine neue Naturkonstante als Proportionalitätsfaktor gesetzt werden muß. In diesem Falle wird dann allerdings auch das Viersystem falsch.

Als Beweis für die Notwendigkeit eines Fünfersystems wird in letzter Zeit gerne das Durchflutungsgesetz

$$\oint \mathfrak{H}\, ds = \Sigma I \tag{8}$$

angeführt, worin links die „magnetische" Größe $\mathfrak{H}$ und rechts die elektrische Größe I steht, also ein ausgleichender Proportionalitätsfaktor gesetzt werden müßte. Die Gleichung wäre also richtig in der Form

$$\oint \mathfrak{H}\, ds = l' \Sigma I \tag{9}$$

zu schreiben, mit der neuen universellen Naturkonstanten l'. Beachtet man aber, daß bei exakter Definition der Größen H und B die magnetische Erregung gar keine „magnetische", sondern eine „elektrische" Größe ist, so erscheint (8) eher als Definitionsgleichung, die keines Ausgleichsfaktors bedarf. Setzt man aber statt H die wirklich magnetische Größe, nämlich die magnetische Feldstärke B, so ändert sich (8) auf

$$\oint \mathfrak{B}\, ds = \mu_0 \Sigma I, \tag{10}$$

und der als erforderlich gehaltene, eine Naturkonstante darstellende Ausgleichsfaktor geht von selbst in die Darstellung ein, ohne daß irgendein Bedürfnis nach einer neuen Naturkonstanten besteht. Bei überbestimmten Systemen, also Systemen mit mehr Grundgrößen, als unbedingt notwendig sind, treten immer neue vermeintliche Naturkonstanten auf. Beim *Gaußschen System* der Elektrotechnik, das ein verschleiertes Fünfersystem darstellt, ist es die Lichtgeschwindigkeit, in der Thermodynamik wahrscheinlich die Gaskonstante.

Steht einmal fest, daß zur einwandfreien Darstellung in Physik und Technik ein Viersystem hinreichend und notwendig ist, dann ist die Wahl eines „Maßsystems" nicht mehr schwer. Ein solches setzt sich zusammen aus einem Dimensionssystem, einem Einheitensystem und einem System von Urmaßen. In jedem Teilsystem sind vier Grundgrößen zu wählen. Welche dies sind, ist vorerst völlig belanglos; die Wahl kann also nach reinen Zweckmäßigkeitsgründen erfolgen und in jedem Teilsystem unabhängig von den übrigen. Sind die Grundgrößen gewählt, dann können die übrigen mit Hilfe der Dimensions- und Einheitengleichungen abgeleitet werden. Die Dimensionsgleichungen werden dabei erhalten, wenn man in den bestehenden Größengleichungen alle Zahlenfaktoren weglässt und die Größensymbole durch die Dimensionen ersetzt. Ist das geschehen, dann sind alle erhaltenen Dimensionsausdrücke gleichberechtigt, und die gewählten Grunddimensionen sinken auf die Bedeutung von Anfangs- oder Ausgangsdimensionen herab. Man wird sie also am zweckmäßigsten so wählen, daß durch sie das physikalische Verhalten besonders deutlich zum Ausdruck kommt. In dieser Hinsicht erscheint das *Kalantaroffsche System* besonders geeignet, das als Grunddimensionen die Länge $[l]$, die Zeit $[t]$, die elektrische Ladung $[Q]$ und den magnetischen Fluß $[\Phi]$ annimmt. Es ist dann nämlich das Produkt

$$[Q]\,[\Psi] = [H]$$

die Dimension „Wirkung", die damit als dritte Grunddimension neben Länge und Zeit in der Mechanik auftritt. Man kommt somit von der Mechanik zur Elektromagnetik nicht durch Hinzufügen einer vierten, neuen Dimension, sondern durch Aufspalten der dritten Dimension in zwei Faktoren, die in der Mechanik also nur im Produkt erscheinen, was den heutigen physikalischen Ansichten über die Materie sehr anschaulich entgegenkommt.

Bei der Aufstellung eines Einheitensystems sind analoge Gesichtspunkte maßgebend. Allerdings ist zunächst für jede Größe eine unendliche Zahl von Einheiten möglich. Man kann nämlich jede Größengleichung

$$G = A^p B^q C^r \ldots \tag{11}$$

in Einheiten- und Maßzahlgleichungen zerlegen, wenn man die Definition (1) auf alle Größen anwendet. Es ist dann

$$\{G\}\,(G) = \{A\}^p (A)^p \{B\}^q (B)^q \{C\}^r (C)^r \ldots$$

und

$$(G) = \xi\, (A)^p (B)^b (C)^r \ldots \tag{12}$$

$$\{G\} = \frac{1}{\xi} \{A\}^p \{B\}^q \{C\}^r \ldots \tag{13}$$

Die Gleichung (12) gestattet nun, für G eine Einheit (G) abzuleiten, wenn über den noch offenen Zahlenfaktor ξ verfügt wird. Je nach Wahl dieses Faktors wird dann die Einheit ausfallen. Dieser Faktor tritt damit auch mit seinem Kehrwert in der Maßzahlgleichung (13) auf und verändert diese im Vergleich zur physikalisch klaren Größengleichung (11). Nur wenn man $\xi = 1$ wählt, und zwar für alle Gleichungen des betrachteten Gebietes, erhält die Maßzahlgleichung dieselbe Form wie die Größengleichung. Solche ausgezeichnete Einheitensysteme nennt man *kohärent*. Das derzeit überall propagierte *Giorgische System* ist ein solches kohärentes Einheitensystem mit den Grundeinheiten Meter, Sekunde, Kilogramm und Ampère.

Allerdings bleiben diese Einheiten leere Worte, wenn sie nicht an konkrete Objekte gebunden werden, die *Urmaße* heißen und natürlich ebenfalls in der Anzahl 4 gewählt werden müssen. Sind die Ausgangsobjekte Naturgrößen, heißen die Urmaße auch Naturmaße, sind sie materialisierte Körper, nennt man sie Prototype. Für das jetzt propagierte Viersystem sind das Urmeter und das Urkilogramm in Paris als Prototype für die Grundeinheiten Meter und Kilogramm, der mittlere Sonnentag und die Induktionskonstante als Naturmaße für die Sekunde und das Ampère festgelegt worden. Da Prototype verloren oder vernichtet werden können, bestehen Bestrebungen, als Urmaße möglichst nur Naturmaße zu verwenden.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 6
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 531.49
Eingang: 19. 3. 1955

Zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Von Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel

1. Ein Körper bewege sich unter der Wirkung einer Coulombschen (d. h. konstanten) Reibungskraft sowie einer der Geschwindigkeit und einer dem Quadrat der Geschwindigkeit proportionalen Widerstandskraft. Er habe eine positiv gerichtete Anfangsgeschwindigkeit v_0; außer den genannten Widerstandskräften wirke keine äußere Kraft auf ihn ein. Wir betrachten also einen sogenannten Auslaufvorgang; er wird durch die Differentialgleichung

(1) $$\ddot{x} + \lambda \dot{x} + \mu \dot{x}^2 + \varkappa = 0 \qquad (\lambda > 0,\ \mu > 0,\ \varkappa > 0)$$

dargestellt. Es steht uns frei, diese Gleichung als die eines geradlinig bewegten Körpers von der Masse Eins oder als die einer um eine Achse rotierenden Masse vom Trägheitsmoment Eins aufzufassen; im ersten Fall bedeutet x eine Länge, im zweiten Falle einen Drehwinkel.

Die Gleichung **(1)** läßt sich durch Trennung der Variablen leicht integrieren, wodurch man zunächst $\dot{x}$ erhält; durch eine zweite Integration erhält man x selbst. Die Gleichung ist ein Sonderfall der etwas allgemeineren, auf dem angegebenen Wege von *N. H. Abel* [1] gelösten Gleichung $y' + f(x)\,[y^2 + 2\,a\,y + b] = 0$.

Will man die Lösung von **(1)** stets in reeller Form haben, so muß man drei Fälle unterscheiden:

(2) $$D = \mu\varkappa - \frac{\lambda^2}{4} \gtreqless 0.$$

Fügen wir der Anfangsbedingung $\dot{x}(0) = v_0$ noch die weitere $x(0) = 0$ hinzu, so erhalten wir die in der unten wiedergegebenen Tabelle enthaltenen Lösungen.

Die Formeln dieser Tabelle sind so lange sinnvoll, bis die Bewegung zur Ruhe kommt, bis also der Wert $\dot{x} = 0$ erreicht ist. Wie man leicht feststellt, gelten während dieser Zeit die Beziehungen:

(3) $$\dot{x} > 0; \quad \ddot{x} < 0; \quad \dddot{x} > 0.$$

Die Geschwindigkeit $\dot{x}$ ist somit eine monoton abnehmende konvexe Funktion der Zeit, der Weg aber eine monoton zunehmende konkave Funktion der Zeit.

Um die vier Parameterwerte λ, μ, $\varkappa$ und C berechnen zu können, machen wir zeitlich äquidistante Messungen der Geschwindigkeit $\dot{x}$. Da wir stets mit den Geschwindigkeitsdifferenzen rechnen werden, sind zur Bestimmung der Parameter mindestens fünf Messungen notwendig. Die Meßmomente bezeichnen wir mit

(4) $t = t_1 - 2\tau,\ t_1 - \tau,\ t_1,\ t_1 + \tau,\ t_1 + 2\tau,$ wobei t_1 und τ Konstanten sind.

2. Die in den Zeitpunkten **(4)** gemessenen Geschwindigkeiten seien $v(t_1 - 2\tau)$, $v(t_1 - \tau)$ usw. Wir bilden die beiden Quotienten

(5a) $$Q_1 = \frac{v(t_1 - \tau) - v(t_1)}{v(t_1 - 2\tau) - v(t_1 - \tau)},$$

(5b) $$Q_2 = \frac{v(t_1) - v(t_1 + \tau)}{v(t_1 + \tau) - v(t_1 + 2\tau)}.$$

D	> 0	< 0	$= 0$
$\mu\dot{x} =$	$-\frac{\lambda}{2} + \sqrt{D}\ \mathrm{tg}\,(C - \sqrt{D}\,t)$	$-\frac{\lambda}{2} + \sqrt{-D}\ \mathfrak{Ctg}\,(C + \sqrt{-D}\,t)$	$-\frac{\lambda}{2} + \frac{1}{C + t}$
$\mu x =$	$-\frac{\lambda}{2}t + \ln\frac{\cos(C - \sqrt{D}\,t)}{\cos C}$	$-\frac{\lambda}{2}t + \ln\frac{\mathfrak{Sin}(C + \sqrt{-D}t)}{\mathfrak{Sin}\,C}$	$-\frac{\lambda}{2}t + \ln\left(1 + \frac{t}{C}\right)$
$C =$	$\frac{\mu v_0 + \frac{\lambda}{2}}{\mathrm{arc\,tg}\frac{\mu v_0 + \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{D}}}$	$\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Ctg}\,\frac{\mu v_0 + \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{-D}}$	$\frac{1}{\mu v_0 + \frac{\lambda}{2}}$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Aus der Monotonie und Konvexität von $\dot{x}$ folgen zunächst die beiden Beziehungen

(6a) $$0 < Q_1 < 1\,,$$

(6b) $$Q_2 > 1\,.$$

Bilden wir nun Q_1 und Q_2 mit Hilfe der in der Tabelle angegebenen Werte für $\mu\dot{x}$ und der Argumentwerte **(4)**, so erhalten wir (nach elementaren Umformungen) für Q_1 und Q_2 die folgenden Werte

1. Fall: $D > 0$.

(7a) $$Q_1 = \cos 2\sqrt{D}\,\tau - \sin 2\sqrt{D}\,\tau\,\mathrm{tg}(C - \sqrt{D}\,t_1)\,,$$

(7b) $$Q_2 = \cos 2\sqrt{D}\,\tau + \sin 2\sqrt{D}\,\tau\,\mathrm{tg}(C - \sqrt{D}\,t_1)\,.$$

2. Fall: $D < 0$.

(8a) $$Q_1 = \mathfrak{Cof}\,2\sqrt{-D}\,\tau - \mathfrak{Sin}\,2\sqrt{-D}\,\tau\,\mathfrak{Ctg}(C + \sqrt{-D}\,t_1)\,,$$

(8b) $$Q_2 = \mathfrak{Cof}\,2\sqrt{-D}\,\tau + \mathfrak{Sin}\,2\sqrt{-D}\,\tau\,\mathfrak{Ctg}(C + \sqrt{-D}\,t_1)\,.$$

3. Fall: $D = 0$.

(9a) $$Q_1 = 1 - \frac{2\tau}{C + t_1}\,,$$

(9b) $$Q_2 = 1 + \frac{2\tau}{C + t_1}\,.$$

In jedem dieser drei Gleichungssysteme sind t_1 und τ als Meßgrößen bekannt; ebenso sind Q_1 und Q_2 als bekannt anzusehen, da sich diese Werte nach **(5a)** und **(5b)** aus den gemessenen Geschwindigkeiten berechnen lassen. Die beiden ersten Systeme enthalten also als Unbekannte nur noch D und C; das letzte System ist überbestimmt, da es C als einzige Unbekannte enthält.

Bei der Herleitung der Formelpaare **(7a, b)** und **(8a, b)** ist die Voraussetzung

(10) $$D \neq 0$$

wesentlich. In **(7a, b)** ist also $\cos 2\sqrt{D}\,\tau < 1$. Aus **(6a)** und **(7a)** folgt andrerseits $\cos 2\sqrt{D}\,\tau > 0$. Damit erhalten wir aus **(7a)** und **(7b)**

(11) $$0 < \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \cos 2\sqrt{D}\,\tau < 1 \quad (D > 0)$$

und analog aus **(8a)** und **(8b)**

(12) $$1 < \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \mathfrak{Cof}\,2\sqrt{-D}\,\tau \quad (D < 0)\,,$$

und aus **(9a)**, **(9b)** folgt schließlich

(13) $$1 = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \qquad (D = 0)\,.$$

Es ist somit der Wert von $\frac{Q_1 + Q_2}{2}$, der uns erkennen läßt, welcher der drei Diskriminantenfälle vorliegt.

Wir leiten aus **(7a)** und **(7b)** noch die Formel

(14a) $$\frac{Q_2 - Q_1}{2} = \sin 2\sqrt{D}\,\tau\,\mathrm{tg}(C - \sqrt{D}\,t_1) \qquad (D > 0)\,,$$

aus **(8a)** und **(8b)** die Formel

(14b) $$\frac{Q_2 - Q_1}{2} = \mathfrak{Sin}\,2\sqrt{-D}\,\tau \cdot \mathfrak{Ctg}(C + \sqrt{-D}\,t_1) \qquad (D < 0)$$

ab.

Betrachten wir zunächst nur die beiden ersten Fälle, so läßt sich der Wert D der Diskriminante aus **(11)** bzw. **(12)** berechnen, da Q_1, Q_2 und τ Meßwerte sind.

Hat man auf diese Weise D bestimmt, so liefern die Gleichungen **(14a)** bzw. **(14b)** den Wert der Konstanten C.

Um μ zu erhalten, bilden wir irgendeine Geschwindigkeitsdifferenz, beispielsweise

(15a) $$\mu\,[v(t_1 - 2\tau) - v(t_1 + 2\tau)] = \sqrt{D}\,[\mathrm{tg}\,(C - \sqrt{D}\,(t_1 - 2\tau)) - \mathrm{tg}\,(C - \sqrt{D}\,(t_1 + 2\tau))] \qquad (D > 0)$$

bzw.

(15b) $$\mu\,[v(t_1 - 2\tau) - v(t_1 + 2\tau)] = \sqrt{-D}\,[\mathfrak{Ctg}\,(C + \sqrt{-D}\,(t_1 - 2\tau)) - \mathfrak{Ctg}\,(C + \sqrt{-D}\,(t_1 + 2\tau))] \quad (D < 0)\,.$$

Die Größe λ berechnen wir aus einer der gemessenen Geschwindigkeiten, etwa aus $v(t_1)$.

Aus der Formeltabelle erhält man

(16a) $$\lambda = -2\mu\,v(t_1) + 2\sqrt{D}\,\mathrm{tg}\,(C - \sqrt{D}\,t_1) \qquad (D > 0)$$

(16b) $$\lambda = -2\mu\,v(t_1) + 2\sqrt{-D}\,\mathfrak{Ctg}\,(C + \sqrt{-D}\,t_1) \qquad (D < 0)\,.$$

Die Größe $\varkappa$ schließlich erhält man aus der Gleichung

(17) $$\varkappa = \frac{4D + \lambda^2}{4\mu}\,.$$

Damit sind in den beiden ersten Fällen alle Parameterwerte aus den Messungen bestimmt.

Der dritte Fall ist der einfachste. Aus jeder der beiden Gleichungen **(9a)** und **(9b)** läßt sich C berechnen; sodann μ aus

(18) $$\mu\,[v(t_1 - 2\tau) - v(t_1 + 2\tau)] = \frac{4\varkappa}{(C + t_1 - 2\tau)(C + t_1 + 2\tau)} \qquad (D = 0)\,,$$

darauf λ aus

(19) $$\lambda = -2\mu\,v(t_1) + \frac{2}{C + t_1}\,, \qquad (D = 0)$$

und schließlich $\varkappa$ aus

(20) $$\varkappa = \frac{\lambda^2}{4\mu}\,.$$

Damit sind die Widerstandsgrößen λ, μ, $\varkappa$ in jedem Fall aus fünf sukzessiven Geschwindigkeiten bestimmt, eine Bestimmung, die sich immer durchführen läßt, solange der Bewegungswiderstand sich aus den drei angegebenen Komponenten mit konstanten Parameterwerten λ, μ, $\varkappa$ zusammensetzt. Als Beispiel diene etwa die Beobachtung eines auslaufenden schnellen Kreisels.

Daß man die Anzahl der Messungen möglichst steigert und sodann mittelt, ist selbstverständlich.

3. Jedoch ist es, wenn wir **(1)** zugrunde legen, unzweckmäßig, noch in Momenten zu messen, in denen die Geschwindigkeit schon stark gesunken ist. Denn in diesem Falle ist in **(1)** das Glied $\mu\dot{x}^2$ im Verhältnis zu den Gliedern $\lambda\dot{x}$ und $\varkappa$ sehr klein; berücksichtigt man es trotzdem, so kann seine Kleinheit zu einer starken Fehlerquelle für die Bestimmung aller drei Parameterwerte werden.

Bei langsamen Bewegungen läßt man daher das quadratische Glied außer acht, wodurch **(1)** in die einfache Gleichung

(21) $$\ddot{x} + \lambda\dot{x} + \varkappa = 0$$

übergeht, deren Lösung unter denselben Anfangsbedingungen, die wir **(1)** auferlegt haben, durch

(22a) $$\dot{x} = -\frac{\varkappa}{\lambda} + \left(v_0 + \frac{\varkappa}{\lambda}\right) e^{-\lambda t}$$

bzw.

(22b) $$x = \frac{1}{\lambda}\left[-\varkappa\,t + \left(v_0 + \frac{\varkappa}{\lambda}\right)(1 - e^{-\lambda t})\right]$$

gegeben ist.

Hat man in n zeitlich äquidistanten Momenten $t_1, t_2, \ldots, t_n$, wobei

(23) $$t_{i+1} - t_i = \tau \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1)$$

sei, die Geschwindigkeiten

(24) $$v_j = \dot{x}\,(t_j) \qquad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

oder die Wege $x(t_j)$ gemessen, so ist die Berechnung von v_0, $\varkappa$, λ mit Hilfe von **(22a)** bzw. **(22b)** elementar. Wir geben aber nachfolgend eine Methode an, die sich auf Rekursionsformeln stützt, und die in analoger Weise vom Verfasser in einer früheren Veröffentlichung [2] zur Bestimmung derselben Widerstandskoeffizienten durch Amplitudenmessungen an einem ausschwingenden harmonischen Schwinger benutzt worden ist. Für die Geschwindigkeiten v_j erhalten wir aus **(22a)** die Rekursionsformel

(25) $$v_{i+1} = -\frac{\varkappa}{\lambda} + \left(v_i + \frac{\varkappa}{\lambda}\right) e^{-\lambda\tau} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1)\,.$$

Setzen wir

(26) $$s_i = x\,(t_{i+1}) - x\,(t_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1)\,,$$

so liefert **(22b)** die Rekursionsformel für diese Wegdifferenzen:

(27) $$s_{i+1} = -\frac{\varkappa}{\lambda}\tau + \left(s_i + \frac{\varkappa}{\lambda}\tau\right) e^{-\lambda\tau} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1)\,.$$

Beide Rekursionsformeln stimmen in ihrer Struktur völlig überein; statt der Konstanten $\frac{\varkappa}{\lambda}$ in **(25)** tritt $\frac{\varkappa}{\lambda}\tau$ in **(27)** auf. Die Methode zur Bestimmung von $\varkappa$, λ, v_0 ist daher dieselbe, ob wir Geschwindigkeitsmessungen oder Wegmessungen auszuwerten haben. Wir legen im folgenden Wegmessungen, also die Konstante $\frac{\varkappa}{\lambda}\tau$ zugrunde. Zur Abkürzung setzen wir

(28) $$\frac{\varkappa}{\lambda}\tau = c\,.$$

Zunächst stellen wir **(27)** graphisch dar, wobei wir c, λ, τ und s_i als bekannt voraussetzen und aus diesen Größen die Größe s_{i+1} konstruieren. Eine solche Konstruktion ist in Bild 1 enthalten. Sie besteht aus einem (x, y)-Koordinatensystem, in welches das Geradenpaar

(28a) g_1: $\quad y = x - c$

(28b) g_2: $\quad y = xe^{-\lambda\tau} - c$

eingezeichnet ist.

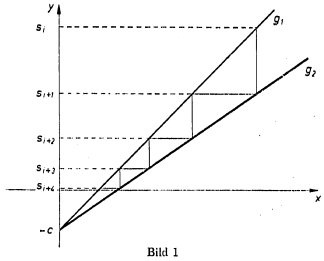


Bild 1

Wählen wir auf g_1 den Punkt mit der Ordinate s_i, so ist nach **(28a)** seine Abszisse gleich $s_i + c$; zu dieser Abszisse gehört aber auf g_2 nach **(28b)** die Ordinate $(s_i + c)\,e^{-\lambda\tau} - c$, die nach **(27)** mit s_{i+1} übereinstimmt. Die Konstruktion läßt sich durch den eingezeichneten Treppenweg fortsetzen, wodurch man aus s_i alle folgenden Werte s_{i+1}, s_{i+2}, ... erhält. Einen Sinn hat diese Fortsetzung nur bis zu dem Schritt, nach welchem wir einen nichtpositiven Wert $s_{i+\tau}$ erhalten. Ist $s_{i+\tau} < 0$, so bedeutet dies, daß die Bewegung *während* des betrachteten Zeitintervalles, ist aber $s_{i+\tau} = 0$, daß sie *am Ende* dieses Zeitintervalles aufhört.

In Bild 1 ist die Einheit der Abszissen gleich der Einheit der Ordinaten gewählt, was in den meisten Fällen ausreichend sein wird. In manchen Fällen empfiehlt sich eine affine Darstellung mit vergrößerter Ordinateneinheit.

Um Bild 1 zu einer graphischen Bestimmung der Größen c und λ zu benutzen, müssen wir es unter der Voraussetzung zeichnen, daß c und λ unbekannt, dagegen τ und die sukzessiven Werte s_1 $s_2, \ldots, s_{n-1}$ als Meßgrößen bekannt sind.

Zu diesem Zweck wählen wir eine Abszisseneinheit und eine Ordinateneinheit und zeichnen eine Gerade als Abszissenachse, wobei wir die Lage des Nullpunktes vorläufig offenlassen, und eine beliebige Gerade g_1 mit dem Steigungsfaktor 1.

Auf g_1 markieren wir die Punkte $p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}$, deren Ordinaten die Werte $s_1, s_2, \ldots, s_{n-1}$ haben. Mit Hilfe dieser Punkte erhalten wir den in Bild 2 gezeichneten Treppenweg $p_1\,q_1\,p_2\,q_2 \cdots p_{n-1}\,q_{n-1}\,p_n$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

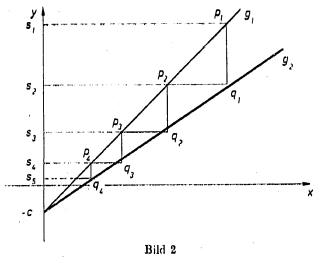


Bild 2

Die Punkte $q_1, q_2, \ldots, q_{n-1}$ sollen theoretisch auf einer Geraden liegen; wir zeichnen daher eine Gerade g_2, für welche nach Augenmaß die Summe der Abweichungen der Punkte $q_1, q_2, \ldots, q_{n-1}$ von g_2 möglichst klein wird.

Den Steigungsfaktor dieser Geraden bestimmen wir durch Messung; er sei m, wobei $0 < m < 1$ ist. Dann ist $m = e^{-\lambda\tau}$, also

$$\lambda = -\frac{1}{\tau}\ln m. \tag{29}$$

Die beiden Geraden g_1 und g_2 schneiden sich in einem Punkt, der nach Bild 1 die Abszisse Null und die Ordinate $-c$ besitzt. Damit sind λ und c bestimmt, worauf man $\varkappa$ aus $\varkappa = \frac{\lambda c}{\tau}$ erhält.

Literatur

[1] *Abel, N. H.*, Oeuvres complètes, Christiana 1839, Bd. II, S. 231; s. auch: *Kamke, E.* Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen, Leipzig 1944. Bd. I, S. 298, Nr. I, 35.

[2] *Bögel, K.*, „Das Verhalten gedämpfter und aufschaukelnder freier Schwinger unter der gleichzeitigen Einwirkung einer konstanten Reibungskraft." Ingenieur-Archiv **XII (4)** 1941, 247 – 254.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und techn. Grundwissenschaften / Publ. Nr. 7
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 511.145:511.7
Eingang: 31. 5. 1955

Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage*)

Von Dr. phil. Karl Lattermann

§ 1. *Das Problem*

(I) In dieser Arbeit soll eine gegebene irrationale Zahl ζ durch eine unendliche Folge von Brüchen approximiert werden. Die Brüche sollen die Gestalt

$$\frac{A_n}{B_n} \tag{1}$$

haben, worin A_n und B_n ganze Zahlen sind;

$$B_{n+1} > B_n > 0; \quad n = 1, 2, 3, \ldots.$$

Ferner soll das „Näherungsgesetz"

$$\left|\zeta - \frac{A_n}{B_n}\right| < \frac{c}{B_n^2} \tag{2}$$

erfüllt sein, wobei man speziell $c = 1$ setzen darf, so daß gilt:

$$\left|\zeta - \frac{A_n}{B_n}\right| < \frac{1}{B_n^2}. \tag{2a}$$

Aus (2) ergibt sich dann

$$\frac{A_n}{B_n} \to \zeta. \tag{3}$$

(II) Es genügt, $\zeta < 1$ vorauszusetzen. Weiterhin wird eine solche Zahl $\zeta < 1$ durch $1 - \zeta$ ersetzt, wenn $\zeta > \frac{1}{2}$ ist. Dies kann geschehen, weil sich aus einer Approximation von $1 - \zeta$ leicht eine solche für ζ gewinnen läßt. Es soll demnach unter ζ immer eine irrationale Zahl verstanden werden, die kleiner als $\frac{1}{2}$ ist; danach gilt:

$$0 < \zeta < \frac{1}{2}. \tag{4}$$

(III) Die Existenz der gesuchten Approximationen ist nachgewiesen; ebenso ist ein Berechnungsverfahren bekannt [1]. Dieses Verfahren liefert unter Verwendung von Kettenbrüchen Approximationen, die dem Näherungsgesetz (2) und der Bedingung

$$\left|\zeta - \frac{A_{n+1}}{B_{n+1}}\right| < \left|\zeta - \frac{A_n}{B_n}\right|, \tag{5}$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

genügen. Ferner ist bekannt, daß der Exponent 2 auf der rechten Seite in (2) nicht mehr vergrößert werden kann. In dieser Arbeit wird $c = 1$ gesetzt, obgleich bekannt ist, daß c auch kleiner als 1 sein kann, nämlich $\frac{1}{\sqrt{5}}$. Eine geometrische Interpretation des Verfahrens hat *Lettenmeyer* gegeben [2].

(IV) Die vorliegende Arbeit will, in neuer Weise von geometrischer Basis ausgehend, Approximationen herstellen, die (2) und gleichzeitig auch (5) genügen. Vermittels einer Faktorenentwicklung will sie ein zahlenmäßiges Berechnungsverfahren ableiten, aus dem sich die einzelnen B_n sukzessive ergeben. Die Gründe, ein neues Verfahren zu entwickeln, sind insbesondere folgende: Erstens erhellt die neue Interpretation das geometrische Fundament der Kettenbrüche. Zweitens ergibt sich Neues in bezug auf die Gesetzlichkeit der Kettenbrüche durch dieses Berechnungsverfahren. Drittens liegt hier ein Verfahren vor, daß sich — im Gegensatz zur Kettenbruchmethode — bis zu einem gewissen Grade auf den zweidimensionalen Fall übertragen läßt.

§ 2. *Die geometrischen Grundlagen*

(V) Das Näherungsgesetz (2) kann auch in folgender Form geschrieben werden

$$|\zeta B_n - A_n| < B_n^{-1}, \tag{6}$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots \text{ mit der Festsetzung } B_0 = 1.$$

Dann ist $B_n > 1$, ganz, $B_n^{-1} \leq \frac{1}{2}$. Die A_n sind ganz. Also muß ζB_n weniger als $\frac{1}{2}$ von A_n entfernt sein, denn

$$|\zeta B_n - A_n| < \frac{1}{2}.$$

(Das Gleichheitszeichen kann wegen der Irrationalität von ζ nicht auftreten.) Daher ist A_n für $B_n \geq 2$ die nächste bei ζB_n gelegene ganze Zahl. Zur Darstellung dieses Sachverhalts wird das Zeichen $\langle\ \rangle$, gelesen „nächstgelegene ganze Zahl von", verwendet. Z. B. ist $\langle 4{,}248\rangle = 4$ und $\langle 4{,}876\rangle = 5$. Ferner wird festgelegt, daß nur solche Approximationen Geltung haben sollen, für die immer die rechten Seiten in (6) kleiner als $\frac{1}{2}$ sind; es wird in (6) gesetzt

$$B_0 = 1, \quad B_n^{-1} \leq \frac{1}{2}. \tag{7}$$

Wegen (4) ist dann $\zeta B_0 < \frac{1}{2}$. Aus (6) und (7) folgt $|\zeta B_0 - A_0| < \frac{1}{2}$; hieraus ergibt sich $A_0 = 0$. Die

*) Eine bei der Redaktion ebenfalls am 31. Mai 1955 eingegangene Arbeit des gleichen Verfassers mit dem Titel „Über eine Methode zur Berechnung gleichzeitiger Approximationen zweier reeller Zahlen" kann aus drucktechnischen Gründen erst in Heft 3 der Zeitschrift erscheinen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Approximationen mit dem Zähler 0 werden außer Betracht gelassen, n wird auf 1, 2, 3, ... beschränkt. Dann kann man allgemein schreiben

(8) $\langle \zeta\, B_n \rangle = A_n, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$

Diese Beziehungen gelten selbstverständlich *nur* für Approximationen, die eben (6) und (7) schon genügen. (8) gibt bei gegebenem B_n die Gestalt der Approximationen (1), die wegen (3) die gestellte Aufgabe lösen.

Funktion. Sie ist aus lauter Geradenstücken zusammengesetzt, und zwar aus lauter kongruenten „Zacken". Unter einer Zacke soll jeder Teil der Kurve von einer Nullstelle bis zur nächsten verstanden werden. Das zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Kurve liegende Stück der x-Achse heiße die „Länge" der Zacke. Alle Zackenlängen der Funktion y sind gleich, und zwar beträgt die Zackenlänge, die mit z bezeichnet sei,

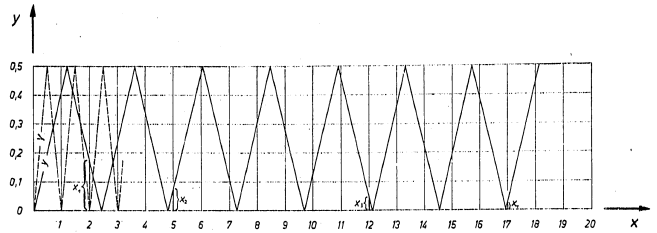


Bild 1

(VI) Wegen (8) geht (6) über in

(9) $\quad |\zeta\, B_n - \langle \zeta\, B_n \rangle| < B_n^{-1}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots .$

Ersetzt man jetzt B_n durch eine reelle Variable x, so geht (9) in

(10) $\quad |\zeta\, x - \langle \zeta\, x \rangle| < x^{-1}$

über und liefert für *bestimmte* Werte von x Ausdrücke, die kleiner als x^{-1} sind. Die ganzzahligen Werte von x, die gleich B_n sind, sind in (10) als Sonderfälle enthalten.

Setzt man

(11) $\quad y = |\zeta\, x - \langle \zeta\, x \rangle|,$

so ist y eine Funktion von x, die man graphisch darstellen kann und die für $y < x^{-1}$, $x = B_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, also für $y < B_n^{-1}$ das Näherungsgesetz (6) *als „Sonderfälle"* für jeden Wert $n = 1, 2, 3, \ldots$ in sich enthält. Bemerkt sei noch, daß in (11) Ausdrücke von der Form $\langle 1{,}5 \rangle$ keine Schwierigkeiten bereiten können; ist beispielsweise $\zeta = \sqrt{0{,}1875}$ und $x = \sqrt{12}$, so ist $\langle \zeta\, x \rangle = \langle 1{,}5 \rangle$ zweideutig 1 oder 2. Trotzdem ist eindeutig $y = |\zeta\, x - \langle \zeta\, x \rangle| = \frac{1}{2}$, da sowohl $|1{,}5 - 1| = 0{,}5$ als auch $|1{,}5 - 2| = 0{,}5$ ist. Für die hier interessierenden Sonderfälle ist B_n immer irrational, also $\langle \zeta\, B_n \rangle$ nie etwa 1,5. (Es werden im übrigen nur Werte für $x \geqq 0$ benötigt.)

(VII) Nun werde die Funktion (11) graphisch dargestellt. Als Zahlenbeispiel diene $\zeta = \sqrt{0{,}17} = 0{,}41231056 \ldots$. Man erhält Bild 1 auf folgende Weise: In dem Achsenkreuz, das aus einer waagerechten x-Achse und einer senkrechten y-Achse gebildet wird, kommt nur der Quadrant $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ in Betracht. Stets ist $0 \leqq y(x) \leqq \frac{1}{2}$; im übrigen ist y(x) eine stetige

(12) $\quad z = \frac{1}{\zeta}.$ (Beweis in § 2, Absatz IX.)

In der Figur ist $z = 2{,}42535 \ldots$. Wegen $\zeta < \frac{1}{2}$ ist immer $z > 2$.

Für $x = 0$ ist auch $y = 0$, für $x = \frac{1}{\zeta}$ ist wieder $y = 0$, ebenso für alle Werte $x = mz$, wenn m die Reihe der natürlichen Zahlen durchläuft. — Die zu y gehörigen Werte mögen in bestimmten Fällen auch y_n heißen. Die y_n haben noch eine besondere Bedeutung. Durchläuft x die Folge $\{r\}$ der natürlichen Zahlen, so durchlaufen die zugehörigen Funktionswerte die Folge $\{y(r)\}$. Die Folge $\{r\}$ besitzt eine Teilfolge $\{r_n\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ von der Beschaffenheit, daß (10) für $x = r_n$ erfüllt ist. Es werde gesetzt $y(r_n) = y_n$. Die Folge $\{r_n\}$ ist dann mit der Folge $\{B_n\}$ identisch. Genügt umgekehrt ein ganzzahliger Wert x der Beziehung (10), so ist er ein B_n. Es gilt also (vgl. (9))

(13) $\quad y_n = |\zeta\, x - \langle \zeta\, x \rangle| < x^{-1}, \; x = B_n, \quad n = 1, 2, 3, \ldots .$

Nach (3) sind aber die B_n die Nenner der gesuchten Approximationen. Die graphische Darstellung liefert *alle* Nenner für Approximationen, darunter auch die, deren zugehörige Approximationen (2) genügen und demzufolge natürlich auch die, für die (2) und (5) befriedigt sind, die B_n.

Der Deutlichkeit halber sollen künftig nur die Nenner derjenigen Approximationen mit B_n bezeichnet werden, für die (2) *und* (5) erfüllt sind; solche Nenner, deren Approximationen zwar dem Näherungsgesetz (2) genügen, der Bedingung (5) aber nicht, sollen durch B'_n gekennzeichnet sein. — In der Figur liegt bei $x = 2$ z. B. ein Nenner vor, dessen zugehörige Approximation (2) und (5) erfüllt. Dieses x ist also ein B_n.

Es ist B_1. Es ist $|\zeta \cdot 2 - 1| = 0{,}17 \ldots < \frac{1}{2} = B_1^{-1}$. — Jetzt werde die Funktion

(14) $\quad Y = |x - \langle x \rangle|$

eingeführt und Y wie y behandelt. Das für y Gesagte gilt sinngemäß auch für Y. Auch Y wird graphisch dargestellt, wobei hier die Zackenlänge gleich 1 ist. Nullstellen von Y(x) sind die natürlichen Zahlenwerte von x. Trägt man sich die Kurve $Y = \frac{1}{x}$ in die Figur ein, dann kann man aus ihr sofort ablesen, an welchen Stellen eine Approximation die Formel (6) erfüllt oder nicht.

(VIII) Aus Bild 1 ersieht man weiter, daß eine Approximation um so besser ist, je kleiner y_n ist. Es ist y_n um so kleiner, je näher es am Anfang oder am Ende einer Zacke liegt. Da nur ganzzahlige Werte von x in Betracht kommen, muß für eine „gute" Approximation (Erfüllung von (6)), Zackenanfang bzw. Zackenende möglichst nahe bei einer ganzen Zahl liegen. Ganze Zahlen selbst kommen wegen der Irrationalität von ζ bzw. $\frac{1}{\zeta}$ oder $\frac{m_\nu}{\zeta}$ mit ganzen positiven Zahlen m_ν, $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ nicht in Frage. Die Zackenenden von Y liegen aber jedesmal genau bei einer ganzen Zahl. D. h. die beiden Nullstellen der Funktionen y und Y dürfen im Falle einer guten Approximation nicht weit voneinander entfernt sein. Es muß also folgende Bedingung erfüllt sein:

(15) $\quad \left| n_\nu - \frac{m_\nu}{\zeta} \right| < \varepsilon_\nu, \quad \nu = 1, 2, 3, \ldots .$

Hierbei bedeuten n_ν und m_ν natürliche Zahlen, und $\varepsilon_\nu > 0$ ist eine hinreichend kleine Größe. Man darf setzen:

(16) $\quad n_\nu = r_n = B_n.$

Denn ein n_ν, das (15) erfüllt, ist ein $r_n = B_n$. (Vgl. VII.)

(IX) An Beweisen ist dieser geometrischen Betrachtung nur der nachzutragen, daß die Zackenlänge $z = \frac{1}{\zeta}$ ist, also der Beweis von (12). Dies folgt aber unmittelbar daraus, daß die beiden ersten Nullstellen von y(x) in (11) die Zahlen $x = 0$ und $x = \frac{1}{\zeta}$ sind und y die Periode $\frac{1}{\zeta}$ besitzt.

§ 3. *Das Verfahren*

(X) Das Verfahren wird zuerst beschrieben, dann bewiesen. Wie im vorhergehenden angeführt, sollen die Approximationen den Bedingungen (2) bzw. (6) und (5) genügen. Man findet dann in dem Beispiel durch Rechnung (oder durch Ablesen aus der Zeichnung) folgende ersten brauchbaren Werte für $x = r_n = B_n$ — die Werte von y_n sind beigefügt —:

$$B_0 = 1;\ y_0 = 0{,}4123 \ldots,$$
$$B_1 = 2;\ y_1 = 0{,}1753 \ldots .$$

Man sieht, es ist $y_1 < y_0$ und $y_0 < \frac{1}{2}$, $y_1 < \frac{1}{2}$.

(XI) Durch $B_1 = 2$ wird bestätigt, daß die gesuchten brauchbaren Approximationen da liegen, wo die Zackenenden der Funktionen y und Y nahe beieinander liegen, wie dies die Bedingung (15) vorschreibt, (Vgl. Bild 1.) An der Stelle $x = 2$ endet die zweite Zacke von Y, und in der Nähe dieser Stelle die erste Zacke von y. Die beiden Zackenlängen sind $Z = 2$ und $z = \frac{1}{\zeta} = 2{,}42535 \ldots$. Der nächste Schritt des Verfahrens besteht darin, durch Rechnung eine Stelle zu finden, wo die Zackenenden von y und Y noch näher beieinander liegen als bei $x = 2$.

Der *entscheidende* Unterschied zwischen den Zackenenden, da wo die *erste* brauchbare Approximation vorliegt, heiße Δ. *Allgemein* ist für ganzzahliges $r_\nu = n_\nu$ und m_ν, $\nu = 1, 2, 3, \ldots$

(17) $\quad \left| n_\nu - \frac{m_\nu}{\zeta} \right| = \Delta_\nu .$

In dem Beispiel ist $r_1 = n_1 = 2$, $m_1 = 1$, somit

$$\Delta = |\, 2 - 2{,}42535 \ldots| = 0{,}42535 \ldots .$$

Offensichtlich besitzt Y stets die kleinere Zackenlänge $Z = 1$: diese teilt man durch Δ und setzt

(18) $\quad k = \frac{1}{\Delta}.$

k ist ein *konstanter* Wert. Im Beispiel ist

$$k = 2{,}351005 \ldots .$$

Multipliziert man jetzt die größere der beiden Zackenlängen mit k und berücksichtigt

(19) $\quad n_\nu \pm \Delta = \frac{m_\nu}{\zeta},$

was sich aus (17) ergibt, so erhält man

(20) $\quad k\, n_\nu \pm k\, \Delta = \frac{k\, m_\nu}{\zeta}.$

Es sei vorerst in (20) nur das Pluszeichen berücksichtigt. Wegen (18) ist aber $k\, \Delta = 1$. Somit ist

(21) $\quad k\, n_\nu + 1 = \frac{k\, m_\nu}{\zeta}.$

Wäre k ganz, so fielen beide Zackenenden genau zusammen, und zwar auf eine ganze Zahl, denn weil n_ν ganz ist, wäre dann auch $k\, n_\nu + 1$ ganz. Δ ist aber nie ganz wegen der Irrationalität von ζ; damit ist auch k niemals ganz.

Um nun zu brauchbaren Approximationen zu kommen, werden „Abstreichungen" vorgenommen. Da $m_1 = 1$ ist, wird in der Formel der Einfachheit halber m_1 durch 1 ersetzt. Man weiß, daß die B_n nur in der Nähe des Endes von *ganzen* Zackenlängen von y liegen können. Deshalb wird k durch $\langle k \rangle$ ersetzt[1]).

Da die B_n immer ganz sind, so muß noch auf die Dezimalen von $\frac{\langle k \rangle}{\zeta}$ in (21) verzichtet werden. Das auf B_n folgende B_{n+1} hat die Form $B_{n+1} = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta} \right\rangle$.

Berücksichtigt man auch bei B_1 diese Abstreichung, erhält man die Folge

(22) $\quad B_0 = 1;\ B_1 = \left\langle \frac{1}{\zeta} \right\rangle;\ B_2 = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta} \right\rangle$. —

Auch hätte man $k^* = \frac{1}{\zeta\, \Delta}$, im Beispiel $= 5{,}76 \ldots$,

[1]) Dieser Vorgang werde als „Abstreichung" bezeichnet.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

bilden können. Kleine Ungenauigkeiten treten nur gelegentlich ganz im Anfang auf. — Im Beispiel ist[2])

$\left\langle \frac{1}{\zeta} \right\rangle = \langle 2{,}42535 \rangle = 2$, $m_1 = 1$, $k = 2{,}351005$, demnach $\left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta} \right\rangle = \langle 2 \cdot 2{,}42535 \rangle = \langle 4{,}85070 \rangle = 5$. Also ist $B_2 = 5$. Bei $x = 5$ liegen also beide Zackenenden näher beieinander als bei $x = 2$. Das zeigt das Bild deutlich. Die Rechnung ergibt folgendes Bild: es ist $2 \cdot \frac{1}{\zeta} = 4{,}85070$. War $\Delta = 0{,}42535$, so ist $|5 - 4{,}85070| = 0{,}14930$. Der ε-Wert in (15) ist also kleiner geworden. Nun muß untersucht werden, ob der gefundene Wert $B_2 = 5$ auch tatsächlich den Bedingungen (6) und (5) genügt. Dies ist der Fall, denn mit $B_2 = 5$ ist $y_2 = 0{,}0616 < \frac{1}{5} = 0{,}2$; ferner ist $y_2 = 0{,}0616 < y_1 = 0{,}1753$. B_2 genügt also (6) und (5). Jetzt sind die Betrachtungen in anderer Richtung fortzusetzen.

(XII) Es sei auf den Fall hingewiesen, daß in (20) das Minuszeichen gilt. Prinzipiell Neues bringt der Fall nicht, weshalb man sich hier kurz fassen kann.

Wenn z. B. $3 > \frac{1}{\zeta} > 2{,}5$ ist (in dem Zahlenbeispiel trifft dies nicht zu), so ist $\Delta = \left| 3 - \frac{1}{\zeta} \right|$. — Bemerkt sei, daß natürlich immer die kürzeste Entfernung der beiden in Frage stehenden Zackenenden bei dem ersten — durch Rechnung ermittelten — B_n in Betracht kommt.

So ist in dem Zahlenbeispiel $\Delta = \left| 2 - \frac{1}{\zeta} \right|$, nicht etwa $= \left| 3 - \frac{1}{\zeta} \right|$ (= E), denn es ist, wie man aus dem Bild sofort erkennt, $\Delta < E$.

(XIII) Das Verfahren wird nun so fortgesetzt: man bildet jetzt

(23) $B_s = \left\langle \frac{\langle\langle k \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$ und

(24) $B_{s+1} = \left\langle \frac{\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle}{\zeta} \right\rangle$, s sei ein Index (hier 3), ferner

(25) $B_{s+2} = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle\ k \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$,

(26) $B_{s+3} = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle\ k \rangle\ (k+1) \rangle}{\zeta} \right\rangle$, usw.

Sind (24), (26) usw. mit Faktoren $(k+1)$ *noch nicht* zur Anwendung gekommen, so liefern (23), ebenso (25) usw. mit den Faktoren k — also ohne $(k+1)$ — je einen neuen Wert B_n. Darüber hinaus *kann* aber auch z. B. (24) noch ein neues B_n liefern, *muß* es aber nicht. Hat jedoch (24) oder (25) usw. einen neuen Wert B_n erzeugt, so wendet man auf ihn wieder erst (25) usw. an. Man bildet also in diesem Fall nach (24) nicht (25) oder (26), sondern

(27) $B_s' = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$,

wodurch man einen neuen Wert B_n erhält, dann operiert man noch mit $(k+1)$, d. h. man konstruiert

(28) $B_{s'+1}' = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ (k+1) \rangle}{\zeta} \right\rangle$,

s′ sei ein Index. Werte von B_n, die (5) nicht genügen, scheidet man im letzteren Falle aus. Am Schluß ordnet man die B_n so an, daß immer $x_{n+1} < x_n$ ist. Werte B_n' mit $x_{n+1} > x_n$ läßt man nicht gelten, auch dann nicht, wenn sie (6) genügen. Der Deutlichkeit halber sei noch ausgeführt: Hat man mit k und $(k+1)$ je einen Wert B_n erzielt, so findet man einen weiteren, wenn man von dem mit $(k+1)$ gewonnenen aus das Verfahren fortsetzt; im allgemeinen liefert die Fortsetzung an dem mit k konstruierten Wert keinen neuen. Doch muß man immer beide Wege einschlagen und diejenigen Ergebnisse ausschalten, die (5) nicht erfüllen.

Diese theoretische Betrachtung sei durch das gewählte Beispiel verdeutlicht. In ihm ist $k = 2{,}351005$, $k+1 = 3{,}351005$. Man erhält folgende Ergebnisse:

n	B_n	A_n	y_n	Formel
0	1	—	0,4123	—
1	2	1	0,1753	$\left\langle \frac{1}{\zeta} \right\rangle$
2	5	2	0,0616	$\left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta} \right\rangle$
3	12	5	0,0523	$\left\langle \frac{\langle\langle k \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$
4	17	7	0,0092	$\left\langle \frac{\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle}{\zeta} \right\rangle$
5	97	40	0,00588	$\left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$
6	114	47	0,00340	$\left\langle \frac{\langle\langle\langle (k^* 1) \rangle\ (k^* 1) \rangle\ (k^* 1) \rangle}{\zeta} \right\rangle$
7	211	87	0,00248	$\left\langle \frac{\langle\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle\ k \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$.

Man überzeugt sich leicht durch Rechnung, daß alle B_n den Bedingungen (2) und (5) genügen. — Im Fall des Absatz XII tritt in den Formeln $k - 1$ und k statt k und $k+1$ auf.

(XIV) Ergänzend ist folgendes zu bemerken: Es kann vorkommen, daß der eine oder andere Wert B_n, der auf Grund der obengenannten Formeln gefunden wird, ausgesondert werden muß, weil er (5) nicht genügt. Solche Werte B_n müssen aber immer erst berechnet werden, dann muß das Verfahren fortgesetzt werden, und erst am Schluß darf die Aussonderung erfolgen. In dem Beispiel fehlt zwischen B_4 und B_5 ein solcher Zwischenwert; er müßte lauten:

$\left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle$.

Der mit k und $(k+1)$ gebildete Wert B_4 ist aber schon besser. Bei der Ausrechnung der einzelnen B_n kommt es dann und wann bei den „Abstreichungen" zu kleinen Ungenauigkeiten. Liegt bei einer solchen Abstreichung die abzurundende Zahl nahe bei $\frac{1}{2}$, so muß man berücksichtigen, daß z. B. $\langle 16{,}457 \rangle$ wohl 16 ist, aber daß auch der Wert 17 untersucht werden muß. Eine solche Abweichung oder „Verschiebung" hat ihren Grund in der häufig wiederholten Anwendung des Zeichens $\langle \ldots \rangle$. B_5 ist ein Beispiel dafür.

[2]) abgerundet.

Es berechnet sich wie folgt: $\langle k \rangle = \langle 2{,}3510 \rangle = 2$,
$\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle = \langle 2 \cdot 3{,}351 \rangle = \langle 6{,}702 \rangle = 7$,
$\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle = \langle 7 \cdot 2{,}351 \rangle = \langle 16{,}457 \rangle = 16$;
rechnet man mit 16 weiter, so kommt man nicht zu einem neuen Ergebnis, benutzt man aber 17, so folgt:
$\langle\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle\ k \rangle = \langle 17 \cdot 2{,}351 \rangle = \langle 39{,}967 \rangle = 40$
und schließlich

$B_5 = \left\langle \frac{\langle\langle\langle\langle k \rangle\ (k+1) \rangle\ k \rangle\ k \rangle}{\zeta} \right\rangle =$
$\langle 40 \cdot 2{,}42535 \rangle = \langle 97{,}0140 \rangle = 97$. —

Kann es vorkommen, daß der eine oder andere Wert ausgesondert werden muß (s. o.), so treten außer den verfahrensmäßig berechneten Werten bei Zahlen, die sich gut approximieren lassen, noch Bereicherungswerte hinzu. Man kann sie einfach fortlassen, denn man bekommt auf dem angegebenen Weg schon die verlangte Folge von Approximationen. Man kann aber diese Folge auch noch durch weitere Werte bereichern. Im Beispiel stellt B_6 einen solchen Bereicherungswert, unter Verwendung von k^* bzw. $k^* - 1$ dar. Doch sei auf die Möglichkeiten, Bereicherungswerte zu bilden, nicht weiter eingegangen, da die Frage hier keine ausschlaggebende Bedeutung hat.

§ 4. *Die Beweise*

(XV) Zunächst werde angenommen, durch die Multiplikation von $\frac{1}{\zeta}$ mit k bzw. $k+1$ gemäß Formel (22) bis (28) ergäbe sich eine Folge von Werten Δ_ν, die abnähme und gegen Null strebe, so daß etwa gelte

(29) $\Delta_{\nu+1} < \Delta_\nu, \quad \nu = 1, 2, 3, \ldots$.

Wird Δ_ν kleiner, so wird auch y_n kleiner, denn mit Δ_ν nehmen auch die rechtwinkligen ähnlichen Dreiecke, die aus Δ_ν, y_n und einem Kurvenstück gebildet werden, an Flächeninhalt ab. Beim Grenzübergang folgt aus (29)

(30) $\lim_{\nu \to \infty} \Delta_\nu \to 0$.

Daraus folgt weiter, weil Δ_ν und y_n Seiten ähnlicher Dreiecke sind,

(31) $\lim_{n \to \infty} y_n \to 0$.

Das bedeutet aber wegen $|B_n \zeta - \langle B_n \zeta \rangle| = y_n$ und (8)

(32) $\lim_{n \to \infty} \frac{A_n}{B_n} \to \zeta$. —

(XVI) Jetzt wird gezeigt, daß zunächst immer $\Delta_2 < \Delta_1 = \Delta$ ist. Wenn $\frac{1}{\zeta}$ mit k multipliziert wird, folgt aus $B_1 = \left\langle \frac{1}{\zeta} \right\rangle$ der Wert $B_2 = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta} \right\rangle$ (vgl. (22)).

Es ist wegen (19)
$\frac{1}{\zeta} = n_1 + \Delta$. Es soll $n_1 = 2$ gesetzt werden, um etwas Bestimmtes vor Augen zu haben. Die Allgemeingültigkeit der Untersuchung wird dadurch nicht eingeschränkt. Es ist nach (18) $k = \frac{1}{\Delta}$, d. h. $k\,\Delta = 1$.

Nun ergibt sich aus (19)

(33) $\langle k \rangle \frac{1}{\zeta} = \langle k \rangle (2 + \Delta) = 2 \langle k \rangle + \langle k \rangle \Delta$.

Ferner ist

(34) $k = \langle k \rangle + \varepsilon_0$.

ε_0 ist eine positive oder negative Größe, und es gilt

(35) $|\varepsilon| < \frac{1}{2}$.

Es sei der Rest einer Zahl hinsichtlich ganzer Zahlen mit R (. . . .) bezeichnet. Dann ist

(36) $|R(\frac{1}{\zeta})| = |R(2 + \Delta)| = \Delta$.

Gesucht ist

$|R(\frac{\langle k \rangle}{\zeta})|$. Es ist

(37) $|R(\frac{\langle k \rangle}{\zeta})| = |R(2\langle k \rangle + \langle k \rangle \Delta)| = |R(\langle k \rangle \Delta)|$,

und weil $\langle k \rangle$ ganz ist, gilt:

(38) $|R(2\langle k \rangle)| = 0$.

Aus (37) folgt wegen (34) und (18)

(39) $|R(\langle k \rangle \Delta)| = |R((k - \varepsilon)\Delta)| = |R(k\Delta - \varepsilon\Delta)| = |R(1 - \varepsilon\Delta)| = |R(-\varepsilon\Delta)| = |\varepsilon|\Delta$.

Es ist stets

(40) $\Delta < \frac{1}{2}$.

Es ist also wegen (35)

(41) $|\varepsilon|\,\Delta < \frac{\Delta}{2}$ und $\frac{\Delta}{2} < \frac{1}{4}$.

Bezeichnet man noch Δ mit Δ_1, wie dies bereits oben geschehen ist, und $|\varepsilon|\ \Delta$ mit Δ_2, so ist gewiß

(42) $\Delta_2 < \Delta_1$,

ja es ist $\Delta_2 < \frac{\Delta_1}{2}$. Deshalb gilt (30).

(XVII) Durch Multiplikation mit $\langle k \rangle$ wird der Rest eines jeden Wertes $\frac{m_\nu}{\zeta}$, m_ν ganz, verkleinert. Es ist für hinreichend kleine Werte von R und α

(43) $R(\frac{\alpha}{\zeta}) = \alpha R(\frac{1}{\zeta})$,

z. B. $R(\frac{1}{\zeta}) = \Delta$, $R(\frac{2}{\zeta}) = 2\Delta$,

$R(\frac{2}{\zeta}) = 2R(\frac{1}{\zeta})$.

Solange $\alpha \leqq \langle k \rangle$, α ganz, ist, gilt natürlich auch

(44) $R(\frac{\alpha\langle k \rangle}{\zeta}) = \alpha R(\frac{\langle k \rangle}{\zeta})$.

Es ist nicht nur $|R(\frac{\langle k \rangle}{\zeta})| < |R(\frac{1}{\zeta})|$, wie in XVI bewiesen, sondern nach (43) und (44) auch

$|\alpha R(\frac{\langle k \rangle}{\zeta})| < |\alpha R(\frac{1}{\zeta})|$, d. h.

(45) $|R(\frac{\alpha\langle k \rangle}{\zeta})| < |R(\frac{\alpha}{\zeta})|$, $\alpha \leqq \langle k \rangle$, ganz.

α nehme in (45) der Reihe nach die Werte 1, 2, 3, . . . $\langle k \rangle$ an.
$\alpha = 1$ ist schon durch XVI erledigt. Unter all den übrigen Werten liefert aber im Gegensatz zu $\alpha = 2, 3 \ldots$ erst $\alpha = \langle k \rangle$, wie aus (42) bis (45) folgt, ein Minimum. Denn, werden alle Reste von $\frac{m_\nu}{\zeta}$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

durch $\langle k\rangle$ verkleinert, so wird es das Minimum, aus dem ein B_n, z. B. B_2 folgt, am meisten. Dieses folgt aber ursprünglich aus $\frac{k}{\zeta}$. Deshalb ist $a = k$ zu setzen.

Also ist unter Berücksichtigung der notwendigen Abstreichungen (vgl. XI) $B_3 = \langle\langle\langle k\rangle\ k\rangle\frac{1}{\zeta}\rangle$.

(XVIII) So wird das Verfahren fortgesetzt. Es liefert Approximationen, die immer besser werden. *Es schreitet von einem Minimum zum nächsten.* Man sieht, daß das dargelegte Verfahren sämtliche Minima aufweist. Im Zahlenbeispiel ist

$$\begin{aligned} m_0 &= 0;\ B_0 = 1;\\ m_1 &= 1;\ B_1 = 2;\\ m_2 &= 2;\ B_2 = 5;\\ m_3 &= 5;\ B_3 = 12;\\ m_4 &= 7;\ B_4 = 17;\\ m_5 &= 40;\ B_5 = 97;\\ m_6 &= 47;\ B_6 = 114;\\ m_7 &= 87;\ B_7 = 211. \end{aligned}$$

Es ist nun aber in XVII nur nachgewiesen worden, daß alle ganzzahligen a mit $1 < a < \langle k\rangle$ keine Verbesserung der Approximation, d. h Verkleinerung der Fehler Δ_ν bringen. Dazwischen bleiben z. B. noch die Werte 3; 4 für m_ν. Mit einer Ausnahme (s. nächsten Absatz) kommen diese Werte, die Zwischenwerte heißen sollen, bei der Bildung der B_n nicht zum Zuge. Man sieht leicht ein, daß die Zwischenwerte

$$\langle k\rangle + 1,\ \langle k\rangle + 2, \ldots 2\langle k\rangle + 1,\ 2\langle k\rangle + 2, \ldots$$
$$3\langle k\rangle + 1,\ 3\langle k\rangle + 2 \ldots \text{ usf.}$$

gegenüber den Werten $2\langle k\rangle$, $3\langle k\rangle$, ... usw. immer noch größere Fehler haben als letztere. Der Übersichtlichkeit halber seien einige Fehler zusammengestellt.

Es gehört zu $m_\nu =$	der Fehler $F =$
1	Δ_1
2	$2\Delta_1$
...	...
$\langle k\rangle$	$\Delta_2 < \frac{\Delta_1}{2}$
$\langle k\rangle + 1$	$\Delta_2 + \Delta_1$
$\langle k\rangle + 2$	$\Delta_2 + 2\Delta_1$
...	...
$2\langle k\rangle$	$2\Delta_2$
$2\langle k\rangle + 1$	$2\Delta_2 + \Delta_1$
$2\langle k\rangle + 2$	$2\Delta_2 + 2\Delta_1$
....	....

Die Fehler der Zwischenwerte z. B. $\langle k\rangle + 1$, $\langle k\rangle + 2$, usw. sind also immer größer als die Fehler bei $\langle k\rangle$. Selbst, wenn etwa $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 < 0$ ist, so tritt keine Kompensation ein, denn es ist bei $\langle k\rangle + 1$ der Fehler $F = \Delta_1 - \Delta_2$, d. h. $F =$

$$\Delta_1 - |\,\varepsilon_0|\,\Delta_1 > \frac{\Delta_1}{2} > \Delta_2, \tag{46}$$

da $|\,\varepsilon_0| < \frac{1}{2}$ ist.

(XIX) Nur eine Ausnahme gibt es, und zwar in folgendem Falle. Es kann bei $2\langle k\rangle + 1$ z. B. eine besonders günstige Konstellation vorliegen (was aber nicht immer zutreffen muß). Daß die Fehler bei $2\langle k\rangle$ und bei $2\langle k\rangle + 2$ auf alle Fälle größer sind als bei $\langle k\rangle$, ist nach dem Vorhergehenden ersichtlich. Aber bei $2\langle k\rangle + 1$ kann z. B. sein $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 < 0$. Dann ist

$$\begin{aligned} F &= \Delta_1 - 2\Delta_2 = \Delta_1 - |\,\varepsilon_0|\ 2\Delta_1\\ &= (1 - 2|\,\varepsilon_0|\,)\,\Delta_1. \end{aligned} \tag{47}$$

Ist $|\,\varepsilon_n|$ hinreichend klein, so ist

$$F = (1 - 2|\,\varepsilon_0|\,)\,\Delta_1 > \Delta_2. \tag{48}$$

Es entsteht kein neues B_n. Ist dagegen $|\,\varepsilon_n| < \frac{1}{2}$ hinreichend groß, so ist

$$F = (1 - 2|\,\varepsilon_n|\,)\,\Delta_1 < \Delta_2. \tag{49}$$

Dann entsteht ein neues B_n. Es handelt sich, wie man leicht nachrechnet, um die Fälle, wo $\langle k+1\rangle$ statt $\langle k\rangle$ in den Formeln auftritt (vgl. z. B. **(24)**, **(26)**).

(XX) In XV ist vorausgesetzt, daß die Folge der Δ_ν abnehme. Dies trifft zu, wie man aus XVI bis XIX entnimmt. Jedoch ist das Abnehmen der Δ_ν nicht monoton. Das liegt daran, daß $\Delta_{\nu+1}$ gegenüber Δ_ν positiv *oder* negativ zu rechnen ist, und dies hängt wieder davon ab, ob bei der Abstreichung von $\langle k\rangle$, $\langle\langle k\rangle\ k\rangle\ldots$ kleine Größen verlorengehen oder hinzutreten. Ferner spielen die besonderen Verhältnisse beim Auftreten von Faktoren $(k + 1)$ eine Rolle.

(XXI) Eine Verbesserung der Approximation tritt bekanntlich ein, wenn $\frac{m_\nu}{\zeta}$ mit $\langle k\rangle$ bzw. $\langle k + 1\rangle$ multipliziert wird. In jedem anderen Fall ist eine Verbesserung nicht möglich, abgesehen von den Bereicherungswerten. Wäre für ein beliebiges anderes m_ν eine relativ bessere Approximation vorhanden, so würde dies im Widerspruch mit XVI bis XIX stehen. Die hier gefundenen Approximationen sind also die besten, die es gibt. Da es immer Approximationen gibt, die dem Näherungsgesetz genügen, trifft dies für die hier herausgestellten in erster Linie zu. Es gilt daher

$$|\,R\,(B_n\zeta)\,| < B_n^{-1}. \tag{50}$$

(XXII) Es ist $\zeta < \frac{1}{2}, \frac{1}{\zeta}\rangle 2$, $\Delta < \frac{1}{2}$,

$$\text{Min } (k) > \frac{1}{Z}\cdot 2 = 2, \text{ da } Z = 1, \text{ Min } (\langle k\rangle) = 2.$$

Daraus folgt z. B.

$$B_{n+1} - 1 < \frac{\langle\langle k\rangle\ k\rangle}{\zeta} < \frac{4}{\zeta},$$

$$B_n - 1 < \frac{\langle k\rangle}{\zeta} < \frac{2}{\zeta};$$

Verallgemeinerung ergibt

$$B_{n+1} > B_n \geq 1, \tag{51}$$

$$\lim_{n\to\infty} B_n \to \infty. \tag{52}$$

(XXIII) Da die Fehler dem Näherungsgesetz genügen, d. h. $|\,\zeta - \frac{A_n}{B_n}| < B_n^{-1}$ ist und $\lim_{n\to\infty} B_n \to \infty$ gilt, so ist auch hierdurch die Gültigkeit von **(3)**, d. h. $\frac{A_n}{B_n} \to \zeta$ mit $n \to \infty$ bewiesen.

(XXIV) Die Fehler $|\,\zeta - \frac{A_n}{B_n}|$ nehmen monoton ab, vgl. **(5)**. Denn man multipliziert $\frac{1}{\zeta}$ mit $\langle k\rangle$ bzw. $\langle k+1\rangle$ und erhält einen oder zwei neue Werte B_{n+1} bzw. B_{n+2}. Ob es zwei sind, stellt man durch Aussonderung fest. Ist es nur einer, so fährt man mit dem Multiplizieren fort, sind es zwei, so tut man das gleiche, sondert aber jetzt wieder aus usw. (Wegen der Lücken s. oben XIV.)

(XXV) Für jedes n sind die A_n und B_n teilerfremd. Enthielten etwa A_n und B_n den gemeinsamen Faktor β, β ganz, $\beta \geq 2$, so hätte bereits $\frac{B_n}{\beta}$, also mindestens $\frac{B_n}{2}$ eine Verbesserung der Approximation bedeutet. Das steht aber im Widerspruch zu den obigen Ausführungen.

§ 5. *Die Folgerungen*

(XXVI) Man sieht, daß das Verfahren unter Einschluß der Bereicherungswerte dieselben Ergebnisse liefert wie das Berechnungsverfahren vermittels der Kettenbrüche oder wie das geometrische Verfahren *Lettenmeyers*. Es sei dem Leser überlassen, sich an Hand von Beispielen davon zu überzeugen.

(XXVII) Dieses Verfahren ist weder rein rechnerisch, noch rein geometrisch, sondern verbindet beides. Die Gesetzlichkeit der Kettenbrüche wird durch das Verfahren geklärt. Die Kettenbrüche erhalten eine neue geometrische Interpretation durch das Verfahren (vgl. Bild 1). Das neue Zahlenverfahren auf dieser geometrischen Basis zeigt, daß in den Kettenbrüchen eine tiefere Gesetzlichkeit steckt. Die Teilnenner b_n sind nicht willkürlich, sondern „beinahe periodisch". Dabei wird diese Art Periodizität gegenüber einer reinen Periodizität begründet durch die vorhandenen Ausfälle (oder Lücken, vgl. XIV) und die besonderen Verhältnisse im Falle der Faktoren $k + 1$ (bzw. k*, vgl. XIX). Diese Abweichungen von der Periodizität sind nicht willkürlich, unbeherrschbar, sondern die angegebene Methode lehrt sie bestimmen. Die Nichtmonotonität des Abnehmens der γ_n verdeckte bisher diese Eigenschaften. Die b_n haben, wenn man normale B_n *und* Bereicherungswerte betrachtet, einen verschiedenen Rang. — Irrationalität ist zur Rationalität höherer Ordnung geworden.

Abschließend sei noch ausgeführt: Rationale Zahlen werden eindeutig durch regelmäßige (d. h. mit positiven ganzen Zahlen als Teilnenner) endliche Kettenbrüche mittels des Euklidischen Algorithmus dargestellt:

$$\zeta_0 = [b_0, b_1, b_2, \ldots, b_n] = b_0 + \cfrac{1}{b_1 + \cfrac{1}{b_2 + \cdot \cdot \cdot \cfrac{1}{b_n}}}. \tag{53}$$

Es gilt auch die Umkehrung dieses Satzes. Für irrationale Zahlen gilt derselbe Sachverhalt mit dem Unterschied, daß die Kettenbruchentwicklung unendlich ist. Eine irrationale Zahl ist also eindeutig durch einen unendlichen Kettenbruch bestimmt und umgekehrt. Ein Kettenbruch ist bestimmt durch seine Teilnenner. Weiterhin werden die Approximationsnenner B_n wieder durch die Teilnenner b_n des Kettenbruches bestimmt, und zwar ist

$$B_{n-2} + b_n B_{n-1} = B_n \text{ für } n \geq 1 \text{ mit } B_{-1} = 0,\ B_0 = 1. \tag{54}$$

Umgekehrt folgen die Teilnenner b_n des Kettenbruches aus je 3 aufeinanderfolgenden Approximationsnennern B_n:

$$b_n = \frac{B_n - B_{n-2}}{B_{n-1}}. \tag{55}$$

Diese B_n sind nun aber durch das Formelsystem **(22)** bis **(28)** festgelegt. Wenn nur die Formeln **(22)**, **(23)**, **(25)** usw. gelten würden, wenn also bei der Bestimmung eines neuen B_n zu $\frac{1}{\zeta}$ nur immer ein Faktor k hinzutreten würde, dann wäre

$$B_0 = 1;$$

$$B_1 = \left\langle\frac{1}{\zeta}\right\rangle;$$

$$B_2 = \left\langle\frac{\langle k\rangle}{\zeta}\right\rangle;$$

$$B_3 = \left\langle\frac{\langle\langle k\rangle\ k\rangle}{\zeta}\right\rangle;$$

$$B_4 = \left\langle\frac{\langle\langle\langle k\rangle\ k\rangle\ k\rangle}{\zeta}\right\rangle; \text{ usw.},$$

und die Folge B_n der Approximationsnenner könnte als „periodisch" angesprochen werden. Von dieser Periodizität gibt es aber Abweichungen: einmal können Faktoren $(k + 1)$ auftreten, wie in **(24)**, **(26)**, **(27)**, **(28)** angegeben, andererseits können Ausfälle (Lücken) vorkommen (vgl. XIV), schließlich können am Anfang des Verfahrens Bereicherungswerte hinzutreten (vgl. XIV). Die B_n folgen also nicht periodisch; es liegt aber eine Gesetzlichkeit in dem Formelsystem, die berechtigt, zu sagen, die Folge der B_n sei „beinahe periodisch". — Bei den rationalen Zahlen ist die Dezimalentwicklung periodisch. Bei den irrationalen Zahlen ist auch eine ähnliche Gesetzlichkeit vorhanden, sie liegt aber tiefer. Hier folgen sich die Approximationsnenner B_n „beinahe periodisch". Sie bestimmen die Kettenbruchteilnenner b_n und erst durch diese die Dezimalentwicklung.

Literatur

[1] *Perron, O.*, Irrationalzahlen. 2. Aufl., Berlin 1939. S. 128···131.

[2] *Lettenmeyer, F.*, Eine geometrische Entwicklung der Lehre von den regelmäßigen Kettenbrüchen. Dtsch. Math. 3 H. 1.

[3] *Perron, O.*, loc. cit. §§ 29 u. 30, S. 97···104.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 8
Institut für Physik, mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt: Dozent Dr. rer. nat. Helmut Winkler
Als Manuskript gedruckt! DK 621.3.078 : 517.934 : 621.385.8
Eingang: 20. 2. 1955

Über Funktionstransformatoren mit Bildabtaströhre und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher für die Verwendung in elektronischen Analogierechenmaschinen mit großer Arbeitsgeschwindigkeit

Von Dozent Dr. rer. nat. Helmut Winkler

1. Übersicht

Forschungs- und Entwicklungsarbeiten in Physik, Technik und Wirtschaft erfordern, daß elektrische Analogierechenmaschinen für die Bearbeitung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung die Einzellösungen für beliebige Anfangsbedingungen und verschiedene Parameter als gezeichnete Kurven liefern. Für die Lösung von Problemen der Regelungstechnik werden bei vermaschten Regelkreisen, bei denen die Aufstellung der den ganzen Kreis charakterisierenden Differentialgleichung schwierig ist oder nichtlineare Regelglieder enthalten sind, elektrische Analogie-Modelle geschaffen. Diese müssen den zu studierenden Vorgang zeittreu nachbilden. Die Verwendung von vollelektronisch arbeitenden Anlagen wirkt sich bei dem ersten Aufgabenkreis als besonders günstig aus, beim zweiten ist sie auf Grund der von den Regelungsaufgaben erhobenen Forderung auf höchstmögliche Arbeitsgeschwindigkeit unerläßlich. Elektronische Rechenelemente wie Additoren, Multiplikatoren, Vorzeicheninverter und Integratoren sowie Funktionsempfänger mit der *Braun*schen Röhre lassen sich prinzipiell mit für die meisten praktischen Fälle ausreichender Genauigkeit bauen. Die Entwicklung von den dazugehörigen, vollelektronisch arbeitenden Funktionstransformatoren (in der Literatur vielfach auch als Funktionsgeber bzw. Funktionsgeneratoren bezeichnet), die bestimmte gegebene mathematische Funktionen $y = f_1(x)$ einer Variablen x, die wiederum eine beliebige andere Funktion $x = f_2(t)$ einer unabhängigen Variablen t sein kann, in elektrische Spannungs-Zeit-Funktionen umbilden, ist schwierig.

Für die bei der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau in Gemeinschaftsarbeit mit der Universität Jena [Prof. Dr. *Weinel*] in Entwicklung befindliche elektronische Analogieanlage [1] waren zunächst mit Integrationsmotoren ausgerüstete elektromechanische Funktionstransformatoren vorgesehen. Die Forderung aus Forschungskreisen nach größtmöglicher Arbeitsgeschwindigkeit und günstiger Anwendung für systematische Probierverfahren und Parameteruntersuchungen bei Rand- und Eigenwertproblemen gab den Anlaß, auf vollelektronisch arbeitende Funktionseingabegeräte überzugehen.

Hierfür wurden die im folgenden erläuterten zwei Entwicklungswege beschritten, die sich beide der Kathodenstrahl-Bildabtaströhre und der Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher (multiplier) bedienen. Beide Gerätetypen arbeiten mit einer Funktionszwischentransformation. In einem Fall wird ein die Funktion in Sprossen-(Tiefen)schrift tragendes, photographisch hergestelltes Diapositiv, im anderen Fall eine photographisch mit der einzugebenden Funktion in kartesischen Koordinaten berandete Maske in den Gang der Lichtstrahlen gebracht, die vom Leuchtschirm der Bildabtaströhre zur Photokathode verlaufen. Die beiden Arbeitsprinzipien sind grundsätzlich verschieden.

2. Der elektronische Funktionstransformator mit Abtastung einer Diapositiv-Sprossenschwärzung (Kontrastverfahren)

Das Prinzip des elektrischen Funktionstransformators, der eine gegebene Funktion $y = f_1(x)$, wobei $x = f_2(t)$ oder $x = a \cdot t$, d. h. zeitproportional sein kann, in eine mit der Zeit veränderliche Spannung $\mathfrak{U}(t)$ umwandelt und mit konstantem Faktor c verstärkt, zeigt unter Verwendung der für mathematische Maschinen üblichen Symbole das Bild 1.

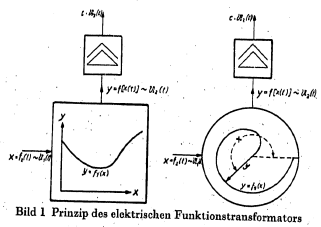


Bild 1 Prinzip des elektrischen Funktionstransformators

Hierbei kann die Funktion $y = f_1(x)$ in kartesischen oder polaren Koordinaten graphisch vorliegen, wobei der Polarkoordinatendarstellung in konstruktiver Hinsicht der Vorrang einzuräumen ist. Die praktische Gestaltung des Funktionstransformators erfolgt zweiteilig: Der mechanisch-elektrisch-optische Arbeitsteil 1 tastet die Funktion $f_1(x)$ ab, wandelt die Koordinaten y und x in elektrische Wertepaare (Spannung $\mathfrak{U}$ und Zeit t) um und benutzt diese, um über die Bildabtaströhre photographisch ein Sprossenschriftdia herzustellen. Im optisch-elektrischen Arbeitsteil 2 wird die in Sprossenschrift transformierte Zwischenfunktion

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$y = f_1(x)$ in ca. $10^{-2} \ldots 10^{-1}$ Sekunden optisch abgetastet und mit einer weiteren elektrisch eingegebenen Funktion $x = f_2(t)$ gekoppelt. Im Ausgang erscheint die mit der Funktion $y = f_1[f_2(x)]$ identische elektrische Spannungs-Zeit-Funktion $c \cdot U(t)$ zur Weiterleitung in die rechnenden Baugruppen der Analogieanlage.

Der 1. Arbeitsteil für die Zwischentransformation der graphisch dargestellten Eingangsfunktion $y = f_1(x)$ in eine analoge photographische Schwärzungssprossenfunktion $S = f_1(l)$, wie sie Bild 3 darstellt, geht davon aus, daß die Wertepaare (x, y) als Argument und Radiusvektor auf Polarkoordinatenpapier aufgetragen werden und dieses Kurvenbild auf einem Teller aufgebracht wird. Dieser wird über ein Reibradgetriebe mit federbelasteten Hartgummirollen — wie beim Magnettonbandtransport — von einem Synchronmotor (MSM 130—30) mit einer Drehzahl von etwa 10^{-2} s^{-1} mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in Rotation versetzt.

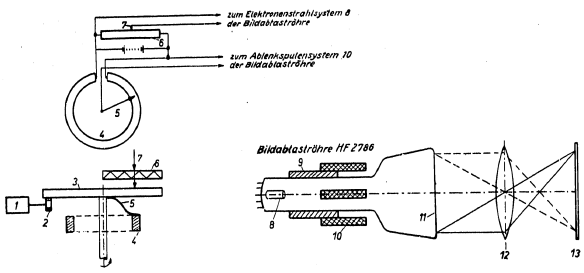


Bild 2 Prinzip des 1. Arbeitsteiles des elektronischen Funktionstransformators für Herstellung der Diapositive mit den Schwärzungsfunktionen (Kontrastverfahren)

1. Synchronmotor (Magnetofonmotor)
2. Reibradgetriebe
3. Kurventeller
4. Kreisringpotentiometer
5. Schleifer für Ringpotentiometer
6. Stabpotentiometer
7. Schleifer für Stabpotentiometer, kombiniert mit Kurvenführungsstift und Lupe
8. Elektronenstrahlsystem
9. Magnetische Linse für Fokussierung
10. Ablenkungsspulensystem
11. Leuchtschirm
12. Optik (Tessar 1:3,5/50)
13. Photographische Kassette mit „Agfa-Elektronenplatte"

Aus Bild 2, das schematisch die Zwischentransformation der Funktion $y = f_1(x)$ in $S = f_1(l)$ darstellt, ist ersichtlich, daß die jeweilige Tellerdrehung x proportional einer von einem tellerfesten Schleifer an einem gehäusefesten Kreisringpotentiometer abgegriffenen Spannung U_x ist. Oberhalb des Kurventellers ist in dessen Radialrichtung ein lineares Stabpotentiometer gehäusefest montiert, wobei der verschiebbare Mittelabgriffschleifer mit einem Kurvenführungsstift und einer Lupe verbunden ist. Die an diesem Stabpotentiometer abgegriffene Spannung U_y ist proportional der Radialkoordinate y. Bei geeigneter Wahl der an den beiden Potentiometerenden liegenden konstanten Spannungen sind dann die Funktionen $y = f_1(x)$ und $U_y = f_1(U_x)$ gleichwertig. Während der gleichförmigen Drehbewegung des Kurventellers wird die vorgegebene Funktion $y = f_1(x)$ manuell mit Lupenmäßiger Vergrößerung oder automatisch mit dem Kurvenführungsstift abgetastet. Die veränderlichen Spannungen U_y und U_x in ihrer bestimmten gegenseitigen Abhängigkeit werden in einem längs einer Geraden l_x mit konstanter Geschwindigkeit wandernden Leuchtfleck variabler Helligkeit H_y umgewandelt, wobei die beiden Funktionen $U_y = f(U_x)$ und $H_y = f(l_x)$ identisch sind. Dieser Vorgang erfolgt in einer *Braun*schen Hochvolt-Bildabtaströhre HF 2786, die allgemein für Film- und Diaabtastung beim Fernsehen verwendet wird. Der von der indirekt geheizten Oxydkathode emittierte Glühelektronenstrom wird durch Änderung der Spannung U_y am Wehneltzylinder (Steuergitter) in seiner Stärke geändert. Dadurch wird eine *Helligkeitssteuerung* mit hiervon unabhängiger Konzentration des Elektronenstrahlbündels erzielt, wobei die Strahlfokussierung durch eine magnetische Konzentrationsspule erfolgt. Ein sehr scharfer Leuchtfleck bestimmter Helligkeit H_y erscheint mit einer Nachleuchtzeit von ca. 10^{-5} sec auf dem fluoreszierenden Bildschirm, dessen Größe 80 × 60 mm beträgt. Das Elektronenstrahlbündel und mithin der fokussierte Leuchtfleck wird elektromagnetisch unter Einwirkung der sich konstant ändernden Spannung U_x längs einer Geraden mit einer Ablenkempfindlichkeit von 0,5 A/80 mm bei einer Anodenspannung von 10 kV ausgelenkt. Auf ein zweites, senkrecht hierzu angeordnetes elektromagnetisches Auslenksystem wird eine konstante Kippfrequenz gegeben, um statt eines wandernden Leuchtpunktes eine parallel zu sich selbst wandernde Leuchtgerade mit der veränderlichen Streifenhelligkeit H_y zu erhalten. Dadurch ergibt sich eine nacheinander belichtete Bildschirmfläche von 80 × 10 mm, die von einem Tessar-Photoobjektiv (1:3,5; f = 50 mm) auf eine Elektronenplatte (Agfa-Rapid mit Schwärzungsfaktor $\gamma = 1{,}2$) abgebildet wird (Bild 3).

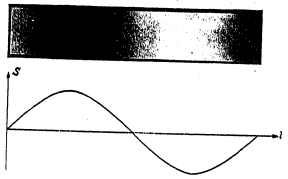


Bild 3 Diapositiv mit der Schwärzungsfunktion $S = f_1(l_x)$ in Sprossenschrift

Die beschriebene Arbeitsweise des Arbeitsteiles 1 des Funktionstransformators, dargestellt in Bild 2, ist mit zwei grundsätzlichen Ungenauigkeiten behaftet, die jedoch durch entsprechende Verstärkerverschaltung mit Regelröhren in der Spannungszuführung U_y hinreichend kompensierbar sind. Einerseits ist die am Wehneltzylinder angelegte Spannung nicht genau proportional der Leuchtfleckhelligkeit, und zweitens muß die Schwärzungskurve des Photoplattenmaterials $S = \ln J \cdot \gamma$ und die γ-Funktion berücksichtigt werden. (Ständige Benutzung von in seinen Eigenschaften gleichbleibendem Photo-Elektronenpapier ist Voraussetzung.)

Der 2. Arbeitsteil für die Abtastung der in Helligkeitskontrasten von einem Diapositiv getragenen Funktion $S = f_1(l_x)$, d. h. $y = f_1(x)$, und deren Transformation in eine Spannungs-Zeit-Funktion $U(t) = f_1[f_2(t)]$ bei zusätzlicher elektrischer Eingabe einer bestimmten weiteren Funktion $x = f_2(t) \sim U = f_2(t)$ ist schematisch in Bild 4 dargestellt. (Im Endeffekt wird $U(t)$ schließlich zur weiteren Bearbeitung innerhalb der elektronischen Analogierechenmaschine in die der Aufgabenstellung entsprechende Schaltung der elektronischen Rechner eingeführt und die Lösung photographisch dem Funktionsempfänger entnommen.)

Der 2. Arbeitsteil besteht im wesentlichen aus der gleichen Bildabtaströhre HF 2786 und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher HF 2740. Die Arbeitsweise ist folgende:

In der Bildabtaströhre HF 2786 werden einem magnetischen (x-)Ablenkungssystem Kippschwingungen zugeführt, deren Spannungsänderung in Sonderfällen zeitproportional oder allgemein entsprechend der eingegebenen Funktionen $U = f_2(t)$ erfolgen kann. Der Zeilenkipp bewirkt dann, daß der auf dem Fluoreszenzschirm erzeugte Leuchtfleck periodisch längs einer Geraden in x-Richtung mit variabler Geschwindigkeit bewegt wird. Im Gegensatz zur Anwendung der gleichen Röhre in dem beschriebenen Arbeitsteil 1 für die Funktionszwischentransformation wird hier statt der Helligkeitssteuerung eine *Liniensteuerung* bewirkt, d. h. bei gleichbleibender Strahlintensität, also konstanter Bildmodulationsspannung am Wehneltzylinder und konstanter Heizungs- und Anodenspannung, wird der Strahl mit bestimmter Geschwindigkeit $\left(v = \frac{df_2(t)}{dt} = \frac{dU}{dt}\right)$ über den Leuchtschirm bewegt. Durch eine weitere Kippschwingung (Bildkipp) mit zeitproportionalem Spannungsanstieg, der auf das zum ersten Ablenkspulensystem senkrecht angeordnete (y-)Ablenkspulenpaar wirkt, wird die geschwindigkeitsgesteuerte Zeile mehrfach übereinander geschrieben, damit zur Erhöhung der Genauigkeit eine automatische Mittelwertbildung in der Gesamtanordnung erzielt und ein Einbrennen des Elektronenstrahls auf dem Schirm verhindert wird.

Die x-Ablenkungsspannung muß dann zeitproportional, d. h. die Leuchtfleckgeschwindigkeit längs jeder Zeile konstant sein, wenn der Funktionstransformator beispielsweise für die Eingabe von h (t) bei der Lösung der Gleichung $\frac{d^2U}{dt^2} + f\left(\frac{dU}{dt}\right) + g(U) + h(t) = 0$ benutzt wird. Bei Verwendung für die Funktionseingaben

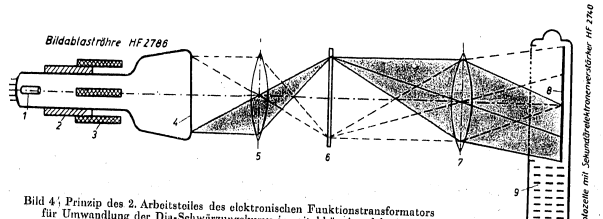


Bild 4 Prinzip des 2. Arbeitsteiles des elektronischen Funktionstransformators für Umwandlung der Dia-Schwärzungskurve in zeitabhängige elektrische Spannungsänderungen (Kontrastverfahren)

1. Elektronenstrahlsystem
2. Magnetische Linse für Fokussierung
3. Ablenkspulensystem
4. Leuchtschirm
5. Optik (Tessar 1:3,5/50)
6. Diapositiv mit Sprossenschrift
7. Kondensor
8. Photokathode
9. Sekundärverstärker (12-stufig)

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$f\left(\frac{d\,U}{dt}\right)$ und $g\ (U)$ muß hingegen die Liniensteuerung entsprechend den Veränderungen $\frac{d\,U}{dt}$ bzw. $U\ (t)$, d. h. mit den Geschwindigkeiten $v = \frac{d^2 U}{dt^2}$ bzw. $v = \frac{d\,U}{dt}$ erfolgen.

Der wandernde Leuchtfleck von konstanter Helligkeit wird durch ein photographisches Objektiv (Tessar 1:3,5; $f = 50$ mm) auf die die Schwärzungstönung $S = f_1(l_x)$ als Dia tragende photographische Elektronenplatte scharf abgebildet, und je nach Schwärzung (Lichtdurchlässigkeit) der Platte am Auftreffpunkt

Wenn die Arbeitsteile 1 und 2 des elektronischen Funktionsgenerators nach dem Kontrastverfahren in ihrer Wirkungsweise auch getrennt beschrieben wurden, so stellen sie doch praktisch in der konstruktiven Gestaltung eine Baugruppe mit nur einer Bildabtaströhre dar, die wahlweise für die Herstellung der Dias mit den Schwärzungsfunktionen oder deren Abtastungen Anwendung findet (Bild 5).

3. Der elektronische Funktionstransformator mit Maskenabtastung

Die Electric Analogue Computers des California Institute of Technology [2] arbeiteten zum Teil mit Funktionstransformatoren, deren Prinzip 1947 Mynall [3] angegeben hat. In Anlehnung hieran wird im

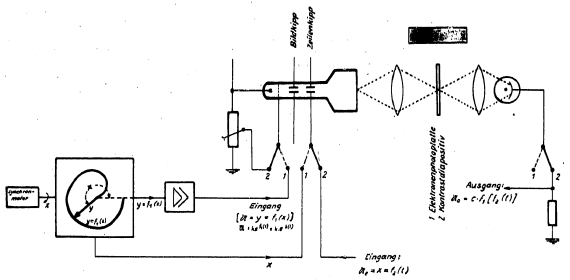


Bild 5 Schematische Darstellung des elektronischen Funktionstransformators nach dem Kontrastverfahren
Schaltstellungen: 1 Photoaufnahme (Helligkeitssteuerung), 2 Diaabtastung (Liniensteuerung)

wird dort ein bestimmter Lichtenergieanteil durchgelassen. Das punktweise nacheinander abgetastete Dia gibt schließlich über einen Kondensor seine Photonenenergie auf die Photokathode einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher, wobei die optische Justierung so erfolgt, daß ständig gleichzeitig der halbe Kathodendurchmesser bestrahlt wird. Für diesen Verwendungszweck günstig erweist sich die Röhre HF 2740 mit einer Lichtempfindlichkeit von etwa 60—70 μA/Lm und einem eingebauten 12-stufigen Verstärkersystem mit einem Verstärkungsfaktor von etwa 10^6 und einer Bandbreite von 10^7 Hz. (Die kleinste Lichtstromanzeige beträgt ca. 10^{-11} Lm, der Leistungsbedarf etwa 1 W.)

Die ausgehenden Stromstärkeschwankungen $i\,(t)$ werden schließlich über einen Konstantanwiderstand in Spannungsschwankungen $U\,(t)$ proportional $f_1\,[f_2\,(t)]$ umgewandelt. Auf diese Weise wird letzten Endes die ursprünglich in Polarkoordinaten eingegebene Funktion $y = f_1\,(x)$ (Bild 1) über die analoge Schwärzungsfunktion $S = f_1\,(l_x)$ auf dem Dia (Bild 3) in eine analoge Spannungsfunktion $c \cdot U\,(t) = f_1\,[f_2\,(t)]$ umgewandelt, wobei l_x bzw. x entsprechend der Aufgabenstellung in einer bestimmten, nicht proportionalen Zeitabhängigkeit $l = f_2\,(t)$ bzw. $x = f_2\,(t)$ variiert werden kann.

folgenden die Arbeitsweise und der technische Aufbau eines in Bild 6 schematisch dargestellten zweiten Typs eines elektronischen Funktionstransformators beschrieben.

Hierbei ist der elektronische Verstärkerrechner so gebaut, daß der Leuchtfleck in Richtung der x-Achse längs der oberen Kante des 80×60 mm großen Leuchtschirmbildes abgelenkt wird, sofern die Kathode der Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher HF 2740 kein Licht von der Bildabtaströhre HF 2786 über das optische System empfängt. Wird hingegen die Photozellenkathode belichtet, so bewegt sich der Leuchtfleck längs der unteren Bildkante in x-Richtung. Die vor dem unteren Teil des Bildabtaströhrenleuchtschirmes achsenorientiert montierte, lichtundurchlässige Maske — ihr oberer Rand entspricht der Funktion $y = f_1\,(x)$ in kartesischen Koordinaten — bewirkt, daß der Leuchtfleck längs der Maskenkurve haftend wandert, wobei die die x-Ablenkung verursachende Spannung sich zeitproportional oder nach einer bestimmten Spannungs-Zeit-Funktion $x = f_2\,(t)$ ändern kann. An dem magnetischen y-Ablenkungssystem stellt sich dann jeweilig die Spannung $U \sim y = f_2\,[f_1\,(t)]$ ein, die von dem betreffenden Ordinatenwert y der Kurve dik-

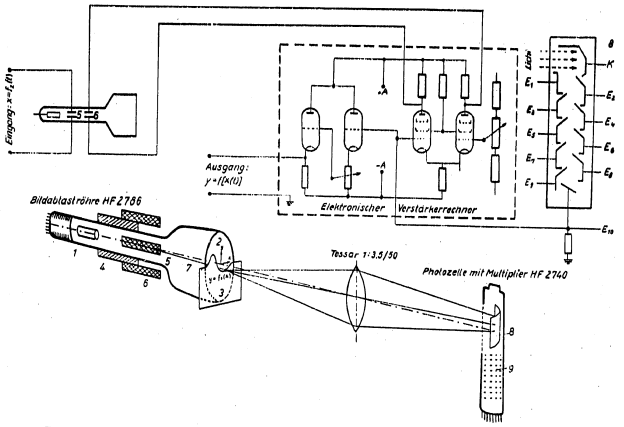


Bild 6 Schematische Darstellung der Maskenabtastung beim elektronischen Funktionstransformator

1. Kathodenaufbau mit Steuerstopfblende, Schutzring und Anodenzylinder
2. Runder Planleuchtschirm für Bildgröße 80×60 mm
3. Lichtundurchlässige Maske mit der Funktion $y = f(x)$ als Berandung
4. Magn. Fokussierungslinse
5. Magn. x-Ablenkungsystem
6. Magn. y-Ablenkungsystem
7. Elektronenstrahl
8. Photokathode
9. Sekundärverstärker (12-stufig)

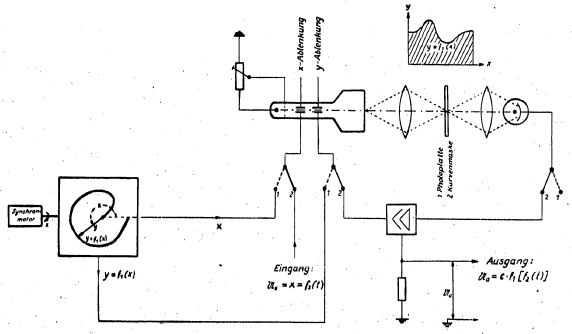


Bild 7 Schematische Darstellung des elektronischen Funktionstransformators mit Maskenabtastung
Schaltstellungen: 1 Photoaufnahme der Maske, 2 Maskenabtastung

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

tiert wird. Sie wird zur weiteren Bearbeitung den rechnenden Baugruppen der Analogierechenmaschinen zugeführt. Zur Erreichung einer möglichst hohen Genauigkeit bei der elektronischen Funktionstransformation muß der Leuchtfleck sehr klein und von konstanter Helligkeit sein. Außerdem muß er mit der Kurvenmaske optisch in eine Ebene gebracht werden. Die Ablenkcharakteristik der Bildabtaströhre läßt sich dadurch berücksichtigen, daß man die Maskenkurve vorher durch den Leuchtfleck selbst schreiben läßt, wobei die die Funktion $y = f_1(x)$ definierenden Spannungen an das magnetische y-Ablenkspulensystem und gleichmäßig veränderliche Spannungen für die unabhängige Variable x an das zweite magnetische x-Ablenkspulensystem gelegt werden (Bild 7).

Als Hilfsmittel benutzt man hierfür den mechanisch-elektrischen 1. Arbeitsteil des nach dem Kontrastverfahren arbeitenden Funktionsgeneratortyps (Bild 2). Bei starken Kurvensteigungen treten Fehler durch Nachlauf der Spannungsänderungen hinter den Ordinatenänderungen auf, die durch eine optimale Verkleinerung des y-Maßstabes auf ein Minimum herabgedrückt werden können. Bei Kipp-Perioden, die sehr groß gegenüber den Nachlaufzeiten sind, ist dieser Fehler praktisch ohne Einfluß auf das Endergebnis. Da die Arbeit des elektronischen Verstärkerrechners von zeitlichen Änderungen der Leuchtfleckhelligkeit, des Höhenmaßes der Kurve und der Ruhestellung beeindruckt wird, entstehen Fehler, die schwierig und nur teilweise kompensierbar sind.

4. Genauigkeitsvergleich der beiden Bildabtastsysteme. Zusammenschaltung der elektronischen Funktionstransformatoren mit elektronischen Funktionsempfängern

Der elektronische *Funktionsempfänger* [1] hat den Zweck, eine elektrisch eingegebene Funktion $\mathfrak{U}(t)$ als Spannungs-Zeit-Bild sichtbar zu machen. Seine Arbeitsweise und sein technischer Aufbau entsprechen dem Kathodenstrahloszillographen mit Photoeinrichtung. Als Empfangsröhre wird zunächst der Typ LK 23/1b mit einer Bildfläche von 13×18 cm und einer Ablenkempfindlichkeit von 0,5 A für 18 cm Auslenkung bei 10 kV Anodenspannung verwendet. Die Energieversorgung einschl. der Hochspannungserzeugung (10 kV) erfolgt gemeinsam für sämtliche Baugruppen der Analogieanlage, d. h. für die Funktionstransformatoren, Funktionsempfänger und die elektronischen Universalrechner.

Funktionstransformator und Funktionsempfänger werden für Genauigkeitsuntersuchungen zunächst ohne Zwischenschaltung von Rechenaggregaten unmittelbar miteinander elektrisch verbunden, so daß die ursprünglich graphisch eingegebene, abgetastete Funktion wieder als photographisches Bild im Ausgang zurückgewonnen wird.

Die bisherigen Arbeiten (Vorversuche und theoretische Entwicklung) lassen hierbei eine Genauigkeit von ca. 3—5% bei beiden Typen erwarten. Im einzelnen ergibt die hinsichtlich der erzielbaren Genauigkeiten angestellte *Gegenüberstellung* der beiden Abtastprinzipien, der „Kontrastabtastung" und der elektronischen „Nachsteuerung einer Maskenrandkurve", folgendes Bild: Die mechanisch-elektrische Funktionszwischentransformation ist für beide Verfahren die gleiche. Beim Prinzip 1 müssen die durch die Helligkeitssteuerung bedingten Fehler und die Schwärzungskurve des Photoplattenmaterials elektrisch kompensiert werden; der elektrische Teil hat einen relativ größeren Umfang. Beim Prinzip 2 ist ein gewisses Pendeln des Leuchtfleckes um die Maskenrandkurve unvermeidlich, der Verstärkeraufbau ist komplizierter in der Kompensation. Ein Einbrennen des Elektronenstrahles ist hierbei wesentlich eher möglich als bei Prinzip 1, da dort der Strahl nach jeder geschriebenen Zeile auf die nächste gekippt wird. Die größere Abtastgenauigkeit wird mit Prinzip 1 erreicht, dafür ist der Aussteuerbereich für die abhängige Variable y beim Prinzip 2 größer. Eine gute Stabilisierung der Netzschwankungen ist bei beiden Transformatorentypen unerläßlich, beim Prinzip 1 hinsichtlich genauer Leuchtfleckhelligkeiten und konstanter Photozellenanodenspannungen, beim Prinzip 2 im wesentlichen hinsichtlich des y-Ablenkspannungsverstärkers. Die x-Ablenkungsspannungsverstärker müssen bei beiden Typen in gleichem Maße spannungskonstant sein. Wesentlich ist für das Arbeitsprinzip 1, daß Elektronenphotoplattenmaterial mit einer ständig gleichbleibenden Schwärzungscharakteristik verfügbar ist.

Erst die endgültige Erprobung beider Typen von Funktionstransformatoren kann erweisen, welchem Prinzip der Vorrang zu geben ist. Hierüber wird an gleicher Stelle nach Abschluß der Arbeiten berichtet werden.

5. Zusammenfassung

Funktionstransformatoren mit Kathodenstrahl-Bildabtaströhre und Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher ermöglichen, mathematische Funktionen von der Form $y = f_1[f_2(x)]$ in periodische elektrische Spannungs-Zeit-Funktionen $\mathfrak{U} = c \cdot f_1[f_2(t)]$ zu transformieren. Hierbei werden Diapositive mit kurvenanaloger Sprossenschwärzung („Kontrastverfahren") oder Kurvenmasken („Maskenverfahren") elektrisch hergestellt und abgetastet. Das Grundprinzip ähnelt der Diaabtastung beim Bildfunk, Filmfernsehen und Tonfilm. Durch Verwendung dieser Funktionstransformatoren bei Analogiemaschinen ist deren vollelektronische Arbeitsweise mit einer hohen Arbeitsgeschwindigkeit von ca. $2 \cdot 10^{-2}$ Sekunden pro Einzellösung möglich. Die für die meisten praktischen Fälle ausreichende Genauigkeit von ca. 3 ... 5% Wahrung der Anschaulichkeit, bequeme Bedienung und der ausschließliche Einsatz von im Handel erhältlichen elektrotechnischen Bauelementen sind weitere charakteristische Merkmale dieser Funktionstransformatorentypen. Sie stellen ein unentbehrliches Hilfsmittel bei speziellen Forschungs- und Entwicklungsarbeiten der Physik, Technik und Wirtschaft dar.

Literatur

[1] *Winkler, H.*, Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik. Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau **1** (1954/55) H. 1 S. 15 ... 27.

[2] *Mc Cann, G. D.*, The California Institute of Technology Electric Analog Computer. Math. Tables a. o. Aids to Computation, **III** (1949) S. 501 ... 513.

[3] *Mynall, D. J.*, Electrical Analog Computing. Electronic Engineering (Aug. 1947) S. 259 ... 262.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 9
Institut für Betriebswissenschaften und Normung, Direktor Prof. Dr. habil. Max Beck
Als Manuskript gedruckt! DK 658.27:657.47:657.26
Eingang: 1. 2. 1955

Entwicklung von Eignungs- und Wertziffern

Von Prof. Dr. habil. Max Beck

Einleitung

Mit der Entwicklung moderner Produktionsprozesse erfolgt die wissenschaftliche Durchdringung der für den Betriebsablauf wichtigen Bedingungen. Die Klärung der Beschaffenheit der Erzeugnisse weist auf die Kostengestaltung hin. Erst ihre Kenntnis ermöglicht eine Leistungssteigerung.

Die Erfassung betrieblicher Zusammenhänge bildet die Voraussetzung eines wirtschaftlichen Einsatzes und einer Berechnung aller zu vergleichen zu benutzenden Werte.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind Eignungs- und Wertziffern entwickelt worden, welche es gestatten, eine Rechnung durchzuführen, durch die die Kosten und ihre Abhängigkeiten bestimmt und nachgeprüft werden können.

1. Zweck der Untersuchung

Der Betrieb ist eine Variante des Zustandsverlaufs. Die Veränderlichkeit löst sich in einer Konstanz der Gesetzmäßigkeit der Zusammenhänge. Die eigentliche Bedeutung dieser Konstanten zeigt sich in der Vermehrung betrieblicher Erfolgsgestaltung durch:

1. Produktionsverbesserung,
2. Produktionssteigerung,
3. Verminderung der Kosten.

Die aus der Anwendung eines der drei Mittel hervorgehenden Erfolgsresultate wirken sich eindeutig unter der Voraussetzung aus, daß keine Verschleierung durch irgendwelche andere Erscheinungen, die in entgegengesetzter Richtung auftreten können, vorangegangen ist.

Kosten sind ein Komplex von Faktoren; jede einzelne Maschine und jeder Arbeiter trägt dazu bei, sie zu erhöhen oder zu senken, den Erfolg letzten Endes zu verschlechtern oder zu verbessern.

Je umfangreicher und verwickelter ein Betrieb wird, um so schwieriger wird eine empirische Betriebsführung. Alle Lebensäußerungen des Betriebes müssen klar und offensichtlich sein. Es ist erforderlich, daß die getroffenen organisatorischen Maßnahmen auf ihre Wirkung hin prüfbar sind, um einerseits ihre Richtigkeit festzustellen, andererseits rechtzeitig die notwendigen Vorkehrungen treffen zu können.

Eine Ermittlung des Erfolges post festum reicht nicht aus, da weder die Vergangenheit geändert werden kann, noch die Schlüsse, die aus den Fehlern der vergangenen Periode zu ziehen wären, ohne weiteres auf die künftigen Zeiten mit veränderten Verhältnissen angewendet werden können. Die Elemente des Produktionsprozesses sind eng miteinander verknüpft und vielfach miteinander verschlungen, so daß nicht ohne weiteres festzustellen ist, welcher Zustand eines jeden einzelnen Elementes zu einem Optimum des Endergebnisses führt.

Eingebaute Kontrollen sind Mittel, die das Gedeihen und Verfallen des Betriebes rascher erkennen lassen; sie genügen jedoch nicht, bestmögliche Leistungen zu erzielen. Eine der wichtigsten Betriebsaufgaben ist die Überwachung der Gesamtkosten mit dem Endziel, die Kosten einer bestimmten Betriebsleistung möglichst genau und richtig zu ermitteln. Um das Ziel einer hohen Rentabilität durch Betriebsverbesserungen zu erreichen, die durch die Kostenermittlung angeregt wird, muß letztere so durchgeführt werden, daß kein Zerrbild entsteht, welches in den meisten Fällen zu einer unrichtigen Beurteilung der Sachlage und zur Anordnung falscher Maßnahmen führt. Erforderlich zu einer solchen Berechnung sind:

die Kenntnis der Wertziffern der einzelnen Stoffe,
die Kenntnis der Verbrauchsmengen und
die Zusammenfassung der Kosten.

2. Erklärung des Begriffes der Wert- und Eignungsziffern — Die Bildung der Wertziffern

Bei allen auf dem Markt erhältlichen oder verkäuflichen Stoffen ist die *Wertziffer* ohne weiteres bekannt; sie ist gleich dem Marktpreis. Der Preis, der für Holz, Kohle usw. für die Betriebskraft einzusetzen ist, ist also gleich dem Marktpreis am Tage der Fertigstellung. Die rechnerische Ermittlung für Dampf erfolgt dann in der Dampfbilanz:

Erzeugung	Verbrauch
kcal des Kondensats ... kcal	Krafterzeugung ... kcal
kcal Kesselkohlen ... kcal	Werkstatt A ... kcal
kcal evtl. verwendeter Nebenprodukte (Gas etc.) ... kcal	Werkstatt B ... kcal
kcal evtl. verwendeter Abfallprodukte ... kcal	
Kesselwirkungsgrad .... % = Sa. ... kcal =.. kcal	Werkstatt X ... kcal
Sa ... kcal	Sa ... kcal

Als bekannt vorausgesetzt werden folgende Werte:

a) der untere Heizwert der verwendeten Kohle,
b) der untere Heizwert der eventuell verwendeten Nebenprodukte Gas usw. und der Abfallstoffe,
c) der Wärmebedarf der Dampfmaschine, Turbine usw.,
d) der Wärmebedarf der einzelnen Werkstätten A bis X (ermittelt durch Dampfmesser oder Kondensatmessungen hinter den Verbrauchsstellen),
e) der Wärmebedarf der Dampfproben,
f) der Wärmeinhalt des Abdampfes bzw. des Kondensats.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Der Kohlenverbrauch im Betrieb ist nach dem Diagramm 1 festzustellen:

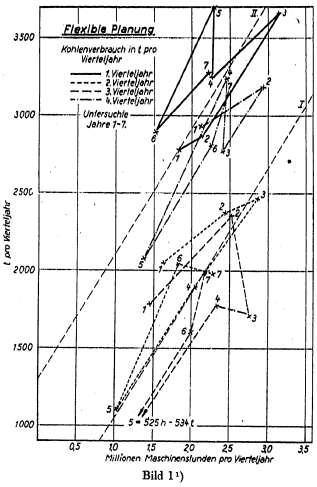


Bild 1[1])

Wie aus obenstehendem Diagramm ersichtlich ist, weisen die Sommer- und Wintervierteljahre beträchtlich schwankenden Kohlenverbrauch auf. Im dritten Vierteljahr zeigt sich der geringste Kohlenverbrauch und im ersten der höchste.

Die auf- und abgehende Bewegung der Kurven der einzelnen untersuchten Jahre 1 bis 7 verläuft mehr oder weniger parallel für die vier Vierteljahre. Aus diesen Kurven läßt sich u. a. ableiten, daß sich die Planung für den Kohlenverbrauch wie folgt aufstellen läßt:

Sommer-Vierteljahre: 250 t + 0,800 kg/ Maschinenstunde (Hilfslinie I),
Winter-Vierteljahre: 1300 t + 0,800 kg/ Maschinenstunde (Hilfslinie II).

Die Mengen sind nach Tagespreisen zu bewerten. Die Entfernung von den Gewinnungsstellen der Brennstoffe ist für ihren Wärmepreis (⇐ Preis für 10 000 kcal eines Brennstoffes bezogen auf die Verbrauchsstelle), also $\frac{\text{Brennstoffpreis/kg} \times 10\,000}{\text{Heizwert}}$ von größter Bedeutung.

Der Dampfpreis ist $= \frac{\text{Preis von 1000 kg Kohle}}{\text{Verdampfungsziffer}}$ und die Verdampfungsziffer ist

$$= \frac{\text{Kohlenheizwert} \times \text{Kesselwirkungsgrad}}{\text{Erzeugungswärme}}.$$

[1]) Aus Beck, Max: Flexible Planungskontrolle. Göttingen 1951

Die Beziehungen zwischen Dampfpreis D, Kesselhauskosten K, Kesselwirkungsgrad η und Erzeugungswärme $[i_D - i_W]$ zeigt nachstehendes Diagramm[2]).

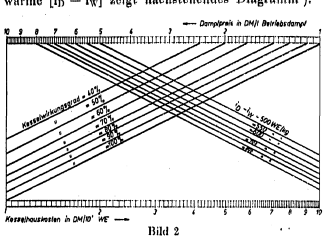


Bild 2

Aus der Temperatur und dem Druck von Speisewasser und Dampf ist die Erzeugungswärme zu bestimmen. Der Kesselwirkungsgrad wird aus dem Verhältnis der in Dampf erzeugten Wärmemenge und der der Kohle errechnet. Von den Kesselhauskosten ausgehend, sind dann die Dampfkosten aus dem Diagramm leicht ablesbar.

Für Stoffe, die im eigenen Betrieb als Nebenerzeugnisse hergestellt werden und nicht als Abfallprodukte anfallen, läßt sich die Wertziffer ebenfalls bilden, so z. B. für Dampf wie auch für Gas. Die Wertziffer entsteht aus den Selbstkosten, die zur Herstellung dieser Stoffe erforderlich sind; für Gas kommen z. B. die Kosten für Kohle, Koks, Dampf, Strom, Löhne, Instandhaltung und Abschreibung der Gasanlage in Frage. Schwierigkeiten in der Wertzifferbildung entstehen erst bei den Abfallprodukten des Betriebes, die im allgemeinen nicht veräußert werden können, für die also auch kein Marktpreis existiert. In erster Linie ist das der Fall bei Koksgas u. ä., Abfallholz und dem Dampf aus Abhitzekesseln.

Eine Verrechnung der genannten Stoffe nach Kilokalorien, die willkürlich mit dem Wärmepreis der Rohkohle bewertet werden, ist ungerechtfertigt.

In der Regel werden diese Stoffe nicht abgesetzt, aber sie ersetzen andere Stoffe, die im Betrieb nicht vorhanden sind. Das Maß der Eignung, andere Stoffe zu ersetzen, ist für die Bewertung bestimmend. Die Wertziffer ist gleichbedeutend mit dem Marktpreis als Verrechnungspreis.

Die *Eignungsziffer* ergibt sich aus der Relation des möglichen Kaufpreises für einen bestimmten Stoff (Einstandspreis) mit bestimmtem Verwendungszweck zu einem anderen, ohne dabei gegenüber dem ersten Stoff weder Vorteil noch Nachteil zu erleiden. Sie ist eine Verhältniszahl, die sich mit jedem Zweck ändern kann.

Für Brennstoffe, deren Wert- und Eignungsziffern nachstehend untersucht werden sollen, wird als Vergleichszahl die Kohle benutzt. Als Einheit dient dabei eine Kilokalorie (1 kcal). Die Wertziffer von Gas z. B., das im Betrieb als Nebenprodukt erzeugt wird,

[2]) Entnommen aus Beck, Max: Kosten der Betriebskraft. Wiesbaden 1954. Statt WE ist kcal zu lesen.

ergibt sich aus den Selbstkosten. Die Eignungsziffer würde besagen, welcher Kohlenwärmepreis z. B. für die Gaseinheit eines Ofens aufgebracht werden muß, wenn dieser denselben Erfolg wie bei Kohlenfeuerung erzielen soll.

Unter Erfolg ist nicht der Wärmeeffekt, sondern der wirtschaftliche Erfolg zu verstehen. Außer dem Verhältnis der thermischen Wirkungsgrade, das den Wärmeeffekt kennzeichnen würde, sind die Kosten in Betracht zu ziehen. In welcher Weise sie zu berücksichtigen sind, wird bei der Errechnung der Eignungsziffern zu untersuchen sein.

Die Eignungsziffer stellt unmittelbar den wirtschaftlichen Effekt für irgendeinen Stoff bei einer bestimmten Verwendung dar. Ein im Betrieb erzeugtes Gas z. B. zeigt, daß Eignungs- und Wertziffern verschiedene Begriffe sind und daß für ein und dasselbe Gas, das also auch nur eine Wertziffer hat, die Eignungsziffern untereinander verschieden sein können. Erreicht — infolge der Selbstkosten — die Wertziffer für eine Gas-Kilokalorie das 1,8fache der Kohlen-Kilokalorie, so kann z. B. die Eignungsziffer für einen bestimmten Ofen bei Verwendung dieses Gases gleich 2 werden. Andererseits würde ein mit demselben Gas geheizter Kessel vielleicht die Eignungsziffer 1,2 ergeben. Mithin eignete sich das Gas für den Betrieb, denn es ersetzt durch eine Gas-kcal 2 Kohlen-kcal, während der Preis nur der 1,5fache ist. Der Kessel dagegen ersetzt durch eine Gas-kcal nur 1,2 Kohlenkcal, trotzdem müßte er mit 1,5fachem Preis belastet werden. Er arbeitet also unwirtschaftlicher als bei Kohlenbetrieb.

Die Eignungsziffer kann für Anlagen derselben Bauart und Bedienungsweise verschieden gestaltet sein. Werden z. B. infolge Errichtung von Neuanlagen noch betriebsfähige ältere Anlagen stillgelegt und damit wertlos, so wäre die Neuanlage mit den etwa noch fehlenden Abschreibungen der älteren Anlage zu belasten, um eine exakte Berechnung durchführen zu können. Ihre Eignungsziffer wird dadurch gedrückt.

Die Berechnung der Eignungsziffer läßt sich für jede bestehende Anlage durchführen, deren Anlagekosten und Betriebsziffern bekannt sind, wenn gleichzeitig die Ergebnisse einer entsprechenden Anlage für den Betrieb mit dem Vergleichsstoff feststehen. So sind z. B. auch für das im Betrieb erzeugte Koksgas u. ä. sowie Abhitzedampf die Eignungsziffern als gegeben zu betrachten.

Für die Wertzifferbildung dient folgender Grundsatz: Die Wertziffer folgt der Eignungsziffer desjenigen Verwendungszweckes, für den das z. B. im Betrieb erzeugte Gas unter allen Umständen volle Ausnutzung finden kann, z. B. bei Dampfkesseln. Zugrunde zu legen ist die Eignungsziffer des jeweiligen Betriebszustandes.

Von dem Augenblick an, wo für neu zu bauende Gas- oder Dampfzentralen oder vielleicht noch unbekannte andere Zwecke, z. B. Stickstoffgewinnung, die Eignungsziffer höher liegen würde als die für die bestehende Kesselfeuerung, ist deren Eignungsziffer zu benutzen.

Sind gegebenenfalls keine gasgefeuerten Kessel vorhanden, sondern nur Gasmaschinen, so kommt deren Eignungsziffer von vornherein in Betracht, vorausgesetzt, daß sie den Gasüberschuß voll ausnützen können. Es wäre also laufend, etwa jährlich, die Eignungsziffer der bestehenden Dampfanlage zu berechnen. Diese Eignungsziffer würde, als Kurve in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt, mit zunehmender Veraltung der Anlage infolge Verschlechterung der Wirkungsgrade und Erhöhung der Instandhaltungskosten in den meisten Fällen einen abfallenden Linienzug bilden.

Weiterhin wäre laufend die Eignungsziffer der neu zu bauenden Anlage zu berechnen. Diese würde in der Regel auf Grund der wachsenden Entwertung der alten Anlage eine aufsteigende Kurve ergeben. Insbesondere könnten Neuerungsmethoden und Erfindungen diese Eignungsziffern sprungweise in die Höhe setzen. Der Schnittpunkt der beiden Kurven gibt den Zeitpunkt an, von dem ab die alte Anlage unrentabler arbeitet als eine neue. Die Wertziffer ist nach dem eben aufgestellten Grundsatz stets aus der obenliegenden Eignungskurve zu bilden, d. h., das Gas wird nach dem jeweils erreichbaren Höchstwert bewertet, bei dem es unter allen Umständen verwertet werden kann.

Nur bei Einführung dieser Wertziffern bietet die Kostenrechnung die Möglichkeit, den Zeitpunkt für Außerbetriebsetzung veralteter Maschinen usw. nicht nach dem Gefühl, sondern mit mathematischer Sicherheit zu bestimmen.

Eine Errechnung des Preises des im Betrieb erzeugten Koksgases etwa aus den Selbstkosten der Kokerei ist unmöglich, denn es wäre denkbar, daß sich die Kokerei ohne Verwendung des Koksgases allein aus dem gewonnenen Teer und Koks rentierte. Der Gaspreis würde dann gleich Null oder sogar negativ sein.

Für eine abgesondert liegende Kokerei würde sich der Gaspreis aus den zwei Möglichkeiten ergeben, entweder eine Ferngasleitung zu bauen oder die Kessel selbst mit dem Gas zu beheizen. Die höhere von beiden Eignungsziffern wäre wieder maßgebend für die Wertzifferbildung unter der Voraussetzung, daß wirklich alles Gas mittels einer Ferngasleitung abgesetzt werden könnte. Zwangsläufig würde die Rechnung ergeben, daß eine Kokerei mit guten Absatzbedingungen für ihr Gas rentabler arbeiten muß, als eine andere, die keine Absatzmöglichkeiten hat. Dieses günstige Arbeiten muß aber auch in der Kostenerrechnung der Kokerei zum Ausdruck kommen, und es würde nur zum Ausdruck kommen bei Einführung der Wertziffer.

3. Wertzifferbildung der Abhitze bei Dampferzeugung — Die Verrechnung der Abhitze

Es leuchtet ohne weiteres ein, daß der Abhitzedampf, solange kohlengefeuerte Kessel in Betrieb stehen, mit dem Dampfwert dieser Kessel anzusetzen ist, denn jede Tonne Dampf, die im Abhitzekessel erzeugt wird, kann im kohlengefeuerten Kessel weniger erzeugt werden. Ist eine Neuanlage eines Abhitzekessels beabsichtigt, bei dessen Inbetriebnahme ein bereits vorhandener Kohlenkessel überflüssig, also wertlos würde, so wird die Abhitzeanlage hierdurch finanziell belastet, sie arbeitet ungünstiger. Der Wert, der dem Lieferanten der Abhitze gutzuschreiben wäre, würde gleich sein

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

dem Produkt aus Dampfpreis und Erzeugung, vermindert um die Kosten der Abhitzeanlage für Abschreibung, Bedienung, Instandhaltung usw., wobei bezüglich Abschreibung auch die Kosten für den infolge Aufstellung des Abhitzekessels stillgelegten kohlengefeuerten Kessel aufzubringen wären.

Es wurde eingangs erwähnt, daß die Wertziffer für die Nebenprodukte sich finden lassen müßte, indem mittels der Nebenprodukte Dampf oder Elektrizität erzeugt wird, die überall verwendbar sind. Da der Preis für die Herstellung mittels Kohle bekannt ist, ließe sich rückwärtsgehend auch der Preis für das Nebenprodukt Gas, das der Betrieb erzeugt, bestimmen. Der Wert der Gase und der für Kessel verwendbaren Abhitze geht aus der Verwendungsmöglichkeit der Gase usw. bei der Herstellung von Stoffen hervor, die stets Abnehmer finden.

4. Berechnung der Eignungsziffern

Es soll jetzt, unter Anwendung der aufgestellten Grundsätze, das Rechenschema zur Bildung der Eignungs- und damit auch der Wertziffern entwickelt werden.

Aufstellung der Rechenformel zur Ermittlung der Eignungsziffern

Zur Vereinfachung der Rechnung werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

K = Gesamtkosten zur Herstellung der Erzeugungseinheit,
P = Preis in der Einheitswährung für 1 kcal im Brennstoff,
W = Verbrauch an kcal, bezogen auf die Erzeugungseinheit (z. B. für 1 kg Dampf),
L = Lohnkosten in der Einheitswährung, bezogen auf die Erzeugungseinheit,
J = Instandhaltungskosten in der Einheitswährung, bezogen auf die Erzeugungseinheit,
A = Abschreibungskosten in der Einheitswährung, bezogen auf die Erzeugungseinheit.

Die Werte, welche sich auf Kohle beziehen, erhalten den Index k. Der Index für den Stoff, dessen Eignungsziffer ermittelt werden soll, sei x.

Die Gesamtkosten zur Herstellung der Erzeugungseinheit bei Verwendung von Kohle betragen dann

1) $$K_k = P_k \cdot W_k + L_k + J_k + A_k,$$

bei Verwendung des Brennstoffes x

2) $$K_x = P_x \cdot W_x + L_x + J_x + A_x.$$

Es wird gesetzt $L + J + A = G$ (= Gemeinkosten).

Die Eignungsziffer wird dann dargestellt durch das Preisverhältnis

3) $$E = \frac{P_x}{P_k}.$$

Nach der Definition sollen bei Einsetzung des Preises P_x die Kosten für die Erzeugungseinheit gleich sein. Es muß also sein

$$K_k = K_x \quad \text{oder}$$

4) $$P_x \cdot W_x + G_x = P_k \cdot W_k + G_k.$$

Hieraus folgt durch Umformung

5) $$P_x = \frac{P_k \cdot W_k + G_k - G_x}{W_x} \quad \text{oder}$$

6) $$E = \frac{P_x}{P_k} = \frac{W_k + \frac{G_k - G_x}{P_k}}{W_x}.$$

Für $W_x \to 0$ wird $E \to \infty$.

Für $G_k = G_x$ wird $E = \frac{W_k}{W_x}$, d. h. die Eignungsziffer verhält sich bei gleichen Gemeinkosten wie die thermischen Wirkungsgrade. Tritt infolge der Verwendung des x-Stoffes eine Produktionssteigerung ein, so wird das Glied G_x automatisch kleiner, die Eignungsziffer steigt somit. Die Gleichung gibt auch in diesem Falle unmittelbar den Einfluß einer Produktionssteigerung wieder.

Erforderlich ist jetzt die Ermittlung der einzelnen Werte. P_k ist aus den Kosten der Kohle ohne weiteres als bekannt anzusehen.

Es ist

$$P_k = \frac{\text{Kosten/kg Kohlen}}{\text{unt. Heizwert}}.$$

W_k und W_x sind durch Versuche zu ermitteln. Die Gemeinkosten G setzen sich aus den 3 Werten L, J und A zusammen.

Es ist

$$L = \frac{\text{Löhne während eines Monats}}{\text{Erzeugung während eines Monats}}.$$

Wegen der unvermeidlichen Stillstände, z. B. an Feiertagen, wäre es falsch, etwa nur den Tagesdurchschnitt zu benutzen. Stillstände, z. B. infolge Reinigung von Gaskanälen, und die damit verbundenen Verluste wären also mit einzuschließen.

Ebenso ist

$$J = \frac{\text{monatl. Instandsetzungskosten}}{\text{Erzeugung}}.$$

Für die Instandhaltungskosten ist es zweckmäßig, den Durchschnitt eines Zeitraumes (z. B. den Jahresdurchschnitt umgerechnet auf einen Monat) zu nehmen, innerhalb dessen die Nachrechnung der Eignungsziffer erfolgt.

Schwierigkeiten bietet die richtige Ermittlung des Wertes A, der einen wichtigen Faktor der Kosten bildet. Es bedarf hierzu einer Klärung des Begriffes der Abschreibung.

Die Festlegung des Wertes der Anlagegüter erfolgt nach dem Erfordernis der Sicherung ihrer Reproduktion der Kapazität. Es werden nicht Werte, sondern die Arbeitsmittel reproduziert. Im gleichen Zeitpunkt, in dem die Maschine durch eine neue ersetzt werden muß, sollen die Abschreibungen den hierzu erforderlichen Betrag erreicht haben.

Die Eignungsziffer ist nicht von dem Gesamtbetrag der Abschreibungen, sondern von den jährlichen Abschreibungsquoten abhängig. Soll die Eignungsziffer eine eindeutige Zahl sein, so ist auch eine eindeutige Festlegung der jährlichen Abschreibungsgrößen nicht zu umgehen.

Die Grundsätze, nach denen die Festlegung der Abschreibungen zu erfolgen hat, sollen daher im folgenden untersucht werden.

Zum besseren Verständnis wird die graphische Darstellung benutzt (Bild 3). Als Abszisse werden die Jahre aufgetragen, als Ordinate die gesamten Kosten

für die Erzeugung ausschließlich der Abschreibung. Entsprechend der Abnutzung der Anlagen werden diese Kosten eine steigende Kurve darstellen. Für einen bestimmten Fall sei es die Kurve a. Auf diese

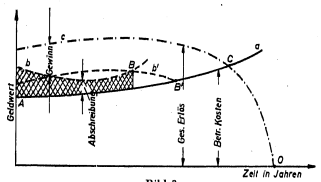


Bild 3

Kurve werden die Abschreibungswerte aufgetragen. Sie werden durch die Kurve b dargestellt. Es wird zunächst angenommen, daß die Abschreibung nicht nach festen Grundsätzen, also auch nicht zum konstanten Betrag, sondern nach der jeweiligen Betriebslage erfolgt. Die schraffierte Fläche zwischen den beiden Kurven a und b stellt den gesamten Abschreibungswert dar. Die Abschreibung ist in dem Zeitpunkt beendigt, wo diese Fläche gleich dem Anschaffungswert ist.

Weiterhin wird von der Abszisse an der Wert der Erzeugung aufgetragen. Er wird gleich Null (= 0) in dem Punkte 0, in dem die Anlage infolge ihrer Abnutzung produktionsunfähig wird. Die Ordinatenstücke zwischen den Kurven c und b stellen den jeweiligen Erfolg dar. Der Schnitt der beiden Kurven a und c ergibt den Punkt C, von dem ab die Anlage mit Verlust arbeitet. Die einzige von den Kurven, die willkürlich geändert werden kann, ist die Kurve b.

Die Kurve c wird in den meisten Fällen innerhalb des Bereiches, der praktisch in Frage kommt, annähernd horizontal verlaufen, da z. B. bei Kesseln die Dampferzeugung im Laufe der Jahre nicht wesentlich nachlassen wird.

Dadurch wird auch die Kurve b, die zu c äquidistant verlaufen soll, ebenfalls eine horizontale Gerade. Es besteht somit die Möglichkeit, bei alleiniger Kenntnis der Kurve a und der Anlagekosten die Abschreibungskurve einzuzeichnen (Bild 4). Ist mit einer Senkung

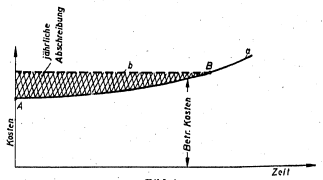


Bild 4

der Produktion zu rechnen, so läßt sich auch für diesen Fall eine angenäherte Lösung dadurch erreichen, daß nicht mehr die Gesamtbetriebskosten aufgetragen werden, sondern die Betriebskosten pro Erzeugungseinheit. Sinkt die Produktion, so steigt dadurch die Kurve a um so stärker. Wieder wird das Maß der Abschreibung dadurch gefunden, daß eine Horizontale b so gezogen wird, daß die Fläche zwischen a und b den Anlagekosten entspricht (Bild 5).

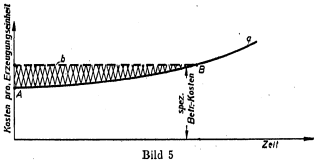


Bild 5

Aus der Errechnung der Eignungsziffern muß die Wirtschaftlichkeit der Maschine hervorgehen. Soll für eine bestimmte Kesselanlage die Eignungsziffer bestimmt werden, so geht die Ermittlung des Wertes folgendermaßen vor sich:

Zunächst wird die Kurve a soweit als möglich ermittelt, d. h. es sind die augenblicklichen Löhne, die Instandhaltungskosten und die der vorhergehenden Jahre seit der Inbetriebsetzung festzustellen. Sind die vorhergehenden Werte nicht vorhanden, so wird der Punkt A dadurch gefunden, daß die Instandhaltungskosten bei Inbetriebsetzung einer neuen Anlage etwa aus den augenblicklichen Kosten abzüglich Reparaturkosten sowie aus der Erzeugung und deren Wirkungsgrad ermittelt werden.

Die augenblicklichen Kosten pro Erzeugungseinheit ergeben Punkt X (Bild 6). Durch die erhaltenen Punkte wird die Kurve a gelegt. Sind nur die Punkte A und X zu ermitteln, so wäre sie etwa nach unten gekrümmt zu ziehen. Für ähnliche Zwecke wird der Verlauf der Kurve a ein ähnlicher sein. Liegen also andere a-Kurven vor, so könnten diese zur Vervollständigung der Kurve benutzt werden.

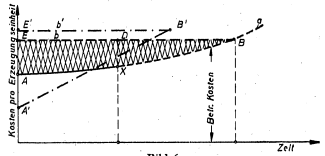


Bild 6

Weiterhin wird die Abschreibungsfläche aus den Anlagekosten, dividiert durch die mittlere Erzeugung, errechnet. Als mittlere Erzeugung ist das voraussichtliche Mittel zwischen Inbetriebsetzung und Außerbetriebsetzung zu wählen. Ein Fehler bei der Wahl dieses Mittels wird in der Endrechnung in der zweiten Ordnung erscheinen, macht sich also nur bei sehr starker Abnahme der Erzeugung bemerkbar. Die Kurve a muß so weit extrapoliert werden, z. B. durch Aufzeichnung im logarithmischen Maßstab, daß durch

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

eine Horizontale b die Abschreibungsfläche von der Kurve a abgetrennt werden kann. Der Schnittpunkt von a und b ergibt den Punkt B. Das ist der Zeitpunkt, an dem die Anlage abgeschrieben ist. Das Flächenstück XBD stellt den Wert der Anlage zum Zeitpunkt X dar, die Strecke DX ist die augenblicklich anzusetzende Abschreibungssumme, die für die Bildung der Eignungsziffer einzusetzen ist.

Soll nun geprüft werden, ob zum Zeitpunkt X die Anlage zu erneuern ist, so ist für die Neuanlage die Kurve a vorzukalkulieren. Gegeben wären für die Vorkalkulation der Punkt A, d. h. die Betriebskosten der neuen Anlage pro Erzeugungseinheit und die Abschreibungsfläche, die gleich dem Neubeschaffungswert, vermehrt um das noch nicht abgeschriebene Flächenstück DBX der alten Anlage ist.

Die einzige Schwierigkeit besteht nun im Zeichnen der Kurve a. Wenn sämtliche Unterlagen zu einer Voraussichtliche Lebensdauer, also das Abszissenstück A′ B′, abzuschätzen und aus der Abschreibungsfläche und dieser Abszissenlänge, unter Zugrundelegung einer möglichst wahrscheinlichen Kurve für a, die Ordinatenhöhe von B zu erreichen. Wird für a keine Parabel, sondern eine Gerade eingezeichnet, so würde

$$A'E' = \frac{2 \cdot \text{Abschreibungsfläche}}{E'B'} \text{ sein.}$$

Durch E′ wäre nun die Abschreibungshorizontale b′ zu ziehen. Liegt diese über b, so würde das besagen, daß der Erfolg pro Erzeugungseinheit kleiner ist als bei der alten Anlage. Die Zahl ist zu multiplizieren mit der voraussichtlichen Erzeugung der Neuanlage und zu dividieren durch die Anlageinvestition der Neuanlage. Diese Zahl, verglichen mit derselben Zahl der alten Anlage, wird entscheiden, ob die Neuanlage im Punkt X gerechtfertigt ist.

Ist die Neuanlage der alten in allen Punkten, also auch in den Anlagekosten gleich, so wird die Linie b′ stets über b fallen, solange die alte Anlage nicht ganz abgeschrieben ist; mit zunehmendem Vorrücken des Punktes X wird der Zwischenraum zwischen b und b′ immer geringer, im Zeitpunkt B fallen beide Geraden zusammen; b′ hat damit den tiefstmöglichen Stand erreicht.

Bei Weiterarbeiten der alten Anlage über B hinaus würde sich der Erfolg infolge des Ansteigens von a ständig mindern; die Anlage würde von diesem Zeitpunkt an günstiger arbeiten, ein Beweis, daß die Art der gewählten Abschreibung richtig war.

Der in die Formel der Eignungsziffer einzusetzende Abschreibungswert ist durch die vorliegende Erörterung eindeutig gekennzeichnet. Es ist die Strecke zwischen a und b im Punkt X, d. h. im Jahr der Errechnung der Ziffer.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55 Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 10
Institut für Werkstoffkunde und zerstörungsfreie Werkstoffprüfung;
mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt: Dr.-Ing. Eugen Hanke
Als Manuskript gedruckt! DK 621.785.162
Eingang: 18. 5. 1955

Spontane Rekristallisation

Von Dr.-Ing. Eugen Hanke

1. Allgemeine Betrachtungen

Kaltverformtes Gefüge befindet sich in einem metastabilen Zwangszustand höherer Energie. Es ist bestrebt, durch Übergang in einen Zustand niedrigerer Energie den Energieüberschuß abzugeben. Dieser Vorgang wird neben der teilweisen oder vollkommenen Änderung der einzelnen physikalischen und technologischen Eigenschaften metallischer Werkstoffe von einer Umkörnung des Gefüges begleitet und daher allgemein als Rekristallisation bezeichnet. Bei den meisten Metallen findet diese Gefügeänderung erst nach Überschreitung einer bestimmten Temperatur in wirtschaftlich tragbaren Zeiten statt. Es ergibt sich so die Möglichkeit, durch eine entsprechend geführte Wärmebehandlung bei metallischen Werkstoffen nach Kaltverformung nicht nur die Größe und in vielen Fällen auch die Textur der neugebildeten Kristallite in weiten Grenzen zu ändern, sondern man ist durch die ganz oder teilweise eintretende Wiedererlangung der durch die Kaltbearbeitung veränderten mechanischen und physikalischen Eigenschaften imstande, dieselben weitgehend zu beeinflussen. Hat man die Bedeutung dieser Wärmebehandlung erkannt, so ist es leicht zu verstehen, daß den Rekristallisationserscheinungen sowohl vom praktischen als auch vom wissenschaftlichen Standpunkt aus zahlreiche ausführliche Untersuchungen gewidmet wurden.

Als man schon sehr bald als Ergebnis dieser Forschungsarbeit das Weiterwachsen der neu entstandenen Kristalle nach ihrer gegenseitigen Berührung festgestellt hatte, entdeckte man schließlich, daß die Größe des Rekristallisationskornes bei gleicher Glühtemperatur vom Grad der vorausgegangenen Kaltverformung abhängt (Bild 1). Bei geringer Verformung trat starke Grobkornbildung ein, während bei hoher Querschnittsverminderung feines Gefüge festgestellt wurde. An diesem Ergebnis änderte sich auch bei höheren Temperaturen nichts, was aus dem üblichen räumlichen Rekristallisationsschaubild zu ersehen ist (Bild 2 und Bild 3).

Als Erklärung hierfür nimmt man an, wie dies z. B. auch *Stäger* [1] tut, daß in beiden Fällen die Kornneubildung über eine Keimbildung und ein Keimwachstum vor sich geht. Eine Hypothese besagt, daß die Keimbildung von den Zentren maximaler Verformung ausgeht, daß sich also zuerst die energiereichsten Atomverhakungen auflösen. Hierdurch werden auch umliegende Gitterteilchen entspannt, und die Keimwirkung kommt zustande. Die Zahl der Keime ist dabei folglich um so größer, je höher der Verformungsgrad ist. Die Ausdehnungsmöglichkeit bis zur Berührung mit dem Nachbarkristall ist kleiner, und es müssen sich daher viele kleine

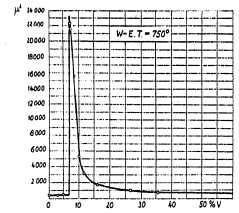


Bild 1

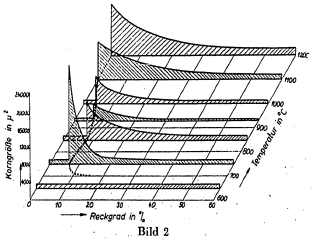


Bild 2

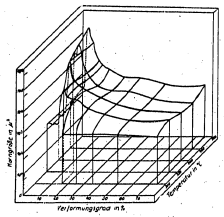


Bild 3 Al Mg 9 Muffelofen 10 min
(n. H. Borchers u. H. J. Mikulla)

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Kristalle bilden. Bei geringer Verformung ist die Keimzahl gering, so daß das rekristallisierte Korn grob sein muß.

Carpenter und *Elam* [2] fanden bei metallographischen, *Bungardt* und *Oßwald* [3] bei metallographischen und röntgenographischen Untersuchungen, daß bei niedrigen Verformungsgraden nur eine stetige Verschiebung der Korngrenzen stattfindet, daß also bestehende Körner ohne Keimbildung weiterwachsen, während bei höheren Verformungsgraden Rekristallisation über Keimbildung erfolgt. Man glaubt so, zwei Arten von Rekristallisation unterscheiden zu müssen. Nach *Masing* [4] erscheint es sicher, daß die Korngrenzenwanderung nach schwachen Verformungen einerseits und die Kornvergrößerung in stark verformten Metallen in den späteren Stadien der Rekristallisation andererseits verwandte oder gleiche Erscheinungen sind. Folgende Erklärung macht dies leicht verständlich: Das kaltverformte Material befindet sich in einem Zwangszustand, der allerdings im Metallgitter räumlich verschieden ist. Es werden Maxima und Minima freier Energie auftreten. Dieser Zustand sei im Bild 4 schematisch dargestellt.

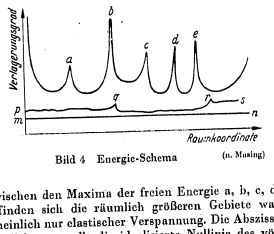


Bild 4 Energie-Schema (n. Masing)

Zwischen den Maxima der freien Energie a, b, c, d, e befinden sich die räumlich größeren Gebiete wahrscheinlich nur elastischer Verspannung. Die Abszissenparallele mn stellt die idealisierte Nullinie des völlig ausgeglühten und spannungsfreien Zustandes dar. Durch die Rekristallisationsglühung werden die Spitzen der freien Energie abgebaut; der Zustand strebt der Nullinie zu, ohne daß diese allerdings je durch einen Rekristallisationsvorgang erreicht wird. Für eine verhältnismäßig weit fortgeschrittene Rekristallisation kann etwa die Energie der Kurve pqrs angenommen werden; die Maxima q und r liegen an den Korngrenzen, deren Verschiebung nur dadurch zustande kommen kann, daß ein beständigeres Kristallgebilde auf Kosten eines weniger beständigen wächst. Der zwischen q und r liegende Kristallit wird daher auf Kosten des weniger beständigen Nachbarn links von q wachsen.

2. Glühen mit hoher Erhitzungsgeschwindigkeit

2.1 *Untersuchungen an Leichtmetall-Legierungen*

Wie aus Bild 3 hervorgeht, gehen die üblichen Rekristallisationsdiagramme keine Auskunft über den Einfluß der Glühdauer (Zeit) und der Erhitzungsgeschwindigkeit. Da diese beiden Parameter bisher keine Berücksichtigung fanden, ist es verständlich, daß auch heute noch verschiedene Ansichten über den Rekristallisationsablauf vorhanden sind. Es ist wohl das Verdienst von *Röhrig* [5] und *Fuß* [6], als erste erkannt zu haben, daß der Unterschied zwischen den von *E. Rassow* und *L. Velde* [7] aufgestellten Rekristallisationsschaubildern für Aluminium und dem von *V. Fuß* später ermittelten Schaubild auf verschiedene Erhitzungsgeschwindigkeiten zurückzuführen ist. Um den Einfluß dieser Erhitzungsgeschwindigkeit auf die Rekristallisation zu ergründen, haben *H. Borchers* und seine Mitarbeiter verschiedene umfangreiche Untersuchungen durchgeführt. Gestützt auf die Tatsache, daß trotz gleichen Gesamtverformungsgrades die einzelnen Teilchen eines Kristallhaufwerkes verschieden stark verformt sind und ihr Betrag an freier potentieller Energie daher ebenfalls verschieden groß ist, nehmen *H. Borchers* und *H. J. Mikulla* [8] an, daß bis zum Eintritt einer Keimbildung durch die Wärmebehandlung verschiedene Beträge an kinetischer Energie zuzuführen sind. Sie erklären das Zusammenwirken von potentieller und kinetischer Energie bei der Rekristallisation durch folgende Formulierung: Die Summe aus potentieller und kinetischer Energie eines gestörten Kristallteilchens muß einen für den Werkstoff bestimmten Wert erreichen, um die Neubildung eines Kristalles einleiten zu können. Das Energieschema des vorigen Bildes mag daher dahingehend ergänzt werden (Bild 5), daß die Linie uv den Mindestaufwand an erforderlicher Energie zur Einleitung des Rekristallisationsvorganges angibt. Aus dem Schaubild geht

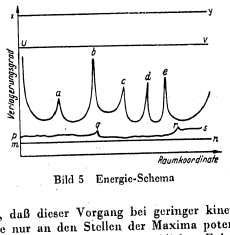


Bild 5 Energie-Schema

hervor, daß dieser Vorgang bei geringer kinetischer Energie nur an den Stellen der Maxima potentieller Energie einsetzen kann. Bei der üblichen Rekristallisationsglühung werden daher nur an diesen Stellen neue Keime gebildet. Die Umkörnung kann bei geringem Verformungsgrad lediglich an relativ wenigen Stellen einsetzen und muß zur Bildung gröberen Kornes führen. Handelt es sich hierbei, und das dürfte wohl immer der Fall sein, um ein Material, das vorher schon einmal verformt und einem Rekristallisationsvorgang unterworfen war, so wird ein großer Teil der aufgewandten kinetischen Energie dazu benutzt, den alten Kornwachstumsvorgang fortzusetzen. Der nicht verbrauchte Restbetrag an Energie reicht dann aber nicht mehr aus, eine Keimbildung zu bewirken. Diese wiederholt experimentell festgestellte Tatsache führte bei vielen Autoren zu der Annahme eines Rekristallisationsvorganges ohne Keimbildung und zur Unterscheidung von zwei Arten von Rekristallisation, und zwar der üblichen, bestehend aus Keimbildung und Kornwachstum bei hohem Verformungsgrad, und einem Vorgang ohne Keimbildung — lediglich durch Verschiebung der Korngrenzen ablaufend — bei geringer Verformung. In Wirklichkeit handelt es sich aber, wie noch gezeigt wird, bei der letztgenannten Erscheinung um die Fortsetzung des Kornwachstums eines früheren Rekristallisationsvorganges.

Führt man nun in sehr kurzer Zeit und unter Anwendung sehr hoher Temperaturen einen sehr großen Betrag an kinetischer Energie zu (Linie xy in Bild 5), so wird in dem Summenwert aus potentieller und kinetischer Energie letztere sehr stark überwiegen. Es wird nun auch in Gebieten geringer potentieller Energie, also in den Minima der Abbildungen 4 und 5, Keimbildung eintreten. Im Gegensatz zum üblichen Glühverfahren wird jetzt spontan eine große Anzahl von Keimen entstehen, was im primären Rekristallisationsvorgang zu einem aus vielen kleinen Kristallen bestehenden Gefüge, also zu geringer Korngröße, führen wird. Da nach hohen Verformungsgraden ein feines primäres Rekristallisationsgefüge üblich ist, wird dem Glühvorgang mit erhöhter Erhitzungsgeschwindigkeit gerade im kritischen Gebiet niedriger Verformung eine größere Bedeutung beizumessen sein.

Sollte diese Überlegung richtig sein, so muß es auf diese Art gelingen, die starke Abhängigkeit der Korngröße vom Verformungsgrad gerade im kritischen Gebiet abzuschwächen und über alle Verformungsgrade ein in der Korngröße gleichmäßigeres Gefüge zu erreichen.

H. Borchers und Mitarbeiter haben auf Grund dieser Überlegungen an verschiedenen Legierungen Rekristallisationsuntersuchungen mit geringer und mit hoher Erhitzungsgeschwindigkeit durchgeführt. Nach Glühungen im Muffelofen ergab sich das bekannte Rekristallisationsschaubild (Bild 3), aus dem hervorgeht, daß das größte Korn bei der höchsten Glühtemperatur auftritt. Dies gilt natürlich auch ganz besonders für das Korngrößenmaximum im kritischen Gebiet. *H. Borchers* und *W. Roth* [9] fanden dagegen an einer heterogenisierten Al-Mg-Legierung nach Glühung im Salzbad, also bei hoher Erhitzungsgeschwindigkeit, daß das auftretende Maximum der Korngröße bei den Glühzeiten bis 10 sec bei der höchsten benutzten Rekristallisationstemperatur von 500° C liegt, während es bei den Glühzeiten von 30 und 60 sec bei 450° und nach längerer Glühdauer bei 400° auftritt. Mit zunehmender Glühdauer erfährt also das Korngrößenmaximum eine Verschiebung zu niedrigeren Temperaturen. Dasselbe Verhalten stellen *H. Borchers* und *H. J. Mikulla* [8] bei der Untersuchung des gleichen Materials, jetzt allerdings im homogenen Ausgangszustand, fest. Auch hier findet eine Verschiebung des Maximums mit zunehmender Glühdauer statt. Allerdings tritt dieselbe später ein als im heterogenen Material, wodurch der verzögernde Einfluß des sich in Lösung befindlichen höheren Magnesiumgehaltes auf die Rekristallisation in Erscheinung tritt. Bei 60 sec tritt gröbstes Korn bei 450° C ein und bleibt bei dieser Temperatur bis zu einer Glühdauer von 1800 sec (Bild 6). Bei einer Glühzeit von 3600 sec liegt das Korngrößenmaximum bei 400° C (Bild 7). Hier trat überhaupt das gröbste Korn aller Versuchsreihen auf.

Bei Rekristallisationsuntersuchungen an einer Mg-Mn-Legierung von *H. Borchers* und *H. Wrede* [10] wurde eine solche Verschiebung des Korngrößenmaximums in Abhängigkeit von der Glühdauer nicht gefunden. Mit Ausnahme der Glühdauer von 10 sec trat das gröbste Korn immer bei der höchsten Glühtemperatur auf. Hier wurde aber eine andere wichtige Erkenntnis gewonnen. Aus den einzelnen Rekristallisationsschaubildern geht hervor, daß im kritischen

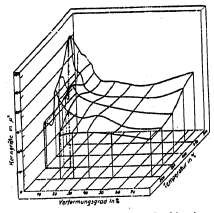


Bild 6 Al Mg 9 Salzbad 30 min (n. H. Borchers u. H. J. Mikulla)

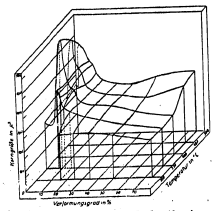


Bild 7 Al Mg 9 Salzbad 60 min (n. H. Borchers u. H. J. Mikulla)

Gebiet kein grobes Korn entstand. Die auftretende Korngröße war über allen Verformungsgraden ziemlich gleichmäßig. Damit war festgestellt, daß bei dieser Legierung bei Glühung im Salzbad der Einfluß des Verformungsgrades nur gering ist.

In diesem Zusammenhange sei auch noch auf eine Veröffentlichung von *E. Mohr* [11] über Rekristallisationsversuche mit einer technischen Al-Cu-Mg-Legierung bei stoßweiser Glühbehandlung hingewiesen, in der er erwähnt, daß das bis 1945 gefertigte „tiefziehfähige" Konstruktionsblech im eigentlichen Sinne kein Tiefziehblech, sondern ein sogenanntes „grobkornfreies" Blech war, das bei den vielfach erforderlichen Zwischenglühungen nach Kaltverformung keine Grobkornanfälligkeit zeigen durfte. Das moderne, den heutigen Anforderungen entsprechende Tiefziehblech muß dagegen in einem oder in nur

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

wenigen Zügen möglichst ohne Zwischenglühung gut tiefziehfähig sein. Er stellt daher die Forderung, Glühöfen zu erstellen, die eine bessere Gleichmäßigkeit der einzelnen Glühchargen gewährleisten und gleichzeitig den Wirkungsgrad der Glühöfen erhöhen.

Er versucht, diese Forderung durch Stoßglühen von Al-Cu-Mg-Legierungen zu erfüllen, wobei er sich auf die Arbeiten von *H. Borchers* und dessen Mitarbeitern

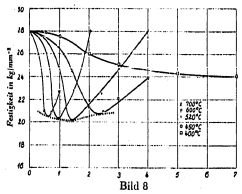
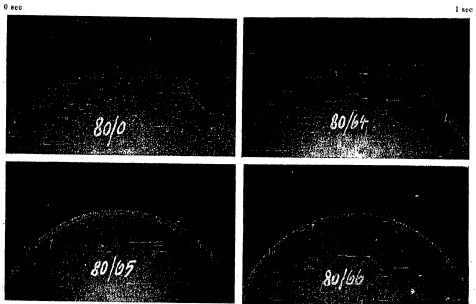


Bild 8
Zeit in Minuten (n. Mohr)

stützt. Wie diese, nimmt er an, daß die Keimbildung ein spontaner und von der Zeit unabhängiger Vorgang ist, welcher sofort in dem Augenblick eintritt, wenn potentielle und kinetische Energie den für den Werkstoff erforderlichen Wert erreicht haben. Hierbei muß die kinetische Energie möglichst schnell den entsprechenden Wert erreichen, da sich sonst zu leicht andere Vorgänge der Keimbildung vorlagern können und das Ergebnis verfälschen. Bei dieser „spontanen" Rekristallisation wird der bei Glühungen mit kleiner Erhitzungsgeschwindigkeit auftretende Einfluß vorheriger Kristallerholung ausgeschaltet, wodurch die unverfälschten Rekristallisationserscheinungen ermittelt werden. *Mohr* unterscheidet daher eine „spontane" und eine „verdeckte" Rekristallisation, wobei letztere bei Glühungen mit üblicher Erhitzungsgeschwindigkeit eintritt. Er führte seine Versuche an einer technischen Al-Cu-Mg-Legierung mit 3,43 % Cu und 0,59 % Mg durch, wobei er aber leider nur einen einzigen Walzgrad von 38 % angewandt hat. Er benützt Temperaturen von 400, 450, 520, 600 und 700° C und untersucht die Probe nach einer jeweiligen Glühzeitabstufung von 15 sec.

Die von ihm durchgeführten Langzeitversuche zeigen, daß die Festigkeitswerte meist den Dehnungswerten vorauseilen und daß das Festigkeitsminimum nicht mit dem Dehnungsmaximum zusammenfällt. Auf diese Eigentümlichkeit führt er auch die vielen Schwierigkeiten bei der richtigen Abstimmung betrieblicher Glühungen zurück.

An den einzelnen Festigkeitskurven bei Stoßglühung stellt er ein Minimum für Streckgrenze und Bruchfestigkeit (Bild 8) fest, das sich zunächst mit Abnahme der Muffeltemperatur von 700 auf 600 und 520° C zu tieferen Werten verschiebt, um dann bei weiterer Temperaturabnahme auf 450 und 400° C wieder anzusteigen. Die Ursache für das Wandern dieser Kurvenminima sucht er in unmittelbar an die Rekristallisation anschließenden Lösungsvorgängen. Das bei der spontanen Rekristallisation auftretende ungestörte Minimum wird durch Lösungsvorgänge schnell überdeckt, und die Festigkeit steigt wieder. Mit sinkender Temperatur wird die gegenüber der Rekristallisationstemperatur nur wenig höhere Löslichkeitstemperatur nicht so schnell erreicht. Die Kurven verlaufen träger. Daß dabei die Minima bei höheren Werten liegen, dürfte im verzeitigten Abbau potentieller Energie im Kristallerholungsgebiet infolge weniger schnellen Erreichens der Rekristallisationstemperatur im Glühgut zu suchen sein. Hier ist also zweifellos der spontanen Rekristallisation die Kristallerholung vorausgeeilt und hat Verluste potentieller Energie herbeigeführt, während bei hohen Temperaturen die Kristallerholung nicht zur Auswirkung gelangt, da in diesem Falle die Rekristallisation schneller einsetzt.

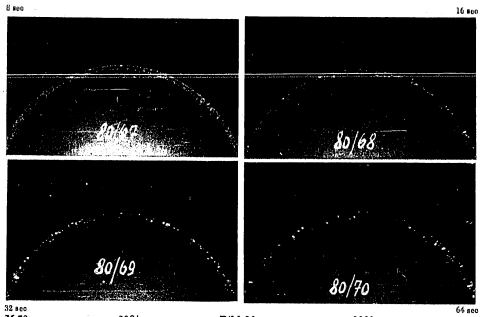


Ms 72 80% Bild 9 900°

2.2 *Untersuchungen an Ms 72*

Nachdem die Ergebnisse von *H. Borchers* den Einfluß hoher Erhitzungsgeschwindigkeiten auf den Rekristallisationsablauf gerade im kritischen Verformungsgebiet an Leichtmetallen gezeigt haben, erschien es bedeutungsvoll, ähnliche Untersuchungen an Ms 72 durchzuführen [12]. Zur Erzielung dieser hohen Erhitzungsgeschwindigkeiten wurden Salzbäder benutzt, und zwar im Temperaturgebiet bis 600° C eine Mischung von 50 % KNO_3 und 50 % $NaNO_3$ und bei Temperaturen zwischen 600 und 900° C die von *L. Graf* [13] angegebene Zusammensetzung von 75 % Natriumbichromat $Na_2Cr_2O_7$ und 25 % Kaliumbichromat $K_2Cr_2O_7$. Die Glühzeiten für jeden Verformungsgrad und alle Glühtemperaturen lagen zwischen 1 und 64 sec. Ebenso wurde jeweils eine Langzeitglühung von 100 min. Dauer durchgeführt. Der Rekristallisationsablauf wurde mikroskopisch, röntgenographisch und durch Bestimmung mechanischer Festigkeitswerte verfolgt, wobei im folgenden eine Gegenüberstellung der Ergebnisse bei hohem und bei niedrigem Verformungsgrad gegeben werden soll.

In den beiden nächsten Bildern (Bild 9 und 10) sei gezeigt, wie sich der verformte Zustand vom rekristallisierten im Röntgenbild unterscheidet. Durch die nach der plastischen Verformung im Material vorhandenen Spannungen findet eine Verbreiterung der Interferenzlinien in radialer Richtung statt, mit zunehmender Verformung verschwindet die van-Arkel-Aufspaltung, und es entstehen stark verschwommene Interferenzkreise. Beim Einsetzen der Rekristallisation entstehen neue, entspannte Kristallite, die sich im Röntgenbild durch diskrete Schwärzungspunkte innerhalb der verschwommenen Kreise bemerkbar machen. Gleichzeitig nimmt mit zunehmender Glühdauer die Linienverbreiterung ab, und die Arkelaufspaltung wird wieder sichtbar. Bei 80 % Verformung und 900° C Glühtemperatur treten bei 2 sec Glühdauer die ersten neuen Punkte auf, die an Zahl und Größe bis 64 sec zunehmen. Nach dieser Glühzeit ist das verformte Gefüge restlos aufgebraucht, die primäre Rekristallisation ist hier somit beendet. Es sei noch besonders darauf hingewiesen, daß der einwandfrei rekristallisierte Zustand bei der Feinstrukturuntersuchung keinerlei verwaschene Interferenzkreise zeigen darf. In völlig freiem Untergrund müssen lediglich die Schwärzungspunkte der neuentstandenen Kristallite sichtbar sein.



M 72 80% Bild 10 900°

Beim Einsetzen der Rekristallisation beginnen auch die Festigkeitswerte stark zu fallen, was sich durch den Steilabfall der Zugfestigkeit und der Streckgrenze in Bild 11 für 80 % und 900° C bemerkbar macht. Analog steigt die Dehnung. Die Kurve für die Korngröße fällt ebenfalls zunächst. Das Gefüge wird durch die einsetzende Kornneubildung kleiner. Bei einem Tiefstwert bleibt die mittlere Korngröße für eine bestimmte Zeit gleich. In diesem Zeitabschnitt findet im wesentlichen die Umkörnung statt. Das anschließend eintretende Kornwachstum diktiert den weiteren Verlauf der Korngrößenkurve. Daß die Größe der Kristallite längere Zeit gleich bleibt, geht z. B. auch aus den Glühversuchen bei 600° C des um 50 % verformten Materials hervor (Bild 12). Grundsätzlich ähnlichen Verlauf zeigen auch die Kurven bei mittleren Verformungsgraden, wie aus den Bildern 13 und 14 zu ersehen ist. Der Abfall der Korngröße zeigt auch hier, daß Rekristallisation über Keimbildung und Keimwachstum stattgefunden hat.

Auf Grund vieler Veröffentlichungen ist man, wie schon erwähnt, allgemein der Ansicht, daß bei niederen Verformungsgraden keine neuen Keime entstehen, sondern daß hier der Rekristallisationsvorgang über ein Wachstum der vorhandenen Kristallite abläuft. Die Kurven der Bilder 15 und 16 zeigen, daß bei den angegebenen Verformungsgraden von 3 und 4 % ein anfängliches Kornwachstum stattfindet, daß dann aber nach bestimmbaren Zeiten die Keimbildung einsetzt. Es entstehen neue, kleine Kristallite, und die Korngrößenkurve beginnt zu fallen. Eigenartigerweise ist der anfängliche Anstieg der Korngröße bei den Verformungsgraden 2 % und 1 % nicht festzustellen, wie die nächsten Bilder Nr. 17, 18 und 19

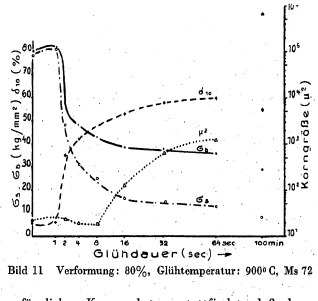


Bild 11 Verformung: 80%, Glühtemperatur: 900° C, Ms 72

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

zeigen. Aus dem Verlauf der Korngröße geht also hervor, daß auch bei diesen geringen Verformungsgraden eine Rekristallisation über Keimbildung und Keimwachstum stattfindet.

Diese Tatsache wird auch durch die röntgenographische Feinstrukturuntersuchung (Bild 20) bestätigt. Bei 16 sec sind die ersten neuen Schwärzungspunkte zu erkennen. Dies bedeutet, daß neben den groben Kristallen ein neu entstehendes feines Gefüge auftritt, das mengenmäßig bis 64 sec zunimmt. Daneben ist allerdings noch sehr grobes Gefüge vorhanden. Nach dem Röntgenbild bei 64 sec kann angenommen werden, daß die mittlere Korngröße kleiner ist als etwa bei 16 oder 32 sec oder vorher. Neben einigen großen müssen nun kleinere, neu gebildete Kristalle

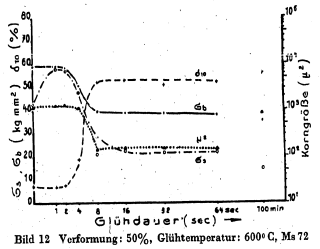


Bild 12 Verformung: 50%, Glühtemperatur: 600° C, Ms 72

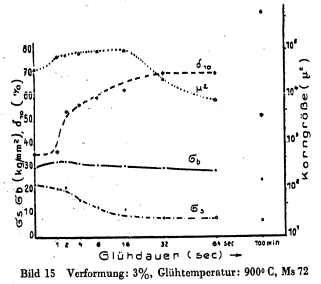


Bild 15 Verformung: 3%, Glühtemperatur: 900° C, Ms 72

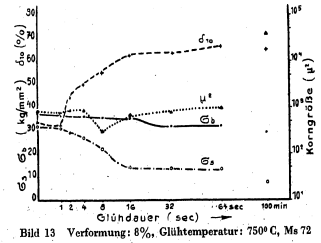


Bild 13 Verformung: 8%, Glühtemperatur: 750° C, Ms 72

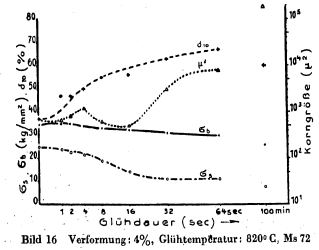


Bild 16 Verformung: 4%, Glühtemperatur: 820° C, Ms 72

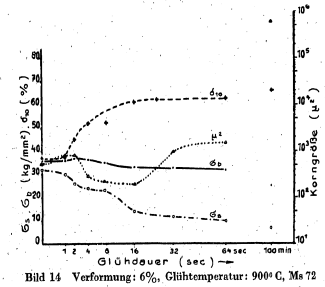


Bild 14 Verformung: 6%, Glühtemperatur: 900° C, Ms 72

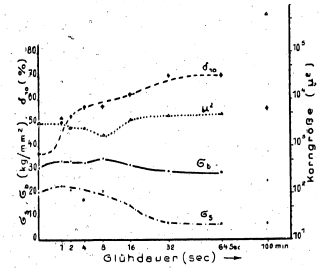


Bild 17 Verformung: 2%, Glühtemperatur: 900° C, Ms 72

vorhanden sein, die aber gegenüber denen bei 16 und 32 sec gewachsen sind.

Wesentlich für all diese Untersuchungen ist, daß bei allen Aufnahmen die verwaschenen Interferenzkreise, die eine Verformung andeuten, weiterhin bestehen bleiben. Die Rekristallisation ist also nicht vollständig. Diese die Verformungsspannung andeutenden Interferenzringe dürften aber kaum von der geringen Verformung von 3 % allein herrühren, sondern werden auf eine vorherige Verformung zurückzuführen sein. Ehe das Ausgangsmaterial um 3 % verformt wurde — und zwar wurde von 1,55 mm Blechstärke auf 1,50 mm heruntergewalzt —, hat vor der Zwischenglühung ein Abwalzen von 3,01 mm auf 1,55 mm stattgefunden. Das ist ein Verformungsgrad von etwa 50 %. Die nachträgliche Zwischenglühung wurde bei 550—600° C und einer Glühdauer von 6 Stunden im Gasofen durchgeführt. Es handelte sich hierbei um die übliche Rekristallisationsglühung mit niedriger Erhitzungsgeschwindigkeit. Die Rekristallisationsvorgänge wurden sicher durch Erholungsvorgänge überdeckt, wodurch zum Teil eine Stabilisierung des erholten, aber noch Verformungsspannungen zeigenden Zustandes erfolgte und daher die Rekristallisation bei der Zwischenglühung nicht vollständig ablief. Das erneut zur Verformung gelangende Material bestand somit aus erholtem, nicht umkristallisiertem Gefüge und aus neu gebildeten Kristalliten. Bei der Rekristallisationsglühung nach der Verformung von 3 % wuchsen diese Kristallite weiter, bis schließlich an einigen Stellen die zugeführte kinetische Energie ausreichte, auch an den durch die 3 %ige Verformung hervorgerufenen Spannungsspitzen Keimbildung neu eintreten zu lassen.

Bild 21 erlaubt den Vergleich des Zustandes nach 3 % mit dem nach 80 % Verformung bei einer Glühdauer von 100 Minuten. Aus den Bildern geht hervor, daß trotz verschiedener Verformung das Endgefüge ungefähr dieselbe Korngröße aufweist. Von Bedeutung ist aber, daß bei 80 % das Gefüge vorher restlos primär rekristallisierte, während dies bei 3 % Verformung nicht der Fall ist, sondern daß hier das Endgefüge noch einen merkbaren Anteil an Kristalliten enthält, die von einem vorher nicht vollständig abgelaufenen Rekristallisationsvorgang herstammen, was die noch verschwommen vorhandenen Interferenzringe zeigen.

Diese Tatsache tritt weder durch mikroskopische noch durch mechanische Untersuchungen in Erscheinung. Das röntgenographische Verfahren zeigt aber deutlich den Unterschied beider Endgefüge.

Daß bei der vorhin angegebenen langzeitigen Zwischenglühung das Endgefüge nicht vollständig rekristallisiert ist, geht aus den röntgenographischen Untersuchungen vom Material mit 0 % Verformung hervor.

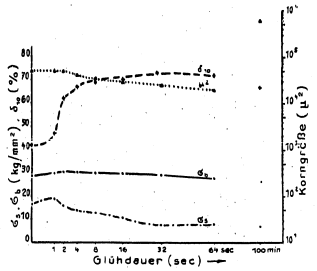


Bild 18 Verformung: 1%, Glühtemperatur: 900° C, Ms 72

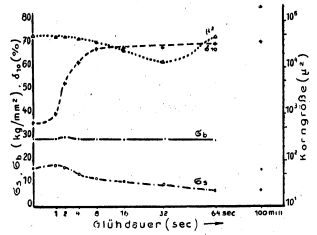
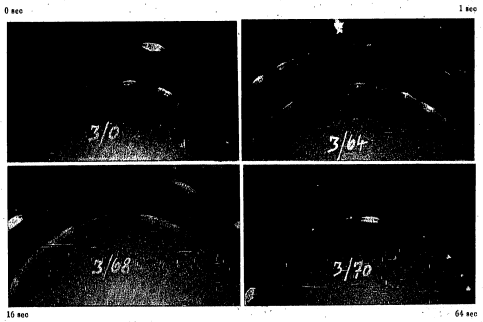


Bild 19 Verformung: 1%, Glühtemperatur 820° C, Ms 72

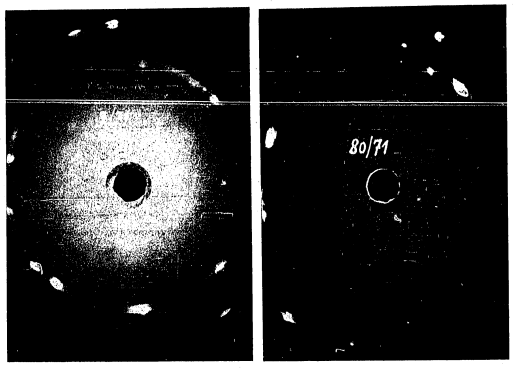


Ms 72 3% Bild 20 900°

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die gewünschte Blechstärke von 1,5 mm war erreicht worden durch Abwalzen eines Bleches von 2,88 mm Stärke auf 1,5 mm, was einem Kaltverformungsgrad von etwa 40 % entspricht. Die nachträgliche Glühung wurde auch wieder 6 Stunden lang im Gasofen bei 550—600° C durchgeführt. Auch hier zeigen die

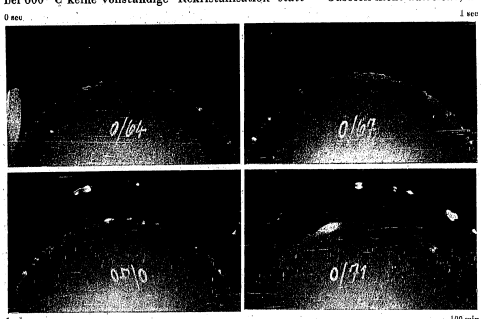


M 72 3% 100 min 900° Bild 21 80% 100 min 900°

Röntgenbilder verschwommene Interferenzlinien mit diskreten Schwärzungspunkten, also einen unvollständig rekristallisierten Zustand.

Es ist überraschend, feststellen zu müssen, daß trotz 40 %iger Verformung bei einer 6stündigen Glühung bei 600° C keine vollständige Rekristallisation stattgefunden hat, und daß in diesem Material noch ein erheblicher Anteil von nichtrekristallisiertem Gefüge enthalten ist.

Die röntgenographischen Untersuchungen werden durch die Dehnungswerte bestätigt. Es ist erstaunlich zu sehen, daß bei der Glühung im Salzbad dieses „unverformte" Material eine Dehnungssteigerung von etwa 32 % auf 72 % erfährt; auch bei 3 % Verformung war eine Dehnungssteigerung von 36 % auf 70 % festzustellen. Das im Bild 23 gezeigte Dehnungsverhalten zeigt deutlich, daß die 6stündige Glühung im Gasofen nicht ausreicht, um das Material völlig weich zu glühen, also vollständig zu rekristallisieren.



M 72 0% Bild 22 900°

Die Glühungen des „unverformten" Materials führen zwar — wie die Röntgen-Bilder gezeigt haben — zu keiner neuen Keimbildung. Kornverkleinerung ist metallographisch auch nicht festzustellen. Aber trotzdem nimmt die Dehnung erheblich zu. Auch der Verlauf der Streckgrenze zeigt dies an. Bei annähernd gleichbleibender Zerreißfestigkeit sinkt diese von 22 auf etwa 7 kp/mm². Auch bei 600° C Glühtemperatur zeigt die Dehnung schon einen ähnlichen Verlauf, wie aus Bild 24 hervorgeht.

Die Bedeutung dieses Verhaltens von Ms 72 bei Erhitzung im Salzbad mit hoher Glühgeschwindigkeit dürfte all denjenigen klar sein, die spanlose Formgebung betreiben.

Die Ergebnisse der Untersuchungen am Ms 72 wurden in räumlichen Rekristallisationsdiagrammen aufgetragen. Da an Hand der Festigkeitswerte und der röntgenographischen Aufnahmen die Rekristallisation im wesentlichen bei den Glühzeiten zwischen 8 sec und 64 sec ablief bzw. beendet war, wurden daher für

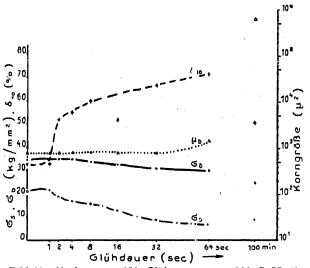


Bild 23 Verformung: 0%, Glühtemperatur: 900° C, Ms 72

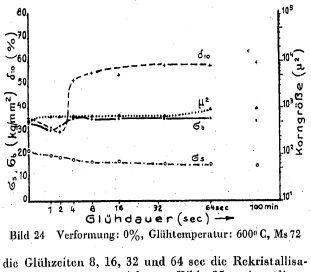


Bild 24 Verformung: 0%, Glühtemperatur: 600° C, Ms 72

die Glühzeiten 8, 16, 32 und 64 sec die Rekristallisationsdiagramme gezeichnet. Bild 25 zeigt dieses Diagramm für die Glühdauer von 8 sec. Eine kritische Kornvergröberung bei geringen Verformungsgraden ist nicht festzustellen, aber hier ist schon ersichtlich, daß bei den höheren Temperaturen ziemlich gleichmäßiges Korn vorhanden ist. Bei 16 sec (Bild 26) ist zwar gröberes Korn bei niedrigen Verformungsgraden festzustellen, doch hat auch bei höheren Verformungsgraden die Korngröße zugenommen, so daß auch hier wiederum ein annähernd gleichmäßiges Korn über alle Verformungsgrade festzustellen ist. Dasselbe gilt auch für die Glühzeiten von 32 und 64 sec, wie die Bilder 27 und 28 zeigen. Die letztgenannten 4 Bilder lassen deutlich erkennen, daß auch bei Ms 72 der Einfluß des Verformungsgrades auf das Gefüge äußerst gering ist.

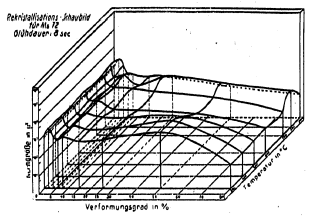


Bild 25

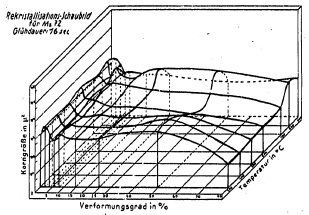


Bild 26

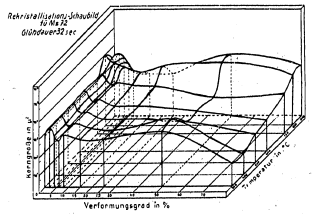


Bild 27

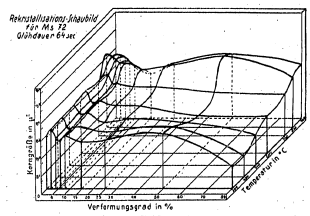


Bild 28

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

3. Praktische Anwendung

a) Die Rekristallisationsglühung mit erhöhter Erhitzungsgeschwindigkeit im Salzbad dürfte das ideale Verfahren für Betriebe der spanlosen Formgebung sein. Nachdem eine 6stündige Glühung bei 600° C ein um 40—50 % kaltverformtes Ms 72 nicht vollständig rekristallisierte, ergab sich hier für den weichgeglühten Zustand die übliche Dehnung von ca. 35 %. Demgegenüber ergibt eine kurzzeitige Glühung im Salzbad eine Dehnung von 70 % und einen nicht unerheblichen Abfall der Streckgrenze, wodurch ein für die Kaltverformung äußerst günstiges Streckgrenzenverhältnis auftritt. Teile, die vordem in zwei und mehr Zügen hergestellt wurden, können nach diesem Verfahren in einem Verformungsgang hergestellt werden.

b) Die geringe Abhängigkeit der Korngröße vom Verformungsgrad bewirkt die Erzielung eines gleichmäßigen Kornes. Bei Tiefziehverfahren, bei denen die Endform nicht in einem Zug hergestellt werden kann, sondern eine Zwischenglühung erforderlich ist, ergibt sich an Stellen auftretender verschiedener Verformung verschiedene Korngröße, wobei im kritischen niedrigen Verformungsgebiet die Bildung von Mammutkristallen beim Zwischenglühen auftritt. Beim anschließend folgenden Zug stellt sich infolge des ungleichmäßigen Kornes Rißbildung ein. Durch die Glühung im Salzbad erzielt man ein gleichmäßiges Korn, und der geschilderte Nachteil ist nicht mehr festzustellen.

c) Die Verschiebung des Korngrenzenmaximums zu niedrigeren Temperaturen bei Leichtmetallen ermöglicht bei Anwendung einer höheren Glühtemperatur spontane Rekristallisation mit geringerer und ebenfalls gleichmäßigerer Korngröße. Dieses Verfahren ist für Rekristallisationsglühungen ebenfalls von großer praktischer Bedeutung, da bei Grobkornbildung lediglich eine höhere Temperatur des Salzbades angewandt zu werden braucht.

4. Zusammenfassung

Bei der Rekristallisationsglühung mit erhöhter Erhitzungsgeschwindigkeit (spontane Rekristallisation) wurden folgende für die Theorie und Praxis wertvolle Erkenntnisse gewonnen:

a) Die durchgeführten röntgenographischen und metallographischen Untersuchungen zeigen eindeutig, daß auch bei niedrigeren Verformungsgraden Rekristallisation über Keimbildung und Keimwachstum auftritt. Es konnte gezeigt werden, daß die bisherige Annahme einer Rekristallisation bei niedrigeren Verformungsgraden lediglich durch Kornwachstum allein nicht zutreffend ist, sondern daß es sich hierbei um die Fortsetzung eines vorherigen Rekristallisationsvorganges handelt. Bei langsamer Erhitzungsgeschwindigkeit wird der Rekristallisationsvorgang von der Kristallerholung verdeckt und dabei ein großer Teil der freien Energie verbraucht. Der geringe Bestandteil an kinetischer Energie reicht dann nicht mehr aus, die Keimbildung zu bewirken.

b) Die Kristallerholung verhindert auch die vollständige Rekristallisation bei hohen Verformungsgraden, so daß sprödere, nicht umkristallisierte Kristallite im Gesamtgefüge enthalten bleiben. Dabei zeigt sich, daß die bisher erzielten und üblichen Dehnungswerte viel zu gering sind. Langzeitglühungen mit niedrigerer Glühgeschwindigkeit erreichen bei weitem nicht die hohen Dehnungswerte, wie sie im Salzbad erzielt wurden. Die Dehnung im „unverformten" Material stieg bei Ms 72 von 35 auf 70 %.

c) Aus der durchgeführten Glühbehandlung geht hervor, daß infolge spontaner Bildung vieler Keime auch im kritischen Verformungsgebiet keine allzu großen Kristallite auftreten. Damit ist nachgewiesen, daß bei spontaner Rekristallisation der Einfluß des Verformungsgrades auf die Korngröße nur sehr gering ist.

d) Praktische Anwendungsmöglichkeiten dieser Ergebnisse wurden erörtert.

Literaturverzeichnis

[1] *Stäger, H.*, Allgemeine Werkstoffkunde. Birkhäuser Verlag Basel 1947, S. 114 u. 115.
[2] *Carpenter u. Elam*, J. Inst. Met. **24** (1920), S. 83···131.
[3] *Bungardt u. Oßwald*, Über die Rekristallisationstemperatur von Al-Cu-Legierungen. Z. Metallkunde **31** (1939), S. 45.
[4] *Masing, G.*, Lehrbuch der Allgemeinen Metallkunde. Springer-Verlag 1950. S. 441.
[5] *Röhrig*, Z. Metallkunde **16** (1924), S. 265.
[6] *Fuß*, Metallographie des Aluminiums und seiner Legierungen. 1934.
[7] *Rassow E. u. L. Velde*, Z. Metallkunde **13** (1921), S. 557.
[8] *Borchers H. u. H. J. Mikulla*, Der Rekristallisationsvorgang unter besonderer Berücksichtigung der Glühdauer und Erhitzungsgeschwindigkeit bei einer technischen Al-Mg-Legierung. Z. Aluminium **2** (1939), Nr. 1, S. 6···44.
[9] *Borchers H. u. W. Roth*, Rekristallisationsuntersuchungen an einer heterogenisierten Al-Mg-Legierung. Aluminium-Archiv (1939), Band **25**.
[10] *Borchers, H. u. H. Wrede*, Rekristallisationsuntersuchungen an einer Mg-Mn-Legierung. Sonderdruck Metallwirtschaft **XIX**, Heft 28/29, Juli 1940.
[11] *Mohr, E.*, Rekristallisationsversuche mit einer technischen Al-Cu-Mg-Legierung bei stoßweiser Glühbehandlung. Metall **5** (1951), Heft 15/16, S. 328···331.
[12] *Hanke, E.*, Röntgenographische, mikroskopische und mechanische Untersuchung der Rekristallisation von Alpha-Messing unter besonderer Berücksichtigung der Glühdauer. T. H. München 1945 (unveröff. Diss.).
[13] *Graf, L.*, Zur Entstehung des Rekristallisationsschaubildes unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Erhitzungsgeschwindigkeit. Z. Metallkunde **30** (1938), S. 103.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 11
Institut für Maschinenkunde, Direktor Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 512.831 : 531.224 : 531.23 : 624.04
Eingang: 15. 5. 1955

Einflußmatrizen

Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre[1])

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

Die Lehre von den Matrizen ist dem Konstrukteur noch ziemlich unbekannt und findet erst in neuerer Zeit bei den Ingenieuren Beachtung, seitdem sich diese in zunehmendem Maße streng wissenschaftlichen Problemen zuwenden.

Die Matrizen können überall Anwendung finden, wo lineare Beziehungen vorliegen. Da zahlreiche Gebiete der angewandten Physik und der Technik auf lineare Weise behandelt werden können, bietet sich somit hinreichend Gelegenheit, sich der Matrizenrechnung zu bedienen. Bekannt ist die Verwendung der Matrizen in der Elektrotechnik (Vierpoltheorie), in der Schwingungstechnik, in der Ausgleichsrechnung, in der technischen Normung, in der Medizin usw. Aber auch in der technischen Praxis läßt sie sich mit Erfolg anwenden, so z. B. in der Getriebelehre u. ä. Selbst in der Technologie hat sich die Matrizenrechnung das Feld erobert, wie die interessanten Beiträge von *Pichler* [1] unter spezieller Berücksichtigung der chemischen Technologie zeigen. Sie hat sich auf diesem Gebiete geradezu als prädestiniert erwiesen, und es wäre eine dankbare Aufgabe für den Technologen anderer Fachgebiete, sich einmal mit der Frage der Nutzanwendung auch auf seinem Gebiet zu beschäftigen.

Die mehr aufs Anschauliche gerichtete Arbeitsweise des Konstrukteurs erfordert allerdings auch eine anschauliche Behandlung der Matrizen. Sie werden sich nur auf diese Weise unter den Ingenieuren Geltung verschaffen. Wenn der Konstrukteur bemüht ist, sich eine Konstruktionslehre zu schaffen, um über seine Arbeit einen umfassenden Überblick zu erhalten und rationell zu arbeiten, so darf man nicht vergessen, daß auch die von ihm verlangten Berechnungen übersichtlich und rationell durchgeführt werden müssen. Dazu ist die Matrizenrechnung ein sehr geeigneter Helfer. Ihr Vorteil besteht darin, daß die Matrix sich als ein ordnendes Prinzip erweist; mit ihrer Aufstellung kann das Problem als gelöst gelten. Das übrige ist dann nur noch formale Rechnung. Wie das Buch von *Zurmühl* [2] zeigt, erfaßt die Matrizenrechnung ferner die technischen Probleme tiefer, als es mit Hilfe von Formeln allein möglich ist, wenn man sich bemüht, die zeichnerische Darstellung mit heranzuziehen. Die Matrizen zeigen weiterhin auf, daß unter den bekannten Rechenmethoden eine viel engere Beziehung besteht, als allgemein bekannt ist. Sie führt zu wesentlichen Vereinfachungen, die dem Verlangen des Konstrukteurs entgegenkommen, und gestattet eine weitgehende Anwendung der Rechenmaschine, wodurch die für die Berechnung benötigte Zeit stark herabgesetzt wird.

Was die Festigkeitslehre anbetrifft, die hier allgemein als Beispiel herangezogen werden soll, so werden zwar auf höherer Ebene schon Matrizen verwendet, nicht aber im elementaren Gebiet, wo sie sich ebenfalls als äußerst nützlich erweisen, wie in dieser Arbeit dargelegt werden soll. Im großen und ganzen kommt der Konstrukteur dabei mit den einfachsten Gesetzen der Matrizen-Algebra aus[2]). Vermutlich wird der Mathematiker manches als selbstverständlich ansehen, was im Hinblick auf den Leserkreis, an den sich dieser Aufsatz bevorzugt wendet, breiter und ausführlicher gebracht wird.

Der vorliegende Beitrag besteht aus 3 Teilen. Im 1. Teil wird am Beispiel der Festigkeitslehre die Matrizenrechnung als ordnendes Prinzip behandelt, und zwar am einfachsten Gegenstand, dem Biegemoment. Darauf aufbauend wird im 2. Teil gezeigt, wie die einfachen Gesetze der Matrizen-Algebra sich auf mehrfach gelagerte Wellen, also auf statisch unbestimmte Systeme, sinnvoll anwenden lassen. In einem 3. Teil wird dargelegt, wie sich die bekannte Methode von *Castigliano* als Spezialfall einer unendlichen Matrix auffassen läßt.

Erster Teil

Die senkrecht zum Stab AB im Abstand c angreifende Kraft P bringt an jeder Stelle x ein Biegemoment hervor (Bild 1). In einem beliebigen Schnitt x links von P ergibt sich im Gleichgewichtsfalle des links abgeschnittenen Stabteils zum äußeren Moment Ax ein inneres Biegemoment im linken Schnittufer, das Ax gleich und entgegengesetzt gerichtet ist:

$$Ax = l\,(1 - \frac{c}{l})\,\frac{x}{l}.$$

Ein Schnitt rechts von P ergibt für den rechts abgeschnittenen Stabteil:

$$B\,(l - x) = l \cdot \frac{c}{l}\,(1 - \frac{x}{l}).$$

Das sind bis zur Laststelle zwei verschiedene Gleichungen. Da sie für $P = 1$ gelten, sind sie die *Einflußgrößen* von P auf das Biegemoment.

Jede Einflußgröße[3]) zerlegt man zweckmäßig in zwei Teile, den Hauptwert und die Einflußzahl. Der Haupt-

[1]) Erweiterter Inhalt der am 8. März 1955 unter dem Thema „Matrizen in der Hand des Konstrukteurs" gehaltenen Antrittsvorlesung.

[2]) Ihre K[illegible]ntnis wird hier vorausgesetzt.

[3]) Über Einflußgrößen soll eine weitere Arbeit ausführlich berichten.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

wert enthält die Konstruktionsgrößen. Beispiele sind $l, \frac{l^3}{6\,EJ}$ usw. Er ist außerdem Träger der Dimension, während die Einflußzahl nur eine Verhältniszahl oder eine Funktion von Verhältniszahlen ist $(\frac{x}{l}, \frac{c}{l})$.

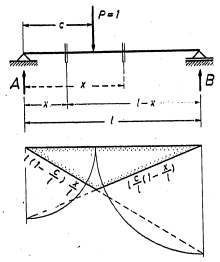


Bild 1 Auf jeder Seite der Kraft ergibt sich eine andere Gleichung für die Einflußlinie. Die beiden Gleichungen sind symmetrisch in x und c.

In speziellen Fällen können beide einzeln gleich Eins werden. Im vorliegenden Falle ist l der Hauptwert und $(1 - \frac{c}{l})\frac{x}{l}$ bzw. $\frac{c}{l}(1 - \frac{x}{l})$ die Einflußzahl. Beide ergeben an der Laststelle den Wert $\frac{c}{l}(1 - \frac{c}{l})$.

Die Einflußgröße wird mit η bezeichnet und ist eine Funktion sowohl von x als auch von c. Diese beiden Veränderlichen sind voneinander unabhängig und haben eine gemeinsame Achse in Richtung der Stabachse. Es sind Veränderliche im selben Wertebereich, und man bezeichnet die eine als *Index* und die andere als *begleitenden Index* [3]. Die Kraft unterteilt den Stab also in zwei Teile, für die jeweils eine besondere Gleichung

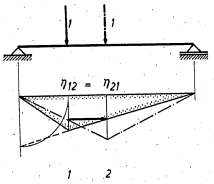


Bild 2 Die Einflußgrößen für das Moment an zwei verschiedenen Stellen entsprechen einander. Daher sind die Indizes vertauschbar.

gilt. Näher betrachtet, sind die beiden Gleichungen *symmetrisch*; denn man erhält die eine aus der anderen, wenn man x mit c vertauscht. Es ergibt sich eine dreieckförmige Momentenfläche für jede Lage von c. Zeichnet man zwei solche Momentenflächen für zwei Laststellen mit P = 1 (Bild 2, 3, 4), so ist ersichtlich, daß die Einflußgröße an der Stelle 1 infolge einer Last 1 an der Stelle 2 gleich ist der Einflußgröße an der Stelle 2 infolge einer Last 1 an der Stelle 1. Hält man durch zwei verschiedene Indizes an der Einflußgröße η_{12} Momentenstelle und Laststelle auseinander, indem man immer in der ersten Zahl die Meßstelle (Momentenstelle) sieht und in der zweiten Zahl die Laststelle (gelesen: Eta an der Stelle 1 infolge einer Last 1 an der Stelle 2 oder kurz: Eta 1 infolge 2), so kann man bei den Einflußzahlen η_{ik} die Indizes vertauschen. Auf diese Weise wird es möglich, nur einen Teil der η-Werte berechnen zu müssen. Hat man nun mehrere Kräfte P, und will man an einer bestimmten Stelle das Moment berechnen, so zeichnet

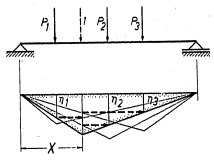


Bild 3 Durch die Vertauschbarkeit der Indizes braucht man nur eine Einflußfläche zu zeichnen, und zwar an der Stelle, wo das Moment gewünscht wird.

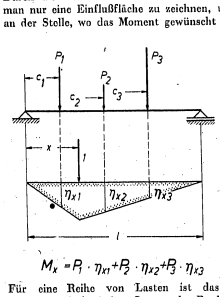


Bild 4 Für eine Reihe von Lasten ist das Moment gleich der algebraischen Summe der Produkte aller Kräfte mit den darunterliegenden Ordinaten der Einflußlinie.

man an dieser Stelle die Momentenfläche für die Last 1. Man multipliziert sodann jede Kraft mit der Ordinate der darunterliegenden Einflußfläche. An einer beliebigen Stelle x ist dann

$$M(x) = P_1\eta_{x1} + P_2\eta_{x2} + P_3\eta_{x3} \ldots + P_n\eta_{xn}.$$

Es ist zweckmäßig, die Momente an den Stellen der Lasten zu berechnen. Man erhält dann für jede Laststelle eine solche Gleichung, z. B. für 3 Laststellen

$$M_1 = P_1\eta_{11} + P_2\eta_{12} + P_3\eta_{13}$$
$$M_2 = P_1\eta_{21} + P_2\eta_{22} + P_3\eta_{23}$$
$$M_3 = P_1\eta_{31} + P_2\eta_{32} + P_3\eta_{33}.$$

Ohne daß die Übersichtlichkeit einbüßt, kann man bei diesem Gleichungssystem die M fortlassen, ebenso die Gleichheitszeichen, die Pluszeichen und die Kräfte P. Übrig bleiben dann nur die η-Werte, die für das ganze Gleichungssystem ausschlaggebend sind. Zum Zeichen dafür, daß diese Zahlen ein einheitliches Ganzes bilden, setzt man sie in eine Klammer. Das so erhaltene Zahlenschema nennt man eine *Matrix*. Es hat dann die folgende Form

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix}.$$

Die Matrix zeigt einen kunstvollen Aufbau. In den Zeilen sind die ersten Indizes gleich, in den Spalten die zweiten. Das Zahlensystem ist quadratisch. Die Zahlendiagonale zeigt von links oben nach rechts unten gleiche Indizes. Von links unten nach rechts oben zeigt sie es nicht. Erstere nennt man die *Hauptdiagonale* und letztere die *Nebendiagonale*. Die einzelnen Werte der Matrizen nennt man *Elemente*. Die Stellung eines jeden Elements ist also genau festgelegt. Da die Indizes vertauscht werden können, braucht man z. B. nur die erste Zeile zu berechnen und dann in die erste Spalte in derselben Reihenfolge zu schreiben. Man nennt dies „*Spiegeln an der Hauptdiagonalen*". Die Elemente oberhalb der Hauptdiagonalen gelten für Schnitte links der Laststelle, sind also mit der Formel

$$l\,(1 - \frac{c}{l})\,\frac{x}{l}$$

zu berechnen. Die Elemente unterhalb der Hauptdiagonalen gelten für Schnitte rechts der Laststelle und sind mit der Formel

$$l\,(1 - \frac{x}{l})\,\frac{c}{l}$$

zu berechnen. Durch die Vertauschbarkeit wird aber eine von beiden Formeln überflüssig.

Hat man eine Matrix von n Zeilen und n Spalten, so wären n^2 Elemente zu berechnen. Die Elemente der Hauptdiagonalen müssen immer berechnet werden. Vom Rest, also $n^2 - n$, ist aber infolge der Vertauschbarkeit

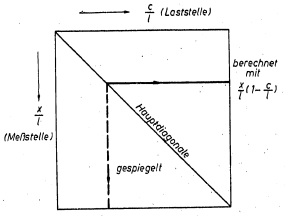


Bild 5 Bildliche Darstellung einer Matrix. Bei symmetrischen Matrizen werden nur die Zeilen berechnet und an den Hauptdiagonalen gespiegelt.

nur die Hälfte zu bestimmen. Im ganzen sind daher $n + \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n}{2}(n + 1)$ Werte zu berechnen. Die Zahlenquadrate kann man (siehe Bild 5 und Bild 6) durch geometrische Quadrate darstellen, in denen auch das Spiegeln an der Hauptdiagonalen gezeigt ist.

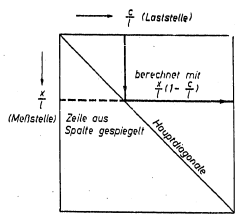


Bild 6 Wird nur eine Zeile der Matrix benötigt, so berechnet man die Spalte bis zur Hauptdiagonalen und von da in der Zeile weiter, und spiegelt in die Zeile.

Mit solchen Matrizen kann man rechnen wie mit einfachen Zahlen, jedoch unter Beachtung einiger besonderer Regeln, wovon jedoch im 1. Teil noch nicht Gebrauch gemacht wird. Wir zeigen einige Beispiele, in denen das ordnende Prinzip durch eine Matrix zur Geltung kommt.

Beispiel 1 (Bild 7):

Zur gezeichneten Belastung einer Welle soll die Momentenmatrix berechnet werden.

$$\begin{pmatrix} 0{,}2\cdot 120 & 0{,}2\cdot 90 & 0{,}2\cdot 75 & 0{,}2\cdot 30 \\ 0{,}2\cdot\ 90 & 0{,}4\cdot 90 & 0{,}4\cdot 75 & 0{,}4\cdot 30 \\ 0{,}2\cdot\ 75 & 0{,}4\cdot 75 & 0{,}5\cdot 75 & 0{,}5\cdot 30 \\ 0{,}2\cdot\ 30 & 0{,}4\cdot 30 & 0{,}5\cdot 30 & 0{,}8\cdot 30 \end{pmatrix}.$$

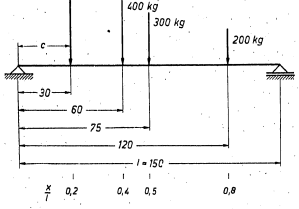


Bild 7 Skizze zum Zahlenbeispiel 1.

Spaltenweise multipliziert mit den Kräften P, ergibt dies:

$M_1 = 12000 + 7200 + 4500 + 1200 = 24900$ kgcm,
$M_2 = 9000 + 14400 + 9000 + 2400 = 34800$ kgcm,
$M_3 = 7500 + 12000 + 11250 + 3000 = 33750$ kgcm,
$M_4 = 3000 + 4800 + 4500 + 4800 = 17100$ kgcm.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Mit der Momentenmatrix sind dann auch die Auflagerdrücke schnell berechnet. Man braucht nur die beiden äußeren Momente durch den Abstand vom Auflager zu dividieren. Man erhält entsprechend

$$A = 24900 : 30 = 830 \text{ kg},$$
$$B = 17100 : 30 = 570 \text{ kg}.$$

Zur Kontrolle ergibt sich die Summe

$$A + B = 1400 \text{ kg},$$

die gleich der Summe der vier Kräfte ist.

Die Momentenmatrix läßt sich rein schematisch aufstellen. In der ersten Zeile steht der Wert $\frac{x}{l}$ in jedem Element, weil dieser für die Zeile konstant ist. Als Faktor kommt das Komplement zu c, also $l - c$ hinzu. Das sind der Reihe nach die Werte 120, 90, 75 und 30. Da die erste Spalte gespiegelt ist, beginnt die 2. Zeile neu an der Hauptdiagonalen mit dem $\frac{x}{l}$-Wert 0,4 und den Komplementen 90, 75 und 30. Benutzt wird immer die Gleichung $\frac{x}{l}(l - c)$. Die Einzelmomente erhält man durch spaltenweises Multiplizieren mit P_1, P_2, P_3, P_4.

Beispiel 2 (Bild 8):

In dem Beispiel befindet sich eine Kraft auf einem Kragarm. Die Verlängerung der Einflußlinie ergibt dann im Bereich des Kragarms negative Einflußgrößen.

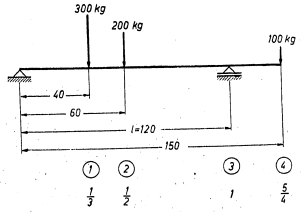


Bild 8 Skizze zum Beispiel 2.
Im Gebiet des Kragarms werden alle Elemente innerhalb der Stützen = 0. Für den Kragarm gilt daher die gleiche Formel wie beim eingespannten Stab.

Bei solchen Aufgaben ist darauf zu achten, daß an der Stelle 3 nur die Kraft an der Stelle 4 ein negatives Moment ergibt. Alle anderen Kraftstellen haben keinen Anteil. Die Momentenmatrix lautet:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3}\,80 & \frac{1}{3}\,60 & - & \frac{1}{3}\,30 \\ \frac{1}{3}\,60 & \frac{1}{2}\,60 & - & \frac{1}{2}\,30 \\ 0 & 0 & - & 1\,30 \end{pmatrix}$$

und das Gesamtmoment:

$$M_1 = 8000 + 4000 - 1000 = 11000 \text{ kgcm},$$
$$M_2 = 6000 + 6000 - 1500 = 10500 \text{ kgcm},$$
$$M_3 = 0 + 0 - 3000 = -3000 \text{ kgcm}.$$

Die Einflußlinie für das Moment läßt sich schnell zeichnen (Bild 9). Man klappt den Abstand c oder $l - c$ um 90° herum und verbindet die umgeklappte Strecke mit dem gegenüberliegenden Auflager. Im Dreieck, das so entstanden ist, erkennt man die

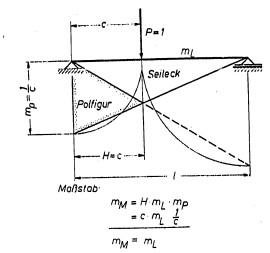


Bild 9 Vereinfachte Aufzeichnung der Einflußlinie.

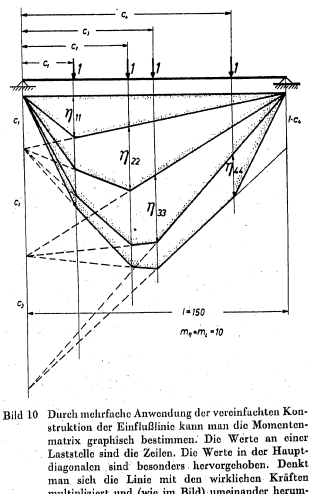


Bild 10 Durch mehrfache Anwendung der vereinfachten Konstruktion der Einflußlinie kann man die Momentenmatrix graphisch bestimmen. Die Werte an einer Laststelle sind die Zeilen. Die Werte in der Hauptdiagonalen sind besonders hervorgehoben. Denkt man sich die Linie mit den wirklichen Kräften multipliziert und (wie im Bild) umeinander herumgelegt, so ergibt sich die normale Momentenfläche.

Momentenfläche und daneben (schraffiert) die zugehörige Polfigur. Der Maßstab wird dadurch einfach m_L = Längenmaßstab der Zeichnung. Die vereinfachte Konstruktion dient dazu, die Einflußgrößen einer Matrix graphisch zu bestimmen (Bild 10). Man sieht deutlich, daß die Werte der Hauptdiagonalen am größten sind. Noch besser ist die Konstruktion nach Bild 11. Im Feld der quadratischen Matrix

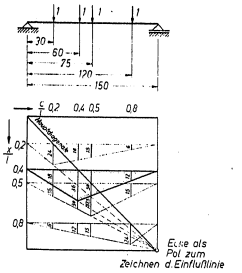


Bild 11 Zeichnerische Bestimmung der Matrix. Durch wiederholte Anwendung der vereinfachten Konstruktion der Einflußlinie erhält man die Momentenmatrix graphisch.

dient die rechte untere Ecke als Pol, von dem aus die Einflußlinien schnell gezeichnet werden können. Die Einflußgrößen haben dann die richtige Lage in der Matrix, wodurch es sich erübrigt, die Matrix besonders herauszuschreiben. Die Konstruktion wird dadurch vereinfacht, daß man die Hauptdiagonale zur Konstruktion mitbenutzt.

Man muß sich jeden Punkt unserer durch ein Quadrat veranschaulichten Matrix mit einem Zahlenwert behaftet denken. Diese Werte sind die Einflußgrößen, die mit Hilfe der oben angeführten Gleichungen berechnet werden. Trägt man sie senkrecht zur Zeichenebene auf, so ergibt sich eine Fläche, wie aus der axonometrischen Darstellung Bild 12 ersichtlich ist. Senkrechte Schnitte durch die Hauptdiagonale und parallel zu ihr ergeben Parabeln, horizontale Schnitte parallel zur Grundfläche liefern Linien gleicher Einflußgrößen und sind Hyperbeln. Die Projektionen dieser Isohypsen auf die Grundfläche ergeben die Kurven eines Nomogramms (Bild 13). Darin sind, wie in der Matrix, in horizontaler Richtung die Laststellen $\frac{c}{l}$ und in vertikaler Richtung die Meßstellen $\frac{x}{l}$ zu finden. Zeichnet man also durch Last- und Meßstellen parallele Geradenscharen, so ergeben die Schnittpunkte die Matrix, deren Elemente aus dem Nomogramm in der richtigen Lage entnommen werden (Bild 14).

Über das Auflager hinaus verlängert, werden die Einflußgrößen negativ. Man kann sie ebenfalls dem Nomogramm entnehmen, wenn man sich das Blatt an der

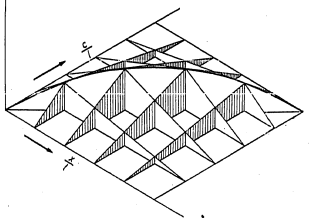


Bild 12 Axonometrische Darstellung der Einflußfunktion für das Moment. Vertikalschnitte parallel der Hauptdiagonalen ergeben Parabeln. Die Horizontalschnitte schneiden die Fläche in Hyperbeln. Sie ergeben, auf die Grundfläche projiziert, die Kurvenschar für das Nomogramm.

Grenze des Quadrats gefaltet denkt. Der gesuchte Wert liegt z. B. bei einem rechten Kragarm dann von der Kante ebenso weit links wie in Wirklichkeit rechts von ihr. Überschreitet die Meßstelle die Auflagerstellen, dann wird die Einflußlinie eine Gerade

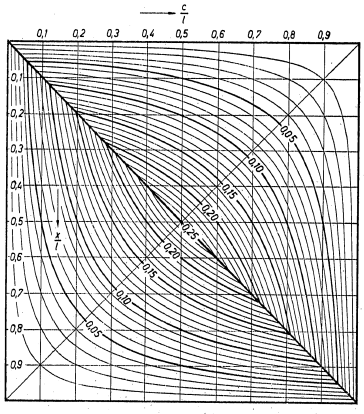


Bild 1 Nomogramm für die Momenteneinflußzahlen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

unter 45 Grad. (Bild 15.) (Siehe auch Matrix für einen eingespannten Stab).

Für allgemeine Rechnungen benutzt man einen Zahlenraster, in dem die Einflußzahlen für abgerundete Werte $\frac{c}{l}$ bzw. $\frac{x}{l}$ wiedergegeben sind. Dieser Zahlenraster ist selbst weiter nichts als eine allgemeine Matrix.

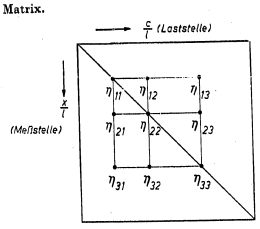


Bild 14 Die Matrix im Nomogramm als Schnittpunkte der Laststellen mit den Meßstellen.

Raster
für die Einflußzahlen des frei aufliegenden Stabes.

Formel oberhalb der Hauptdiagonalen: $(1-\frac{c}{l})\frac{x}{l}$

x/l \ c/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,2	0,08	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02
0,3	0,07	0,14	0,21	0,18	0,15	0,12	0,09	0,06	0,03
0,4	0,06	0,12	0,18	0,24	0,20	0,16	0,12	0,08	0,04
0,5	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05
0,6	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,18	0,12	0,06
0,7	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,14	0,07
0,8	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,08
0,9	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

Formel unterhalb der Hauptdiagonalen: $(1-\frac{x}{l})\frac{c}{l}$

Für den eingespannten Stab (Bild 16) gilt für die Einflußgröße die Formel $\eta_i = l\,(\frac{x}{l}-\frac{c}{l})$. Die Matrix ergänzt man durch eine vorgesetzte Nullzeile, weil im linken Auflager noch ein Einspannmoment zu berechnen ist. In der Hauptdiagonalen und darunter werden alle Elemente 0. Bei 3 Kräften hat die Matrix dann folgendes Aussehen:

$$\begin{pmatrix} \eta_{01} & \eta_{02} & \eta_{03} \\ 0 & \eta_{12} & \eta_{13} \\ 0 & 0 & \eta_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Beim beiderseitig eingespannten Stab gelten die Gleichungen

x links von P und oberhalb der Hauptdiagonalen:

$$\eta_{xc} = l\,(1-\frac{c}{l})^2\left[\frac{c}{l}-2\frac{c}{l}\cdot\frac{x}{l}-\frac{x}{l}\right],$$

x rechts von P und unterhalb der Hauptdiagonalen:

$$\eta_{cx} = l\,(\frac{c}{l})^2\left[(1-\frac{c}{l})-2\,(1-\frac{c}{l})\,(1-\frac{x}{l})-(1-\frac{x}{l})\right].$$

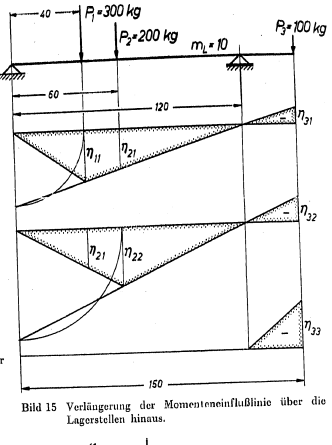


Bild 15 Verlängerung der Momenteneinflußlinie über die Lagerstellen hinaus.

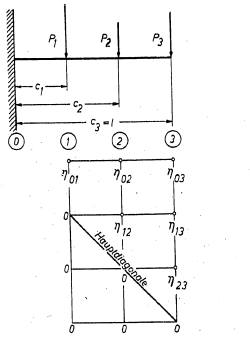


Bild 16 Momentenmatrix für den eingespannten Stab.

Bei der Berechnung der Matrix kann in diesem Falle nicht gespiegelt werden, da die Symmetrie nicht vorhanden ist. Man berechnet zeilenweise und ersetzt beim Überschreiten der Hauptdiagonalen nach rechts die Werte $\frac{x}{l}$ und $\frac{c}{l}$ durch die Komplemente $1-\frac{x}{l}$ und $1-\frac{c}{l}$ und umgekehrt. Die Matrix wird zwecks Miterfassen der Einspannmomente durch eine Null- und 1-Zeile ergänzt. Bei drei Kräften erhält man dann folgende rechteckige Matrix

$$\begin{pmatrix} \eta_{01} & \eta_{02} & \eta_{03} \\ \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \\ \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \end{pmatrix}.$$

Liegen *Streckenlasten* vor, so unterteilt man die Belastungsfunktion p(c) in unendlich kleine Streifen von der Breite dc. In den Schwerpunkten denkt man sich dann die Kräfte von der Größe p(c) . dc angebracht. Die Matrix erhält sodann unendlich viele Zeilen und Spalten. Uns interessiert jedoch nur die Zeile an der Meßstelle x. Beim Überschreiten der Hauptdiagonalen muß beachtet werden, daß die Einflußfunktion eine andere Form annimmt. Beim Summieren erhält man die beiden Integrale

$$M_x = \int_0^x p\,(c)\cdot\eta_{c,x}\cdot dc + \int_x^l p\,(c)\cdot\eta_{x,c}\cdot dc\,.$$

Das erste gilt für die Elemente links der Diagonalen, das zweite für die Elemente rechts von ihr.

Da die Berechnung an der Stelle x vorgenommen wird, ist x während der Integration konstant und c die Integrationsveränderliche. Beim Einsetzen der Grenzen verschwindet c vollständig, und an seine Stelle tritt als einzige Veränderliche die Größe x. Die analytische Entwicklung von Formeln kann unterbleiben, wenn man die zahlenmäßige Auswertung mit Hilfe der Produktenformel vornimmt (nach Schema Bild 18). Im Bild 19 ist der Vorgang für eine Streckenlast dargestellt, wenn an der Stelle x das Moment bestimmt werden soll. Will man an mehreren Stellen das Moment haben, so muß man die Einflußlinie verschieben und die Rechnung erneut auf dieselbe Weise vornehmen (Bild 20). Auf diese Weise kann man auch die ungünstigste Laststellung suchen, in der eine Lastengruppe oder Streckenlast das größte Moment erzeugt. Dann behält die Einflußlinie ihre Lage bei, und die Last wird verschoben (Bild 21). Im Nomogramm verschiebt sich die Last entlang der Hauptdiagonalen.

Zahlenbeispiel 3:

Zur Belastung des Bildes 22 soll an den Stellen x = 50 und x = 90 cm das Moment berechnet werden.

1. Moment an der Stelle x = 50 cm:

$\frac{20}{6}\,(17{,}5\cdot 32 + 29{,}15\cdot 34) = 5165$ kgcm

$\frac{30}{6}\,(29{,}15\cdot 39 + 16{,}65\cdot 42) = 9170$ kgcm

$400\cdot 20{,}85$ (aus Einzellast) $= 8340$ kgcm

22675 kgcm.

2. Moment an der Stelle x = 90 cm:

$\frac{50}{6}\,(7{,}5\cdot 35 + 20\cdot 40) = 8850$ kgcm

$400\cdot 17{,}5$ (aus Einzellast) $= 7000$ kgcm

15850 kgcm.

Aus dem zuletzt berechneten Moment kann man auch die Auflagerkräfte bestimmen:

$$B = \frac{15850}{30} = \underline{528\text{ kg}},\quad A = 1025\text{ (Gesamtlast)} - 528 = \underline{497\text{ kg}}.$$

Die in diesem 1. Teil gebrachten einfachen Zusammenhänge am Biegemoment sind nicht nur für die Berechnung der Biegemomente an sich vorteilhaft, sondern auch wichtig für weitere Rechnungen, für die im 3. Teil ein Beispiel gebracht wird. Das ordnende Prinzip zeigt sich besonders in der übersichtlichen Zusammendrängung der Zahlen, wobei die Matrix fast ohne Formel aufgestellt werden kann. Man erkennt auch den Einfluß der einzelnen Kräfte auf das

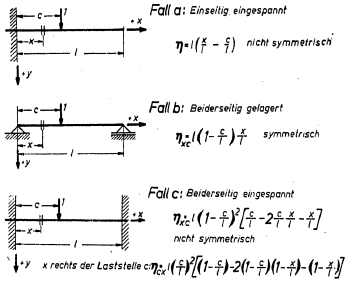


Bild 17 Zusammenstellung der Grundformeln für die Momentenmatrix.

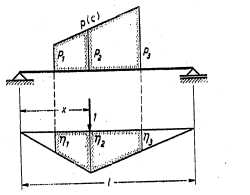
Bild 18 Schema zur zahlenmäßigen Auswertung eines Produktintegrals nach der Formel

$$A = \frac{c_2 - c_1}{6}\left[\eta_1\,(2p_1 + p_2) + \eta_2\,(2p_2 + p_1)\right].$$

Biegemoment. Soll an einer bestimmten Stelle das Biegemoment bestimmt werden, an der keine Kraft vorhanden ist, so denkt man sich dort die Last P = 0 und bezieht diese Stelle in die Matrix mit ein. Da diese Spalte mit 0 multipliziert wird, fällt sie fort. Es bleibt aber an dieser Stelle die Zeile erhalten.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



$$M_x = \frac{c_2 - c_1}{6}\left[\eta_1 (2P_1 + P_2) + \eta_2 (2P_2 + P_1)\right]$$

Bild 19 Einfache Zerlegung der Fläche bei der Bestimmung des Moments für eine Trapezlast an der Stelle x. Formel für das 1. Flächenpaar.

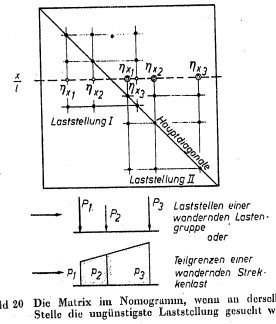


Bild 20 Die Matrix im Nomogramm, wenn an derselben Stelle die ungünstigste Laststellung gesucht wird.

Zweiter Teil

Eines der wichtigsten Bauelemente einer Maschine ist die Welle. Durch sie wird die Bewegung ein- und weitergeleitet. Bei der Konstruktion von Wellen treten viele Probleme auf, die größtenteils rechnerischer Natur sind. Die Wellen sind sehr oft mehrfach gelagert und stellen dann einen Stab auf mehreren Stützen dar. Die Lagerkräfte sind dann statisch unbestimmt. Bei der Fertigung kann es außerdem vorkommen, daß die Lager nicht fluchten. Dadurch treten zwangsweise Formänderungen (Durchbiegungen) auf, die zusätzliche Kräfte hervorrufen. Die Wellen werden durch Kräfte belastet, die von Riemenscheiben, Zahnrädern, Kolbendrücken usw. herrühren und sich bei einer Umdrehung mehr oder weniger stark ändern. Bei verschiebbaren Zahnrädern stellen diese Kräfte wandernde Lasten dar. Es müssen also bei einem Wellenproblem Formänderungen und Kräfte zugleich in Rechnung gesetzt und bei der Berechnung gemeistert werden. Die Rechnung wird oft noch dadurch erschwert, daß die Wellen nicht einfach durchgehend glatt sind. Die Konstruktion erfordert vielfach abgesetzte Wellen. Bei Kurbelwellen treten außerdem noch Kröpfungen hinzu. Kräfte und Formänderungen sind nicht allein in statischer Hinsicht zu ermitteln, sondern sie sind auch bei Schwingungen der schwierigste Teil der Rechnung.

Die Berechnung von Wellen wird mit Hilfe der Matrizenrechnung ganz besonders übersichtlich. Wir zeigen die Anwendung an einer einfachen, durchgehenden, mehrfach gelagerten glatten Welle, wobei sich auch interessante einfache Anwendungen der Matrizenmultiplikation ergeben. Gegeben sei *ein Stab auf drei Stützen* (Bild 23). Durch die Kraft P_2 werden drei Stützkräfte A, X_1 und B hervorgerufen. $P_2 = 1$ bewege sich entlang AB, und das Lager X_1 sei senkrecht zu AB verschiebbar. Ist X_1 weit genug von AB entfernt, dann biegt sich der Stab an der Stelle 1 durch, und X_1 hat den Wert 0. Bei der Annäherung an AB muß X_1 die Durchbiegung y_1 wieder aufheben, und man findet X_1 proportional der Durchbiegung y_1.

$$X_1 = \mu \cdot y_1.$$

Der Proportionalitätsfaktor μ wird auf Grund folgender Überlegung bestimmt: Ist das Lager X_1 mit A und B in gleicher Höhe und rollt $P_2 = 1$ an die Stelle 1, so sind alle Durchbiegungen verschwunden (Bild 24). $P_2 = 1$ erzeugt an der Stelle 1 die Stützkraft $X_1 = -1$. Da X_1 den Ordinaten der elastischen Linie verhältnisgleich ist, kann man diese als Einflußlinie η_1 für X_1 ansehen. Sie muß dann an der Stelle 1 die Durchbiegung 1 cm haben. Will man daher eine elastische Linie mit dieser Durchbiegung erzeugen, so ist außer $P = 1$ an der Stelle 1 ohne Stütze die Kraft X_1^1 anzubringen. [X_1^1 ist die Kraft an der Stelle 1, die dort zusammen mit $P = 1$ ohne Stütze die Durchbiegung $y_1 = 1$ cm hervorruft (durch Hochzahl angedeutet).] Wandert dann die Last, dann ist immer die Durchbiegung an der Stelle 1 ein Maß für die Kraft X_1. Die Einflußlinie für die Auflagerkraft X_1 lautet daher

$$\eta_1 = X_1^1 \cdot \eta_{11},$$

worin η_1 die gesuchte Einflußgröße für X_1 an der Stelle 1 bei wandernder Last 1 (Dimension 1), η_{11} die Einflußgröße für die Durchbiegung durch eine Kraft 1 an der Stelle 1 ist.

Zu ihrer Berechnung von X_1 kann man also ansetzen

$$1 = X_1^1 \cdot \eta_{11},$$

$$X_1^1 = \frac{1}{\eta_{11}},$$

weil y_1 mit η_1 identisch wird.

Wandert $P_2 = 1$ wieder an die Stelle 2, dann wird aus η_{11} die Einflußgröße η_{12} oder auch η_{21} (denn man kann nach *Maxwell* die Indizes vertauschen). Die Einflußlinie für X_1 gewinnt man also durch die Einflußlinien für die Durchbiegung einer Kraft 1 an der Stelle 1 und der Kraft X_1^1 an der Stelle 1. Man erhält

$$\eta_1 = X_1^1 \cdot \eta_{21} = \frac{1}{\eta_{11}} \cdot \eta_{21}.$$

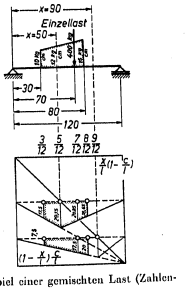


Bild 22 Skizze zum Beispiel einer gemischten Last (Zahlenbeispiel 3).

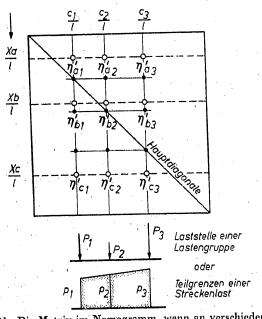


Bild 21 Die Matrix im Nomogramm, wenn an verschiedenen Stellen x_a, x_b und x_c das Moment bestimmt werden soll. Bei der Aufstellung der Matrix denkt man sich an diesen Stellen Kräfte P = 0 angebracht.

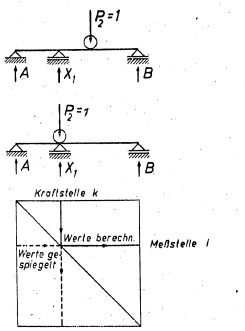


Bild 23 bis 25 Rollt eine Kraft 1 über die Lagerstellen, so entsteht dort die Auflagerkraft 1.

Sind auch an den Stellen 3, 4, 5 . . . Kräfte P_3, P_4, P_5 . . . vorhanden, so erhält man für die Kraft X_1

$$X_1 = X_1^1 \cdot (P_3 \eta_{31} + P_3 \eta_{31} + P_4 \eta_{41} \ldots).$$

Beachtet man, daß in der Klammer auch die Werte η_{12}, η_{13} . . . stehen könnten, so erhält man

$$X_1 = X_1^1 \cdot y_1.$$

Der Wert μ ist also $= \frac{1}{\eta_{11}}$.

η_{11} ist mit Hilfe der Gleichung für die elastische Linie für eine Kraft P = 1 zu berechnen.

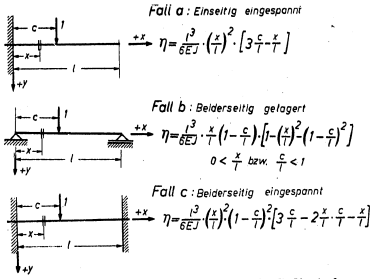


Bild 26 Zusammenstellung der Grundformeln für die Matrix der elastischen Linie.

$$\eta = \frac{l^3}{6\,EJ} \cdot \frac{x}{l}\,(1 - \frac{c}{l})\left[1 - (\frac{x}{l})^2 - (1 - \frac{c}{l})^2\right].$$

Die Formel kann man in zwei Hauptteile zerlegen, den Hauptwert $\frac{l^3}{6\,EJ}$ und die Einflußzahl

$$\frac{x}{l}\,(1 - \frac{c}{l})\left[1 - (\frac{x}{l})^2 - (1 - \frac{c}{l})^2\right].$$

Die Dimension von η ist $\frac{cm}{kg}$. Die Werte η_{11}, η_{21}, . . . erhält man durch Berechnung von η_{11}, η_{12} . . . und Spiegeln an der Diagonalen. (Grundformeln Bild 26, Nomogramm Bild 27 und 28.) Beim Benutzen eines Nomogramms findet man letztere auch in der Zeile 1, erstere in der Spalte 1 (Bild 25). Zur Aufzeichnung benutzt man die ganze Zeile oder Spalte. $X_1^1 = \frac{1}{\eta_{11}}$ bekommt man aus dem Hauptdiagonalen-Wert η_{11}. Da alle Werte η_{11}, η_{21} . . . durch η_{11} dividiert werden, fallen die Hauptwerte heraus, und die Haupt-Einflußlinie für X_1 ist nur aus den Verhältniszahlen aufgebaut; ihr Hauptwert ist also = 1.

Ändert sich das Trägheitsmoment entlang AB, so bestimmt man die Werte η_{11}, η_{21}, . . . graphisch mit Hilfe des *Mohr*schen Verfahrens. Im Punkt für $P_1 = 1$ zeichnet man die dreieckförmige Momentenfläche und verzerrt sie mit dem Verhältnis eines Vergleichsträgheitsmoments zu dem Trägheitsmoment an der be-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

treffenden Stelle. Zu dieser verzerrten Momentenfläche zeichnet man dann die elastische Linie. Den Maßstab braucht man nicht dazu zu bestimmen, denn man dividiert die zeichnerischen Werte $\eta_{11}, \eta_{21} \ldots$ durch den zeichnerischen Wert η_{11}. An der Stelle 1 gilt dann der Wert 1.

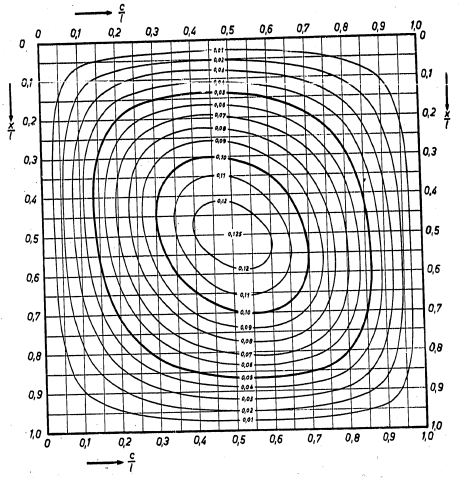


Bild 27 Nomogramm für die Einflußzahlen der elastischen Linie, Fall b (beiderseitig gelagert).

Durch diese Betrachtungen hat man eine ganz neue grundlegende Gleichung bekommen. Während in der Gleichung $y_1 = X_1 \eta_{11}$ die Durchbiegung y_1 aus der Kraft X_1, X_2 ... und der berechenbaren Einflußgröße η_{11} berechnet wurde, wird nunmehr mit Hilfe von y_1 und dem Kehrwert der Einflußgröße $\frac{1}{\eta_{11}}$ die Kraft X_1 bestimmt. Es mag bei der Einfachheit der Gleichungen überflüssig sein, besonders darauf hinzuweisen. Diese Tatsache ist aber von grundlegender Bedeutung bei mehreren Auflagern X_1, X_2 .... Bei einem Auflager X_1 ist die Bestimmung des Kehrwertes von η_{11} sehr einfach, bei mehreren Kräften aber nicht mehr. Es ist dann der Kehrwert der Matrix zu bestimmen.

Sind bei der Belastung des Stabes die Kräfte $P_2, P_3 \ldots$ gegeben, so stellt man zunächst das allgemeine Gleichungssystem für die Durchbiegungen auf. Man erhält z. B. für 3 Kraftstellen (einschließlich der Stelle X_1) folgendes Gleichungsschema

$$
\begin{aligned}
y_1 &= X_1 \eta_{11} + P_2 \eta_{12} + P_3 \eta_{13} \\
y_2 &= X_1 \eta_{21} + P_2 \eta_{22} + P_3 \eta_{23} \\
y_3 &= X_1 \eta_{31} + P_2 \eta_{32} + P_3 \eta_{33}
\end{aligned}
$$

oder

$$
\begin{aligned}
y_1 &= X_1 \eta_{11} + y_{12} + y_{13} \\
y_2 &= X_1 \eta_{21} + y_{22} + y_{23} \\
y_3 &= X_1 \eta_{31} + y_{32} + y_{33} .
\end{aligned}
$$

Die y-Werte mit doppelten Indizes erhält man aus dem Gleichungssystem, wenn man X_1 gleich 0 setzt. Diesen Zustand bezeichnet man allgemein als das statisch bestimmte Hauptsystem. Um die unbekannte Kraft X_1 zu berechnen, bestehen also 3 Variationen:

1. Ist y_1 gegeben und dazu gleichzeitig P_2 und P_3

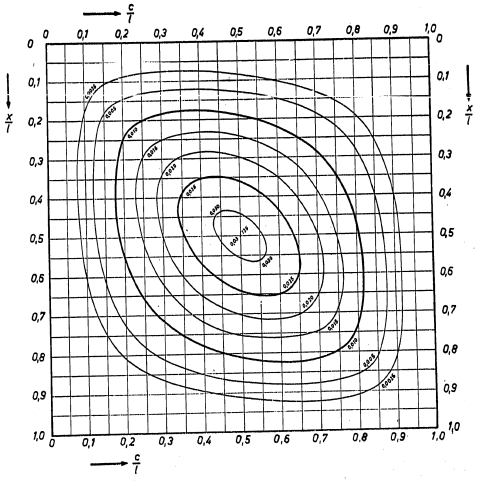


Bild 28 Fall c (beiderseitig eingespannt).

Durch Auflösung nach X_1 erhält man die drei Gleichungen

$$
\begin{aligned}
X_1 &= \frac{1}{\eta_{11}} (y_1 - y_{12} - y_{13}) \\
X_1 &= \frac{1}{\eta_{21}} (y_2 - y_{22} - y_{23}) \\
X_1 &= \frac{1}{\eta_{31}} (y_3 - y_{32} - y_{33}) .
\end{aligned}
$$

(Bild 29), so müssen von y_1 die Anteile infolge P_2 und P_3 abgezogen werden. Als Wert y_1 kann auch der Wert 0, wenn das Lager X_1 in Höhe der beiden anderen liegt, oder ein negativer Wert gegeben sein, wenn das Lager X_1 höher liegt als die beiden anderen. Hierzu gehört die erste der drei Gleichungen mit der reziproken Einflußgröße $\frac{1}{\eta_{11}}$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

2. Ist der Wert y_2 gegeben und P_2 und P_3, dann gilt die zweite Gleichung (Bild 30). Auch hier werden die Einflüsse von P_2 und P_3 auf diese Durchbiegung abgezogen. Die reziproke Einflußgröße ist hierbei $\frac{1}{\eta_{21}}$.

Es braucht also nicht unbedingt die Durchbiegung an der Stelle X_1 gegeben zu sein.

3. Ist neben den Kräften P_2 und P_3 der Wert y_3 gegeben, dann gilt die dritte Gleichung mit der reziproken Einflußgröße $\frac{1}{\eta_{31}}$ (Bild 31).

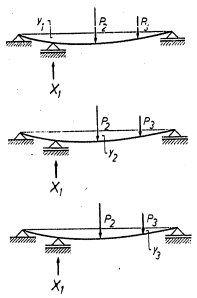


Bild 29 bis 31 Die Durchbiegungen brauchen nicht unbedingt an den Kraftstellen gegeben zu sein, wo die Kräfte gesucht werden. Sie bestimmen aber die Gleichungen, mit denen die Kräfte bestimmt werden. Das sind in den drei Bildern 29…31 nacheinander die Zeilen 1, 2 und 3 der Matrix.

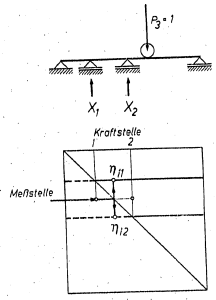


Bild 32 bis 33 Ist die Durchbiegung nicht an einer Stelle der Kräfte gegeben, so erweitert man die Matrix an dieser Stelle i mit einer Kraft $P = 0$. Mit der entsprechenden Zeile bestimmt man die unbekannten Kräfte. (Werte η_{11}, η_{12}).

Sollte eine Formänderung y an keiner der gesuchten oder gegebenen Kraftstelle vorgeschrieben sein, dann setzt man eine an dieser Stelle angenommene Kraft $P = 0$ an, bezieht diese Kraft unter einer Nummer in das Gleichungssystem mit ein und streicht später in der Matrix die entsprechende Spalte. Würde also z. B. im betrachteten Beispiel y_2 und P_3 gegeben sein, dann würde man erhalten

$$X_1 = \frac{1}{\eta_{11}} (y_1 - y_{13})$$

$$X_1 = \frac{1}{\eta_{21}} (y_2 - y_{23})$$

$$X_1 = \frac{1}{\eta_{31}} (y_3 - y_{33}),$$

wovon die zweite Gleichung zur Berechnung von X_1 herangezogen werden müßte, weil dort die Durchbiegung y_2 bekannt ist. Zu jeder unbekannten Kraft X muß also eine Durchbiegung *an irgendeiner Stelle* gegeben sein. Umgekehrt erfordert jede gegebene Durchbiegung die Bestimmung einer statisch unbestimmten Kraft X. Die Lage der Kräfte und Durchbiegungen können ganz beliebig sein. Für die nötige Übersicht sorgt das sehr leicht hinzuschreibende Gleichungssystem. Die Indizes weisen in klarer Weise auf die zu benutzende Berechnungsgleichung hin. Im Index der reziproken Einflußgröße steht an erster Stelle die Lage des gegebenen y-Wertes (Meßstelle), an der zweiten Stelle die Lage der statisch unbestimmten Auflagerkraft. Das Ausgangsschema kann dann nach der Berechnung von X_1 zur Berechnung der gesamten elastischen Linie dienen, die den vorgeschriebenen Bedingungen entspricht.

Bei der Welle auf 4 Lagern sind 2 statisch unbestimmte Größen X_1 und X_2 zu bestimmen (Bild 32). Wir bestimmen zunächst die Einflußlinie für die Auflagerkraft X_1.

Rollt $P_3 = 1$ entlang AB, so wird, über dem Auflager X_2 angelangt, die Kraft $X_2 = -1$, während an der Stelle 1 die Kraft $X_1 = 0$ wird. $P_3 = 1$ über X_1 erzeugt die Auflagerkraft $X_1 = -1$ und an der Stelle X_2 die Kraft $X_2 = 0$. Da wieder die Kräfte X_1 und X_2 der elastischen Linie proportional sind, wird diese als Einflußlinie benötigt. Hierbei gilt nach der Entfernung der beiden mittleren Lager für die elastische Linie die Bedingung, daß bei 1 die Durchbiegung 1, bei 2 die Durchbiegung 0 wird. Es müssen also an den Stellen 1 und 2 zusätzliche Kräfte angebracht werden, die eine solche elastische Linie erzeugen. Wir bezeichnen sie mit $X_1^{1,0}$ und $X_2^{1,0}$, wobei die Hochzahlen 1 und 0 andeuten sollen, daß die Kräfte an den Stellen 1 und 2 die Durchbiegung 1 und 0 zusammen mit $P = 1$ in 1 erzeugen. Eine Verwechslung mit Potenzen ist hierbei nicht zu befürchten. Als Einflußlinie ergibt sich für X_1

$$\eta_1 = X_1^{1,0}\,\eta_{11} + X_2^{1,0}\,\eta_{12}.$$

Bei der Anwendung dieser Gleichung wird die linke Seite an der Stelle 1 gleich 1 und an der Stelle 2 gleich 0. Somit ergeben sich folgende Bestimmungsgleichungen für $X_1^{1,0}$ und $X_2^{1,0}$:

$$1 = X_1^{1,0}\,\eta_{11} + X_2^{1,0}\,\eta_{12}$$
$$0 = X_1^{1,0}\,\eta_{21} + X_2^{1,0}\,\eta_{22}.$$

Nach der Methode von *Gauß* ergibt sich durch Multiplikation der ersten (Leit-)Zeile mit $-\frac{\eta_{21}}{\eta_{11}}$ und Addition zur zweiten Zeile

$$-\frac{\eta_{21}}{\eta_{11}} = -X_1^{1,0}\,\eta_{21} - X_2^{1,0}\,\frac{\eta_{12}\,\eta_{21}}{\eta_{11}}$$
$$0 = X_1^{1,0}\,\eta_{21} + X_2^{1,0}\,\eta_{22}$$
$$-\frac{\eta_{21}}{\eta_{11}} = X_2^{1,0}\left(\eta_{22} - \frac{\eta_{12}\,\eta_{21}}{\eta_{11}}\right).$$

Daraus wird

$$X_2^{1,0} = -\frac{\eta_{21}}{\eta_{11}\,\eta_{22} - \eta_{12}\,\eta_{21}}.$$

Der Nenner ist die Determinante D der Matrix

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{pmatrix}.$$

Damit wird $X_2^{1,0} = -\frac{\eta_{21}}{D}$

$$0 = X_1^{1,0}\,\eta_{21} - \frac{\eta_{21}\,\eta_{22}}{D}$$

$$X_1^{1,0} = \frac{\eta_{22}}{D}.$$

Betrachtet man die Ergebnisse, so haben die X-Werte die Dimension $\frac{\text{kg}}{\text{cm}}$. Die Summanden der Einflußliniengleichungen sind also reine Verhältniszahlen. Rollt $P_3 = 1$ wieder an die Stelle 3, so wird

$$\eta_1 = \frac{\eta_{22}}{D}\,\eta_{13} - \frac{\eta_{21}}{D}\,\eta_{23}$$

oder nach Vertauschung nach *Maxwell*

$$\eta_1 = \frac{\eta_{22}}{D}\,\eta_{31} - \frac{\eta_{21}}{D}\,\eta_{32}.$$

Man benötigt zur Einflußlinie für X_1 die elastischen Linien für eine Last 1 an der Stelle 1 und eine Last 1 an der Stelle 2. Daraus entnimmt man die Werte η_{11} und η_{12} für eine beliebige Stelle i. Unter Benutzung eines Nomogramms ergibt sich Bild 33. Die gespiegelten Spalten für 1 und 2 dienen zur Aufzeichnung der Einflußlinien. Dieselbe Betrachtung kann für die Einflußlinie der Kraft X_2 durchgeführt werden. Hierbei werden an den Stellen 1 und 2 die Kräfte $X_1^{0,1}$ und $X_2^{0,1}$ nötig, und nach ihrer Bestimmung erhält man die beiden Einflußlinien wie folgt zusammengefaßt:

$$\eta_1 = \frac{\eta_{22}}{D}\,\eta_{31} - \frac{\eta_{21}}{D}\,\eta_{32}$$

$$\eta_2 = -\frac{\eta_{12}}{D}\,\eta_{31} + \frac{\eta_{11}}{D}\,\eta_{32}.$$

Befinden sich nun an den Stellen 3, 4, 5 … die Kräfte P_3, P_4, P_5 …, so erhält man für beide Kräfte X_1 und X_2

$$X_1 = \frac{\eta_{22}}{D}\,\Sigma\,P_i\,\eta_{i1} - \frac{\eta_{21}}{D}\,\Sigma\,P_i\,\eta_{i2}$$

$$X_2 = -\frac{\eta_{12}}{D}\,\Sigma\,P_i\,\eta_{i1} + \frac{\eta_{11}}{D}\,\Sigma\,P_i\,\eta_{i2}.$$

Nach Vertauschen der Indizes in den Summen erhält man schließlich als Ergebnis der durchgeführten Betrachtung für den Stab auf vier Stützen an Stelle dieser Summen die gleichwertigen Größen y_1 und y_2 und somit die Gleichungen

$$X_1 = \frac{\eta_{22}}{D}\,y_1 - \frac{\eta_{21}}{D}\,y_2$$

$$X_2 = -\frac{\eta_{12}}{D}\,y_1 + \frac{\eta_{11}}{D}\,y_2.$$

Dies ist ein neues Gleichungssystem für die Kräfte X_1 und X_2 aus den zugehörigen Durchbiegungen y_1 und y_2 mit der neuen Matrix

$$\frac{1}{D}\begin{pmatrix} \eta_{22} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & +\eta_{11} \end{pmatrix} = \mathfrak{N}^{-1}.$$

Die Dimension der Elemente ist $\frac{\text{cm}}{\text{kg}}$, die der Matrix $\frac{\text{kg}}{\text{cm}}$. Sie ist die reziproke oder Kehrmatrix der Ausgangsmatrix

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{pmatrix} = \mathfrak{N}.$$

Wir fassen die Betrachtungen nochmals an einem Beispiel der Welle auf 5 Lagern zusammen. Über den einzelnen Stützen erzeugt eine wandernde Last 1 zunächst an der Stelle 1 den Auflagerdruck — 1 und an den übrigen Stellen 0, dann an der Stelle 2 den Auflagerdruck — 1 und an den übrigen 0, und schließlich an den Stellen 1 und 2 den Wert 0 und an der dritten Stelle — 1. Da die Auflagerkräfte den Durchbiegungen infolge einer Last 1 an den Stellen 1, 2 und 3 nacheinander verhältnisgleich sind, ist die Einflußlinie eine elastische Linie infolge einer Last 1. Die oben genannten speziellen Werte von Durchbiegungen werden erreicht, indem man noch zusätzlich die Kräfte

$$\begin{matrix} X_1^{1,0,0} & X_2^{1,0,0} & X_3^{1,0,0} \\ X_1^{0,1,0} & X_2^{0,1,0} & X_3^{0,1,0} \\ X_1^{0,0,1} & X_2^{0,0,1} & X_3^{0,0,1} \end{matrix}$$

anbringt. Dargestellt, ergeben sich die Bilder 34…36. Zu jedem der drei Bilder gehört ein Gleichungssystem, z. B. zu Bild 34

$$\begin{matrix} \eta_{11} & X_1^{1,0,0} + \eta_{12} & X_2^{1,0,0} + \eta_{13} & X_3^{1,0,0} = 1 \\ \eta_{21} & X_1^{1,0,0} + \eta_{22} & X_2^{1,0,0} + \eta_{23} & X_3^{1,0,0} = 0 \\ \eta_{31} & X_1^{1,0,0} + \eta_{32} & X_2^{1,0,0} + \eta_{33} & X_3^{1,0,0} = 0. \end{matrix}$$

Dieses Gleichungssystem schreibt sich in Matrizenform

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1^{1,0,0} \\ X_2^{1,0,0} \\ X_3^{1,0,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die darin enthaltenen einspaltigen Matrizen nennt man Vektoren. Man kann sie an der Diagonalen spiegeln („transponieren“). Sie heißen dann Zeilenvektoren im Gegensatz zur Spaltenschreibweise, den Spaltenvektoren.

Sollen z. B. 2 Spaltenvektoren multipliziert werden, dann muß erst der erste Faktor transponiert werden. Multipliziert man dann die folgende Gleichung durch, dann muß sich das Gleichungssystem ergeben.

Da die Ausgangsmatrix dieselbe ist und nur die anderen Größen wechseln, ergibt sich für alle 3 Bilder

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1^{1,0,0} & X_1^{0,1,0} & X_1^{0,0,1} \\ X_2^{1,0,0} & X_2^{0,1,0} & X_2^{0,0,1} \\ X_3^{1,0,0} & X_3^{0,1,0} & X_3^{0,0,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die beiden Matrizen ergeben also, miteinander multipliziert, die Einheitsmatrix. Daher sind sie reziprok. Die zweite ist die Kehrmatrix zur ersten Einflußmatrix. Man kann sie mit Hilfe der *Cramer*schen Regel bestimmen. Dabei erweist es sich, daß die Vor-

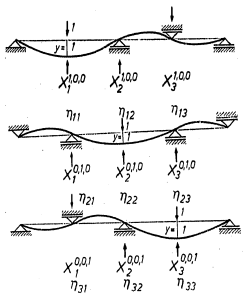


Bild 34 bis 36 Eine wandernde Last 1 erzeugt über den Stützen 1, 2, 3 nacheinander die Auflagerdrücke

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1. \end{matrix}$$

Da diese Auflagerdrücke der Durchbiegung durch eine Last 1 an den Stellen 1, 2, 3 verhältnisgleich sind, werden diese Zahlen zur rechten Seite der Matrix für X_1, X_2 usw.

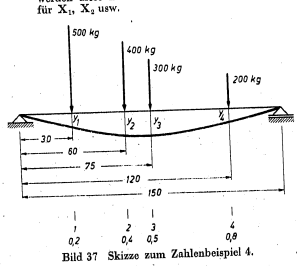


Bild 37 Skizze zum Zahlenbeispiel 4.

zeichen abwechseln. Dies wird nach den Bildern 34...36 anschaulich erläutert, denn die Kräfte wechseln ihre Richtung. Da die Dimension der Einflußmatrix $\frac{\text{cm}}{\text{kg}}$ ist, ist diejenige der Kehrmatrix $\frac{\text{kg}}{\text{cm}}$. Auch die Einheitsmatrix ist kein bloßer Formalismus. Sie enthält die Durchbiegungen der Einflußlinien für die Kräfte X oder, besser gesagt, die Auflagerreaktionen durch die Kraft 1 über den einzelnen Auflagern. Die Kehrmatrix bestimmt man zweckmäßig nicht mit Hilfe von Determinanten, sondern mit Hilfe des *Gauß*schen Verfahrens in Verbindung mit der Matrizenmultiplikation. Die Einflußmatrix dient zur Berechnung von Durchbiegungen mit Hilfe von Kräften, die Kehrmatrix zur Berechnung von Kräften mit Hilfe von Durchbiegungen. Es können aber auch bei gemischten Aufgaben entweder nur die Einflußmatrix oder nur die Kehrmatrix benutzt werden, weil in solchen Aufgaben in gemischter Form Kräfte und Durchbiegungen gegeben sind, aus denen Durchbiegungen und Kräfte zu bestimmen sind.

Gewohnterweise wird man die Einflußmatrix verwenden. Die praktische Durchführung wird an einzelnen Beispielen gezeigt.

Beispiel 4 (Bild 37):

Gegeben sei eine Welle auf zwei Lagern, die mit vier Kräften belastet ist; $J = 100\ \text{cm}^4$ und $E = 2{,}15 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$.

a) *Matrix für die Einflußzahlen* (Einflußgrößen ohne den Hauptwert)

$$\begin{pmatrix} 0{,}0512 & 0{,}0720 & 0{,}0710 & 0{,}0368 \\ 0{,}0720 & 0{,}1152 & 0{,}1180 & 0{,}0640 \\ 0{,}0710 & 0{,}1180 & 0{,}1250 & 0{,}0710 \\ 0{,}0368 & 0{,}0640 & 0{,}0710 & 0{,}0512 \end{pmatrix}.$$

b) *Hauptwert*

$$\frac{l^3}{6\,E \cdot J} = \frac{1{,}5^3 \cdot 10^6}{6 \cdot 2{,}15 \cdot 10^6 \cdot 10^2} = 0{,}000\,524\ \frac{\text{cm}}{\text{kg}}.$$

c) *Durchbiegungen* (spaltenweises Multiplizieren mit Hauptwert und Kraft)

$y_1 = 0{,}01340 + 0{,}01505 + 0{,}01115 + 0{,}00384 = 0{,}04344$ cm
$y_2 = 0{,}01880 + 0{,}02410 + 0{,}01850 + 0{,}00688 = 0{,}06828$ cm
$y_3 = 0{,}01855 + 0{,}02460 + 0{,}01960 + 0{,}00741 = 0{,}07016$ cm
$y_4 = 0{,}00960 + 0{,}01335 + 0{,}01115 + 0{,}00535 = 0{,}03945$ cm

Beispiel 5 (Bild 38):

Gegeben sei eine fünffach gelagerte Welle mit drei Kräften; alle Lager liegen in gleicher Höhe.

Die Matrix hätte bei der Bestimmung der elastischen Linie sechs Zeilen und Spalten. Es soll aber bei diesem Beispiele nicht die elastische Linie bestimmt werden, sondern gesucht sind nur die Kräfte X_1, X_3 und X_5.

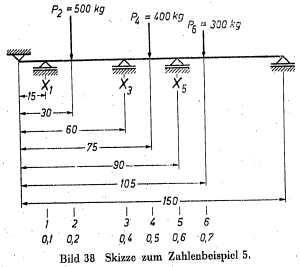


Bild 38 Skizze zum Zahlenbeispiel 5.

Aus der Gesamtmatrix wird zunächst die X-Matrix herausgenommen (Bild 39). Da die ganze erste, dritte und fünfte Zeile zur Bestimmung der Kräfte benötigt wird und die rechten Seiten = 0 sind, ergeben sich zwei Matrizen als Teil-Matrizen. Die Matrix mit den bekannten Zahlengrößen bildet die rechten Seiten. Man bezeichnet sie auch als Belastungsglieder und zusammen als statisch bestimmtes Hauptsystem. Sie lautet:

$$\begin{pmatrix} \eta_{12} & \eta_{14} & \eta_{16} \\ \eta_{32} & \eta_{34} & \eta_{36} \\ \eta_{52} & \eta_{54} & \eta_{56} \end{pmatrix}.$$

Man kann auch diese Matrix dadurch gewinnen, indem man die X-Werte = 0 setzt. Bei der Benutzung von Matrizen hat man dies nicht notwendig. Den Hauptwert kann man fortlassen, da alle Spalten denselben Hauptwert enthalten, somit durch ihn dividiert werden können. Mit den Einflußzahlen erhält man

$$\begin{pmatrix} 0{,}0280 & 0{,}0370 & 0{,}0270 \\ 0{,}0720 & 0{,}1180 & 0{,}0900 \\ 0{,}0640 & 0{,}1180 & 0{,}0990 \end{pmatrix}.$$

Nach Ausmultiplizieren der Spalten mit den Kräften 500, 400 und 300 kg wird dann

$$\begin{aligned} 14{,}0 + 14{,}8 + \ 8{,}1 &= \ 36{,}9 \\ 36{,}0 + 47{,}2 + 27{,}0 &= 110{,}2 \\ 32{,}0 + 47{,}2 + 29{,}7 &= 108{,}9\,. \end{aligned}$$

Um eine gute Angleichung der Zahlengrößen bei der Rechnung zu erreichen, werden die durch hundert dividierten Werte in das Rechenschema eingesetzt. Man erhält dann auch die hundertmal zu kleinen Werte für die Unbekannten.

Für die X-Matrix erhält man (Bild 39):

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{13} & \eta_{15} \\ \eta_{31} & \eta_{33} & \eta_{35} \\ \eta_{51} & \eta_{53} & \eta_{55} \end{pmatrix}$$

und mit Zahlen ohne Hauptwert

$$\begin{pmatrix} 0{,}0162 & 0{,}0378 & 0{,}0332 & 0{,}369 \\ 0{,}0378 & 0{,}1152 & 0{,}1088 & 1{,}102 \\ 0{,}0332 & 0{,}1088 & 0{,}1152 & 1{,}089 \end{pmatrix},$$

wobei noch die rechten Seiten als 4. Spalte hinzugefügt wurden.

Im nachfolgenden endgültigen Rechenschema wurde die X-Matrix eingesetzt und wurden mit Hilfe der Dreiecksmatrizen die unbekannten Kräfte X_1, X_3 und X_5 berechnet (Bild 40). An einem weiteren Beispiel 6 (Bild 41) soll gezeigt werden, wie bekannte Kräfte und Formänderungen in allgemeiner Lage zugleich behandelt werden, wobei sich zeigt, daß allein die Matrix dazu berufen ist, Ordnung in den Gedanken- und Rechnungsgang zu bringen. Wir führen die Betrachtungen nur bis zur Bestimmung der unbekannten Kräfte durch; die Bestimmung der unbekannten Formänderungen ist dann einfach. Man bekommt eine fünfspaltige Matrix, von der wir jedoch nur die zur Berechnung der Kräfte nötige erste und dritte Zeile hinschreiben:

$$y_1 = P_1\,\eta_{11} + X_2\,\eta_{12} + P_3\,\eta_{13} + X_4\,\eta_{14} + P_5\,\eta_{15}$$
$$y_3 = P_1\,\eta_{31} + X_2\,\eta_{32} + P_3\,\eta_{33} + X_4\,\eta_{34} + P_5\,\eta_{35}.$$

Aus diesen beiden Zeilen ergibt sich die Matrix zur Bestimmung der rechten Seiten

$$\begin{pmatrix} \eta_{13} & \eta_{15} \\ \eta_{33} & \eta_{35} \end{pmatrix}$$

und die X-Matrix

$$\begin{pmatrix} \eta_{12} & \eta_{14} \\ \eta_{32} & \eta_{34} \end{pmatrix};$$

die beiden Zeilen ergeben dann die Form

$$(y_1 - y_{13} - y_{15}) = X_2\,\eta_{12} + X_4\,\eta_{11}$$
$$(y_3 - y_{33} - y_{35}) = X_2\,\eta_{32} + X_4\,\eta_{34},$$

die an sich schon zur Berechnung der X-Kräfte dienen könnten. Wir schreiben die beiden Zeilen noch mit Hilfe der Kehrmatrix um. Diese lautet, da bei 2 Unbekannten die Determinantenform genommen werden kann,

$$\frac{1}{D}\begin{pmatrix} +\eta_{34} & -\eta_{32} \\ -\eta_{14} & +\eta_{12} \end{pmatrix}.$$

Hieraus ergeben sich, nach X aufgelöst, die Gleichungen

$$X_2 = +\frac{\eta_{34}}{D}(y_1 - y_{13} - y_{15}) - \frac{\eta_{32}}{D}(y_3 - y_{33} - y_{35})$$
$$X_4 = -\frac{\eta_{14}}{D}(y_1 - y_{13} - y_{15}) + \frac{\eta_{12}}{D}(y_3 - y_{33} - y_{35}).$$

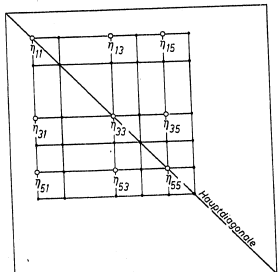


Bild 39 X-Matrix innerhalb der Gesamtmatrix. Die übrigen Einflußgrößen in den Zeilen ergeben mit den gegebenen Kräften die rechten Seiten der Matrix.

i / k	1	3	5		
1	0,0162	0,0378	0,0332	0,369	
3	0,0378	0,1152	0,1088	1,102	
5	0,0332	0,1088	0,1152	1,089	
Summenkontrolle	0,0872	0,2618	0,2572	2,560	
1	0,0162	2,335	2,05	22,8	5,29
3	0,0378	0,0270	1,160	8,9	3,15
5	0,0332	0,0314	0,0108	4,96	4,96
Summenkontrolle	0,0872	0,0583	0,0110	0	

$X_1 = 5{,}29$ kg
$X_3 = 3{,}15$ kg
$X_5 = 4{,}96$ kg

Bild 40 Berechnung der 3 unbekannten Kräfte mit Hilfe von Dreiecksmatrizen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Im Bild 41 wurden die Einflußgrößen der Ausgangsmatrix für die X-Werte besonders hervorgehoben.

Diese Rechnungsweise spart z. B. bei mehrfach gelagerten Kurbelwellen viel Zeit, wenn man die Auflagerkräfte bei verschiedenen Kurbelstellungen berechnen will. Dabei bleiben die Matrizen erhalten und brauchen nur einmal berechnet zu werden.

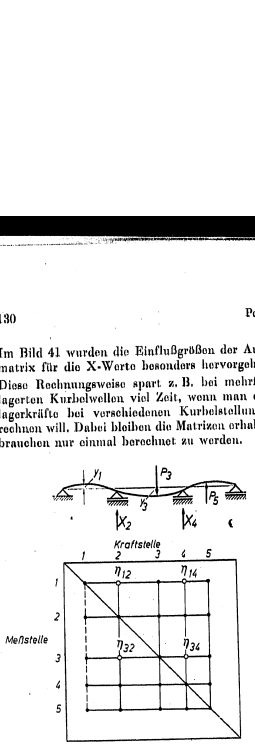


Bild 41 Skizze und Matrix zum Beispiel 6.

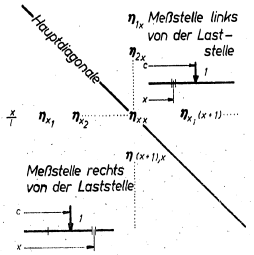


Bild 42 Bildliche Darstellung einer unendlichen Matrix für das Moment (Streckenlasten).

Dritter Teil

Bei seinen genaueren Berechnungen ist der Maschinenkonstrukteur vielfach auf die Formeln und Methoden angewiesen, die sich der Bauingenieur für seine Arbeit im Laufe der Zeit entwickelt hat. Seine Aufgaben sind aber vielfach anders geartet als beim Bauingenieur. Dieser hat es im allgemeinen mit einfachen Bauteilen zu tun, die eine Spezialisierung gestatten. Es haben sich daher eine Reihe von Methoden entwickelt, die von ihren Urhebern einen besonderen Namen bekommen haben. Es erweckt oft zu Unrecht den Eindruck, als ob es sich dabei um etwas Besonderes, Neues handle. Dabei ist die Grundlage meist dieselbe. Der Maschinenkonstrukteur hat es im Gegensatz dazu mit Belastungsfällen zu tun, die immer wieder etwas Neues bieten und vor allem, die sich in einer gewissen Periode (z. B. bei einer Umdrehung der Welle) ändern. Die Kräfte ändern nicht nur ihre Größe, sondern auch den Angriffspunkt und die Richtung. Durch diese Veränderungen ist er gezwungen, sich einen Überblick über die Rechnungsmöglichkeiten zu verschaffen. Seine Rechnungen werden zu Serienrechnungen, die eine rationelle Arbeitsweise erforderlich machen. Gerade hierbei erweist sich die Matrix als ein sehr geeignetes Hilfsmittel. Wendet man sie auf die verschiedenen Methoden an, so zeigt sich, daß sie meist im Grunde viel einfacher sind, als sie normalerweise erscheinen. Auch die Zusammenhänge der einzelnen Methoden treten viel klarer hervor. Dies soll im folgenden dritten Teil für die Methode von *Castigliano* durchgeführt werden.

Aus den Ausführungen zur Momentenmatrix erkennt man, daß bei einer Streckenlast sich unendlich viele Spalten und Zeilen ergeben, wenn man die Belastungsfläche in Streifen von der Größe $p \cdot dc$ einteilt, deren Wirkungslinie durch den Schwerpunkt der Fläche geht. Denkt man sich dann die Momente M_1, M_2, M_3 ... in Zeilenform hingeschrieben, dann hat man an der Stelle x einer Kraft $p_x \cdot dc$ einen Spaltenvektor $p_1 \cdot dc$ (Bild 42), $p_2 \cdot dc$ ... $p_x \cdot dc$ ... Ist die Matrix nicht symmetrisch, dann hat der Zeilenvektor andere Werte als der Spaltenvektor. In der Spalte gewinnt man die Werte, wenn man in der Gleichung c konstant läßt und x ändert. Die η-Werte η_{1x}, η_{2x}, η_{3x}, η_{4x} ... sind dann die wirklichen Momente infolge $P_x = p_x \cdot dc = 1$. In einer Zeile ist x konstant und c veränderlich. Die η-Werte η_{x1}, η_{x2} ... η_{xx} ... sind dann Einflußzahlen für das Moment M_x an der Stelle x. Dies ist zu beachten, wenn man z. B. einen eingespannten Stab hat; dann liegt Unsymmetrie vor, und es unterscheiden sich dann Momenten- und Einflußlinie einer Kraft $P_x = p_x \cdot dc = 1$.

Nach *Castigliano* erhält man mit Hilfe der virtuellen Arbeit die Formänderung an der Stelle x:

$$y_x = \frac{1}{E\,J} \int_0^l \frac{\partial M}{\partial P_x} M \cdot dc .$$

Formal würde man dann so vorgehen, daß man die Momentengleichung bildet, sie partiell nach P_x ableitet, ihr Produkt bildet und integriert. Mit Hilfe von Matrizen wird das anschaulicher. Denkt man sich das Gleichungssystem für M partiell differenziert nach P_x, dann fallen alle Glieder fort bis auf die Spalte an der Stelle c = x, von der noch der Spaltenvektor η_{1x}, η_{2x} ... η_{xx} ... übrig bleibt. Die linken Seiten ergeben den Spaltenvektor $\frac{\partial M_1}{\partial P_x}, \frac{\partial M_2}{\partial P_x}, \ldots \frac{\partial M_x}{\partial P_x}$.

Auch die linke Seite des Ausgangsgleichungssystems ergibt einen Spaltenvektor M_1, M_2 ... M_x ...

Das Integral ist die unendliche Summe der Produkte aus $\frac{\partial M}{\partial P_x}$ und $M \cdot dc$, nämlich das skalare Produkt aus den Spaltenvektoren η_{1x}, η_{2x} ... η_{xx} ... und $M_1 \cdot dc$, $M_2 \cdot dc$ ... $M_x \cdot dc$ ... Der transponierte Vektor von $M_1 \cdot dc$, $M_2 \cdot dc$ ... $M_x \cdot dc$ ... ist die Momentenfläche, die skalar mit der Momentenfläche von $P_x = p_x \cdot dc = 1$ multipliziert und addiert wird. Das geschieht bei Vektoren aus unendlich vielen Elementen, wie man auch Funktionen bezeichnen kann, zweckmäßig mit Hilfe der Produktenformel

$$A_1 = \frac{c_2 - c_1}{6} \left| \eta_{1x} (2\,M_1 + M_2) + \eta_{2x} (2\,M_2 + M_1) \right| \text{usw.} .$$

Die Integration erstreckt sich über die ganze Stablänge. Die η-Werte sind also hier nicht die Einflußgrößen der Einflußlinie, sondern die Werte des Spaltenvektors für c = x. Die beiden Funktionen denkt man sich untereinander gezeichnet (Bild 18) und in entsprechende Streifenpaare eingeteilt.

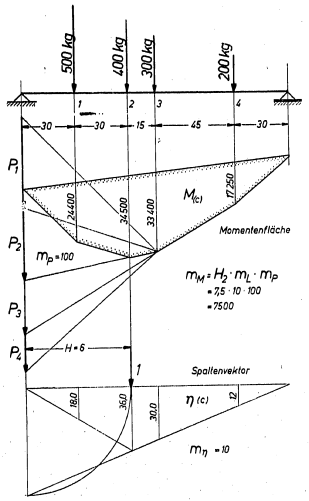


Bild 43 Skizze zum Zahlenbeispiel 7.

Beispiel 7 (Bild 43):

$$\frac{30}{6}\ 18\ (2 \cdot 24400 + 0) = 4\,392\,000$$

$$\frac{30}{6}\ 18\ (2 \cdot 24400 + 34500) = 7\,497\,000$$

$$\frac{30}{6}\ 36\ (2 \cdot 34500 + 24400) = 16\,812\,000$$

$$\frac{15}{6}\ 36\ (2 \cdot 34500 + 33400) = 9\,216\,000$$

$$\frac{15}{6}\ 30\ (2 \cdot 33400 + 34500) = 7\,597\,500$$

$$\frac{45}{6}\ 30\ (2 \cdot 33400 + 17250) = 18\,911\,250$$

$$\frac{45}{6}\ 12\ (2 \cdot 17250 + 33400) = 6\,111\,000$$

$$\frac{30}{6}\ 12\ (2 \cdot 17250 + 0) = 2\,070\,000$$

$$72\,606\,750$$

$$y_2 = \frac{72\,606\,750}{2{,}15 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^3} = 0{,}0675 \text{ cm} .$$

Das Verfahren eignet sich besonders für statisch unbestimmte Systeme, wenn das Trägheitsmoment veränderlich ist. Wenn z. B. nach Bild 44 (Beispiel 8) ein Stab auf drei Stützen gegeben ist, so würde ohne die mittlere Stütze dort der Stab sich durchsenken (y_0). Den durch die gegebenen Kräfte belasteten Stab nennt man das statisch bestimmte Hauptsystem. Als Matrix geschrieben, bildet das System die linken Seiten des Gleichungssystems. Die Kraft X macht die Durchbiegung wieder rückgängig. Von der Kraft X ist nur der Einheitsvektor und sein Angriffspunkt bekannt. Daher kann auch nur die Durchbiegung durch $X = -1$ bestimmt werden. Die Multiplikation der Momentenfläche für $X_2 = -1$ mit dem Spaltenvektor η ergibt die Kraft

$$X = \frac{y_0}{\eta} .$$

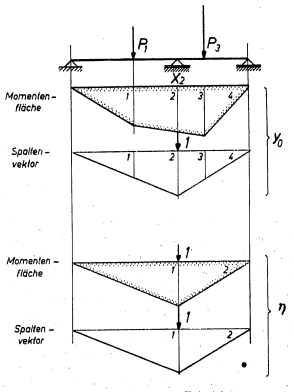


Bild 44 Skizze zum Beispiel 8.

Das Beispiel 9 nach Bild 45 ergibt dann in derselben Weise eine Matrix

$$y_{10} = X_1\,\eta_{11} + X_2\,\eta_{12}$$
$$y_{20} = X_1\,\eta_{21} + X_2\,\eta_{22} .$$

Es ergeben sich folgende Zahlenwerte (EJ-fach)

$$20\,390\,000 = 35\,550\,X_1 + 20\,550\,X_2$$
$$12\,693\,000 = 20\,590\,X_1 + 15\,670\,X_2$$

$$X_1 = 433 \text{ kg}$$
$$X_2 = 242 \text{ kg} .$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Das Beispiel 10 nach Bild 46 zeigt ein Siederohr, das in einen Oberkessel eingewalzt ist, und das am anderen Ende in einem Sammelrohr steif gelagert ist. Durch die Erwärmung treten Biegespannungen auf, die an den Enden unbekannte Lagerkräfte und ein Biegemoment auslösen. Denkt man sich ein Ende gelöst (z. B. am Sammelrohr), so wird dieses Ende verschoben und gedreht.

Um die Verschiebung δ mit den Komponenten u und v rückgängig zu machen, benötigt man die Kräfte X_u und X_v in entgegengesetzter Richtung von u und v, um die Drehung rückgängig zu machen, ein Moment, das zweckmäßig als Kräftepaar mit dem Abstand a = Entfernung der Fixpunkte angesetzt wird.

Dadurch erhält man eine dritte Richtung w, in der die Verschiebung Null ist. Die Verschiebungen resultieren aus den Wärmedehnungen.

a) *Konstruktionsgrößen*

Rohr-Außendurchmesser	$d = 83$ mm
Wandstärke	$s = 3{,}25$ mm
Werkstoff	St 35.80
Trägheitsmoment	$J = 64{,}8 \cdot 10^{-8}$ m^4
Elastizitätsmodul	$E = 1{,}85 \cdot 10^{10}$ kg/m^2
Ausdehnungskoeffizient	$\alpha = 12{,}9 \cdot 10^{-6}$ m/m·°C
Rohrwandtemperatur	$t_w = 320^0$ C
Kesselhaustemperatur	$t_u = 20^0$ C

b) *Verschiebungen*

$u = l_u \cdot \alpha \cdot \Delta t$ [m]
$v = l_v \cdot \alpha \cdot \Delta t$ [m]
$w = 0$.

$l_u = B$ = vektorielle Gesamtlänge in Richtung u,
$l_v = H$ = vektorielle Gesamtlänge in Richtung v.

Um die Rechnung zu vereinfachen, erweitert man die Gleichung mit der Biegesteifigkeit $E \cdot J$.

$u \cdot E \cdot J = l_u \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot J = 3{,}5 \cdot 12{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 1{,}85 \cdot 10^{10} \cdot 64{,}8 \cdot 10^{-8} = 162{,}4$

$v \cdot E \cdot J = l_v \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot J = 10{,}95 \cdot 12{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 1{,}85 \cdot 10^{10} \cdot 64{,}8 \cdot 10^{-8} = 508{,}0$

$w \cdot E \cdot J = 0$.

c) *Gleichungssystem*

$$X_u \cdot \eta_{uu} + X_v \cdot \eta_{uv} + X_w \cdot \eta_{uw} + u \cdot E \cdot J = 0$$
$$X_u \cdot \eta_{vu} + X_v \cdot \eta_{vv} + X_w \cdot \eta_{vw} + v \cdot E \cdot J = 0$$
$$X_u \cdot \eta_{wu} + X_v \cdot \eta_{wv} + X_w \cdot \eta_{ww} + w \cdot E \cdot J = 0$$

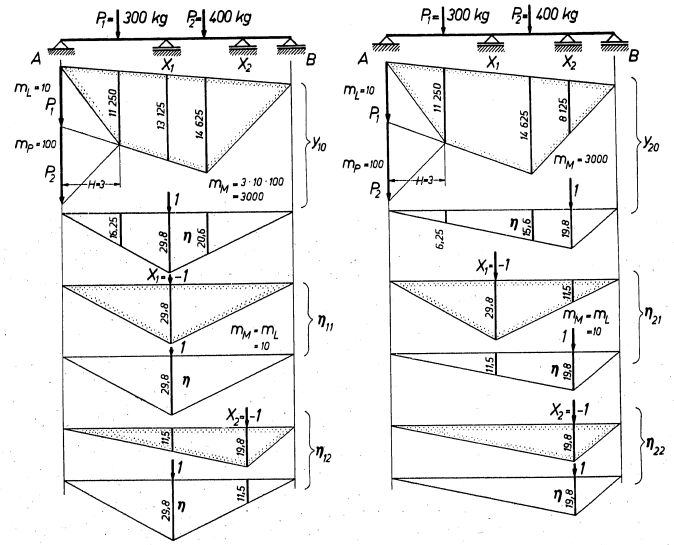


Bild 45 Skizze zum Zahlenbeispiel 9.

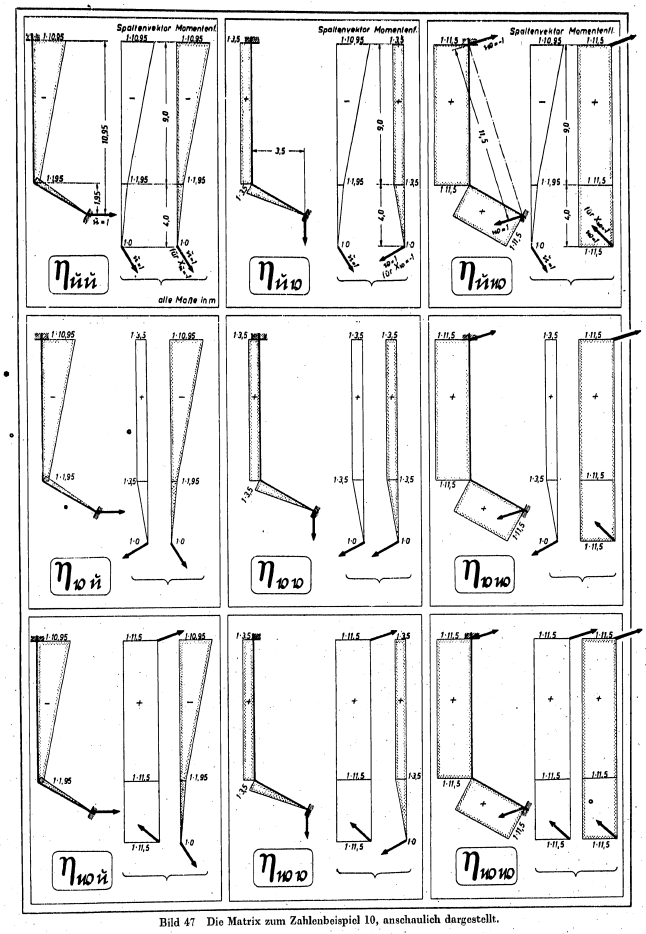


Bild 47 Die Matrix zum Zahlenbeispiel 10, anschaulich dargestellt.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

d) Einflußgrößen nach Castigliano

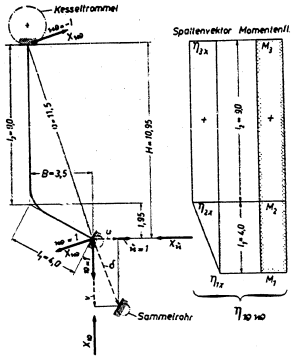
In Bild 47 (Beispiel 11) ist die Einflußmatrix bildlich dargestellt. Es sind jeweils für jedes η der Spaltenvektor und die Momentenfläche für $X = -1$ zu kombinieren. Dazu dient die Formel

$$A = \frac{c_2 - c_1}{6}\left[\eta_{1x}(2M_1 + M_2) + \eta_{2x}(2M_2 + M_1)\right].$$

Hierzu sind:

$$c_2 - c_1 = l_1,\ l_2 \ldots,$$

η_{1x}, η_{2x} die Ordinaten des Spaltenvektors,
M_1, M_2 die Ordinaten der Momentenfläche für $X = -1$.



$$A_1 = \frac{c_2 - c_1}{6}\left[\eta_{1x}(2M_1 + M_2) + \eta_{2x}(2M_2 + M_1)\right]$$

$$A_2 = \frac{c_2 - c_1}{6}\left[\eta_{1x}(2M_2 + M_1) + \eta_{2x}(2M_2 + M_2)\right]$$

Bild 46 Skizze zum Zahlenbeispiel 10.

Es ergibt sich zu Bild 47 folgende Matrix:

$$\begin{pmatrix} 440{,}242 & -212{,}275 & -712{,}425 & +162{,}4 \\ -212{,}275 & +126{,}58 & +442{,}75 & +508{,}0 \\ -712{,}425 & +442{,}75 & +1719{,}25 & +0 \end{pmatrix}.$$

e) Ermittlung der Kräfte X mit Hilfe von Matrisen Rechenschema

i \ k	II	V	IV	negative rechte Seiten	
II	440,242	− 212,275	− 712,425	+ 162,4	
V	− 212,275	+ 126,58	+ 442,75	+ 508,0	
IV	− 712,425	+ 442,75	+ 1719,25	0	
Summenkontrolle	− 484,458	+ 357,055	+ 1449,575	+ 670,4	
II	440,242	+ 0,48218	+ 1,6182	− 0,3689	−16,814
V	− 212,275	+ 24,226	− 4,0962	− 24,201	−79,02
IV	− 712,425	+ 99,235	+ 159,818	+ 13,383	+13,383
Summenkontrolle	− 484,458	+ 123,461	+ 159,818	0	X-Werte

X_2 und X_3 haben negative Vorzeichen, also ist ihre tatsächliche Kraftrichtung entgegengesetzt der angenommenen.

Literaturhinweise

[1] *Pichler, O.*, Probleme der Planrechnung in der chemischen Technologie. Chem. Techn. **6** (1954), H. 5, S. 293 ff. und H. 7, S. 392 ff.; Anwendung der Matrizenrechnung auf betriebswirtschaftliche Aufgaben. Ing.-Archiv **21** (1953), S. 119···140; Anwendung der Matrizenrechnung zur Erfassung von Betriebsabläufen. Ing.-Archiv **21** (1953), S. 157···175.

[2] *Zurmühl, Rud.*, Matrizen. Eine Darstellung für Ingenieure. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1950.

[3] *Kowalewski, Gerh.*, Integralgleichungen, Walter de Gruyter u. Co., Berlin u. Leipzig, 1930.

[4] *Collatz, Loth.*, Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen. Akadem. Verlagsgesellsch. Geest u. Portig, Leipzig, 1949.

[5] *Klose, Wolfg.-Dietr.*, Determinanten und Matrizen und ihre Anwendung in der Elektrotechnik. Verlag Technik, Berlin. SVT. Bd. 50.

[6] *Schmeidler, W.*, Vorträge über Determinanten und Matrizen mit Anwendungen in Physik und Technik. Akademie-Verlag, Berlin, 1949.

[7] *Pupke, H.*, Einführung in die Matrizenrechnung und ihre physikalischen Anwendungen. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1953 (Hochschulbücher f. Physik, Bd. 7).

[8] *Poßner, Loth.*, Ermittelung der elastischen Linie der einfachen Belastungsfälle durch Berechnung nach Punkten. Konstruktion **3** (1951), H. 6, S. 184···188.

[9] *Poßner, Loth.*, Die Berechnung der elastischen Linie bei veränderlichem Trägheitsmoment. Konstruktion **5** (1953), H. 11, S. 378···384.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

II. Fakultät für Starkstromtechnik / Publ. Nr. 2
Institut für Hochspannungstechnik, Direktor Prof. Dr. phil. nat. H. Stamm
Als Manuskript gedruckt! DK 621.314.21 : 621.3.014.36 : 621.3.015.33 : 621.3.017.7
Eingang: 8. 6. 1955

Zum Problem der Lebensdauer von Großtransformatoren

Von Prof. Dr. phil. nat. Hans Stamm

Einleitung

Der Bau neuer großer Kraftwerke ist eine Forderung unserer Zeit. Die wirtschaftliche Übertragung großer Energiemengen kann nur mit Hilfe von Transformatoren vorgenommen werden. Nur durch Maßnahmen der Transformation ist die Anwendung der heute gebräuchlichen Übertragungsspannungen bis 400 kV ermöglicht worden. Der Anteil der Transformatoren an den Anschaffungskosten des elektrischen Teiles einer Anlage liegt in der Größenordnung von 25 bis 40 %.

Etwa die Hälfte der gesamten installierten Leistung besteht aus großen Einheiten, und es ist einleuchtend, daß die richtige Auswahl und Überwachung der großen Leistungstransformatoren zu einer wesentlichen Herabsetzung der Anlagekosten beiträgt. In überwiegendem Maße fällt heute bei der Frage nach der Bereitstellung einer Transformatorenreserve bis zu Spannungen von 220 kV die Entscheidung zugunsten des dreiphasigen Transformators. Die Betriebssicherheit von Großtransformatoren hat sich im Laufe der Jahre ständig erhöht, so daß heute die errechenbare Wahrscheinlichkeit des Ausfalls eines Transformators verhältnismäßig gering ist. Im Hinblick auf diese Tatsache sind bereits viele Elektrizitätswerke dazu übergegangen, soweit dies irgendwie zu vertreten ist, auf Reservetransformatoren zu verzichten.

Man kann sich diesem Standpunkt durchaus anschließen, wenn die Gewähr gegeben ist, daß die Lebensdauer von Großtransformatoren etwa 25 Jahre beträgt. Hierbei soll unter „Lebensdauer" der Zeitraum verstanden werden, in dem ein einwandfreies Funktionieren bei Nennleistung des Transformators gegeben ist. Abhängig ist diese Zeit von der Beanspruchung der einzelnen Teile des Apparates. Der spezifisch am höchsten belastete Teil wird zuerst versagen, und so ist letzten Endes dessen Lebensdauer bestimmend für die Lebensdauer des Ganzen. Beim gut durchkonstruierten und sorgfältig gebauten Transformator sind Kern, Gefäß und eventuell vorhandene Kühleinrichtungen bei weitem nicht den Beanspruchungen ausgesetzt wie die Wicklung. Diese ist, wie die Betriebserfahrung gelehrt hat, trotz aller Sorgfalt, die bei der Konstruktion und der Herstellung aufgewendet wird, in besonderem Maße störanfällig. Die überwiegende Mehrzahl der Ausfälle von Großtransformatoren ist darauf zurückzuführen, daß Schäden im Isoliermaterial auftreten. Dieses ist während des Betriebes in hohem Maße elektrischen, mechanischen und thermischen Beanspruchungen ausgesetzt. Dadurch nimmt seine Widerstandskraft ständig ab, bis es schließlich einer erneuten Beanspruchung nicht mehr gewachsen ist. Bei den heute im Transformatorenbau üblichen hohen Spannungen haben die Isolierstoffe als wesentlicher und wichtiger Konstruktionsteil verschiedenen Anforderungen zu genügen. Sie haben die spannungführenden Teile gegen die geerdeten elektrisch hochwertig zu isolieren. Sie haben aber auch die gesamte in der Wicklung erzeugte Stromwärme durch die Isolation an das Kühlmittel abzugeben. Das sind an sich zwei diametral entgegengesetzte Forderungen, die an die Isolierstoffe gestellt werden, denn schlechte Elektrizitätsleiter sind auch schlechte Wärmeleiter. Hinzu kommt noch, daß die Temperaturbeständigkeit der heute noch hauptsächlich verwendeten Isoliermaterialien verhältnismäßig gering ist. Schon bei Temperaturen von etwa 110° C an aufwärts bis etwa 150° C tritt zuerst eine deutlich bemerkbare Schwächung und dann eine Zerstörung der Isolationsfähigkeit ein. Bei den nunmehr folgenden Betrachtungen sollen die drei bereits erwähnten Beanspruchungsarten genauer untersucht werden.

Elektrische Beanspruchungen der Wicklung

Die rein elektrischen Einflüsse beanspruchen die Wicklung und die Ableitungen in verschiedener Hinsicht. Der stationäre Betrieb mit Nennspannung muß ohne weiteres ausgehalten werden. Hierbei sind sorgfältig Maßnahmen zu treffen, daß keine stillen elektrischen Entladungen auftreten können. Von weitaus größerer Bedeutung sind allerdings die durch Schaltvorgänge oder atmosphärische Einflüsse verursachten plötzlichen Zustandsänderungen. Diese pflanzen sich innerhalb der Wicklung mit einer bestimmten endlichen Geschwindigkeit fort. Das hat Spannungsdifferenzen in den einzelnen Wicklungsteilen zur Folge, die ein Vielfaches des Normalwertes bei Betriebsspannung betragen können. Die mitunter sehr steilen Spannungsstöße gefährden hauptsächlich die ersten Windungen und die Spulen am Eingang. Durch die Kombination von Induktivitäten und Kapazitäten der Wicklungsteile und ihre Mitwirkung bei dem anschließenden Aufschwingvorgang können sich allerdings sehr hohe Spannungen auch in der Mitte und am Ende der Wicklung jeder Phase ausbilden.

Die isolationsmäßigen Probleme eines Großtransformators und damit auch seine elektrische Beanspruchung kann man auf drei verschiedene Raumgebiete aufteilen: auf den Raum zwischen den Windungen, den Raum zwischen den Wicklungen und schließlich noch auf das Gebiet zwischen dem Ende der Wicklung und den geerdeten Teilen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die stationäre Spannungsbeanspruchung zwischen den Windungen kann von der üblichen Isolation von im Mittel 3 bis 6 × Papier auch bei den höchsten auftretenden Windungsspannungen von etwa 250 V ohne weiteres ausgehalten werden. Maßgebend ist jedoch die elektrische Festigkeit bei Stoßspannungsbeanspruchungen. Aus zahlreichen Untersuchungen geht hervor, daß bei Beanspruchungszeiten unter 15 µs und besonders bei kleinen Elektrodenabständen die Festigkeit des Öles stark zunimmt. Dabei steigt die

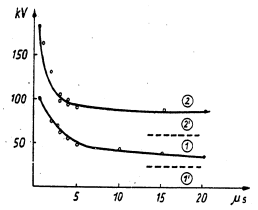


Bild 1 Durchschlagspannung für 1 mm Ölstrecke und 1 mm Papierisolation in Transformatorenöl als Funktion der Beanspruchungsdauer

Durchschlagsfestigkeit auf das Zwei- bis Fünffache des Wertes bei 50-periodischer Wechselspannung an. Die Dicke der Ölschicht zwischen den einzelnen Drähten fällt dabei um so weniger ins Gewicht, je stärker die einzelnen Leiter isoliert sind. In Bild 1 ist zusammengestellt, wie sich die Durchschlagsspannung Stoßwelle 1/50 in Abhängigkeit von der Isolation und

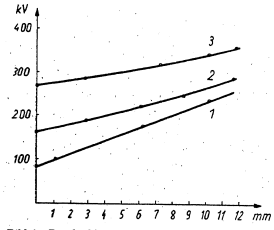


Bild 2 Durchschlagspannung (Stoßspannung 1/50) für papierisolierte Drähte in Transformatorenöl als Funktion des Abstandes

der Beanspruchungsdauer verhält. Kurve 1 gilt für 1 mm Ölstrecke zwischen blanken Leitern, Kurve 2 für 1 mm Papierisolation zwischen zwei Leitern. Zum Vergleich sind gestrichelt die Werte für Wechselspannung 50 Hz eingezeichnet (Kurven 1' und 2').

Bild 2 zeigt die Durchschlagsspannung als Funktion des Abstandes papierisolierter Drähte in Transformatorenöl. Die Messungen wurden mit Stoßspannungen der Normalwellenform 1/50 durchgeführt. Man erkennt aus den Kurven sehr eindeutig, daß mit zunehmender Isolationsschicht der Einfluß des Öles als Isolator immer geringer wird. Dabei gilt Kurve 1 für 5 Lagen, Kurve 2 für 10 Lagen und Kurve 3 für 15 Lagen Papier. Sehr wichtig ist es auch zu wissen, inwieweit die Vorbeanspruchung einen Einfluß auf die Durchschlagsfestigkeit ausübt, inwieweit also eine Veränderung der Isolationsfestigkeit durch wiederholte Stoßspannungsbeanspruchung eintritt. Hierbei haben Messungen bis zu einigen tausend Spannungsstößen mit etwa 80 % der Durchschlagsspannung immer wieder annähernd die gleichen Durchschlagswerte ergeben. Man kann daraus schließen, daß auch durch sehr häufige Vorbeanspruchungen praktisch kein Einfluß auf die Dauerfestigkeit der Isolation ausgeübt wird. Die Beanspruchungen elektrischer Art von Windung zu Windung können demzufolge mit verhältnismäßig geringem Aufwand einwandfrei beherrscht werden, so daß in dieser Hinsicht bezüglich der vorzeitigen Alterung von Transformatoren kaum etwas zu befürchten ist.

Der Ausführung der Isolation zwischen den Wicklungen hat man von jeher im Transformatorenbau besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Die richtige Wahl dieser sogenannten Hauptisolation ist entscheidend für die Güte eines Transformators. Je höher die Betriebsspannung ist, um so reichlicher müssen die Isolationsabstände zwischen den Wicklungen bemessen werden. Das hat zur Folge, daß die Breite des Streuspaltes zunimmt, was sich durch eine Vergrößerung der Kurzschlußspannung bemerkbar macht. So sehr auf der einen Seite eine verhältnismäßig hohe Kurzschlußspannung wegen der Begrenzung des Kurzschlußstromes erwünscht ist, dürfen andererseits doch bestimmte Maximalwerte wegen der damit verbundenen inneren Spannungsabfälle und der Verschlechterung der Stabilitätsverhältnisse bei der elektrischen Energieübertragung nicht überschritten werden. Um nun auch bei den höchsten Betriebsspannungen noch erträgliche Kurzschlußspannungen zu erhalten, darf die Hauptisolation nur verhältnismäßig wenig Raum in Anspruch nehmen. Trotzdem wird natürlich gefordert, daß sie die volle Isolationsfähigkeit aufweist. Man kann den inneren Teil der Hauptisolation, der durch Ölkanäle und Hartpapierzylinder gebildet wird, mit den Formeln des Zylinderkondensators beherrschen.

Während man früher der Ansicht war, daß nur dicke Zylinder aus Hartpapier den Spannungsbeanspruchungen gewachsen seien, setzt sich heute bei höchsten Betriebsspannungen immer mehr die Weichpapierisolation durch. Hierbei wird auf das Öl als Träger der Hauptisolation verzichtet. Es wird ersetzt durch eine kabelähnliche Isolation aus ölgetränktem Papier. Diese Art der Isolierung hat trotz geringerer Schichtdicke eine größere elektrische Festigkeit als eine entsprechende Hartpapier-Öl-Isolation. Dies gilt sowohl für betriebsfrequente Überspannungen als auch für kurzzeitige Stoßspannungsbeanspruchungen. Die hierfür erreichbaren Werte betragen rund 400 kV/cm während 1 min bei Spannungen von Normalfrequenz und rund 900 kV/cm bei Stoßspannungen 1/50. Man kann also bei einer derartigen

Isolation den radialen Abstand zwischen den einzelnen Wicklungen erheblich verringern. Damit ist aber zwangsweise eine Erhöhung der elektrischen Beanspruchung verbunden.

Diese wird im Gebiet zwischen den Wicklungen, also im Gebiet homogener Feldstärke, sicher beherrscht. Hier liegen klare Verhältnisse vor, die bei richtiger Dimensionierung der Isolation keinen schädlichen Einfluß auf den Transformator und damit auf seine Lebensdauer auszuüben vermögen.

Anders liegen die Verhältnisse im inhomogenen Feld am Ende der Wicklungen. Infolge der hohen Feldstärke in diesem inhomogenen Randfeld und vorzugsweise wegen des tangentialen Verlaufs des Feldes treten hier schon bei wesentlich unter der Betriebsspannung liegenden Spannungen Gleitfunkenentladungen auf.

Man muß also hier bestimmte Maßnahmen treffen, um derartige die Isolation des Transformators sehr schnell zerstörende Entladungen zu verhindern. Das erreicht man durch den Einbau von Ionenbarrieren, wobei von den einzelnen Herstellern verschiedene Wege gegangen wurden. Man kann die Wicklungen voneinander und vom Joch durch die Einhüllung der Wicklung mit Isolationszylindern und durch die Anbringung von Wickelringen vollkommen abschirmen. Eine derartige Wickelringkonstruktion ist in Bild 3 dargestellt. Durch solche Anordnungen ist die Gefahr einer Kriechwegbildung zwar verringert, aber nicht beseitigt. Ein weiterer Fortschritt wurde dadurch erzielt, daß man Zylinder und Wickelring aus einem Stück herstellte. Die Herstellung derartiger Isolationsanordnungen ist zwar technologisch schwieriger, aber die Isolationsfestigkeit im Randfeld wird außerordentlich gesteigert, weil jede Möglichkeit für einen Kriechweg durch die Distanz zwischen Isolierzylinder und Wickelring ausgeschaltet ist. Noch bessere Ergebnisse wurden erzielt durch die Anordnung der Weichpapierisolation an den Enddistanzen. Dabei kombiniert man zwei Möglichkeiten für die Beherrschung des inhomogenen Randfeldes. Man benutzt als Endwindung einen Strahlungsring, dem man eine potentialmäßig günstige Form gibt. Diese Strahlungsringe erhalten noch eine zusätzliche Papierisolation. Durch diese Maßnahmen ist es möglich, mit größerer Sicherheit spontane Spannungsdurchbrüche von den Enden der Wicklung nach den geerdeten Teilen hin zu unterbinden. Kriechwegbildungen werden durch entsprechende Länge der Papierisolation über die Endlagen hinaus verhindert. Die Weichpapierisolation wird durch gegenseitig versetzte Einschnitte von Lage zu Lage gefiedert und in axialer Richtung zur Spulenachse hin oder von ihr weg umgerissen. Dadurch werden andere zusätzliche Isolationsmaßnahmen erspart. Man muß allerdings einige grundsätzliche Maßnahmen treffen, um die Bildung von Kriechwegen in der Transformatorenisolation zu verhindern. Diese bestehen in einer guten Abrundung und Isolation von Metallteilen, die sich in der Nähe von Gleitflächen befinden. Weiterhin dürfen keine Ölzwickel zwischen isolierten Metallteilen und Gleitflächen vorhanden sein, da hier unter Umständen Sprühentladungen auftreten können. Feuchtigkeits- und Lufteinschlüsse müssen selbstverständlich durch eine gute Vakuumbehandlung von Transformator und Öl ebenfalls auf das technisch erreichbare Minimum beschränkt werden. Den Schnitt durch eine Weichpapierisolation am Wicklungsende zeigt Bild 4.

Durch derartige Isolationsanordnungen werden außerordentliche Materialeinsparungen erzielt. Durch den geschilderten Aufbau der Hauptisolation wird eine

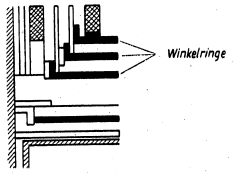


Bild 3 Winkelringkonstruktion

erhebliche Verkleinerung des Abstandes zwischen den Wicklungen ermöglicht. Die Folge davon ist eine Verringerung des Ölgewichts und des festen Isoliermaterials. Außerdem ergibt die Verbesserung der Streuverhältnisse eine Verkleinerung der Abmessungen des Kernes, eine damit verbundene Verringerung der Leerlaufverluste und insgesamt eine Reduzierung der Gefäßdimensionen.

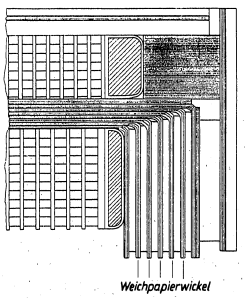


Bild 4 Schnitt durch eine Weichpapierisolation am Wicklungsende

In dem folgenden Bild 5 sind die Gewichtsverminderungen bei einem 63000-kVA-Transformator für 220 kV Betriebsspannung mit Weichpapierisolation gegenüber der Wickelringkonstruktion dargestellt.

Durch diese geschilderten Maßnahmen ist es möglich, alle Erscheinungen, die durch eine stationäre spannungsmäßige Beanspruchung der Isolation zu einer frühzeitigen Alterung des Transformators beitragen, weitgehendst auszuschließen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Im Zusammenhang mit der elektrischen Beanspruchung der Wicklung bleibt jetzt noch zu betrachten, wie sich der moderne Großtransformator bei Stoßspannungsbeanspruchungen verhält, weiterhin, ob es heute bereits Möglichkeiten gibt, Alterungserscheinungen der Isolation durch derartige Beanspruchungen festzustellen.

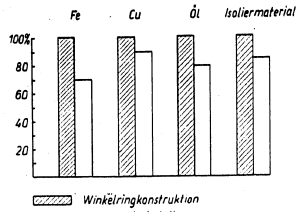


Bild 5 Gewichtsverminderung bei einem Transformator 63000 kVA, 220 kV bei verschiedenen Isolierungen der Enddistanzen

Die Prüfung eines Transformators mit Stoßspannung verfolgt den Zweck, den Aufbau der Isolation und die verwendeten Isolierstoffe zu kontrollieren. Gleichzeitig soll festgestellt werden, ob der Transformator dem ihm bei der Koordination der Isolation zugewiesenen Isolationsniveau entspricht.

Man verlangt grundsätzlich von einem Transformator, daß er die im Betrieb auftretenden Überspannungen ohne Schädigung seiner Isolation aushält. Man hat für derartige Fälle Transformatoren mit sogenannten schwingungsarmen und schwingungsfreien Wicklungen entwickelt. Zur Lösung dieses Problemes hat man verschiedenartige Wege eingeschlagen und auf verschiedene Weise solche Transformatoren gebaut. Die ursprüngliche Art der Ausführung, den Transformator durch zusätzliche Organe vor einziehenden Überspannungswellen mit steiler Wellenstirn zu schützen und durch eingebaute Metallschilde oder ähnliche Maßnahmen eine bestimmte günstige Kapazitätsverteilung innerhalb und längs der Wicklung herbeizuführen, kann heute praktisch als überholt angesehen werden. Man überträgt bei modernen Konstruktionen die Kapazitätssteuerung der Wicklung selbst. Sehr günstige Ergebnisse lassen sich dabei durch besonders ausgebildete, lagenweise hergestellte Wicklungen erreichen. Es ist natürlich auch möglich, den Transformator bei Ausführung der Wicklung mit Scheibenspulen gegen auftretende Sprungwellen zu schützen.

Das Grundprinzip eines schwingungsfreien Wicklungsaufbaues besteht darin, die wirksame Kapazität längs der Spulen gegenüber der Spulenkapazität gegen Erde zu erhöhen, oder, mit anderen Worten gesagt, eine gute kapazitive Durchkopplung zu erreichen. Es kommt letzten Endes dabei darauf an, den Aufschwingfaktor

$$a = \sqrt{\frac{C_{Erde}}{C_{Windung}}}$$

relativ klein zu halten. Ein kleiner Aufschwingfaktor wirkt sich stets als eine Abdämpfung der Stoßspannungsbeanspruchung aus und hat einen fast linearen Abbau derselben zur Folge. Bei der Scheibenwicklung wird ein großes $C_{Windung}$ erreicht durch die Erhöhung der Windungskapazität und durch eine verhältnismäßig innige Kopplung zwischen den aufeinanderfolgenden Windungen, die sich bei den normal ausgeführten Wicklungen in steigendem Ausmaß voneinander entfernen. Die eleganteste Lösung ist die, daß man eine normale Scheibenspulenwicklung ausführt, jedoch am Anfang und Ende besonders ausgebildete Randspulen verwendet. Diese bestehen ebenfalls aus Wicklungsscheiben, welche voneinander durch einen Ölschlitz getrennt sind. Als Leitermaterial wird Flachdraht verwendet, und es wird mit mehreren Lagen übereinander, parallel auflaufend, gewickelt. Dadurch ergeben sich sehr günstige Verschachtelungsmöglichkeiten der einzelnen Leiterlagen. Ein jeder Leiter durchzieht verschiedene Lagen innerhalb jeder Wicklungsscheibe, und somit findet eine gute Durchmischung der Windungen statt. Durch die Verschachtelung der einzelnen Leiterlagen, was sich besonders bei den aktiven Windungen auswirkt, wird eine erhebliche Steigerung der Kapazität zwischen den Windungen erreicht. Das trägt dann wieder zur Verkleinerung des Aufschwingfaktors bei.

Man hat es also heute durchaus in der Hand, von der konstruktiven Seite her die Transformatoren stoßspannungssicher zu bauen und kann also die zwischen der Anfangs- und der Endverteilung liegenden inneren Ausgleichsschwingungen sicher beherrschen.

Es kommt jetzt darauf an nachzuweisen, daß man auch in der Lage ist, bei der Prüfung auftretende Beschädigungen der Isolation einwandfrei feststellen zu können, damit nicht der Transformator mit angestochener Isolation in das Netz eingebaut wird und bei der ersten schweren Beanspruchung durch Isolationsdefekt ausfällt. Das würde natürlich eine außerordentliche Verkürzung seiner Lebensdauer bedeuten. Man ist heute allgemein der Ansicht, daß zur Erreichung konkreter Ergebnisse bei der Prüfung der Prüfling mehreren Spannungsstößen ausgesetzt werden muß. Man hat dabei festgestellt, daß durch den ersten Stoß unter Umständen eine Ionisation von geringem Ausmaß auftreten kann, die bei den folgenden Spannungsstößen nicht mehr aufzutreten braucht, daß aber andererseits ein Durchschlagskanal für eine effektive Beschädigung des Dielektrikums eingeleitet werden kann. Bekannt ist aber auch, daß in der Natur die atmosphärischen Entladungen niemals einzeln auftreten, sondern in Gruppen aufeinander folgen, was für die Anwendung mehrerer Spannungsstöße spricht.

Die grundlegenden Erfolge in der Feststellung etwa aufgetretener Fehler bei der Stoßspannungsprüfung sind in den letzten zehn Jahren erzielt worden. Bis zu diesem Zeitpunkt hatte man die Stoßspannungskurve am Ende der Hochspannungswicklung mit Hilfe eines Kathodenstrahl-Oszillographen aufgezeichnet. Zur Feststellung von Gasbildung oder von kurzzeitigen inneren Überschlägen war man auf den

Buchholz-Schutz oder akustische Überwachungsmethoden angewiesen. Der Primärstrom wurde mit einem Schleifenoszillographen überwacht, wobei der Transformator mit Nennfrequenz erregt wurde. Mit diesen Methoden konnte man jedoch keine einwandfreie Fehlerfeststellung durchführen. Eine Methode, die gegenüber den genannten einen wesentlichen Fortschritt darstellte, wurde 1944 von *Hagenguth* angegeben [1]. Hierauf beruhen mit Variationen alle heutigen Methoden der Feststellung von Isolationsfehlern bei der Stoßprüfung. Nach diesem Verfahren wird in die Erdverbindung des Nulleiters ein kleiner ohmscher Widerstand angeordnet und der nach Erde fließende Strom mit einem Kathodenstrahl-Oszillographen gemessen. Damit war es möglich, zumindest bei der Stoßspannungsprüfung mit Vollwellen, nicht nur größere Fehler, sondern auch schon geringere Isolationsfehler und Teildurchschläge zwischen einzelnen Spulen in ihrem Anfangsstadium zu erkennen.

Wesentliche Verfeinerungen des Verfahrens wurden in den darauffolgenden Jahren von verschiedenen Seiten vorgeschlagen [2], [3], [4]. Für die Feststellung von Fehlern in Drehstromtransformatoren mit isoliertem Nullpunkt und mit in Dreieck geschalteten Hochspannungswicklungen wurde eine Abänderung des vorstehend genannten Verfahrens vorgenommen [5]. Dabei wird der nach Erde über Widerstände abfließende Strom an den Enden der nichtgestoßenen Wicklungen der anderen Phasen oder es werden die in diesen Wicklungen induzierten Spannungen gemessen. Eine bessere Fehlerortsbestimmung läßt sich erreichen durch Messung des Stromes, der über die Erdkapazitäten der Wicklungen fließt. Dabei wird der Kessel des Transformators gegen Erde isoliert aufgestellt und mit dem Nullpunkt der Hochspannungswicklung verbunden. Dadurch ist eine sichere Ermittlung schon sehr geringer Fehler bis zu etwa 0,2 % der Gesamtzahl der Windungen möglich. Im Gegensatz zu dem jetzt genannten Verfahren, bei dem der gesamte über die Hauptisolierung fließende Verschiebungsstrom gemessen wird, kann auch nur ein Teil desselben gemessen werden. Hierfür wird zur Messung die auf dem gestoßenen Schenkel sitzende Sekundärwicklung herangezogen [6]. Mit dieser Meßmethode ist es, wie zahlreiche Versuche ergeben haben, möglich, sowohl bei Vollwellen als auch bei abgeschnittenen Wellen den Fehlerort aus den aufgenommenen Oszillogrammen mit sehr guter Annäherung zu bestimmen. Auch Isolationsdurchschläge, die in Form von Büschelentladungen oder Gleitentladungen die Isolation der Leiter beschädigen, sind aus den Oszillogrammen klar erkennbar. Durch die feste kapazitive Kopplung zwischen Hochspannungs- und Niederspannungswicklung, die auf dem gleichen Kern sitzen, liefert der Ladestrom der Niederspannungswicklung eine zuverlässige Anzeige von jeder Störung, die in der Hochspannungswicklung auftritt.

Es scheint, als ob dieser Methode, die bisher die besten und genauesten Fehlerfeststellungen ermöglicht hat, ein entscheidender Anteil an der endgültigen Einführung der Stoßspannungsprüfung zukommt. Von Wichtigkeit ist bei derartigen Prüfungen, daß ein etwa aufgetretener Fehler erkannt und seine Lage möglichst genau festgelegt werden kann. Sofern dies nicht möglich ist, kann es sonst vorkommen, daß durch die Stoßspannungsprüfung wesentlich zu einer schnellen Alterung des Transformators beigetragen wird.

Man ist heute tatsächlich in der Lage, mit Hilfe der geschilderten Meßmethoden diese beiden Bedingungen weitgehendst zu erfüllen.

Die bei einer plötzlichen Störung der Potentialverteilung entstehenden, sehr rasch abklingenden hochfrequenten Ausgleichschwingungen übertragen sich über die Wicklungskapazitäten sofort auf die auf der geerdeten Seite gemessenen Stoßströme. Besonders deutlich machen sich die überlagerten Störschwingungen im Kesselstrom bemerkbar.

Verursacht die einziehende Überspannungswelle einen Windungs- oder Spulendurchschlag, dann gibt die Zeit zwischen Stoßbeginn und Einsetzen der Störung die Entfernung des Fehlerortes vom Wicklungseingang an. Man rechnet im Durchschnitt mit einer Laufgeschwindigkeit der Stoßspannungswelle von rund 150 m/μs. Damit kann man sehr einfach die Lage des Fehlerortes innerhalb der Wicklung bestimmen. Diese bequeme Methode ist natürlich nicht anwendbar, wenn der Fehler in der Sekundärwicklung oder bei einem Durchschlag nach Erde auftritt. Derartige Erscheinungen können jedoch ohne weiteres dem Oszillogramm des Spannungsverlaufes entnommen werden. Tritt z. B. ein solcher Fehler am Wicklungseingang auf, dann bricht die Spannung vollständig zusammen, was dem Oszillogramm sehr eindeutig zu entnehmen ist. Sind der Fehlerstelle bei einem Schaden der Hauptisolation im Innern des Transformators eine größere Zahl von Windungen vorgeschaltet, dann wird die Spannung in wesentlich geringerem Maße als bei einem Kurzschluß zusammenbrechen. Man kann mit einiger Übung den Oszillogrammen wertvolle Hinweise auf die Art des Fehlers entnehmen.

Des öfteren sind in Oszillogrammen, mit denen der Stromverlauf aufgenommen wurde, Hochfrequenzschwingungen zu beobachten, die nicht den charakteristischen Verlauf haben, der bei einem Isolationsdefekt zu beobachten ist. Die Ursache dieser Erscheinung können Funkenbildungen im Erdungssystem der Stoßanlage, schwankende Kontaktübergangswiderstände innerhalb der Zuleitung oder Luftblasen an Stellen hoher Feldstärke sein. Unter Umständen können auch nicht geerdete Teile des Eisenkernes, die sich über kleinere Funken entladen, die hochfrequenten Störschwingungen hervorrufen. Diese Erscheinungen im Oszillogramm zu unterscheiden, ist nur eine Sache der Übung.

Durch die Stoßspannungsprüfung soll die Beanspruchung der Praxis möglichst genau nachgeahmt werden. Der anlagenmäßige und zeitliche Aufwand in den Prüffeldern ist allerdings recht erheblich.

In einer Vielzahl von Prüfungen mit voller Höhe der Spannung liegt bestimmt eine Gefahr für die Isolation. Es ist eindeutig nachgewiesen, daß eine Alterung der Isolation durch öftere Wiederholung der Prüfung mit der gerade noch zulässigen Spannung eintritt. Wie aber bereits erwähnt, sind Befürchtungen, daß unterhalb der Ermüdungsgrenze liegende Spannungsstöße einen schädlichen Einfluß auf die Isolationsfestigkeit ausüben, durchaus unbegründet.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Stoßspannungsprüfung wird zweckmäßigerweise folgendermaßen durchgeführt:

Nach einigen Spannungsstößen mit der Vollwelle mit reduzierter Spannung ist es gut, mehrere Stöße mit abgeschnittenen Wellen der gleichen Spannungshöhe folgen zu lassen. Nachdem dabei die als Grundlage dienenden Vergleichsoszillogramme aufgenommen worden sind, wird mit voller Spannungshöhe gestoßen. Dabei werden die einzelnen Wicklungsstränge zunächst mit zwei abgeschnittenen Wellen und dann mit zwei Vollwellenstößen geprüft.

Um in jedem Falle die Fehler sicher erkennen und ihre Lage feststellen zu können, ist es zweckmäßig, gleichzeitig zwei Messungen durchzuführen. Registriert werden soll der Ladestrom, der von der Niederspannungswicklung zur Erde fließt, und im Falle fester Erdung des Nullpunktes der Nullstrom, oder im Falle des isolierten Nullpunktes der Strom, der von den beiden nicht gestoßenen Enden der Hochspannungswicklung zur Erde fließt.

Die Erzeugung abgeschnittener Wellen wird so vorgenommen, daß dem Prüfling eine Stabfunkenstrecke entsprechender Schlagweite parallelgeschaltet wird. Festlegungen über die Einwirkungsdauer und die Spannungshöhe sind international noch nicht getroffen worden. Bei Großtransformatoren sollte jedoch bei im Rücken abgeschnittenem Stoß die Einwirkdauer unter keinen Umständen geringer sein als 3 μs und die Scheitelspannung um 15 % höher sein als die des Vollwellenstoßes. Wird mit in der Stirn abgeschnittener Welle geprüft, dann sollte die Spannung eine Anstiegssteilheit von 1000 kV/μs haben und einen Scheitelwert vom etwa 1,35 ··· 1,75fachen der Vollwellenprüfspannung [7].

Man kann heute sagen, daß die Stoßprüfung und vorzugsweise die Methoden zur Feststellung dabei aufgetretener Fehler bereits derart weit in der Entwicklung fortgeschritten sind, daß der Einführung dieser Prüfung in der Praxis keine ernsthaften Bedenken mehr entgegengestellt werden können. Dabei ist nicht zu vergessen, daß jeder Überschlag an den Schutzfunkenstrecken eines Transformators letzten Endes ja eine Beanspruchung mit abgeschnittener Welle darstellt.

Mechanische Beanspruchungen der Wicklung

Die mechanischen Beanspruchungen der Wicklungen bei Betrieb mit Nennleistung sind durchaus beherrschbar und üben keinen Einfluß auf die Lebensdauer des Transformators aus. Im Kurzschlußfall steigen sie allerdings wegen der quadratischen Abhängigkeit vom Strom sehr stark an, so daß der Abstützung der Windungen und der Verspannung der Wicklung, um hierbei Beschädigungen zu vermeiden, größtes Augenmerk geschenkt werden muß.

Einen guten Überblick über die im Kurzschlußfall auftretenden Stromkräfte kann man sich verschaffen, wenn man das Verhalten der magnetischen Kraftlinien betrachtet. Durch die Bemühungen der Kraftlinien, sich eine Bahn mit kleinstem Widerstand zu schaffen, werden auf die einzelnen Wicklungsteile entsprechende Kräfte ausgeübt. Die angestrebte Verkürzung des Kraftlinienweges hat axiale und die Verbreiterung des Querschnittes radiale Druckkräfte zur Folge. Die axialen Druckkräfte werden vom Leitermaterial und den Distanzstücken aufgenommen. Die Preßkonstruktionen, die die Wicklungen axial unter Druck halten, haben vorwiegend den Zweck, Vibrationen der Windungen unter dem Einfluß von Kurzschlußkräften zu verhindern, weil hierdurch die Isolation durchgescheuert werden kann.

Die Radialkräfte versuchen den äußeren Zylinder zu dehnen und den inneren zusammenzudrücken. Diese Kräfte müssen von dem Wicklungsmaterial und dem Träger der Wicklung aufgenommen werden.

Eine schematische Darstellung dieser Kraftwirkungen bei Scheiben- und Zylinderspulen zeigt Bild 6. Während bei Transformatoren mit Scheibenwicklung die auftretenden Kräfte in der Größenordnung von 10 bis 50 t liegen, betragen diese bei Transformatoren

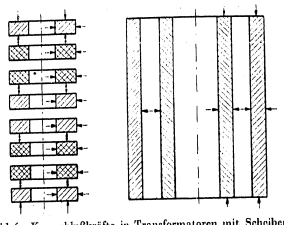


Bild 6 Kurzschlußkräfte in Transformatoren mit Scheiben- und Zylinderwicklung

mit Zylinderwicklung einige hundert Tonnen. Aber auch diese Beanspruchungen können bei sorgfältiger Konstruktion und sauberem Aufbau des Apparates sicher beherrscht werden, was die Praxis zur Genüge erwiesen hat.

Ist bei einer Zylinderwicklung eine AW-Unsymmetrie vorhanden, die durch verschiedene Länge von Primär- und Sekundärwicklung zustande kommt, dann versuchen die im Kurzschlußfall auftretenden Kräfte diese Unsymmetrie zu vergrößern. Die Wicklungen werden dann axial auseinandergeschoben. Die dabei auftretenden Kräfte müssen von der Spannkonstruktion der Wicklung aufgenommen werden. Tritt aus irgendwelchen Gründen ein Windungsschluß auf, dann können die durch die dadurch hervorgerufenen Unsymmetrien sich einstellenden Kräfte nicht mehr von der Haltekonstruktion der Wicklung aufgenommen werden. Die Folge davon ist dann eine vollkommene Zerstörung der Wicklung, wobei es nachher fast unmöglich ist, die tatsächliche Fehlerursache herauszufinden. Man muß besonders bei der Anordnung von Regelwicklungen darauf achten, daß eine Ausführungsart der Wicklung gewählt wird, bei der die Unsymmetrie klein bleibt oder ganz verschwindet. Die bisher genannten Beanspruchungen werden die Lebensdauer des Transformators nur in den seltensten Fällen kritisch beeinflussen. Anders sieht es mit der thermischen Beanspruchung der Wicklung aus.

Thermische Beanspruchung der Wicklung

Es ist aus der Praxis bekannt, daß es gerade die hohen Betriebstemperaturen sind, die eine entscheidende Schwächung des Isoliermaterials zur Folge haben. Thermische Überbeanspruchungen führen letzten Endes dazu, daß das Isoliermaterial den elektrischen und mechanischen Beanspruchungen auf die Dauer nicht mehr gewachsen ist. Die thermischen Einwirkungen verursachen strukturelle Änderungen des Materials, die seine Lebensdauer entscheidend schwächen können.

Man kann also sagen, daß die Lebensdauer eines Transformators vorzugsweise von der Lebensdauer seines Isoliermaterials abhängt. Maßgebend für diese sind die thermischen Betriebsbedingungen.

Wegen der hohen Anschaffungskosten eines Transformators ist seine Lebensdauer von großer wirtschaftlicher Bedeutung. Man muß demzufolge darum besorgt sein, daß die Lebensdauer des Isolierstoffes entsprechend hoch ist. Um dieses Ziel zu erreichen, stehen zwei Wege offen: entweder man baut Transformatoren mit niedriger Erwärmung, oder man verwendet Isoliermaterialien, die während längerer Zeit hohe thermische Beanspruchungen vertragen können.

Wir isolieren heute unsere Leitungsdrähte fast ausschließlich noch mit Papier, dessen Ausgangsstoff die Zellulose ist. Dieses Isolierpapier erleidet bei Temperaturen über 100° C chemische Strukturveränderungen, die theoretisch heute noch nicht einwandfrei geklärt sind.

Maßgebend für die nun folgenden Betrachtungen sind zwei Faktoren: die Höhe der thermischen Beanspruchung und die Dauer ihrer Einwirkung. Man muß also, will man sich ein klares Bild über die Zusammenhänge verschaffen, die Abhängigkeit der Eigenschaften des verwendeten Isoliermaterials von den genannten Faktoren untersuchen, d. h. man muß die „Alterung" des Isolierstoffes feststellen. Dies geht so vor sich, daß man z. B. Isolierpapier längere Zeit in Ölbädern mit jeweils verschiedener, aber für eine Probe konstanter Temperatur beläßt, und dann die chemischen, elektrischen und mechanischen Eigenschaften untersucht. Dabei stellt man fest, daß in Abhängigkeit von der Höhe der Temperatur und ihrer Einwirkdauer bestimmte Verschlechterungen des Materials auftreten. Diese erfolgen je nach der gewählten Bestimmungsgröße innerhalb sehr verschiedener Zeiten.

Es ist zu beobachten, daß sich im allgemeinen die elektrischen Eigenschaften langsamer verschlechtern als die mechanischen. Es sind eine ganze Reihe von Fällen bekannt, in denen der Isolierstoff infolge zu hoher thermischer Beanspruchungen seine mechanische Widerstandskraft fast vollständig verloren hatte. Die Isolation ist brüchig geworden, und trotzdem kann die noch vorhandene elektrische Festigkeit, die ja in geringerem Maße zurückgeht, für den normalen Betrieb vollkommen ausreichend sein. Erst eine unter Umständen längere Zeit später plötzlich auftretende mechanische Beanspruchung, hervorgerufen durch einen Kurzschluß, hat dann, oftmals aus unerklärlichen Gründen, den Ausfall des Transformators zur Folge. Eine einwandfreie Festlegung, wann ein Isoliermaterial mechanisch nicht mehr den gestellten Anforderungen genügt, ist sehr schwer zu treffen und auch bis heute noch nicht angestrebt worden.

Grundlegend für Betrachtungen dieser Art sind eine Reihe von Untersuchungen, die zum Ziele hatten, die Alterung von Isoliermaterialien festzustellen [8], [9], [10], [11].

Montsinger zeigte, daß die Zerreißfestigkeit von Lackband bei Wärmebehandlung unter Öl zwischen 90° und 110° C bei einer Temperaturerhöhung von 8° C auf den halben Wert zurückgeht, oder anders ausgedrückt, daß die Alterung, gemessen an der Zerreißfestigkeit, bei 8° Temperaturzunahme in dem genannten Bereich verdoppelt wird. Versuchsreihen mit Manilapapier ergaben zwischen 115° und 200° C die gleiche von *Montsinger* beobachtete Gesetzmäßigkeit.

An sich wirkt es eigentlich verblüffend, daß durch eine an sich geringfügige Temperatursteigerung von nur 8° C die Lebensdauer einer Isolation bereits auf die Hälfte zurückgeht. Erklärlich wird diese Beobachtung erst, wenn man, wie bereits erwähnt, in Betracht zieht, daß mit Temperaturerhöhungen stets beschleunigte chemische Zersetzungsprozesse verbunden sind. Nach dem Gesetz von der chemischen Reaktionskinetik nimmt die Reaktionsgeschwindigkeit mit der e-Potenz der Temperatur zu.

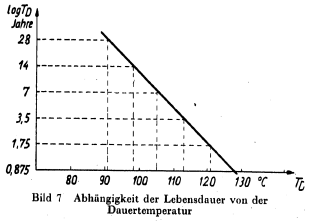


Bild 7 Abhängigkeit der Lebensdauer von der Dauertemperatur

Unter Berücksichtigung dieser Tatsache wird auch die von *Montsinger* gefundene Gesetzmäßigkeit klar. Der Zusammenhang zwischen der Alterung bzw. der Lebensdauer und der Dauertemperatur T_D ist in Bild 7 dargestellt. Die Abhängigkeit der Lebensdauer von der Betriebstemperatur ist eine logarithmische. Tragen wir die Lebensdauer, aufgezeichnet im logarithmischen Maßstab, auf der Ordinate in Abhängigkeit von der Dauertemperatur auf, dann ergibt sich eine Gerade. In der Praxis ist es natürlich von großer Wichtigkeit zu wissen, daß schon 8° C mehr oder weniger in der Erwärmung von entscheidendem Einfluß auf die Lebensdauer und damit auf die Wirtschaftlichkeit eines Transformators sind. Ist die Wicklung des Transformators mit einem Isoliermaterial der Klasse A versehen, dann hat er bei einer Dauertemperatur von 105° C eine Lebensdauer von 7 Jahren. Nun kommt eine Dauertemperatur von 105° C während 7 Jahren nicht vor, da ja der Betriebszustand dauernden Schwankungen unterworfen ist. Man weiß andererseits, daß bei einer Dauertemperatur von 113° C die Lebensdauer nur noch 3,5 Jahre beträgt.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Es ist deshalb sehr wichtig, daß sich Berechner und Konstrukteur eines Transformators über die sich im Betrieb ergebende Erwärmung grundlegende Gedanken machen. Man sollte auch einen größeren Rechenaufwand oder umfangreiche Modellversuche nicht scheuen; denn hier hat man die Möglichkeit, unter Umständen mit geringem Aufwand die Lebensdauer eines Apparates wesentlich zu verlängern. Man sollte viel mehr, als das üblich ist, die von *Montsinger* gefundene Regel bei der Frage nach der maximal zulässigen Dauertemperatur eines elektrischen Apparates berücksichtigen.

Es ist andererseits aber auch klar, daß die Regel von *Montsinger* kein Gesetz ist, nach dem ein Transformator mit einer Isolation nach Klasse A nach einem Dauerbetrieb von 7 Jahren bei einer Isolationstemperatur von 105° C wegen eines Isolationsschadens ausfallen muß. Doch das ist für den praktischen Wert ohne Bedeutung. Der Hauptwert liegt vielmehr in statistischen Vergleichen.

Die Regel von *Montsinger* versetzt uns in die Lage, und das ist ihre hauptsächliche Bedeutung, stets die durchschnittliche relative Änderung der Lebensdauer bei bestimmten Temperaturerhöhungen während einer bestimmten Zeit anzugeben.

Ist die Belastung eines Transformators während eines bestimmten Zeitraumes bekannt, dann ist es möglich, den prozentualen Verbrauch an Lebensdauer anzugeben.

Wenn während einer bestimmten Zeit t die Belastung eines Transformators und seine Umgebungstemperatur konstant ist, dann gilt dies auch für die Temperatur seiner Isolation. Diese bestehe aus Papier und gehöre demzufolge zur Isolationsklasse A. Während dieser Zeit t soll ihr konstanter Temperaturwert T_0 betragen. Ihm entspricht eine bestimmte Lebensdauer D.

Der prozentuale Verbrauch während t Jahren ist dann:

$$V_t = \frac{t}{D} \cdot 100\,\%.$$

Ist nun die Belastung und demzufolge auch die Temperatur während einer Zeitspanne t_1 veränderlich, dann entspricht der veränderten Temperatur T eine bestimmte Änderung der Lebensdauer D_T. Der Verbrauch an Lebensdauer während des Zeitelementes dt_1 ist dann gegeben durch die Beziehung

$$V_{t_1} = \frac{d\,t_1}{d\,D_T} \cdot 100\,\%.$$

Der Gesamtverbrauch während der Zeit t beträgt dann:

$$V_t = 100 \cdot \int_0^t \frac{d\,t}{d\,D_T}.$$

Als einfachstes soll jetzt eine lineare Abhängigkeit der Temperatur von der Zeit betrachtet werden. Es sei zur Zeit $t = 0$ die Temperatur gleich T_i und zur Zeit $t = t_1 = T_1$. Demzufolge beträgt die veränderliche Temperatur T in der Zeit zwischen Null und t_1:

$$T = T_i + \frac{T_1 - T_i}{t_1} \cdot t,$$

Dieser Wert, in die Beziehung für den Gesamtverbrauch eingesetzt, ergibt den Verbrauch an Lebensdauer während der Zeit t_1 zu:

$$V_{t_1} = k \cdot \frac{t_1}{T_1 - T_i}\left(\frac{1}{D_T} - \frac{1}{D}\right) \cdot 100\,\%.$$

Hierin ist k eine Konstante, die sich aus den Werten für die zulässige Grenztemperatur, dem Steigerungswert der *Montsinger*schen Regel und dem Lebensdauerwert für die zulässige Temperatur ergibt. Daraus errechnet sich k zu 11,55.

Mit Hilfe dieser Beziehung ist es nunmehr möglich, den durch kurzzeitige Überlastungen, z. B. durch Kurzschlüsse, verursachten Verbrauch an Lebensdauer zu berechnen [12], [13].

Es ergibt sich z. B. für einen Transformator mit einer Kurzschlußspannung von 8 %, einer Stromdichte von 4 A/mm² und einer stationären Wicklungstemperatur von 105° C nach einem 5 sec dauernden Klemmenkurzschluß eine maximale Temperatur der Wicklung von 207° C. Zur Berechnung des Verbrauches an Lebensdauer genügt es, eine lineare Steigerung der Temperatur während der Dauer des Kurzschlusses anzunehmen. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich ein Verbrauch an Lebensdauer von rund 10 min.

Daraus ergibt sich für die Kurzschlußzeit von 5 sec ein Verbrauch von rund 0,035 %. Wird nach dem Kurzschluß der Transformator ohne Abschaltung mit Nennlast gleich weiterbetrieben, dann wird nach einiger Zeit die Temperatur der Wicklung wieder auf den ursprünglichen Wert von 105° C zurückgehen. Die Abkühlung der Wicklung geht nach einer Kurve vor sich, die nach einer e-Funktion verläuft. Ist uns die Zeitkonstante der Wicklung bekannt, dann kann man daraus das Abklingen der Temperatur in der Wicklung ermitteln. Bei einer Zeitkonstanten von 5 min geht die Temperatur der Wicklung auf 122° C zurück. Setzt man diesen Wert in die Lebensdauerbeziehung ein, dann ergibt sich ein Verbrauch von rund 0,12 %. Vergleicht man die beiden Werte miteinander, dann stellt man fest, daß der eigentliche Verbrauch an Lebensdauer während der Abkühlungsperiode eintritt. Rechnet man den prozentualen Verbrauch, bezogen auf die Normallebensdauer von 7 Jahren bei 105° C Wicklungstemperatur, um, dann ergibt sich durch den Kurzschluß ein Verbrauch von ≈ 3 Tagen. Das betrachtete Beispiel ergibt noch verhältnismäßig günstige Werte, da sich nur eine Kurzschlußtemperatur der Wicklung von 207° C ergeben hatte. Läßt man aber, wie dies oft der Fall ist, während einiger Sekunden Kurzschlußtemperaturen von 250° C zu, dann gibt der Verbrauch an Lebensdauer bereits ernsthaft zu denken. In diesem Falle beträgt nämlich der Verlust an Lebensdauer bei einem 5 sec dauernden Kurzschluß bereits 0,3 Jahre.

Natürlich gibt es für dieses Lebensdauergesetz auch Einschränkungen. Bei Wicklungstemperaturen unter 90° C ergeben sich Lebensdauern von über 30 Jahren. Derart betriebene Transformatoren erleiden nicht den Wärmetod, sondern gehen aus anderen Gründen zugrunde. Man muß ferner noch beachten, daß diese Betrachtungen nur für Isolierstoffe der Klasse A bzw. bei Verwendung unter Öl der Klasse A_0 Gültigkeit haben.

Die für die Alterung maßgebende Temperatur des Isoliermaterials setzt sich zusammen aus der Temperatur des Kühlmittels, z. B. der umgebenden Luft oder bei OWA-Kühlung des Kühlwassers, und aus der Erwärmung des Isoliermittels gegenüber dem angewendeten Kühlmittel. Die thermische Beanspruchung der Isolation ist demnach von zwei Faktoren abhängig: von der Verlustwärme in der Wicklung und der Temperatur des Kühlmittels. Der letzte Faktor ist von außen her praktisch nicht zu beeinflussen. Man muß also, wie es auch in den Vorschriften festgelegt ist, zwei verschiedene Begriffe unterscheiden: die Grenztemperatur und die Grenzerwärmung. Die Grenztemperatur ist die Summe aus dem Maximalwert der zulässigen Erwärmung des Isolierstoffes und einem bestimmten Höchstwert für die Temperatur des äußeren Kühlmittels. Die Grenzerwärmung ist die höchstzulässige Erwärmung der Isolation. Man sollte sich davor hüten, einen Transformator entsprechend seiner Grenztemperatur zu betreiben. Das hat unter Umständen eine Verkürzung seiner Lebensdauer zur Folge, sobald man sich der kritischen Temperatur nähert, die für die thermische Beschädigung der Isolation maßgebend ist. Der zulässigen Grenzerwärmung von 70° C für Isolierstoffe der Klasse A_0 ist eine maximale Raumtemperatur von 35° C und eine Grenzerwärmung des Öles von 60° C zugrunde gelegt. Dabei ist ein Temperatursprung Wicklung — Öl von 10° C angenommen. Die Feststellung der Erwärmung der Wicklung erfolgt dabei durch Widerstandsmessung oder durch Thermoelemente an der vermutlich heißesten Stelle. Fraglich und unwahrscheinlich ist es, daß in diesen Fällen die wirklich heißeste Stelle der Wicklung erfaßt wird. Diese Stelle ist normalerweise unzugänglich. Es ist also zweckmäßig, sicherheitshalber mit einem Temperatursprung von 15° C zwischen der tatsächlich heißesten Stelle und dem Öl zu rechnen. Alle weiteren Folgerungen für den Betrieb der Transformatoren ergeben sich daraus von selbst. Eine Belastung des Transformators, die wirklich die thermischen Möglichkeiten voll ausnutzt, kann nur mit Hilfe eines thermischen Abbildes gesteuert werden [14]. Dann ist mit einigen Prozent Genauigkeit die Gewähr gegeben, daß keine thermische Überlastung der Wicklungsisolation eintritt.

Es ist natürlich sehr schwer festzustellen, ob der zeitliche Ablauf der Belastung eines Großtransformators auf die Lebensdauer einen merklichen Einfluß ausgeübt hat. Dazu sind genaue Betriebsüberwachungen, auch über die Dauer von Kurzschlüssen, unerläßlich. Erst dann ist bei Schadensfällen eine Rekonstruktion einwandfrei möglich, und erst dann können die Untersuchungen im Laboratorium über die Lebensdauer von Isolierstoffen und die Erfahrungen der Praxis in Einklang gebracht werden.

Es sei in diesem Zusammenhang auf eine von *Keinath* angegebene Alterungs-Anzeige für Hochspannungs-Isolationen hingewiesen [15].

Dieses Verfahren beruht darauf, daß in bestimmten Zeitintervallen die Temperatur eines in einem thermischen Abbild geheizten Nickelwiderstandes mit einer Wheatestoneschen Brücke gemessen wird. Die sich unter Umständen durch zu hohe thermische Belastung ergebende Verminderung der Lebensdauer wird durch einen Synchronzeitzähler erfaßt. Registriert wird auf einem Streifenschreiber, der mit geringem Papiervorschub arbeitet. Man kann auf dem Streifen sowohl die Temperatur, also die Alterungsgeschwindigkeit, als auch die Summe der eingebüßten Lebensdauerstunden aufschreiben.

Es ist in den letzten Jahren für die Aufklärung der Zusammenhänge zwischen Temperatur und Alterung sehr viel getan worden. Es müßte jetzt etwas getan werden für die Auswertung und Anwendung der dabei gesammelten Erkenntnisse. Man rechnet heute mit einer bestimmten Lebensdauer von Großtransformatoren. Dabei begnügt man sich in der Praxis damit, von Zeit zu Zeit Überprüfungen des Transformatorenöles und des Isolationszustandes der Wicklung durchzuführen. Ergeben sich schlechte, für den Betrieb ungünstige Werte, dann wird der Apparat getrocknet, die Ölfüllung regeneriert, um sein Leben zu verlängern. Stellt man fest, daß die Isolation nicht mehr einwandfrei ist, wird sie unter Umständen erneuert. Das geht natürlich nicht in jedem Falle. Dabei ist aber kein Anhaltspunkt vorhanden über die Gründe für diese Erscheinung. Eine laufende Kontrolle über die Belastung und die Umrechnung in Lebensdauerverlust wäre sehr umständlich. Diese Arbeit würde ein Alterungszähler vollkommen selbsttätig durchführen. Es wäre daher ernsthaft zu überlegen, ob man nicht einem derartigen Gedanken in der Praxis nähertreten sollte.

Schlußbetrachtung

Faßt man die bisherigen Ausführungen zusammen, dann kann man folgendes sagen:

Die betriebliche Leistungsfähigkeit und die Lebensdauer eines Großtransformators hängen in erster Linie von seinem Verhalten unter thermischen und dielektrischen Beanspruchungen ab. Das thermische Verhalten wird bestimmt durch die genaue Kenntnis der Temperatur, die in den heißesten Teilen der wärmeempfindlichen Stellen erreicht wird. Weiterhin sind die Methoden der laufenden Überwachung dieser heißesten Stellen von maßgebendem Einfluß auf die betriebliche Widerstandsfähigkeit des Transformators. Die Anwendung thermischer Relais ermöglicht es, die Belastungskapazität des Apparates voll auszunutzen. Unter Umständen ist es angebracht, bestimmte außergewöhnliche Belastungen mit einem gewissen Aufwand an Lebensdauer in Kauf zu nehmen. Von diesen Gesichtspunkten aus wäre eine Festlegung der zulässigen Überlastungen seitens der Hersteller anzugeben. Die jetzt genannten Werte basieren teilweise auf falschen Voraussetzungen. Die zur Zeit geltenden thermischen Begrenzungen, die bei uns in Deutschland für Isolierungen der Klasse A_0 10° C über denen anderer Länder liegen, werden durch die verwendeten Isoliermaterialien, wie Zellulosepapier und Mineralöl, bewirkt. Es wird eine Angelegenheit der weiteren Entwicklung sein, hierfür geeignete Stoffe bereitzustellen, die höhere thermische Belastungen vertragen. Das im Transformator vorhandene Eisen und das Leitermaterial können höhere Temperaturen aushalten. Allerdings müssen dann auch die Träger der Wicklung, die Isolierrohre,

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

höheren Temperaturen als jetzt gewachsen sein. Mit anorganischen Isolierstoffen und synthetischen Isolierflüssigkeiten würde sich hier eine Steigerung um etwa 30 % im Verhältnis Leistung zu Gewicht eines Transformators erreichen lassen. Vorläufig besteht zwischen diesen beiden Komponenten noch eine große thermische Unvereinbarkeit. Gelingt es, diese zu reduzieren, dann wird das einen großen Fortschritt im Transformatorenbau bedeuten. Bei der Betrachtung des Kurzschlußstromwärmeproblemes ist zu beachten, daß keine zuverlässigen Statistiken über Transformatorenkurzschlüsse vorliegen. Es ist als sicher anzunehmen, daß sich die Lebensdauerverkürzungen verschiedener Kurzschlüsse während der Lebensdauer eines Transformators addieren. Ungewiß ist, ob die Folgen der mechanischen Beanspruchung durch die Kurzschlußkräfte von einem Kurzschluß bis zum nächsten erhalten bleiben. Abschließend kann hierzu gesagt werden, daß die Kurzschlußprobleme des Transformators hinsichtlich der elektrischen Seite wirklich geklärt sind. Offen sind noch eine ganze Reihe von mechanischen Problemen. Die thermischen Probleme sind ebenfalls bei weitem noch nicht durchforscht, während die statistische Seite noch vollkommen offen ist.

Der Transformator ist der empfindlichste und oftmals der wertvollste Teil einer Übertragungsanlage. Er muß daher besonders gegen atmosphärische Überspannungen geschützt sein. Dies wird einesteils durch geeignete Anordnungen der Wicklungen und sorgfältigste Hauptisolation erreicht, andererseits durch sehr sorgfältige Koordination der Isolation und Einreihen des Transformators in den höchsten Isolationspegel. Der Nachweis der elektrischen Festigkeit wird durch die in den VDE-Bestimmungen festgelegten Prüfungen geführt. Hierzu kommt jetzt noch die Stoßprüfung. Diese ist heute so weit entwickelt, daß sowohl Stöße mit abgeschnittenen Wellen als auch mit Vollwellen 1/50 in vereinbarter Zahl und Polarität auf den Prüfling gegeben werden können. Bei der Prüfung eingetretene Fehler können durch Kathodenstrahl-Oszillogramme der Stoßspannung und Stoßströme sicher angezeigt werden. Auch die Art und der Ort des Fehlers können an Hand der Oszillogramme mit großer Sicherheit bestimmt werden. Darüber hinaus gibt die Stoßprüfung noch die Möglichkeit, auch die Fehler aufzuzeigen, die durch die anderen Prüfungen nicht aufgedeckt werden, wie z. B. schlechte Verbindungen, Glimmstellen usw.

Es ist heute bereits so, daß die Stoßprüfung kein Gegenstand von Kritiken mehr zu sein braucht. Sie wird vielmehr in kurzer Zeit die anderen Prüfungen ablösen.

Allgemein kann gesagt werden, daß bis jetzt schon sehr viel getan ist, um die Lebensdauer von Großtransformatoren zu erhöhen, daß es aber noch eine ganze Reihe von Problemen hierzu zu lösen gibt, von denen die hauptsächlichsten vorstehend genannt worden sind.

Literaturverzeichnis

[1] *Hagenguth*, A. I. E. E. Trans. 1944, S. 999...1005 und S. 1444...1452.
[2] *Stenkvist*, Asea Journal 1947, S. 10.
[3] *Wellauer*, Bull. S. E. V. 1947, S. 149.
[4] *Beldi*, BBC-Mitteilungen 1950, S. 179.
[5] *Rippon* und *Hickling*, Proc. Inst. Electr. Eng. II, 1949, S. 769.
[6] *Elsner*, Cigre 1954, Bericht 101.
[7] *Gänger*, ETZ-A 1955, H. 5, S. 177.
[8] *Montsinger*, Trans. Amer. Inst. electr. Engrs. 1930, S. 776.
[9] *Clarke*, Trans. Amer. Inst. electr. Engrs. Techn. Paper 1942, S. 98.
[10] *Hill*, Trans. Amer. Inst. electr. Engrs. 1939, S. 484.
[11] *Ehlers*, ETZ-A 1953, S. 553.
[12] *Gotter*, Técnica. Revista de la Universidad de Tucuman. Bd. 1, S. 30.
[13] *Vidmar*, Transformatorenkurzschlüsse, Vieweg, Braunschweig, 2. Aufl. 1954.
[14] *Kamber*, Bull. Oerlikon 1952, S. 13.
[15] *Keinath*, ATM 1951, V 2177-4.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

III. Fakultät für Schwachstromtechnik / Publ. Nr. 2
Institut für elektromedizinische Apparate und Röntgentechnik, mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt: Dr. phil. Friedrich Blüthgen

Als Manuskript gedruckt | DK 621.001.5:621—523
Eingang: 17. 6. 1955

Ein elektrisches Analogiemodell zur Veranschaulichung des bedingt reflektorischen Verhaltens von Lebewesen

Von Dr. phil. Friedrich Blüthgen

Übersicht

Nachdem vor einiger Zeit durch *Ashby* (England) und amerikanische Autoren der Kybernetik instruktive technische Anschauungsmodelle für das motorisch-reflektorische Verhalten niederer Lebewesen geschaffen worden sind, Modelle, die besonders durch ihre funktionalen regelungstechnischen Analogien zum biologischen Objekt nicht nur bestechend, sondern auch lehrreich sind, wurden von *W. G. Walter* (Bristol) neue Modifikationen solcher Modelle dadurch hergestellt, daß an Stelle *eines* Funktionskreises mehrere in bestimmter Weise miteinander verbundene auf die gleichen Endmechanismen einwirken. Das funktionelle Verhalten solcher Modelle ähnelt außerordentlich dem unschlüssigen, spekulativen Verhalten von Lebewesen niederer Ordnung, bei denen noch keine Ausbildung sogenannter bedingter Reflexe vorhanden ist.

Nach Berichten, die dem Verfasser leider bisher im Original nicht zugänglich waren, soll *G. Walter* in Fortführung seiner Versuche neuerdings auch ein technisches Analogon zum Bedingten-Reflex-Verhalten höherer Lebewesen modellmäßig dargestellt haben. Im einzelnen soll es sich dabei um ein kleines Fahrzeug handeln, welches auf ein Lichtsignal hin direkt, auf ein akustisches Signal „bedingt reflektorisch" in Bewegung gesetzt werden kann.

Dem Wunsche nach Vorführung eines solchen oder ähnlichen Demonstrationsmodelles entsprechend, ist vom Verfasser eine Anordnung entworfen und ausgeführt worden, die mit Hilfe einfacher Bauelemente der Elektrotechnik die sinnfällige Darstellung der Entstehung und des Funktionierens bedingter Reflexe ermöglicht.
Sie soll im folgenden beschrieben werden.

Der bedingte Reflex

Die Reflexlehre der Physiologie unterscheidet bekanntlich zwei Arten einer möglichen reflektorischen Einbettung eines biologischen Individuums höherer Art in seine Umwelt. Die eine ist der sogenannte unbedingte oder direkte Reflexvorgang, wie er allgemein durch das Schema des einfachen und offenen *Reflexbogens* symbolisch dargestellt wird (Bild 1). Nach ihm führt eine Kausalkette[1]) vom reizaufnehmenden Rezeptor A über die afferente Leitungsbahn la, das zerebrale oder spinale Nervenzentrum Z und den efferenten Leitungsweg le zu dem Endorgan E, dem sogenannten Erfolgsorgan. Die Kausalverbindung von A nach E ist unter der Voraussetzung nicht funktionsgehemmter Organteile eine ständige, d. h. jeder Erregung von A folgt unbedingt auch eine Reaktion an E[2]).

Neben dieser allen Lebewesen angeborenen Art, auf Umweltreize zu reagieren, verfügen Tiere und Menschen noch über einen zweiten Typus des Reaktionsmechanismus, den hauptsächlich durch *Pawlow* und seine Schule in weitem Umfang untersuchten sogenannten *bedingten Reflex*. Bei ihm handelt es sich um eine durch einen Lernprozeß erworbene *zeitweilige* kausale Verbindung zwischen ursprünglich in keinerlei Wirkungszusammenhang stehenden Rezeptoren und Effektoren eines Individuums.

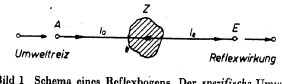


Bild 1 Schema eines Reflexbogens. Der *spezifische* Umweltreiz führt zur *unbedingten* Reflexwirkung.
A = Rezeptor, la = afferente Leitungsbahn,
Z = nerv. Zentrum, le = efferenter Leitungsweg,
E = Effektor.

Das stark idealisierte und die Vielfältigkeit der gegenseitigen Verknüpfungen von Funktionskreisen im Gesamtorganismus nicht berücksichtigende Schema für das Zustandekommen einer zeitweiligen Verbindung zeigt Bild 2.

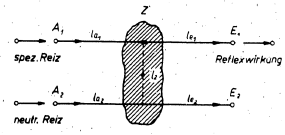


Bild 2 Schema eines *bedingten* Reflexes.
Der neutrale Reiz über A_2 führt nur *bedingt* (zeitweilig) zur Erregung von E.
lz = *bedingte* Leitungsbahn. Bedeutung der übrigen Buchstaben entsprechend Bild 1.

A_1 bedeute einen Rezeptor, der mit dem Erfolgsorgan E_1 in ständig bereiter, also unbedingt reflektorischer Verbindung steht. Ein auf A_1 wirksamer Reiz löse also kausal über E_1 jeweils die gleiche Reflexwirkung aus. Ähnliches gelte für A_2 und E_2, wobei E_2 nicht notwendig zu einer nach außen sichtbar werdenden

[1]) Die Ausdrucksweise ist zulässig, da sich das Schema auf die Darstellung makroskopischer Vorgänge beschränkt.

[2]) Beispiele: Pupillenreflex, Sehnenreflex, Speichelreflex usw.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Reflexwirkung zu führen braucht. Mit Bezug auf E_1 werde ein auf A_1 wirksamer Reiz ein *spezifischer*, ein auf A_2 wirksamer Reiz ein *neutraler* genannt, da letzterer im allgemeinen den Effektor E_1 nicht erregt. Durch ungezählte Versuche ist nachgewiesen worden, daß durch *Gewöhnung* oder durch einen *Lernprozeß* ein neutraler Reiz zeitweilig die Bedeutung eines spezifischen Reizes annehmen kann, d. h. daß ein solcher Reiz unter *gewissen Bedingungen* auf einen ihm nicht adäquaten Effektor so einzuwirken vermag wie ein auf einen direkt-reflektorisch verknüpften Rezeptor wirkender spezifischer Reiz. Man spricht in diesen Fällen von einem *bedingten Reflex* oder einer zeitweiligen Verbindung.

Nach dem Schema in Bild 2 würde ein bedingter Reflex dann vorliegen, wenn der auf A_2 wirkende Reiz nicht nur auf E_2, sondern zeitweilig auch auf E_1 eine Wirkung ausüben würde. Die Verifikation einer kausalen Verknüpfung zwischen A_2 und E_1 erfordert das bedingte Zustandekommen einer irgendwie gearteten, normalerweise nicht vorhandenen Querverbindung zwischen den beiden Kausalketten $A_1 \cdots E_1$ und $A_2 \cdots E_2$. Welcher besonderen physiologischen Art diese Querverbindung am biologischen Objekt ist und wo ihre Angriffspunkte liegen, ist für die Darstellung der kennzeichnenden Funktion des bedingten Reflexes ohne Belang.

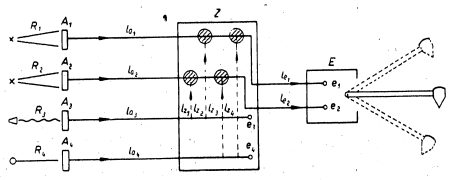


Bild 3 Blockschema einer Modellanordnung zur Darstellung verschiedener Reflexe

R_1 = grünes Licht
R_2 = rotes Licht
R_3 = Ton
R_4 = mechanische Berührung
Z = Schaltzentrale
E = gesteuertes Endglied
A_1 = Photoelement, grünempfindlich
A_2 = Photoelement, rotempfindlich
A_3 = Mikrophon
A_4 = Berührungskontakt
la_1 bis lz_4 = elektrische Leitungen
e_1, e_2 = Magnetspulen

Die gestrichelte Linie lz des Schemas habe also nur die symbolische Bedeutung, daß nach mehrmaliger gleichzeitiger Erregung der Rezeptoren A_1 und A_2 schließlich die Auslösung eines E_1-Reflexes für eine gewisse Zeit lang durch A_2 allein ebenso möglich ist wie durch A_1.

Das Modellschema

Die modellmäßige Darstellung der Bedingten-Reflex-Funktion läßt sich in Anlehnung an das idealisierte Schema in Bild 2 mit Bauelementen der Elektrotechnik in mannigfaltiger Weise leicht ausführen. Eine geeignete Schaltung wird fast zwangsläufig gefunden, wenn die in Bild 2 durch Buchstaben gekennzeichneten physiologischen Gegenstände der Reihe nach durch funktionsähnliche und schaltungsmäßig zueinander passende Gegenstände der Elektrotechnik ersetzt werden. So können die Rezeptoren A_1 und A_2, die im physiologischen Reflexschema die Funktionen der Aufnahme eines äußeren Impulses, seiner Umformung und seiner transformierten Weitergabe zu erfüllen haben, durch eine Fülle von elektrischen Bauelementen mit ähnlicher Funktion dargestellt werden, z. B. durch Photozellen, Photoelemente, Halbleiterwiderstände, Thermoelemente, Mikrophone usw. Den nervösen Leitungswegen la werden naturgemäß elektrische Leitungen entsprechen. Das physiologische Zentralnervensystem Z, dessen Funktion im Reflexschema darin besteht, nervöse Erregungen miteinander zu verknüpfen und auf bestimmte Bahnen einzuschleusen, wird elektrisch nachzubilden sein durch Koppelglieder, Schwingungskreise, Speicherglieder, Wandler usw. Die von Z aus über nervöse oder humorale Leitungswege le innervierten Erfolgsorgane E lassen sich durch Magnete, Motoren, Lautsprecher, Lampen oder dergleichen elektrisch abbilden.

Das nachfolgend beschriebene Modell enthält eine Erweiterung des einfachen bedingten Reflexschemas dadurch, daß im physiologischen Sinne das Einschleifen zweier bedingter Reflexe mit einander widersprechenden Erfolgshandlungen veranschaulicht werden kann. Dadurch läßt sich die Wirkungsweise des Modelles in mannigfacher Weise variieren, so daß eine Darstellung vom einfachsten unbedingten Reflex bis zum neurotischen Verhalten von Menschen oder Tieren in gewissen Konfliktsituationen möglich ist.

Das Blockschema der Modellanordnung in Bild 3 läßt die Analogiebedeutungen der elektrischen Bauglieder entsprechend den Teilen des physiologischen Schemas erkennen. $R_1 \cdots R_4$ entsprechen vier differenzierten, *Umweltreizen*", auf die das Modell vermittels seiner dafür geeigneten, *Rezeptoren*"[1]) $A_1 \cdots A_4$ zu reagieren vermag. A_1 ist ein auf grünes, A_2 ein nur auf rotes Licht ansprechendes Photoelement. Die in A_1 und A_2 ausgelösten Impulse werden über die Leitungen la_1 und la_2 einem *„Zentralnervensystem"* Z (Schaltzentrale) zugeführt. Nach Umformung in Z werden die Impulse über die Leitungen le_1 und le_2 (mit der Bedeutung nervöser oder humoraler Leitungswege) den *„Effektoren"* e_1 und e_2 zugeführt, die im Modell durch die Spulen zweier Zugmagnete dargestellt werden. E ist das gesamte *„Erfolgsorgan"* mit einem Signalhebel als Indikator für zwei Reaktionsweisen. *„Reizung"* der Apparatur mit grünem Licht veranlaßt den in Ruhe waagerechten Signalarm zu einer Bewegung nach unten, rotes Licht läßt ihn eine Aufwärtsbewegung ausführen.

[1]) In der Sprache der Regelungstechnik *Fühler* genannt.

Der bisher beschriebene Mechanismus entspricht einem *unbedingten Reflexverhalten*. Die Lichtsignale haben also die Bedeutung von *spezifischen Reizen*, die bei ihrem Auftreten notwendigerweise zur entsprechenden Beantwortung durch den Anzeigehebel führen. Das Modell enthält zwei weitere Fühler A_3 und A_4, von denen A_3 ein auf ein akustisches Signal R_3 ansprechendes Mikrophon und A_4 ein auf mechanische Berührung R_4 ansprechender Kontakt ist. Die von A_3 und A_4 transmittierten Impulse führen jedoch normalerweise nicht zu einer Erregung von E. R_3 und R_4 entsprechen also mit Bezug auf E physiologisch *neutralen Reizen*. Wohl werden durch sie irgendwelche ein indifferenter Reiz. Wird dagegen durch grünes Licht (R_1) das Photoelement A_1 beleuchtet, so antwortet die Apparatur mit einem Sinken des Signalarmes. Werden aber beide Reize R_1 und R_3 etwa 10mal hintereinander gleichzeitig gegeben, dann hat sich eine Verbindung lz_3 zwischen la_3 und la_1 hergestellt, derart, daß, je nach Dimensionierung der Schaltmittel, eine gewisse Zeit lang auch durch den Ton R_3 allein das Sinken des Signalhebels bewirkt werden kann. Diese Reaktionsweise der Apparatur entspricht der Funktion nach genau dem Vorgang des Einschleifens eines bedingten Reflexes oder eines Lernprozesses in der Physiologie.

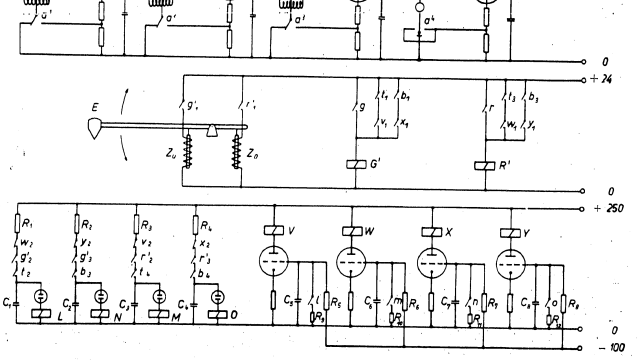


Bild 4 Prinzipschaltbild für die Ausführung eines Reflexmodelles nach dem Blockschema in Bild 3

Wirkungen e_3 und e_4 im *„Zentralnervensystem"* veranlaßt, deren Qualität für unser Schema jedoch ohne Belang ist. So könnten e_3 und e_4 beispielsweise als Empfindungen gedeutet werden. Wesentlich ist, daß innerhalb Z *latente* Schaltverbindungen lz zwischen la_1, la_2, la_3 und la_4 bestehen, die erst dann wirksam zu werden beginnen, wenn zwei durch lz verknüpfte Leitungsbahnen la in zeitlich nicht zu großen Abständen mehrmals gleichzeitig beansprucht werden. Sofern dies geschieht, können auf Grund der Besonderheit der Schaltung die jeweiligen latenten Leitungsbahnen lz vorübergehend zu realen Leitungen aktiviert werden, wobei eine Impulsübertragung allerdings nur in Richtung der Pfeile in Bild 3 möglich ist.

Wird also beispielsweise durch einen Ton R_3 das Mikrophon A_3 erregt, so reagiert die Apparatur nach außen hin nicht ohne weiteres. Der Ton ist für sie

Die Schaltung

Bild 4 zeigt das Prinzipschaltbild eines nach dem Schema in Bild 3 praktisch ausgeführten einfachen Reflexmodelles.

In der oberen Reihe erscheinen die *Rezeptoren* $A_1 \cdots A_4$, die der Einfachheit halber über die Kontakte $a^1 \cdots a^4$ als Schwellwertindikatoren benutzt werden. Die äußerst geringen Schaltleistungen der a^x-Kontakte werden über Röhren auf die Relais G, R, T und B mit größerer Schaltleistung und zum Teil mehrfacher Kontaktbestückung übertragen. Durch G und R werden über die Schütze G' und R' die Zugmagnete Z_1 und Z_0, welche die Funktion von Effektoren darstellen sollen, direkt geschaltet.

Das Mikrophon A_3 und das Kontaktpendel A_4 bewirken, sofern sie allein angeregt werden, über die Relais T und B zwar die Betätigung einer Reihe von Kon-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

taktes, die, wie aus dem Bild zu ersehen ist, jedoch zunächst keine weiteren Stromflüsse zustande kommen lassen. Die Erregung von A_2 und A_4 entspricht also physiologisch neutralen Reizen.

Das mehrmalige Zusammentreffen einer Erregung von A_1 (bzw. A_2) mit einer solchen von A_3 oder A_4 hat die allmähliche Aufladung des entsprechenden Kondensators $C_1 \cdots C_4$ zur Folge, dessen Entladestrom nach Erreichen der Zündspannung der zugehörigen Glimmlampen (Kippschaltung) kurzzeitig das im jeweiligen Entladekreis liegende Relais (L, N, M, O) zum Ansprechen bringt. Diese Kreise stellen somit die Funktion des *„Lernens"* dar.

Das *„Erlernte"* soll aber nicht sofort wieder *„vergessen"* werden, sondern eine Zeitlang im *„Gedächtnis"* haften bleiben. Diese Funktion erfüllen die nächsten vier elektronischen und auf Zeit eingestellten Schaltkreise. Durch das kurzzeitige Ansprechen eines der vier Relais L···O wird der zugehörige, auf ein sperrendes Gitterpotential geladene Kondensator ($C_5 \cdots C_8$) entladen, und das entsprechende im Anodenkreis liegende Relais (V···Y) bleibt über die Zeit der erneuten Aufladung des Kondensators erregt. Solange dies der Fall ist, kann von den *„neutralen Effektoren"* A_2 und A_4 das *„Erfolgsorgan"* E betätigt werden, und zwar im gleichen Sinne, in welchem vorher ein *„Lernvorgang"* stattgefunden hatte. Die möglichen Kombinationen sind dem Schaltbild leicht zu entnehmen.

Der Übersichtlichkeit halber ist eine Schaltung mit schwarz-weiß gesteuerten Schaltkreisen dargestellt. Beim Übergang auf charakteristik-gesteuerte Schaltkreise erhöht sich die Schaltmittelzahl erheblich. Die Analogien zum physiologischen Geschehen verfeinern sich. Das Prinzip der Reflexverbindungen aber bleibt das gleiche.

Die Bedeutung des Modelles

Analogiebetrachtungen und Analogiemodelle unterliegen in ihrer Anwendung stets der Einschränkung. Leider wird in unberechtigter Weise aus einer Analogie oft mehr herausgelesen, als durch die Voraussetzungen in sie hineingelegt wurde. Dies gilt insbesondere für biologische Modelle. Ihnen gegenüber wird allerdings auch die gegenteilige Meinung vertreten, derzufolge a priori jede Bedeutung eines biologischen Modelles überhaupt in Abrede gestellt wird.

Das vorliegende Modell beabsichtigt in keiner Weise als Versuch einer Erklärung für ein bestimmtes physiologisches oder gar biologisches Geschehen gelten zu wollen. Es ist selbstverständlich, daß letzteres nur im Rahmen der zuständigen Disziplinen wissenschaftlich erörtert werden kann. Das Modell soll lediglich zur Veranschaulichung bestimmter Vorgänge in der Reflexologie dienen, die in natura wegen ihrer zeitlichen Ausdehnung nicht zur Demonstration im Unterricht geeignet sind. Das Modell ist eine von mehreren möglichen Zuordnungen inhaltlich verschiedener realer Geschehnisse, die in den für die vergleichende Betrachtung wesentlichen Zügen dem gleichen abstrakten Funktionsschema entsprechen. Der rein darstellende Charakter als Veranschaulichungsmodell dürfte damit genügend klar ausgesprochen sein.

Außer seinem didaktischen Wert kann die Beschäftigung mit dem Modell noch eine heuristische Bedeutung haben. Erstens ist zu erwarten, daß sich aus der funktionellen Bedeutung weiterer zur Vervollkommnung der Analogieeigenschaften am Modell notwendig werdender Bauelemente unter Umständen Schlüsse auf in ihrer Funktion noch nicht erklärte Gegenstände der Physiologie ziehen lassen, wofür es Beispiele aus der vergleichenden Betrachtung zwischen biologischen und regelungstechnischen Vorgängen gibt. Zweitens liegt es nahe, daß bei eingehender Betrachtung auch die Technik, insbesondere die Regelungstechnik und Technik der Automatisierungen und Kontrollen, Anregungen aus physiologischen Funktions-Schemen empfangen können, da die Natur durch die Ausbildung bedingter Reflexe erstaunlich vielseitige Varianten optimaler Regelungen und Steuerungen von biologischen Vorgängen geschaffen hat.

Zusammenfassung

Es wird eine elektrische Schaltung beschrieben, deren Funktionen analog dem prinzipiellen Schema verschiedener physiologischer Reflexvorgänge ablaufen. Die Schaltung eignet sich zur Verwendung in einem Demonstrationsmodell, welches insbesondere das Zustandekommen und die Mischung bedingter Reflexe sinnfällig vorzuführen erlaubt.

Literatur

[1] *Drischl, H.*, Bausteine einer dynamischen Theorie der vegetativen Regulation. Wiss. Z. Univ. Greifswald II (1952/53), Math.-nat. Reihe, H. 2, S. 99···164.
[2] *Fromme, Th.*, Modelle zur Darstellung elementarer Reaktionen bei Tieren. Vortrag, gehalten a. d. Tagung „Biologische Regelung", Darmstadt 1954.
[3] *Anonym*, „Synthetische Lebewesen", Funktechn. 1952, H. 3, S. 68.
[4] *Oppelt, W.*, Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge. Verlag Chemie, Weinheim, 1954.
[5] *Rein, H.*, Einführung in die Physiologie des Menschen. Springer, Berlin-Heidelberg, 1947.
[6] *Wagner, R.*, Biologische Reglermechanismen. Z. Ver. dt. Ing. **96**, H. 5 (1954), S. 123···130.
[7] *Walther, A.*, Probleme im Wechselspiel von Mathematik und Technik. Z. Ver. dt. Ing. **96**, H. 5 (1954), S. 144.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

IV. Fakultät für Feinmechanik und Optik / Publ. Nr. 2
Institut für Feingerätetechnik, Direktor Prof. Dipl.-Ing. Werner Bischoff
Als Manuskript gedruckt! DK 535.317.2:681.2.088:531.713.8
Eingang: 15. 3. 1955

Unschädliche Kippunkte

Von Prof. Dipl.-Ing. Werner Bischoff

Erfährt ein optisches System eine örtliche Verlagerung, so hat dies in der Regel eine entsprechende Verlagerung der Bildpunkte zur Folge, die von diesem System erzeugt werden. Die Verlagerung der Bildpunkte ist je nach Art und Ort der Systemverlagerung verschieden, und es ergeben sich daher gewisse bevorzugte Stellen, bei welchen die Bildverlagerung entweder in besonders starkem oder in besonders geringem Ausmaß in Erscheinung tritt. Solche Stellen zu finden, ist bei der Anwendung optischer Systeme von Vorteil, vor allem, wenn man mit Verlagerungen rechnen muß, die entweder für die zweckentsprechende Ausrichtung des Strahlenganges bei der Justierung gebraucht werden oder aber bei der Bewegung mechanisch geführter optischer Teile auftreten, wenn Führungsungenauigkeiten eine von der Sollage abweichende Stellung des Systems erwarten lassen. Man wird in solchen Fällen nach Stellen suchen, die als Dreh- oder Kippunkt die Eigenschaften besitzen, daß diese Systemverlagerungen als Kippungen um diese Punkte möglichst kleine Auswirkungen für die Bildverlagerung ergeben.

Die bekanntesten Stellen, die solche Eigenschaften besitzen, sind die positiven Knotenpunkte eines Systems. Man versteht darunter diejenigen Punkte, für welche das Winkelverhältnis $\gamma = +1$ besteht. Im allgemeinen fallen die Knotenpunkte bei beiderseitig an Luft grenzenden Systemen, die wir in der folgenden Betrachtung als einfache Linse ansehen wollen, mit den Hauptpunkten zusammen, bei welchen das Abbildungsverhältnis $\beta = +1$ ist. Diese Haupt- bzw. Knotenpunkte haben die Eigenschaft, daß parallel einfallende Strahlen, die sich im Brennpunkt des Systems vereinigen, auch dann noch näherungsweise ihren Vereinigungspunkt beibehalten, wenn die Linse um den zugeordneten Haupt- oder Knotenpunkt eine Kippung erfährt.

In Bild 1 sei das System durch die beiden Hauptebenen H und H′ dargestellt. Die vom hinteren Brennpunkt F′ ausgehenden Strahlen verlassen die vordere Hauptebene parallel, oder es vereinigen sich umgekehrt alle parallelen Strahlen, die die vordere Hauptebene treffen, im zugeordneten Punkt der Brennebene, also jener Ebene, die durch F′ senkrecht zur Achse steht. Bezeichnet man alle durch die Haupt- bzw. Knotenpunkte gehenden Strahlen als Hauptstrahlen, so wird jeder solche Strahl durch den einen Knotenpunkt zufolge des für die Knotenpunkte geltenden Winkelverhältnisses $\gamma = +1$ seine parallele Fortsetzung durch den anderen erfahren. Die vom seitlich der Achse gelegenen Punkt A′ der Brennebene ausgehenden, unter dem Winkel φ zur Achse geneigten Hauptstrahlen durch den hinteren Knotenpunkt H′ verlassen den vorderen Knotenpunkt H unter demselben Winkel φ zur Achse geneigt, also zu A′ H′ parallel. Umgekehrt werden sich daher alle die vordere Hauptebene treffenden parallelen und unter dem Winkel φ zur Achse geneigten Strahlen im Punkt A′ der hinteren Brennebene vereinigen. Diese Eigenschaft bleibt erhalten, wenn das ganze System um den hinteren Knotenpunkt H′ eine Drehung erfährt. In Bild 1 ist angenommen, daß diese Drehung um den Winkel φ erfolgt sei, so daß in der gedrehten Lage der Punkt A′ nach (A′) auf der Achse des ungekippten Systems gelangt sei. Die im Bild gestrichelt gezeichnete Lage ist gekennzeichnet durch die im Uhrzeigersinn um φ gedrehte Achse durch (H) (H′) (F′), die sich mit der ursprünglichen Achse im hinteren Knotenpunkt H′ als Drehpunkt schneidet. Der in Richtung der ursprünglichen Achse verlaufende Hauptstrahl (A′)H′ verläßt im gedrehten System den vorderen Knotenpunkt (H) parallel zu dieser Achse, und alle von (A′) ausgehenden Strahlen eines Strahlenbüschels endlicher Öffnung verlassen die vordere Hauptebene parallel dazu. (Die hier betrachteten Strahlengänge sollen sich auf ein aberrationsfreies System und auf den achsennahen Raum beziehen, ebenso wie die betrachteten Drehwinkel φ im allgemeinen so klein sein mögen, daß die gemachten Voraussetzungen der Brennpunkteigenschaften erhalten bleiben.) Man erkennt, daß das vom hinteren Brennpunkt F′ ausgehende Strahlenbüschel im ursprünglichen System dieses als Parallelstrahlenbüschel in derselben Richtung verläßt, wie das von (A′) ausgehende im gekippten System.

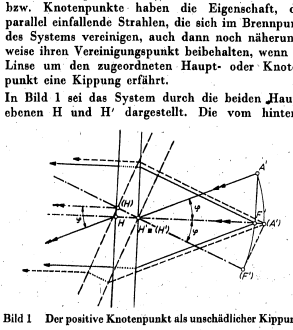


Bild 1 Der positive Knotenpunkt als unschädlicher Kippunkt

Diese bevorzugte Stelle des hinteren Knotenpunktes als Drehpunkt macht also den Abbildungsvorgang von Punkten der Brennebene unempfindlich gegenüber Kippungen, wenn man in erster Näherung davon absieht, daß (A′) etwas größeren Abstand vom Knotenpunkt hat wie F′, denn dieser Unterschied beträgt, wenn man $H'F' = f'$ setzt,

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(1) $$\Delta f = \frac{f'}{\cos\varphi} - f' = f'\,(\frac{1}{\cos\varphi} - 1).$$

Unter der oben gemachten einschränkenden Voraussetzung kleiner Winkel φ und der Reihenentwicklung des Klammerausdruckes, die man nach dem dritten Glied abbricht, verbleibt für diesen Unterschied

(1a) $$\Delta f = f'\,(\frac{1}{2}\varphi^2 + \frac{5}{24}\varphi^4) = f'\,\frac{1}{2}\varphi^2\,(1 + \frac{5}{12}\varphi^2),$$

also ein Betrag, der bei kleinen Winkeln als klein zweiter Ordnung anzusehen ist.

Diese Knotenpunkteigenschaft ist insbesondere dann vorteilhaft, wenn zu der Linse noch eine Reflexion hinzutritt, weil durch die Spiegelung der Knotenpunkt eine andere Lage erhält. Es vertauschen nämlich in diesem Falle infolge der Strahlenspiegelung die negativen Knotenpunkte, für welche das Winkelverhältnis $\gamma = -1$ besteht, mit den positiven ihre

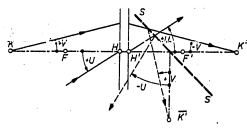


Bild 2 Vertauschung der positiven und negativen Knotenpunkte durch einen Spiegel

Rolle. Das sei an Hand des Bildes 2 erläutert. Wenn der im vorderen positiven Knotenpunkt H unter dem Winkel + U einfallende Hauptstrahl den hinteren positiven Hauptpunkt H′ unter demselben Winkel + U verläßt, so tut er das nicht mehr, wenn zum System eine Reflexionsfläche tritt. Diese sei durch S gestrichelt angedeutet. Sie bewirkt, daß die Strahlenneigung zur Achse ihr Vorzeichen umkehrt, wenn man den Richtungssinn des Neigungswinkels so versteht, daß man ihn *von* der Achse *zum* Strahl zählt. Das heißt aber, daß damit für die Punkte H und H′ das Winkelverhältnis von $\gamma = +1$ sich in $\gamma = -1$ verändert hat, daß aus den positiven Knotenpunkten negative geworden sind. Ebenso ist zu zeigen, daß andererseits die negativen Knotenpunkte K K′ positiv geworden sind. Diese beiden Punkte haben von den zugeordneten H und H′ jeweils den Abstand der doppelten Brennweite. Der durch den vorderen negativen Knotenpunkt K unter dem Winkel + V verlaufende Strahl geht durch den hinteren negativen Knotenpunkt K′ unter dem Winkel − V. Die Spiegelung an S aber bewirkt, daß dieser Strahl nach dem Verlassen der Spiegelfläche durch den gespiegelten Knotenpunkt K′ unter dem Winkel + V zur Achsenrichtung geht, so daß damit das Punktpaar K K′ in ein Winkelverhältnis $\gamma = +1$ zu stehen kommt und daher die Eigenschaften positiver Knotenpunkte erhält. Nach den obigen Darlegungen müßte also dieser Punkt die bevorzugte Stelle des Systems der mit einem Spiegel vereinigten Linse sein.

Das soll im besonderen im Bild 3 gezeigt werden. In diesem Bild ist die um den Punkt K als den vorderen positiven Knotenpunkt gekippte Lage gestrichelt gezeichnet und sind die bezüglichen Punkte durch Einklammern der Buchstaben hervorgehoben. Das vom Brennpunkt F ausgehende Strahlenbüschel verläßt die hintere Hauptebene als zur Achse paralleles Strahlenbündel und wird durch den Spiegel S umgelenkt (im gezeichneten Fall um 90°). In der gekippten Lage ist zunächst einleuchtend, daß das vom Punkt (A) der Brennebene ausgehende Strahlenbüschel die hintere Hauptebene als Parallelstrahlenbündel verläßt. Die Richtung dieses Strahlenbündels ergibt sich aus dem durch den Hauptpunkt (H) gehenden Hauptstrahl. Die Neigung zur ursprünglichen Achse FH ist durch den Winkel (H) (A) H gegeben. Betrachtet man zwei weitere ausgezeichnete Strahlen, so wird das erhärtet. Der durch (A) parallel zur gekippten Achse K (H) verlaufende Strahl geht durch den hinteren Brennpunkt (F′) und ist daher parallel zu (A) (H) wegen Gleichheit der Parallelogrammseiten. Der durch (A) in Richtung der ursprünglichen Achse nach H zielende und rückwärts nach K zu verlängernde Strahl muß durch (K′) gehen entsprechend der Zuordnung der negativen Knotenpunkte K (K′), wobei der parallele Verlauf des nach (K′) zielenden Strahles zur Richtung (A) (H) aus der Tatsache folgt, daß sowohl das Dreieck K (H) (A) als auch das Dreieck, das von K (K′) und den durch K (A) und durch (K′) verlaufenden Strahlen eingeschlossen wird, zwei ähnliche gleichschenklige Dreiecke sind. Dieses zu (A) (H) parallel verlaufende Strahlenbündel wird nun durch den an der Kippung um K teilnehmenden Spiegel (S) ebenfalls abgelenkt, und zwar so, daß es dem ursprünglichen, von S abgelenkten Strahlenbündel parallel ist.

Um das zu erkennen, ist in Bild 4 das gleichschenklige Dreieck K (A) (H) noch einmal etwas größer dargestellt. Aus diesem Dreieck ist zu ersehen, daß die Richtung des Hauptstrahles (A) (H) unter dem Winkel 2 φ gegen die ursprüngliche Achse geneigt ist. Da aber der Spiegel S an der Kippung teilgenommen

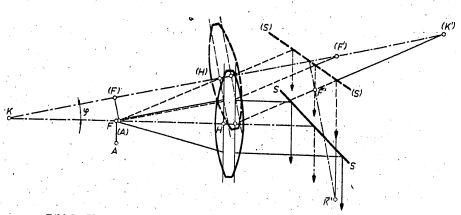


Bild 3 Unveränderte Richtung eines Parallelstrahlenbündels bei Kippung um den Knotenpunkt

hat und in die Lage (S) gekommen ist, also gegen S um den Winkel φ verdreht ist, so wird er das Strahlenbündel in die ursprüngliche Richtung ablenken, da der Drehung eines Spiegels um den Winkel φ eine Drehung der ausfallenden Strahlen um den Winkel 2 φ entspricht. Somit ist also in der Tat der Knotenpunkt K als eine bevorzugte Stelle für den Ort eines Kippunktes anzusehen für die Abbildung von Punkten der Brennebene.

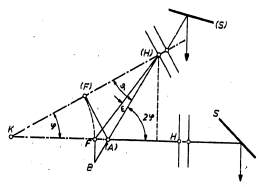


Bild 4 Fehlerermittlung für die gekippte Lage

Es bleibt noch die Größenordnung der Fehler zu untersuchen, die dadurch auftreten, daß auch hier (A) nicht mit F zusammenfällt. Während in Bild 1 die beiden Hauptstrahlrichtungen F′ H′ und (A′) (H′) zusammenfielen, ist das jetzt nicht mehr der Fall. Bezeichnet man den von ihnen eingeschlossenen Winkel mit ε, so folgt aus dem Dreieck KF (H)

$$\frac{\sin\,(\varphi - \varepsilon)}{\sin\,(2\varphi - \varepsilon)} = \frac{1}{2},$$

woraus man nach einiger Umformung

(2) $$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{2\sin\varphi - \sin 2\varphi}{2\cos\varphi - \cos 2\varphi}$$ erhält.

Unter der Voraussetzung kleiner Winkel φ und der Reihenentwicklung der trigonometrischen Werte erhält man für den Winkel

(2a) $$\operatorname{tg}\varepsilon = \varphi^3\,(1 - \varphi^2 + \frac{19}{12}\varphi^4),$$

also einen Winkel, der klein von dritter Ordnung ist. Der Hauptstrahl (A) (H) zielt nach dem außerhalb der ursprünglichen Achse gelegenen Punkt B der Brennebene, und das gekippte System wird in der unveränderten Richtung des vom Spiegel abgelenkten Bündels nicht den Ort F, sondern B der Brennebene abbilden. Über die Größenordnung dieser Ortsverlagerung kann folgendes gesagt werden:

Die Strecke F (A) = K F $(\frac{1}{\cos\varphi} - 1)$ ist mit Bezug auf die Brennweite FH = KF = f

$$F\,(A) = f\,(\frac{1}{\cos\varphi} - 1).$$

Bezeichnet man FB mit Δ_2, so wird

(3) $$\Delta_2 = f\,(\frac{1}{\cos\varphi} - 1)\operatorname{tg} 2\varphi$$

oder wiederum durch Reihenentwicklung

(3a) $$\Delta_2 = f\cdot\varphi^3\,(1 + \frac{7}{4}\varphi^2),$$

als eine kleine Strecke dritter Ordnung bei kleinen Kippwinkeln.

Diese bevorzugte Stelle des Knotenpunktes K hat zur Anwendung in Meßmaschinen geführt [1] derart, daß im Punkt K der Endpunkt der zu prüfenden Strecke des Prüflings angeordnet ist und der Vergleichsmaßstab sich in der Brennebene durch F befindet, wobei das mit dem Spiegel vereinigte Abbildungssystem in einer Schlittenführung in Richtung des Prüflings und des parallel dazu liegenden Maßstabes geführt ist und sein Fassungskörper bei Anlage in K an den Prüfling und ungenauer Führung nur um Punkt K kippen kann [2]. Die durch (3a) bestimmte Größenordnung von Δ_2 gibt den zu erwartenden Fehler der Maßstabablesung an [3].

Es soll nun untersucht werden, wie sich die Verhältnisse verändern, wenn der Kippunkt nicht mit dem Knotenpunkt zusammenfällt, sondern eine andere beliebige Lage auf der Achse erhält. Seine Entfernung vom Hauptpunkt KH möge zur Brennweite in Beziehung gesetzt werden, was durch

$$KH = K\,(H) = \varkappa f$$

ausgedrückt wird.

In diesem Falle wird der zu erwartende Fehler anwachsen, und es soll an Hand des Bildes 5 seine Größenordnung abgeleitet werden. Zunächst wird, wie uns Bild 3 und 4 gelehrt haben, durch das mit dem Umlenkspiegel verbundene System die Hauptstrahlrichtung bei gekippter Lage unter dem Winkel 2 φ

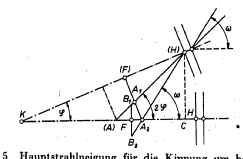


Bild 5 Hauptstrahlneigung für die Kippung um beliebige Achsenpunkte

zur Achse geneigt bleiben. Der Punkt A_1 der Brennebene in der gekippten Lage wird als Ausgangspunkt jenes Strahlenbüschels anzusehen sein, das als paralleles Bündel die hintere Hauptebene verläßt und vom Spiegel in die gleiche Richtung abgelenkt wird, wie vor der Kippung das von F ausgehende Büschel. Das gekippte System wird also wiederum nicht den Ort F, sondern B_1 der Brennebene in die ungeänderte Richtung abbilden. Die Größenordnung $F B_1 = \Delta$ ermitteln wir aus dem Dreieck (A) F B_1.

$$(A)\,F = KF - K\,(A) = (\varkappa - 1)\,f - \frac{\varkappa}{2\cos\varphi} f,$$
$$\Delta = (A)\,F\operatorname{tg} 2\varphi,$$

(4) $$\Delta = f\left[(\varkappa - 1) - \frac{\varkappa}{2\cos\varphi}\right]\operatorname{tg} 2\varphi.$$

Wenn man auch diesen Ausdruck für kleine Winkel φ in Reihe entwickelt, so wird

(4a) $$\Delta = f\cdot\varphi\left[(\varkappa - 2) + \frac{5\varkappa - 16}{6}\varphi^2 - \frac{7}{8}\varkappa\varphi^4\right].$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Dieser Ausdruck besagt, daß Δ klein erster Ordnung ist und lediglich im oben gezeigten Sonderfall, wo K mit dem Knotenpunkt zusammenfiel, also $\varkappa = 2$ war, klein dritter Ordnung wird. Für $\varkappa = 2$ geht (4a) in (3a) über. Bei dem hier angenommenen Fall der beliebigen Lage von K auf der Achse liegt es nahe zu untersuchen, für welche Hauptstrahlneigung die Fehler klein von höherer Ordnung bleiben. Verfolgen wir das von A_2 ausgehende Büschel, wobei A_2 in der Brennebene durch (F) und auf der ursprünglichen Achse liegen soll. Im Bild 5 ergibt sich aus dem Dreieck K A_2 (H)

$$\frac{\sin(\omega-\varphi)}{\sin\omega} = \frac{\frac{(\varkappa-1)f}{\cos\varphi}}{\varkappa f} = \frac{\varkappa-1}{\varkappa\cos\varphi},$$

worin ω der Neigungswinkel des durch A_2 gehenden Hauptstrahles zur ursprünglichen Achse sei, und

$$K(H) = \varkappa f$$

und die Strecke

$$K A_2 = \frac{1}{\cos\varphi} K(F) = \frac{(\varkappa-1) f}{\cos\varphi}$$ ist.

Daraus leitet sich ab:

$$(\sin\omega\cos\varphi - \cos\omega\sin\varphi)\,\varkappa\cos\varphi = (\varkappa-1)\sin\omega,$$
$$(\operatorname{tg}\omega\cos\varphi - \sin\varphi)\,\varkappa\cos\varphi = (\varkappa-1)\operatorname{tg}\omega,$$
$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\varkappa\sin\varphi\cos\varphi}{\varkappa\cos^2\varphi-(\varkappa-1)} = \frac{\varkappa\sin\varphi\cos\varphi}{1-\varkappa\sin^2\varphi}.$$

Somit ist

$$\text{(5)}\qquad \operatorname{tg}\omega = \frac{\varkappa\operatorname{tg}\varphi}{1-(\varkappa-1)\operatorname{tg}^2\varphi}.$$

Das heißt, ω ist annähernd $\varkappa\varphi$ für kleine Kippwinkel unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung, was aus der Entwicklung von (5) in eine Reihe

$$\text{(5a)}\quad \operatorname{tg}\omega = \varkappa\varphi\left\{1+(\varkappa-\tfrac{2}{3})\varphi^2+\left[\varkappa(\varkappa-1)+\tfrac{2}{15}\right]\varphi^4\right\}$$

gegenüber

$$\text{(5b)}\quad \operatorname{tg}\varkappa\varphi = \varkappa\varphi\left\{1+\frac{1}{3}\varkappa^2\varphi^2+\frac{2}{15}\varkappa^4\varphi^4\right\}$$

folgt.

Für den obigen Spezialfall $\varkappa = 2$ geht (5b) in (5a) über, und es ergibt sich $\omega = 2\varphi$. Da bei Werten von $\varkappa$, die von 2 verschieden sind, lediglich die Koeffizienten der Glieder höherer Ordnung in den Ausdrücken (5a) und (5b) voneinander abweichen, so kann man also in erster Näherung erwarten, daß bei Kippungen um beliebig gewählte Punkte K die Hauptstrahlneigung des von Punkt A_2 kommenden Büschels der Brennebene den Wert

$$\text{(6)}\qquad \omega = \varkappa\varphi$$

erhält.

Verbindet man daher das abzubildende System mit einem Spiegelsystem derart, daß letzteres bei Kippungen um den Winkel φ die einfallenden Strahlen um den Winkel $\varkappa\varphi$ ablenkt, so wird das Parallelstrahlenbündel stets in die Richtung fallen, in die es bei nicht gekipptem Gesamtsystem abgelenkt wird.

Das sei an einem Beispiel in Bild 6 gezeigt. Bei jedem Dreispiegelsystem tritt bei der gleichzeitigen Kippung der ersten und dritten Spiegelfläche um den Winkel φ eine Ablenkung um den Winkelbetrag 4φ ein. Das Spiegelsystem, das in Bild 6 im besonderen verwendet ist, besteht aus 2 Spiegeln, die derart angeordnet sind, daß eine dreimalige Reflexion zustande kommt. Der eine von beiden Spiegeln ist fest mit der Linse verbunden und soll die Kippung mitmachen. Der Kippunkt hat vom Brennpunkt den dreifachen Abstand der Brennweite entsprechend der Bestimmung

$$KF = (\varkappa-1)\,f,$$

in der unter Zugrundelegung der Spiegeleigenschaft $\varkappa = 4$ zu setzen ist. Zum leichteren Vergleich mit Bild 3 ist in Bild 6 die Anordnung so getroffen, daß die Gesamtablenkung 90^0 beträgt. Doch ist dies keineswegs erforderlich, und insbesondere bei der Verwendung von 3 Spiegeln sind Fälle durchführbar, wo die Gesamtablenkung 0^0 beträgt.

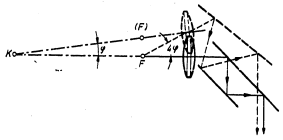


Bild 6 Unveränderte Richtung eines Parallelstrahlenbündels bei Kippung um den unschädlichen Kippunkt

Nun soll untersucht werden, welche Größenordnung im allgemeinen Fall die Ortsverlagerung des Brennpunktes F hat. Bild 7 zeigt, daß unter der Annahme

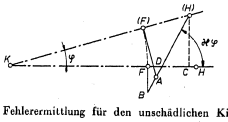


Bild 7 Fehlerermittlung für den unschädlichen Kippunkt

der Beziehung (6) dann der Punkt A der gekippten Brennebene sich wegen des Unterschiedes der Ausdrücke (5a) und (5b) in den Gliedern höherer Ordnung nicht mehr auf der ursprünglichen Achse befinden wird, wenngleich die Ablage davon klein von höherer Ordnung sein wird. Es interessiert wiederum die Größenordnung der Strecke

$$FB = \Delta_\varkappa.$$

Dazu ermittelt sich die Strecke

$$FD = KC - KF - DC.$$

Die einzelnen Streckenteile betragen

$$KC = \varkappa f\cos\varphi,$$
$$KF = (\varkappa-1)\,f,$$
$$DC = (H)\,C\operatorname{ctg}\varkappa\varphi = \varkappa f\sin\varphi\operatorname{ctg}\varkappa\varphi.$$

Somit wird

$$FD = f[\varkappa\cos\varphi - (\varkappa-1) - \varkappa\sin\varphi\operatorname{ctg}\varkappa\varphi)$$

und

$$FB = \Delta_\varkappa = FD\cdot\operatorname{tg}\varkappa\varphi;$$
$$\text{(7)}\quad \Delta_\varkappa = f[\varkappa\cos\varphi\operatorname{tg}\varkappa\varphi - (\varkappa-1)\operatorname{tg}\varkappa\varphi - \varkappa\sin\varphi].$$

Untersucht man auch hier die Verhältnisse bei kleinem Winkel φ und entwickelt (7) in eine Reihe bis zu den

Gliedern fünfter Ordnung, wie dies bereits in den Ausdrücken (3a), (4a), (5a) und (5b) geschehen ist, so erhält man

$$\text{(7a)}\qquad \Delta_\varkappa = f\cdot\varphi^3\,(a+b\,\varphi^2),$$

in welchen Ausdrücken die Koeffizienten den Wert

$$a = \frac{1}{6}\,\varkappa\,(2\,\varkappa^3 - 3\,\varkappa + 1),$$
$$b = \frac{1}{120}\,\varkappa\,(16\,\varkappa^4 - 20\,\varkappa^3 + 5\,\varkappa - 1)$$ haben.

Man ersieht aus (7a), daß die Fehlerstrecke wiederum klein von dritter Ordnung ist, obwohl natürlich mit wachsendem $\varkappa$ die Beträge infolge der Koeffizienten a und b, absolut genommen, ansteigen, wie nachfolgende Tabelle zeigt:

$\varkappa$	=	2	3	4	5
a	=	1	5	14	30
b	=	1,75	19,25	94,5	313,5.

Aus obigen Betrachtungen folgt, daß der Knotenpunkt allein keine bevorzugte Stelle ist, sondern daß in Verbindung mit ablenkenden Systemen spiegelnder oder brechender Art unter Berücksichtigung ihrer Ablenkungseigenschaft

$$\text{(6a)}\qquad \varkappa = \frac{d\,\omega}{d\,\varphi}$$

stets ein Punkt gefunden werden kann, der als Kippunkt für die Abbildungsvorgänge unschädlich bleibt.

Literatur

[1] D R P 394 809 (1922)
399 849 (1923)
409 808 (1923)
410 130 (1923)

[2] *Räntsch, K.* Das Komparatorprinzip und sein optisches Aequivalent. Optik 2 (1947), S. 235...242.

[3] *Leinweber, P.* Anwendung und Erweiterung des Komparatorprinzips. Feinwerktechnik 1950, S. 163.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Auswahlliste
aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek

Erfinderschutz, Patentwesen

Geigel, Heribrant: Patentfibel. Einf. in d. Praxis d. Patent- u. Gebrauchsmusterrechts. — Weinheim/Bergstr.: Verl. Chemie 1952. 144 S. 1.8°477

Gruppeneinteilung der Patentklassen. Bearb. im Amt f. Erfindungs- u. Patentwesen d. DDR in Berlin. — Berlin: (Deutscher Zentralverl.) 1953. VIII, 498 S. 1.4°21

Normung, Klassifikation

Frank, Otto: Aktenordnung. DK 025. 45: 651. 53. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1948. 79 S. (Handbuch d. Klassifikation. H. 4.) 1.8°489

Frank, Otto: DK 001.4.003: 6: 389.6. Genormte Fachausdrücke und Zeichen. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1949. 218 S. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 9.) 1.8°796

Frank, Otto: Grundlagen der Ordnungstechnik. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1948. 111 S. mit Abb. (Handbuch d. Klassifikation. H. 3.) 1.8°488

Frank, Otto: Literaturverzeichnis zur Dokumentation 1930 bis 1950. Zsgest. Hrsg. vom Dt. Normenausschuß im Einvernehmen mit d. Fédération internationale de documentation. — Berlin, Köln: Beuth-Vertrieb 1951. 156 S. [Maschinenschr. vervielf.] (Frank: Handbuch d. Klassifikation. H. 7.) 1.8°490

Frank, Otto: DK 001.815: 025.35. Ordnung in Karteien und Verzeichnissen. — Berlin, Köln: Beuth-Vertrieb 1952. 72 S. (Handbuch d. Klassifikation. H. 6.) 1.8°895

Frank, Otto: DK 025. 45: 389.6. Die Ordnung von Normensammlungen. — Berlin: Beuth-Vertrieb 1947. 48 S. mit Abb. (Handbuch d. Klassifikation. H. 2.) 1.8°487

Frank, Otto: Neue Wege der Normung. DK 389. 6. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1948. 31 S. mit Abb. (Deutscher Normenausschuß. DIN. Normenheft. 2.) 1.8°795

Kiencke, R[ichard]: DK 389. 6. Die deutsche Normung. Geschichte, Wesen, Organisation. Bearb. (Hrsg.: Dt. Normenausschuß.) — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1949. 63 S. mit Abb. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 8.) 1.8°790

Klein, H[ans] H[ermann]: DK 621. 9. Genormte Maschinenwerkzeuge für Metalle. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1949. 63 S. m. Abb. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 10.) 1.8°793

Lasswitz, E[rnst], H[ans] **Schmidt,** L[udwig] **Goller**: Normungsarbeit in Betrieben. Bearb. im Auftr. d. Dt. Normenausschusses. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1947. 35 S. mit Abb. (DIN. Normenheft. 1.) 1.8°784

Schuchmann, Martin: Verzeichnis genormter Erzeugnisse. Zsstellg. DK 389. 6. Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1950. 175 S. (Deutscher Normenausschuß. H. 11.) 1.8°1069

Allgemeine Meßtechnik

Leinweber, Paul: Toleranzen und Lehren. 5. Aufl. Mit 147 Abb. im Text. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1948. VI, 138 S. 1.8°181

Mathematik

Baule, Bernhard: Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs. Bd. 6. — Leipzig: Hirzel 1952. 6. Partielle Differentialgleichungen. 4. erw. u. verb. Aufl. Mit 99 Abb. 185 S. 1.8°462

Bieberbach, Ludwig: Einführung in die konforme Abbildung. 4. Aufl. Mit 42 Zeichng. — Berlin: de Gruyter 1949. 146 S. (Sammlung Göschen. Bd. 768.) 1.8°263

Hasse, Helmut: Zahlentheorie. — Berlin: Akademie-Verl. 1949. XII, 468 S. 1.8°1027

Hefftер, Lothar: Grundlagen und analytischer Aufbau der projektiven, euklidischen, nichteuklidischen Geometrie. 2. verb. Aufl. Mit 66 Fig. im Text. — Leipzig: Teubner 1950. 192 S. 1.8°93

Jahnke, [Eugen,] — (Fritz) Emde: Tafeln höherer Funktionen. Bearb. v. Fritz Emde. 5. Aufl. Unter Mitw. v. Friedrich Lösch. Mit 177 Textfig. — Leipzig: Teubner 1952. XII, 300 S. 1.8°360

Koitzsch, (R[ichard]): Logarithmentafeln. Fünfstellige logarithm. u. trigonometr. Taf. d. zentesimalen ⟨400g-⟩Teilg. — Berlin: Verl. Technik 1953. 167 S. 1.8°337

Lense, Josef: Kugelfunktionen. Mit 51 Abb. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1950. XIII, 294 S. (Mathematik u. ihre Anwendgn in Physik u. Technik. Reihe A, Bd 23.) 1.8°67

Neiss, Fritz: Analytische Geometrie. Mit 64 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1950. VIII, 167 S. 1.8°1054

Rothe, R[udolf]: Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker, Ingenieure. T. 1. 2. — Leipzig: Teubner 1953. (Teubners Math. Leitfäden. Bd. 21. 22.)

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

1. Differentialrechnung und Grundformeln der Integralrechnung nebst Anwendungen. 12. Aufl. Mit 161 Abb. im Text. 211 S. 1.8°364

2. Integralrechnung, Unendliche Reihen, Vektorrechnung nebst Anwendungen. 9. Aufl. Mit 98 Abb. im Text. 210 S. 1.8°365

Sanden, H. v.: Praktische Mathematik. Eine Einf. m. besond. Berücksichtigung von Statistik u. Ausgleichsrechnung. Mit 25 Abb. 3. erw. u. umgearb. Aufl. — Leipzig: B. G. Teubner 1953. 127 S. (Teubners Mathematische Leitfäden. 44.) 1.8°520

Schmidt, Harry: Analysis der elementaren Funktionen. Überarbeitet v. Maria Hasse. — Berlin: Verl. Technik 1953. 148 S. 1.8°440

Physik

Angerer, E(rnst) v.: Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. 8. vollst. neubearb. u. erw. Aufl. Hrsg. v. Hermann Ebert unter Mitarb. zahlr. Fachwissenschaftler. Mit 118 Abb. — Braunschweig: Vieweg & Sohn 1952. VIII, 352 S. mit Abb. 1.8°50

Biophysik. Hrsg. v. Boris Rajewsky u. Michael Schön. Unter Mitarb. von ... (1.—3. Tsd.) T. 1. 2. — Wiesbaden: Dieterich (1948—49). (Naturforschung u. Medizin in Deutschland 1939—1946. Bd. 21. 22.) 1.8°66

Castelfranchi, Gaetano: La physique moderne. Édition française: Marcel Boll. Tome 1—2. 3. Édition. — Paris: Dunod 1949.

1. VII, 399 S. 1.8°1017
2. VII, 420 S. 1.8°1018

Hamel, Georg: Theoretische Mechanik. Eine einheitl. Einf. in d. gesamte Mechanik. Mit 161 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1949. XV, 796 S. (Die Grundlehren d. math. Wissenschaften in Einzeldarstellgn. Bd 57.) 1.8°903

Hecht, Heinrich: Schaltschemata und Differentialgleichungen elektrischer und mechanischer Schwingungsgebilde. 2. erw. Aufl. Mit 48 Abb. im Text. — Leipzig: J. A. Barth 1950. VI. 170 S. 1.8°75

Heidebroek, E[nno]: Über die Beziehungen zwischen Schmierung und Verschleiß bei geschmierter Gleitreibung. (Vorgelegt in der Sitzung vom 13. Februar 1950 ...) — Berlin: Akademie-Verl. 1952. 35 S. (Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd 98, H. 2.) 1.8°534

Heidebroek, E[nno]: Das Verhalten von zähen Flüssigkeiten, insbesondere Schmierflüssigkeiten, in engen Spalten. (Vorgetragen in d. Sitzung vom 21. März 1949 ...). — Berlin: Akademie-Verl. 1952. 39 S. (Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd 97, H. 6.) 1.8°535

Hund, Friedrich: Einführung in die theoretische Physik. Bd 4. — Leipzig: Bibliographisches Inst. 1950. (Meyers kleine Handbücher. Bd 54/55.)
4. Theorie d. Wärme. 329 S. mit Abb. 1.8°174

Hund, Friedrich: Einführung in die theoretische Physik. Bd. 5. — Leipzig: VVV Bibliographisches Inst. 1951. (Meyers kleine Handbücher. Bd 56/57.)
5. Atom- u. Quantentheorie. 313 S. mit Abb. 1.8°175

Hund, F[riedrich]: Physik und allgemeine Bildung. Rede zur Jahresfeier d. Friedrich-Schiller-Univ. Jena am 26. Juni 1948 geh. — Jena: Fischer 1949. 16 S. (Jenaer akad. Reden. H. 31.) 1.8°77

Kagan, S. S. (S. Z.), u. A. W. Tschetschetkin (A. V. **Cečetkin**): Organische Wärmeträger für hohe Temperaturen und ihre Verwendung in der Industrie (Organičeskie vysokotemperaturnye teplonositeli i ich primenenie v promyšlennosti [dt.]) Wiss. Red.: (V.) O. Fogel. (Übers.: R. Kautz.) — Berlin: Verl. Technik 1953. 167 S. mit Abb. 1.8°882

Kimmelmann (Kimmel'man), D. N.: Berechnung von Maschinenteilen auf Dauer- und Zeitschwingfestigkeit (Rasčet detalej mašin na pročnost' pri peremennych naprjaženijach [dt.]) (Übers. aus d. Russ.: R[udolf] Herschel. Fachl. Überarb. d. dt. Übers.: K.-H. Decker.) — Berlin: Verl. Technik 1953. 154 S. m. Abb. 1.8°978

Koch, We[rner]: VDI-Wasserdampftafeln. Mit e. Mollier ⟨i. s⟩-Diagramm auf e. bes. Taf. Hrsg. vom Verein Dt. Ing. u. in dessen Auftr. bearb. 3. Aufl. Bearb. v. Ernst Schmidt. — München: Oldenbourg [Verl.]; Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1952. 64 S. 1.4°15

Festigkeitslehre (Kurs soprotivlenija materialov [dt.]) Von M. M. Filonenko-Boroditsch (Filonenko-Borodič), S. M. Isjumow (Izjumov [u. a.] Übers. aus d. Russ. v. Bodo Faure). Bd 2 — Berlin: Verl. Technik 1952. 511 S. mit Abb. 1.8°1042

Pringsheim, Peter u. Marcel **Vogel**: Lumineszenz von Flüssigkeiten und festen Körpern (Luminescence of liquids and solids and its practical applications [dt.]) Wissenschaftl. Grundlage u. prakt. Anwendg. Berichtigte u. auf d. neuesten Stand erg. dt. Ausg. mit 273 Abb. — Weinheim, Bergstr.: Verl. Chemie 1951. XIV, 240 S. 1.8°1047

Rosen, H. E.: Physikalische Grundlage der Elektrizitätslehre. — Jena: Gronau 1953. X, 161 S. 1.8°1068

Schallreuter, Walter: Einführung in die Physik. Zum Gebrauch neben Vorlesgn sowie zum Selbstunterricht. Bd 1. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1953.
1. Mechanik und Akustik. Mit 375 Abb. VIII, 347 S. 1.8°293

Schallreuter, Walter: Einführung in die Physik. Zum Gebr. neben Vorlesgn sowie zum Selbstunterr. Bd 2. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1953.
2. Wärme- und Elektrizitätslehre. Mit 658 Abb. XVI, 670 S. 1.8°276

Vigoureux, P.: Ultrasonics. 2. impression. — London: Chapman & Hall 1952. VI, 163 S. 1.8°1019

Wallot, Julius: Größengleichungen, Einheiten und Dimensionen. — Leipzig: Barth 1953. VIII, 215 S. 1.8°478

Zimen, K. E.: Angewandte Radioaktivität. Mit 45 Textabb. u. 1 Taf. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1952. VII, 124 S. 1.8°1073

Chemie

Autenrieth, [Wilhelm,] — (O[skar]) Keller: Quantitative chemische Analyse. Zum Gebr. in chem. u. pharmazeut. Laboratorien. 8. erw. u. verb. Aufl. [1. Nachdr.] v. O. Keller. Mit 21 Abb. im Text. — Dresden, Leipzig: Th. Steinkopff [in d.] Arbeitsgemeinschaft med. Verlage 1951 [Ausg. 1952]. XX, 292 S. 1.8°129

Brunck, (O[tto],) — (A[nton]) Lissner: Quantitative Analyse. 2. Aufl. bearb. v. A. Lissner. Mit 11 Abb. im Text. — Dresden, Leipzig: Th. Steinkopff 1950. VIII, 206 S. 1.8°57

Jander, Gerhart: Die Chemie in wasserähnlichen Lösungsmitteln. Die Grundlagen d. chem. u. physik.-chem. Verhaltens d. Stoffe in einigen nichtwäßrigen, aber wasserähnl. Solventien. Mit 78 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1949. X, 367 S. (Anorganische u. allg. Chemie in Einzeldarst. Bd 1.) 1.8°289

Kainer, Franz: Die Kohlenwasserstoff-Synthese nach Fischer-Tropsch. Mit 40 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1950. VII, 322 S. 1.8°71

Krönig, Walter: Die katalytische Druckhydrierung von Kohlen, Teeren und Mineralölen ⟨Das I. G.-Verfahren v. Matthias Pier.⟩ Mit 26 Abb. und 13 Schemata. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1950. VI, 266 S. 1.8°1075

Leimbach R(obert): Die ätherischen Öle. Eine kurze Darst. ihrer Gewinnung u. Unters. u. e. Zusammenstellg. ihrer wichtigsten Merkmale. 2. Aufl. Neu bearb. v. Konrad Bournot. Mit 14 Abb. im Text — Halle ⟨Saale⟩: Knapp (1951). XI, 271 S. (Monographien über chemisch-techn. Fabrikationsmethoden. Bd 21.) 1.8°58

Müller, Robert: Organische Chemie 2. Aufl. Neu bearb. v. Josef Klosa. — Berlin: Verl. Technik 1952. 264 S. mit Fig. 1.8°394

Ramm, W. (V.) M.: Absorptionsprozesse in der chemischen Industrie. (Absorbcionnye processy v chimičeskoj promyšlennosti [dt.]) — Berlin: Verl. Technik 1952. 413 S. mit Abb., mehr.gef. Bl. Mit Literaturverzeichnis (S. 381—404). 1.8°893

Schwarzenbach, Gerold: Allgemeine und anorganische Chemie. Ein einfaches Lehrb. auf neuzeitl. Grundlage. 3. u. 4. neubearb. Aufl. Mit 107 Abb. — [Berlin]: Arbeitsgemeinschaft med. Verlage; Leipzig: Thieme 1950. XII, 474 S. 1.8°662

Souci, S[iegfried]: Anleitung zum Praktikum der analytischen Chemie. Unter Mitw. v. Heinrich Thies u. Franz Fischler. 5. Aufl. T. 1. 2. — München: Bergmann [Auslfg: Springer-Verl., Berlin, Göttingen, Heidelberg] 1949.
1. Praktikum d. qualitativen Analyse. VIII, 143 S. Durchschossene Ausg. 1.8°172
2. Ausführung qualitativer Analysen. XII, 127 S. 1,8°173

Thinius, Kurt: Anleitung zur Analyse der Lösungsmittel. Mit 7 Abb. im Text. — Leipzig: Barth 1953. 86 S. 1.8°40

Werkstoffkunde, Werkstoffprüfung

Cornelius, Heinrich: Kupfer im technischen Eisen. Mit 165 Abb. — Berlin: Springer 1940. 225 S. (Reine und angewandte Metallkunde in Einzeldarstellungen. Bd 4.) 1.8°5

Ehlers, G[erhard], u. R[udolf] **Nitsche**: DK 667. 6/8 ⟨43⟩ ⟨-87⟩. Anstrichstoffe in In- und Auslandsnormen. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1949. 50 S. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft 12.) 1.8°776

Ehlers, G[erhard], u. R[ichard] **Nitsche**: Gummi, Kunststoffe und Klebestoffe in In- und Auslandsnormen. — Berlin, Köln: Beuth-Vertrieb 1950. 59 S. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 15.) 1.8°779

Fritzsche, C[hristian], u. K. **Wicht**: Halbleiter. Ihre Herstellg im Laboratorium sowie natürl. Formen u. Vorkommen. Mit 20 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1953. 62 S. (Schriftenreihe d. II. Physik. Inst. d. Martin-Luther-Univ. Halle-Wittenberg.) 1.8°326

Fröhlich, Friedrich: Ferromagnetische Werkstoffe der Elektrotechnik, insbesondere der Fernmeldetechnik. [Nebst] 43 Diagrammtaf. — Berlin: Verl. Technik 1952. VIII, 100; 43 S. 1.8°694

Ikert, B[oris]: Das Cumaronharz, seine Herstellung und Anwendungsgebiete. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1948. 80 S. (Monographien über chemisch-techn. Fabrikationsmethoden. Bd 60.) 1.8°252

Krassowsky, W(olfgang): Elektrische Prüfung von Kunststoffen nach amerikanischen Normen. — Berlin, Köln: Beuth-Vertrieb 1950. 55 S. mit Fig. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 14.) 1.8°798

Luckkunstharze. Von Hans Wagner u. Hans Friedrich Sarx, unter Mitw. von ... 3. v. H. F. Sarx vollst. neu bearb. Aufl. Mit 11 Abb. — München: Hanser 1950. 255 S. 1.8°182

Lagerwerkstoffe. Referate, zsgest. v. E[nno] Heidebrock. — Berlin: Verl. Technik 1953. 68 S. mit Abb. ⟨Wissenschaftliche Berichte. Folge 1, H. 59.⟩ 1.8°902

Lang, Maximilian: Die energietechnischen Grundlagen der Kunststoff- und Gummi-Industrie. Mit 77 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Marhold 1950. 209 S. 1.8°231

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Leimbach, R(obert): Die ätherischen Öle. 2. Aufl. Neu bearb. v. Konrad Bournot. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp (1951). XI, 271 S. (Monographien über chemisch-techn. Fabrikationsmethoden. Bd 21.) 1.8°58

Schwahn, Christian: Die Metalle, ihre Legierungen und Lote. 4. durchges. u. verb. Aufl. — Halle: Marhold 1951. 63 S. (Kleine Fachbücherei d. Gold- u. Silberschmieds. Bd 1.) 1.8°229

Taschenbuch für die Farben- und Lackindustrie sowie für den einschlägigen Handel. Hrsg. unter Mitarb. von . . . v. Erich Stock. 12. verb. u. verm. Aufl. Mit 245 Abb., e. tabellar. Übers. über d. Öllackanalyse u. e. Farbstofftab. — Stuttgart: Wissenschaftliche Verl.-Ges. 1950. XXXI, 1010 S. 1.8°291

Twele, Karl Heinz: Gefügeatlas der Schnellstähle. Gefügeaufnahmen v. Schnellstählen vor u. während d. Verarbeitg zu Werkzeugen. — Berlin: Verl. Technik 1952. 24 S. mit Abb.; 5. gef. Taf. (Metallkundliche Berichte. Bd 29.) 1.8°32

Technologie

Atscherkan (**Ačerkan**), N. S.: Werkzeugmaschinen (Rasčet i konstruirovanie metallorežuščich stankov [dt.]) Berechnung u. Konstruktion. (Übers. aus d. Russ.: Benno Enßlen u. Georg Schäfer. Dt. Red.: Horst Berthold.) Bd 1. — Berlin: Verl. Technik 1952. 602 S. mit Abb. 1.8°367

Atscherkan (**Ačerkan**), N. S.: Werkzeugmaschinen (Rasčet i konstruirovanie metallorežuščich stankov [dt.]) Berechnung u. Konstruktion. (Übers. aus d. Russ.: Edgar Scheitz. Dt. Red.: Horst Berthold.) Bd 2. — Berlin: Verl. Technik 1953. 459 S. mit Abb. 1.8°368

Balakschin (**Balakšin**), B. S.: Technologie des Werkzeugmaschinenbaus (Technologija stankostroenija [dt.]) (Übers. aus d. Russ.: Gerhard Möchel, Wolfgang Busch. Dt. Red.: Walter Meister. 2. überarb. Aufl. d. sowjet. Originals.) — Berlin: Verl. Technik 1953. 666 S. mit Abb. 1.8°374

Barsch, Walter: Die Arcatomschweißung. Mit Beisp. u. Anwendungsgebieten aus d. Praxis f. d. Praxis. Mit 102 Bild. — Halle ⟨Saale⟩: Marhold 1953. 131 S. 1.8°1057

Eichenmüller, W[ilhelm]: Das Brennschneiden im Paket. Mit 25 Abb. — Halle a. S.: Marhold 1949. 19 S. (Aus d. Praxis d. Schweißtechnik. H. 21.) 1.8°280

Fischer, Adolf: Das Formen und Gießen. Mit 327 Bildern. — Leipzig: Teubner 1951. VI, 178 S. (Teubners techn. Leitfäden. Reihe 1, Bd 10.) 1.8°76

Hilbert, Heinrich L.: DK 621. 96. Stanzereitechnik. Bearb. — Berlin, Köln: Beuth-Vertrieb 1950. 55 S. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 18.) 1.8°787

Hunsicker, Ludwig: Das Schweißen von Blei und seine Anwendung. Mit 24 Bildern. — Halle a. S.: Marhold 1952. 26 S. (Aus d. Praxi sd. Schweißtechnik. H. 35.) 1.8°960

Klein, H[ans] H[ermann]: DK 621 .9. Genormte Maschinenwerkzeuge für Metalle. — Berlin, Krefeld-Uerdingen: Beuth-Vertrieb 1949. 63 S. mit Abb. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 10.) 1.8°793

Kljatschkin, J. L. (Ja. L. **Kljačkin**): Schweißen der Buntmetalle (Svarka cvetnych metallov [dt.]) (Übers. aus d. Russ.: Alexander Feyerherd. Fachl. Überarb. d. dt. Übers.: Hans Richter.) — Berlin: Verl. Technik 1952. 144 S. mit Abb. 1.8°646

Leinweber, Paul: Toleranzen und Lehren. 5. Aufl. Mit 147 Abb. im Text. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1948. VI, 138 S. 1.8°181

Lurje [**Lure**], G. B.: Technologie der Wälzlagerherstellung (Technologija proizvodstva podšipnokov kačenija [dt.]) (Übers.: Lydia Keller. Fachl. Bearb. d. dt. Übers.: Gerhard Jünger.) — Berlin: Verl. Technik 1953. 430 S. mit Abb. 1.8°912

Mantai, Felix: Automatisches Schweißen unter einem Schlackenpulver. Nach sowjet. Erfahrungen. — Berlin: Verl. Technik 1952. 252 S. 1.8°1062

Okorokow, N. W. (N. V. **Okorokov**): Elektrische Schmelzöfen für die Eisenmetallurgie (Elektroplavil'nye peči černoj metallurgii [dt.]) (Autor. Übers. aus d. Russ.: Kiril Keller. Dt. Red.: G. Simon.) — Berlin: Verl. Technik 1953. X, 523 S. mit Abb., 2 gef. Bl. 1.8°972

Reimann, Erich: Das Härten. 4. Aufl. Mit 370 Bildern. — Leipzig: Teubner 1953. VIII, 195 S. 1.8°1080

Theegarten, A(rthur), u. M[ax] **Geyer**: Fräsen. 6. verm. Aufl. Mit 77 Abb., Tab. u. Rechentaf. — München: Hanser 1949. 95 S. (Werkstattkniffe. Folge 3.) 1.8°131

Tippmann, Heinz: DK 621. 981. 6. Rechtwinklige und schiefwinklige Abkantungen von Blechen. Math. Grundlagen u. Fluchtlinientaf. zu ihrer Bestimmung. Bearb. — Berlin, Köln: Beuth-Vertrieb1950. 27 S. mit Abb. (Deutscher Normenausschuß. Normenheft. 17.) 1.8°801

Vogel, Friedrich: Neuere Wege in der Metallurgie der Lager- und Weißmetalle. 2. Aufl. — Halle ⟨Saale⟩ Knapp 1949. 146 S. mit Abb. 1.8°929

Konstruktion, Maschinenelemente

Dubbel, Heinrich: Zahlentafeln und Formeln für den Maschinenbau. Zsgest. u. bearb. nach d. Taschenbuch f. d. Maschinenbau, 9. Aufl. 2. unveränd. Aufl. Mit zahlr. Fig. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1949. VII, 216 S. 1.8°142

Heidebroek, E[nno]: Über die Beziehungen zwischen Schmierung und Verschleiß bei geschmierter Gleitreibung. (Vorgelegt in der Sitzung vom 13. Februar 1950 . . .) — Berlin: Akademie-Verl. 1952. 35 S. (Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. Bd 98, H. 2.) 1.8°534

Kesselring, F[ritz]: Arbeitsgemeinschaft Deutscher Konstruktions-Ingenieure ⟨ADKI⟩ im Verein Deutscher Ingenieure. Bewertung von Konstruktionen. Ein Mittel zur Steuerung d. Konstruktionsarbeit. — Düsseldorf: Deutscher Ingenieur-Verl. (1951). VI, 50 S. mit Abb., 6 Taf. 1.8°804

Kimmelmann (**Kimmel'man**), D. N.: Berechnung von Maschinenteilen auf Dauer- und Zeitschwingfestigkeit (Rasčet detalej mašin na pročnost' pri peremennych naprjaženijach [dt.]) (Übers. aus d. Russ.: R[udolf] Herschel. Fachl. Überarb. d. dt. Übers.: K.-H. Decker.) — Berlin: Verl. Technik 1953. 154 S. mit Abb. 1.8°978

Kraus, Robert: Grundlagen des systematischen Getriebeaufbaus. — Berlin: Verl. Technik 1952. 248 S. 1.8°1030

Lagerwerkstoffe. Referate, zsgest. v. E[nno] Heidebroek. — Berlin: Verl. Technik 1953. 68 S. mit Abb. (Wissenschaftliche Berichte. Folge 1, H. 59.) 1.8°902

Vogel, Friedrich: Neuere Wege in der Metallurgie der Lager- und Weißmetalle. 2. Aufl. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1949. 146 S. mit Abb. 1.8°929

Kraft- und Arbeitsmaschinen
Allgemeine Energietechnik

Dubbel, Heinrich: Zahlentafeln und Formeln für den Maschinenbau. Zsgest. u. bearb. nach d. Taschenbuch f. d. Maschinenbau, 9. Aufl. 2. unveränd. Aufl. Mit zahlr. Fig. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1949. VII, 216 S. 1.8°142

Englisch, Carl: Verschleiß, Betriebszahlen und Wirtschaftlichkeit von Verbrennungskraftmaschinen. 2. erw. Aufl. Mit 393 Textabb. — Wien: Springer-Verl. 1952. X, 288 S. (Die Verbrennungskraftmaschine. Bd 14.) 1.4°4

Fördertechnik für Massengüter. Hrsg. v. E[nno] Heidebrock. Unter Mitw. von . . . Bd 1 — Halle⟨S⟩: Knapp 1952.

1. Fördereinrichtungen für Tagebauten und Bau-Großanlagen. Mit 500 Abb. u. vielen Zahlentaf. VIII, 371 S. 1.4°24

Fördertechnik für Massengüter. Hrsg. v. E[nno] Heidebrock. Unter Mitw. von . . . Bd 2. — Halle ⟨S.⟩: Knapp 1953.

2. Fördereinrichtungen für den Güterumschlag und die Transportvorgänge in der industriellen Produktion. Mit 624 Abb. u. vielen Zahlentaf. VIII, 594 S. 1.4°25

Krongaus (**Krongauz**), S. D.: Wärmeversorgung aus zentralen Kesselanlagen (Sistemy teplosnabženija promyšlennych predprijatij ot central'nych kotel' nych [dt.]) (Übers. aus d. Russ.: W[alter] Philipp. Dt. Red.: F. Stephan.) — Berlin: Verl. Technik 1952. 158 S. mit Abb. 1.8°373

Der **Ladungswechsel** der Verbrennungskraftmaschine. T. 3. — Wien: Springer-Verl. 1952. (Die Verbrennungskraftmaschine, Bd 4.)

3. Der Viertakt. Ausnützung der Abgasenergie für den Ladungswechsel. Von Hans List. Mit 172 Abb. im Text. VIII, 175 S. 1.4°3

Lang, Maximilian: Die energietechnischen Grundlagen der Kunststoff- und Gummi-Industrie. Mit 77 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Marhold 1950. 209 S. 1.8°231

Lang, Maximilian: Das Industriekraftwerk. Entwurfsgrundlagen s. wärme-, kraft- u. wassertechn. Gestaltg. Mit 65 Abb. — [Berlin]: Arbeitsgemeinschaft d. Fachbuch- u. Fachzeitschriften-Verleger; Leipzig: Jänecke 1949. VI, 133 S. (Bibl[iothek] d. ges. Technik. 491.) 1.8°203

Pfleiderer, C(arl): Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase. Wasserpumpen, Ventilatoren, Turbogebläse, Turbokompressoren. 3. neubearb. Aufl. Mit 353 Textabb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1949. XI, 518 S. 1.8°168

Ris, W. (V.) F.: Fliehkraftkompressoren (Centrobežnye kompressornye mašiny [dt.]) (Übers. aus d. Russ. u. wiss. Bearb. v. Joh. Eulitz.) — Berlin: Verl. Technik 1953. 314 S. mit Abb. 1.8°986

Schrön, Hans: Die Dynamik der Verbrennungskraftmaschine. 2. verb. Aufl. Mit 187 Textabb. — Wien: Springer-Verl. 1947. VIII, 201 S. (Die Verbrennungskraftmaschine. H. 8, T. 2.) 1.4°2

Verbrennungsmotoren. Entwicklg, Bau, Brennraumgestaltg, Aufladg, Teillastverfahren, Kreisprozesse, Arbeitsprozesse. Bearb. v. A(lfred) Jante [u. a.]. — Berlin: Verl. Technik 1952. 155 S. mit Abb. 1.8°400

Allgemeine und theoretische Elektrotechnik

Arnold, A[dolf] G[ustav]: Elektrotechnische Sprechstunde. Fragen u. Antworten aus d. Praxis. 2. überarb. Aufl. Mit 121 Abb. — Halle/Saale: Marhold 1951. 247 S. 1.8°82

Engelhardt, Wilhelm: Die elektrische Leitfähigkeit von Fußböden. — Berlin: Verl. Technik 1952. 38 S. mit Abb. (Schriftenreihe d. Verlages Technik. Bd 38.) 1.8°284

Fritzsche, C[hristian] u. K. **Wicht**. Halbleiter. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1953. 62 S. (Schriftenreihe d. II. Physik. Inst. d. Martin-Luther-Univ. Halle-Wittenberg.) 1.8°326

Fröhlich, Friedrich: Ferromagnetische Werkstoffe der Elektrotechnik, insbesondere der Fernmeldetechnik. [Nebst] 43 Diagrammtaf. — Berlin: Verl. Technik 1952. VIII, 100, 43 S. 1.8°694

Goedecke, Werner: Lehrbuch der Elektrotechnik. Bd 1. — Berlin: Verl. Technik 1952.

1. Grundlagen der Gleich- und Wechselstromlehre; Röhrenkunde. XVI, 171 S. mit Fig. 1.8°452

Hecht, Heinrich: Schaltschemata und Differentialgleichungen elektrischer und mechanischer Schwingungsgebilde. 2. erw. Aufl. Mit 48 Abb. im Text. — Leipzig: J. A. Barth 1950. VI, 170 S. 1.8°75

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Herrmann, G[ünther], S[iegfried] **Wagener:** Die Oxydkathode. [2 Tle.] T. 2. — Leipzig: J. A. Barth 1950.

2. Technik u. Physik. Von G. Herrmann u. S. Wagener. 2. neubearb. Aufl. Mit 147 Abb. im Text u. 3 Taf. VIII, 224 S. 1.8°91

Kalantarow (**Kalantarov**), P. L., u. L. R. Neumann (**Nejman**): Theoretische Grundlagen der Elektrotechnik (Teoretičeskie osnovy élektrotechniki [dt.]) (Übers.: Ernst Walther. Dt. Red.: Wilhelm Hornauer.) Bd 1. — Berlin: Verl. Technik 1952. 488 S. mit Abb. 1.8°375

Kretzmann, Reinhard: Industrielle Elektronik. — Berlin: Verl. f. Radio-Foto-Kino-Technik (1952). 226 S. 1.8°508

Nüsslein, Günther: Gleichspannungsverstärker. Mit 20 Abb. — Berlin: Verl. Technik 1952. 27 S. (Schriftenreihe d. Verlage Technik. Bd 56.) 1.8°299

Rothe, Horst, u. Werner **Kleen:** Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhren. 3. erw. Aufl. Unveränd. Nachdr. Mit 300 Abb. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1953. XVI, 422 S. (Bücherei d. Hochfrequenztechnik. Bd 2.) 1.8°881

Wietz, H[ugo], u. C[arl] **Erfurth:** Hilfsbuch für Elektropraktiker. 36. verb. Aufl. Bd 1. 2. — Leipzig: Hachmeister & Thal 1953.

1. Fernmeldetechnik. Neubearb. v. Fritz Hahn, Rundfunkteil v. Erich Schwandt. Mit 256 Abb. 344 S. 1.8°302
2. Starkstromtechnik. Neubearb. v. Hans Bornemann u. Walter Nell. Mit 287 Abb. 424 S. 1.8°303

Yarwood, J.: An Introduction to Electronics. — London: Chapman & Hall 1950. IX, 329 S. 1.8°1022

Elektrische Meßtechnik

Laporte, Hansgeorg: Hochfrequenztechnische Feldstärkemessung und Feldstärkeregistrierung. Mit 58 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp. 1950. 72 S. (Taschenbücher d. prakt. Physik f. Naturwissenschaftler und Ingenieure. Bd 3.) 1.8°473

Laporte, Hansgeorg: Die Messung von elektrischen Schwingungen aller Art nach Frequenz und Amplitude. Mit 122 Abb. — Halle/Saale: Knapp 1949. IV, 111 S. (Taschenbücher der praktischen Physik für Naturwissenschaftler und Ingenieure. Bd 1.) 1.8°467

Laporte, Hansgeorg: Die Messung von elektrischen Spannungen und Strömungen aller Art. Vom Gleichstrom bis zur Hochfrequenz. Mit 199 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1950. IV, 149 S. (Taschenbücher d. prakt. Physik f. Naturwissenschaftler u. Ingenieure. Bd 2.) 1.8°14

Moeller, Franz: Elektrotechnisches Praktikum. Für Laboratorium, Prüffeld u. Betrieb. Mit 195 Abb.— Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verl. 1949. VIII, 311 S. 1.8°143

Vilbig, Friedrich: Hochfrequenz-Meßtechnik. Mit 1240 Abb. — München: Hanser 1953. XXXII, 703 S. 3.8°3

Starkstromanlagen und -geräte, elektrische Energietechnik, Hochspannungstechnik

Gerlach, Martin: Berechnung von Kurzschlußströmen in Hoch- und Niederspannungsanlagen. 2. erw. Aufl. — Berlin: Verl. Technik 1952. 88 S. mit Abb. 1.8°427

Kasanski, W. E. (V. E. **Kazanskij**): Relaisschutz (Relejnaja zaščita [dt.]) (Übers. [Benno] Ensslen. Dt. Red.: Weinlich.) — Berlin: Verl. Technik 1952. XII, 187 S. mit Abb. 1.8°437

Klitsche, Bruno: Hochspannungsgeräte. — Berlin: Verl. Technik 1952. 238 S. mit Abb. 1.8°425

Kullack, Herbert: Hochspannungs-Leuchtröhrenanlagen, Errichtung und Betrieb. — Berlin: Verl. Technik 1951. 79 S. mit Abb. (Schriftenreihe d. Verl. Technik. Bd 15.) 1.8°239

Mattheka, Franz: Das Niederspannungs-Industrienetz. Bd 1. — Berlin: Verl. Technik 1952.

1. Grundlagen f. d. Entwicklung. 130 S. mit Abb., 2 gef. Taf. 1.8°346

Moll, P[eter] J[oseph]: Die Fabrikation von Bleiakkumulatoren. 2. Aufl. Mit 515 Abb. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1952. X, 672 S. 1.8°959

Peterhänsel, Emil: Die häufigsten Rechnungen des Elektropraktikers bei Planung, Prüfung und Instandsetzung elektrischer Anlagen und Geräte. [Mit] 28 Bilder[n], 12 Zahlentaf., 62 Nomogramme[n] u. zahlr. Beisp. — Halle a. S.: Marhold 1953. 103 S. 62 Taf. 1.8°566

Schendell, Gerhard: Praktische Durchführung von Kurzschlußstromberechnungen für Hochspannungsnetze. — Berlin: Verl. Technik 1953. 144 S. mit Abb., 1 gef. Bl.; 3 Bl. 1.8°465

Schwaiger, A[nton]: Elektrische Leitungen. Prakt. Berechnung v. Leitgn f. d. Übertragg elektr. Energie. 2. Aufl. Mit 134 Bildern u. 8 Zahlentaf. — München: Leibniz-Verl. 1948. 222 S. 1.8°258

Fernmelde- und Hochfrequenztechnik

Fröhlich, Friedrich: Ferromagnetische Werkstoffe der Elektrotechnik, insbesondere der Fernmeldetechnik. [Nebst] 43 Diagrammtaf. — Berlin: Verl. Technik 1952. VIII, 100, 43 S. 1.8°694

Hahn, Fritz: Schaltungsbuch der Fernmeldetechnik. (2 Bde) Bd 1. 2. — Leipzig: Hachmeister & Thal 1950.

1. Signal-, Alarm- und Fernüberwachungsanlagen. 4. erw. Aufl. Mit 170 Schaltbildern. 272 S. 1.8°492
2. Fernsprech-, Telegrafen- und Stromversorgungsanlagen. 4. verb. Aufl. Mit 156 Schaltbildern. 248 S. 1.8°493

Kotowski, Paul, u. Hans **Sobotka:** Drahtloser Überseeverkehr. 2. Aufl. Mit 141 Abb. — Leipzig: Hirzel 1950. X, 271 S. (Monographien d. elektr. Nachrichtentechnik.) 1.8°1048

Langer, Max: Geräusche in den Verbindungen der Fernsprechämter und ihre Beseitigung. Mit 30 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Marhold 1948. 56 S. 1.8°243

Laporte, Hansgeorg: Hochfrequenztechnische Feldstärkemessung und Feldstärkeregistrierung. Mit 58 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1950. 72 S. (Taschenbücher d. prakt. Physik f. Naturwissenschaftler u. Ingenieure. Bd 3.) 1.8°473

Petzold, Herbert: Das Fernmelderelais und seine Schaltung. 2. Aufl. Mit 207 Bildern im Text u. 6 Tab. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1952. VII, 153 S. 1.8°900

Rothe, Horst, u. Werner **Kleen:** Elektronenröhren als Anfangsstufen-Verstärker. 2. erw. Aufl. Unveränd. Nachdr. Mit 244 Abb. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1953. XIII, 403 S. (Bücherei d. Hochfrequenztechnik. Bd 3.) 1.8°432

Rothe, Horst, u. Werner **Kleen:** Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhren. 3. erw. Aufl. Unveränd. Nachdr. Mit 300 Abb. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1953. XVI, 422 S. (Bücherei d. Hochfrequenztechnik. Bd 2.) 1.8°881

Vilbig, Friedrich: Hochfrequenz-Meßtechnik. Mit 1240 Abb. — München: Hanser 1953. XXXII, 703 S. 3.8°3

Wiegner, Woldemar: Lexikon der Rundfunkröhren (1.—8. Tsd.) — (Berlin): Deutscher Funk-Verl. (1950). 135 S. mit Abb. 1.8°164

Sonstige Anwendungsgebiete der Elektrotechnik

Kretzmann, Reinhard: Industrielle Elektronik. — Berlin: Verl. f. Radio-Foto-Kinotechnik (1952). 226 S. 1.8°508

Okorokov, N. V.: Elektrische Schmelzöfen für die Eisenmetallurgie (Elektroplavil'yne peči černoj metallurgii [dt.]) (Autor. Übers. aus d. Russ.: Kiril Keller. Dt. Red.: G. Simon.) — Berlin: Verl. Technik 1953. X, 523 S. mit Abb., 2 gef. Bl. 1.8°972

Walter, Fritz: Die Grundlagen der elektrischen Ofenheizung. Mit 103 Fig. im Text. — Leipzig: Akademische Verl.-Ges. 1950. X, 327 S. (Handbuch d. techn. Elektrochemie. Bd 4, T. 1.) 1.8°272

Optische Technik, Vakuumtechnik, Lichttechnik

Croy, Otto: Farbfotos bei Kunstlicht. 25.—40. Tsd. (Mit Farbenaufnahmen u. Skizzen von Otto Croy.) — Halle ⟨S.⟩: Knapp 1951. 32 S. (Farben-Fotorat. 3.) 1.8°546

Kochler, Walter: Lichttechnik. Umfang, Entwicklung u. Bedeutung d. Technik d. Lichterzeugung u. Lichtanwendung zu Beleuchtungszwecken. Mit 294 Bildern, 47 Tab. u. ausführl. Literatur- u. Sachverz. 3. erw. u. völlig neubearb. Aufl. — Berlin: Helios-Verl. 1952. 582 S. 1.8°513

Kullack, Herbert: Hochspannungs-Leuchtröhrenanlagen, Errichtung u. Betrieb. — Berlin: Verl. Technik 1951. 79 S. mit Abb. (Schriftenreihe d. Verl. Technik. Bd 15.) 1.8°239

Laporte, Hansgeorg: Hochvakuum. Seine Erzeugg, Messg u. Anwendg im Laboratorium. Mit 117 Abb. — Halle ⟨S.⟩: Knapp 1951. IV, 115 S. (Taschenbücher d. prakt. Physik f. Naturwissenschaftler u. Ingenieure. Bd 5.) 1.8°466

Schiel, Max: Diapositive. 3. Aufl. Mit 40 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1953. 78 S. 1.8°410

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

INHALT

OBERDORFER, GÜNTHER Zur Maßsystemfrage in Physik und Technik 77

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften

BÖGEL, KARL Zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers 81

LATTERMANN, KARL Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage 85

WINKLER, HELMUT Über Funktionstransformatoren mit Bildabtaströhre und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher für die Verwendung in elektronischen Analogierechenmaschinen mit großer Arbeitsgeschwindigkeit 93

BECK, MAX Entwicklung von Eignungs- und Wertziffern 99

HANKE, EUGEN Spontane Rekristallisation 105

POSSNER, LOTHAR Einflußmatrizen. Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre 115

II. Fakultät für Starkstromtechnik

STAMM, HANS Zum Problem der Lebensdauer von Großtransformatoren 135

III. Fakultät für Schwachstromtechnik

BLÜTHGEN, FRIEDRICH Ein elektrisches Analogiemodell zur Veranschaulichung des bedingt reflektorischen Verhaltens von Lebewesen 145

IV. Fakultät für Feinmechanik und Optik

BISCHOFF, WERNER Unschädliche Kippunkte 149

Auswahlliste aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek . . . 155

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

JAHRGANG 1 1954/55 HEFT 3

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau
Herausgeber: Der Rektor der Hochschule, Professor Dr. phil. nat. H. Stamm

Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" der Universitäten und Hochschulen haben die Aufgabe, der breiten Entfaltung des wissenschaftlichen Lebens an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik zu dienen und das besondere Gepräge der wissenschaftlichen Tätigkeit an der jeweiligen Universität oder Hochschule widerzuspiegeln. Dieser Bestimmung entsprechend sind die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" ausschließlich der Veröffentlichung von wissenschaftlichen Arbeiten aller an den Universitäten und Hochschulen vertretenen Fachgebiete vorbehalten. Arbeiten von Wissenschaftlern, die nicht an der betreffenden Universität oder Hochschule tätig sind, sollen nur dann in die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" aufgenommen werden, wenn es sich um Gastvorlesungen oder Gastvorträge handelt. Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" sind für Persönlichkeiten und wissenschaftliche Einrichtungen außerhalb der Universitäten und Hochschulen, die sie herausgeben, nur auf dem Tauschwege erhältlich.

Die in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik mit dem Vermerk „Als Manuskript gedruckt"! erschienenen Arbeiten dürfen an anderer Stelle nur mit Genehmigung des Autors abgedruckt werden.

Als Manuskript gedruckt DK 521.14/.153.001.11
Eingang: 22. 3. 1955

Zur mathematischen Theorie der Gestalt der Himmelskörper [1]

Von Prof. Dr. phil. K. Maruhn, Dresden

Die Modelle, die in erster Näherung der Untersuchung der Gestalt der Himmelskörper zugrunde liegen, bestehen aus inkompressibler Flüssigkeit, rotieren gleichförmig wie starre Körper um eine raumfeste Achse und sind lediglich der Eigengravitation und der Zentrifugalkraft unterworfen. Sie befinden sich also, bezogen auf ein mitrotierendes Koordinatensystem, im relativen Gleichgewicht und werden daher als „Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten" bezeichnet. Weitere Einflüsse (z. B. Temperatur, Strahlung) werden vernachlässigt.

Nehmen wir der Einfachheit halber die Flüssigkeitsdichte ϱ als konstant an, dann ist für das Bestehen des Gleichgewichts notwendig und hinreichend, daß das Gesamtpotential (Summe der Potentiale der Anziehungs- und Zentrifugalkräfte) auf der Oberfläche einen konstanten Wert hat. Solche homogenen Gleichgewichtsfiguren besitzen eine auf der Rotationsachse senkrechte Symmetrieebene; man hat ferner Schranken für das Verhältnis der maximalen Höhe zur maximalen Breite und für die Rotationsgeschwindigkeit ω (z. B. $\omega^2 < 2\,\pi\,\varkappa\,\varrho$, $\varkappa$ die Gravitationskonstante). Die einzige ruhende Gleichgewichtsfigur ist die Kugel.

Ein wichtiges Beispiel bilden die Ellipsoide. Falls das Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \tag{1}$$

die Oberfläche S einer homogenen Gleichgewichtsfigur sein soll, so muß auf S

$$\varkappa\varrho V(x, y, z) + \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2) = H$$

(H konstant) gelten.

Das Gravitationspotential $\varkappa\varrho V$ eines homogenen Ellipsoidkörpers hat im Inneren und auf dem Rande die Gestalt $\varkappa\varrho V = \varkappa\varrho\,(D - Ax^2 - By^2 - Cz^2)$ (A, B, C, D gewisse, von $\frac{a}{b}$ und $\frac{a}{c}$ abhängige Konstanten). Somit müssen die Ellipsoide **(1)** und

$$x^2\left(\frac{\omega^2}{2} - A\,\varkappa\varrho\right) + y^2\left(\frac{\omega^2}{2} - B\,\varkappa\varrho\right) - z^2\,C\,\varkappa\varrho = H - D\,\varkappa\varrho \tag{2}$$

identisch sein. Aus dieser Tatsache folgert man zunächst die Existenz abgeplatteter ellipsoidischer Gleichgewichtsfiguren mit Rotationssymmetrie, und zwar entsprechen jedem genügend kleinen Wert der Winkelgeschwindigkeit ω zwei Ellipsoide verschiedener Abplattung. Die beiden „linearen Reihen" dieser sogenannten *Maclaurin*schen Ellipsoide stoßen, wenn der Reihenparameter ω einen bestimmten Wert $\omega' = \sqrt{2\,\pi\varkappa\varrho}\cdot 0{,}224\ldots$ annimmt, zusammen; für diesen gibt es nur eine, für noch größere ω-Werte überhaupt keine ellipsoidische Gleichgewichtsfigur. Geht ω gegen Null, so endet die eine Reihe in der Kugel, die andere in einer unendlich ausgedehnten, unendlich dünnen Scheibe.

Die Vermutung, daß nur rotationssymmetrische Figuren Gleichgewichtsfiguren sein könnten, wurde von *Jacobi* widerlegt, der zeigte, daß sehr wohl gewisse dreiachsige Ellipsoide den Gleichgewichtsbedingungen genügen können. Bei diesen entspricht jedem $\omega < \omega''$ $(\omega'' = \sqrt{2\,\pi\varkappa\varrho}\cdot 0{,}187\ldots)$ eine einzige Figur. Die lineare Reihe endet für $\omega = \omega''$ in dem zu ω'' gehörigen, schwächer abgeplatteten *Maclaurinschen* Ellipsoid und geht für ω gegen Null in eine unendlich dünne, unendlich lange Nadel über. — Die Reihe der *Jacobi*schen Ellipsoide „zweigt" also gewissermaßen von der der *Maclaurin*schen ab. Die Frage, ob vielleicht noch weitere Reihen (diesmal nichtellipsoidischer Figuren) abzweigen, wurde von *Liapounoff* für die Reihen beider Ellipsoide in bejahendem Sinne beantwortet.

Bei Betrachtung der Reihen der Ellipsoide erhebt sich die Vermutung, daß ganz allgemein Gleichgewichtsfiguren nicht „einzeln" auftreten, sondern sich stets zu von ω abhängigen linearen Reihen zusammenschließen. Diese Behauptung *Poincarés* wurde von *Lichtenstein*, unter Verallgemeinerung *Liapounoff*scher Gedankengänge, einer ausführlichen Diskussion unterworfen. Die Betrachtungen, die zugleich ein Verfahren zur Bestimmung der Nachbarfiguren enthalten, sollen im folgenden kurz angedeutet werden. Wir gehen von einer zur Winkelgeschwindigkeit ω gehörigen Gleichgewichtsfigur τ (mit dem Rand S) aus und fragen: Gibt es zu jedem Werte der Winkelgeschwindigkeit ω_1, der genügend wenig von ω abweicht, eine neue Gleichgewichtsfigur τ_1 (mit dem Rand S_1) in der Nachbarschaft von τ? Denkt man sich diejenigen Punkte von S und S_1, die auf derselben Normalen zu S liegen, einander zugeordnet, so charakterisiert ihr Abstand $\zeta(\sigma)$, aufgefaßt als Funktion der Punkte $(x, y, z) = \sigma$ von S, die gesuchte Fläche S_1. Bezeichnet weiter $\psi(\sigma)$ die Gesamtschwerkraft des Körpers τ im Punkte σ, so erhält man für ζ folgende Funktionalgleichung

$$\psi(\sigma)\,\zeta(\sigma) + \varrho\int_S \frac{\zeta(\sigma')}{r}\,d\sigma' = s - (x^2 + y^2)\,\lambda + \Pi_2\{\lambda, \zeta\} \qquad \left(\lambda = \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{2\,\varkappa}\right), \tag{3}$$

[1] Dieser Bericht, der am 22. 3. 1955 im großen Kolloquium der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau gegeben wurde, bringt einige klassische Ergebnisse der im Titel genannten Theorie.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

unter r den Abstand der Punkte σ und σ' auf S, unter s die (kleine) Differenz der Gesamtpotentiale von τ_1 und τ auf S_1 bzw. S und unter Π_2 die Zusammenfassung aller Größen zweiter und höherer Ordnung in λ und ζ verstanden. Falls die zu **(3)** gehörige homogene Integralgleichung keine nichttriviale Lösung besitzt, ergibt sich durch ein geeignetes Iterationsverfahren zu jedem genügend kleinen λ-Wert, d. h. zu jedem wenig von ω verschiedenen ω_1-Wert, genau eine Lösung ζ von **(3)**, d. h. genau eine Gleichgewichtsfigur S_1. Hat dagegen die genannte homogene Gleichung nichttriviale Lösungen, so können Verzweigungslösungen, wie sie etwa bei den Ellipsoiden auftreten, vorliegen; es brauchen aber auch gar keine Lösungen zu existieren. Im allgemeinen trifft also die *Poincaré*sche Behauptung tatsächlich zu.

Bei Gleichgewichtsfiguren nichtkonstanter Dichte, bei denen das Gesamtpotential nicht nur auf der Oberfläche, sondern längs jeder Fläche gleicher Dichte konstant sein muß, liegen die Dinge entsprechend komplizierter. Andererseits gelangt man jetzt zu Sternmodellen, auf deren Oberfläche schwerelose Punkte liegen, die also besonders charakteristische Momente im Verlaufe kosmogonischer Ereignisse darstellen (z. B. Doppelsterne im Momente der Trennung usw.). Hierbei stellt sich heraus, daß für solche Modelle das Verschwinden der Dichte auf der Berandung gefordert werden muß.

Selbstverständlich bieten alle hier skizzierten Betrachtungen viele analytische Schwierigkeiten, die nur nach sorgfältiger Formulierung der nötigen Voraussetzungen bewältigt werden konnten. Auf diese Einzelheiten kann hier nicht näher eingegangen werden. Eine zusammenfassende Darstellung findet sich in dem Buch von *L. Lichtenstein*, Gleichgewichtfiguren rotierender Flüssigkeiten, Berlin 1933.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

Als Manuskript gedruckt! DK 621.391
Eingang: 29. 10. 1955

Neuere Erkenntnisse der drahtlosen Nachrichtentechnik*)

Von Dr.-Ing. G. Megla, Radeberg

1. Einleitung

Die Nachrichtenübertragung mit Hilfe von Ultrakurz-, Dezimeter- und Zentimeterwellen ermöglicht es, mit kleinerem geräte- und kostenmäßigen Aufwand als durch Kabelleitungen Verbindungen herzustellen. Diese Übertragungsart unterscheidet sich erheblich von der bisherigen Funktechnik. Während die Qualität der z. B. beim transozeanischen Funkdienst, Schiffsfunk, Flugzeug- oder Autofunk hergestellten Verbindungen recht unterschiedlich ist, wird heute mit Hilfe der UKW-, Dezimeter- und Zentimeterwellen ein vollwertiger Ersatz von Kabellinien unter Berücksichtigung der CCI-Empfehlungen erreicht. Einige neuere Erkenntnisse auf diesem Gebiet sollen im folgenden behandelt werden.

Da Richtfunkverbindungen gegenüber der Verwendung von Koaxialkabeln verschiedene technische und insbesondere auch wirtschaftliche Vorteile bringen, werden solche Anlagen weitgehend für die Übermittlung mehrerer Gesprächs-, Telegrafie- oder Meßwertkanäle (Mehrkanalrichtfunksysteme) eingesetzt. Auch die Einführung des Fernsehens erfordert den Ausbau von hochwertigen Bildübertragungsleitungen zum Programmaustausch zwischen den einzelnen Fernsehsendern wie überhaupt zur Zuführung des Bildinhaltes, der vom Studio abgegeben wird. Hierfür werden heute fast ausschließlich Richtfunkverbindungen als Zubringerlinien verwendet. Wenn auch erst nach dem zweiten Weltkrieg Richtfunkverbindungen entwickelt und dem Verkehr übergeben wurden, die ohne großen Aufwand die Qualität der Drahtnachrichtenverbindungen erreichen, so ist doch bereits 1880 von *Graham Bell* die erste Richtfunk-Sprechverbindung mit gebündeltem und moduliertem Träger entwickelt worden. Bei dieser Richtfunkverbindung wurde das Licht einer Bogenlampe moduliert, indem der als Membran ausgebildete parabolische Reflektor auf der Rückseite besprochen wurde. Infolge der Deformation dieses Reflektors im Takte der Sprachschwingungen schwankte die Divergenz des reflektierten Strahlungsbündels und damit die am Empfänger ankommende Intensität in demselben Rhythmus.

Um die einzelnen Bestimmungsgrößen einer Richtfunkverbindung zu übersehen, bedient man sich eines Pegeldiagramms, wie es in der Drahtnachrichtentechnik üblich ist. Ein solches Pegeldiagramm zeigt Bild 1.

*) Vortrag, gehalten im 4. Großen Kolloquium der Hochschule für Elekrotechnik Ilmenau am 19. 4. 1955.

Darin bedeuten:

P_{Su} — der Summenpegel der Nachricht
b_Z — die Dämpfung der Zuleitung vom Gerät zur Antenne
$b_{A(E)}$ — die Antennenverstärkung, auf (Elementardipol bezogen)
$b_{S(E)}$ — die Streckendämpfung (zwischen Elementardipolen)

Zwischen den Senderausgangs- und Empfängereingangsklemmen (S bzw. E) befindet sich also ein Dämpfungsvierpol, dessen Bestimmungsstücke im folgenden beschrieben und ermittelt werden sollen.

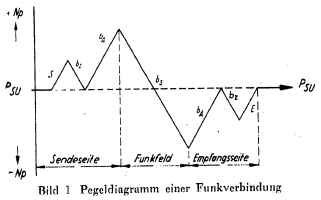


Bild 1 Pegeldiagramm einer Funkverbindung

2. Streckendämpfung

Das Übertragungsmedium einer Richtfunkverbindung ist der freie Raum. Während bei Kabelbetrieb die Spannung mit wachsender Entfernung *exponentiell* sinkt, nimmt sie bei der drahtlosen Übertragung umgekehrt *proportional* der Entfernung ab. Für Funkverbindungen, die im Ultrakurz-, Dezimeter- und Zentimeterwellenbereich arbeiten, ist die sogenannte Übertragungsgleichung [1] entwickelt worden, die überhaupt das wichtigste Gesetz für diese Technik darstellt:

$$\text{(1)} \qquad N_e = N_s \frac{F_e F_s}{d^2 \lambda^2}$$

Hierin bedeuten:

N_e — die Empfangsleistung
N_s — die Sendeleistung
F_s bzw. F_e — die Wirkfläche der Sende- bzw. Empfangsantenne
d — die Entfernung
λ — die Wellenlänge

Setzt man in Gleichung **(1)** die Wirkfläche eines Elementardipols ein, so ist das logarithmische Verhältnis der Wurzel aus Sendeleistung zur Empfangs-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

leistung der in der Fernmelde-Technik eingeführte Ausdruck für die Dämpfung, die sich dann zwischen zwei Elementardipolen ergibt zu:

$$\textbf{(2)} \qquad b_{SE} = 2{,}13 + \ln \frac{d}{\lambda} \qquad [Np]$$

Dieser Ausdruck stellt die Dämpfung in Np zwischen zwei Elementardipolen dar, wenn freie Sicht zwischen der Sende- und Empfangsstelle vorhanden ist. Mit Hilfe dieses Ausdruckes ist eine einfache Berechnung der im Zuge einer Richtfunkverbindung auftretenden Dämpfungen möglich. Die Dämpfung wird deshalb zwischen Elementardipolen (häufig auch zwischen Kugelstrahlern) angegeben, da die Verstärkung von Antennen ebenfalls auf Elementarstrahler (oder Kugelstrahler) bezogen wird. Genauso können Dämpfungen der Zuleitungen vom Gerät zur Antenne, Durchlaßdämpfungen von Weichen, Filtern usw. entsprechend berücksichtigt werden.

3. Ausbreitungsverhältnisse

Der mit Gleichung **(2)** angegebene Wert für die Freiraumdämpfung unterliegt gewissen Schwankungen, die durch die besonderen Ausbreitungsverhältnisse der sehr kurzen Wellen bedingt sind. In der Hauptsache verursachen Interferenzerscheinungen, Brechungseinflüsse und die Absorptionsdämpfung Feldstärkeänderungen am Empfangsort einer Richtfunkverbindung.

Wegen des lichtähnlichen Verhaltens der sehr kurzen Wellen erhält die Empfangsantenne meist nicht nur die direkte Strahlung des Senders, sondern einen zusätzlichen Anteil durch Reflexion am Erdboden. Dieser reflektierte Strahl erreicht die Empfangsantenne wegen des längeren Weges meist mit anderer Phase als der direkt empfangene, so daß durch Interferenz beider Strahlen bedeutend mehr oder weniger Strahlungsleistung im Empfänger erscheint als bei alleiniger direkter Strahlung. Um den Weglängenunterschied beider Strahlen zu ermitteln, müssen die Phasenverhältnisse bei der Reflexion näher betrachtet werden. Aus der Optik ist bekannt, daß ein auf ein optisch dichteres Medium unter dem Einfallswinkel φ auftreffender Strahl unter dem gleichen Winkel reflektiert wird (Bild 2). Außerdem tritt ein gebrochener Strahl auf, dessen Richtung durch den Brechungsindex des optisch dichteren Mediums $n = \sqrt{\varepsilon}$ gegeben ist. Beträgt nun der Winkel zwischen gebrochenem und reflektiertem Strahl (in Bild 2 mit α bezeichnet) gerade 90°, so ist der Reflexionsfaktor $\varrho = 0$; es bildet sich also kein reflektierter Strahl aus.

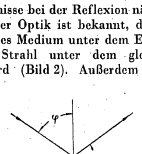


Bild 2 Brewstercher Winkel

Nach dem *Brewsters*chen Gesetz tritt dieser Fall stets dann ein, wenn

$$\textbf{(3)} \qquad \varphi = \arctan n$$

ist. Die Dielektrizitätskonstante für Erdboden mittlerer Beschaffenheit beträgt $\varepsilon_r = 4$. Der *Brewsters*che Winkel nach **(3)** ist dann $\varphi = 63{,}5°$.

Im Bild 3 ist der Reflexionsfaktor ϱ über dem Einfallswinkel φ für $\varepsilon = 4$ und $\varepsilon = 80$ aufgetragen (Bodenleitfähigkeit $\sigma = 0$). Man ersieht daraus, daß bei größerem Einfallswinkel als 63,5° und vertikaler Polarisation der Wert des Reflexionsfaktors ϱ schnell ansteigt, wobei der reflektierte Strahl einen Phasensprung von π erleidet. Ist der Einfallswinkel $\varphi < 63{,}5°$, tritt kein Phasensprung zwischen ankommendem und reflektiertem Strahl auf. Bei horizontaler Polarisation existiert kein *Brewsters*cher Winkel, hier tritt für jeden Einfallswinkel ein Phasensprung von π auf. Da in der Praxis bei Funkverbindungen der Einfallswinkel meist größer als etwa 85° ist, kann also in jedem Fall mit einem Phasensprung auch bei vertikaler Polarisation gerechnet werden. Lediglich bei der Überbrückung großer Wasser- oder Sumpfflächen kann bei vertikaler Polarisation der Fall eintreten, daß bei der Reflexion kein Phasensprung auftritt, da die Dielektrizitätskonstante für Wasser etwa $\varepsilon = 80$ ist und dafür ($n = 9$) nach Gleichung **(3)** der *Brewsters*che Winkel etwa $\varphi = 83{,}5°$ beträgt. Dieser seltene Fall soll jedoch bei den nachfolgenden Betrachtungen unberücksichtigt bleiben; es wird vielmehr angenommen, daß unabhängig von der Polarisation im allgemeinen bei der Reflexion an einem festen Medium ein Phasensprung von π entsteht, der einem Laufwegunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ entspricht. Ist nun der reflektierte Strahl gerade um $\frac{\lambda}{2}$ oder ein ungerades Vielfaches davon länger als der direkte, so würde sich wegen der Gleichphasigkeit an der Empfangsantenne die resultierende Strahlungsleistung erhöhen. Umgekehrt erhält man eine Schwächung der Strahlungsleistung, wenn der reflektierte Strahl gerade λ oder ein Vielfaches davon länger ist als der direkte. Der geometrische Ort aller Punkte, für die die Summe der Entfernungen zu zwei anderen Punkten einen gegebenen Wert hat, ist eine Ellipse bzw. im Raum ein Rotationsellipsoid. Die kleine Halbachse des Ellipsoides b_n läßt sich dann in guter Annäherung angeben zu:

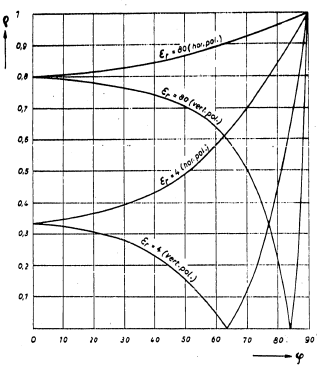


Bild 3 Refraktionskoeffizient ϱ bei horizontaler und vertikaler Polarisation für Ausbreitung über dielektrischer Erde ($\sigma = 0$) in Abhängigkeit vom Einfallswinkel φ

$$\textbf{(4)} \qquad b_n = \sqrt{\frac{(2n-1)\,\lambda \cdot d}{4}} \qquad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

Mit Hilfe dieses Ausdruckes läßt sich also die Bodenfreiheit ermitteln, die für gegebene Entfernung und Wellenlänge eingehalten werden müßte, wenn der direkte Strahl durch gleichphasige reflektierte Strahlen am Empfangsort verstärkt ankommen soll. Praktische Meßergebnisse hierüber sind in [2] gegeben.

Da die Atmosphäre über der Erdoberfläche nicht homogen ist, sondern meist die Dichte der Atmosphäre und damit die Dielektrizitätskonstante mit zunehmender Höhe abnehmen, wird der Brechungsindex kleiner. Der Strahl wird damit zur Erde hin gebrochen, da die Phasengeschwindigkeit, die umgekehrt proportional dem Brechungsindex ist, mit der Höhe zunimmt. Die Wellen zeigen also die Tendenz, der Erdkrümmung zu folgen. Man kann diese Strahlkrümmung nun auch so betrachten, als ob der Strahl sich geradlinig über eine Erdkugel mit entsprechend größerem Radius ausbreite. Deshalb ist ein fiktiver Erdradius R′ eingeführt worden, der ermittelt wird aus der Beziehung

$$\textbf{(5)} \qquad R' = \frac{1}{1 + \frac{R}{n_o} \cdot \frac{dn}{dh}} \cdot R = k \cdot R$$

Hierin bedeuten:

R — der geometrische Erdradius

n_o — der Brechungsindex an der Erdoberfläche

$\frac{dn}{dh}$ — der Brechungsgradient (h = Höhe)

k — die Refraktionszahl

Für normale atmosphärische Verhältnisse $\left(k = \frac{4}{3}\right)$ kann man bei der Herstellung von Streckenschnitten anstelle des geometrischen Erdradius von 6370 km einen fiktiven Radius von R′ = 8500 km ansetzen.

Im Ultrakurz- und Dezimeterwellengebiet ist die durch Niederschläge hervorgerufene zusätzliche Dämpfung so klein, daß sie vernachlässigt werden kann. Erst unterhalb von 3 cm Wellenlänge wird die Absorptionsdämpfung so groß, daß dieses Wellengebiet nur bedingt für Funkverbindungen eingesetzt werden kann. Die kilometrische Dämpfung, die beim Durchgang eines Hochfrequenzstrahles durch ein Regengebiet zusätzlich auftritt, läßt sich in guter Annäherung ermitteln zu [3]:

$$\textbf{(6)} \qquad \beta_{AB} = 2 \cdot 10^{-2} \frac{N_D}{\lambda^2} \qquad \left[\frac{Np}{km}\right]$$

Hierin bedeuten:

N_D — die Niederschlagsdichte in mm/h

λ — die Wellenlänge in cm

Bei der für unser Klimagebiet maximal auftretenden Regendichte von $N_D = 50 \frac{mm}{h}$ ist die kilometrische Dämpfung nach **(6)** umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge, kann also sehr einfach überschlägig ermittelt werden.

Die Dämpfung durch Absorptionsbanden des Wasserdampfs und Sauerstoffs ist so klein, daß sie gegenüber der wesentlich größeren Niederschlagsdämpfung vernachlässigt werden kann [4].

4. Antennenverstärkung

Um den Vorteil der guten Bündelungsfähigkeit und der damit verbundenen großen Antennenverstärkung ausnutzen zu können, wurden verschiedene Formen von Richtantennen entwickelt, z. B. Beam-Antennen, Parabolstrahler, dielektrische Strahler, Sägezahnantennen, Hornstrahler und Linsenantennen. Am meisten wird zur Zeit der Parabolstrahler eingesetzt, da er bei mechanisch sehr kleinem Aufwand die größte Wirkfläche besitzt. Die Wirkfläche läßt sich durch die Beziehung:

$$\textbf{(7)} \qquad F = \frac{3\,\lambda^2}{8\,\pi} \cdot V_E$$

ermitteln. Die Antennenverstärkung V_E kann näherungsweise bestimmt werden, indem man die (gemessene oder errechnete) Richtcharakteristik einer Antenne als Ellipsoid mit der großen Achse a und der kleinen Achse b auffaßt. Die Verstärkung, bezogen auf Elementardipol, lautet dann [5]

$$\textbf{(8)} \qquad V_E = \frac{8}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2$$

Der Antennengewinn in Np ist gegeben durch den Ausdruck

$$\textbf{(9)} \qquad G = \frac{1}{2} \ln V_E \qquad [Np]$$

Da der Antennengewinn auch als negative Dämpfung aufgefaßt werden kann, sei definiert:

$$\textbf{(10)} \qquad b_A = -G \qquad [Np]$$

5. Zuleitungsdämpfung

Da die Antenne von Richtfunkgeräten meist auf möglichst hohen Punkten angebracht werden soll, werden häufig längere Zuleitungen vom Funkgerät zur Antenne benötigt. Als Zuleitungen werden Koaxialkabel, Hohlrohrleiter und Drahtwellenleiter benutzt. In Tafel I ist die kilometrische Dämpfung von rechteckigen Hohlrohrleitern und Koaxialkabeln für verschiedene Wellenlängen angegeben. Drahtwellenleiter, die entweder mit einer Längswendel versehen sind oder eine dielektrische Umkleidung besitzen, haben bei einem Durchmesser von 5 mm bei 3 cm Wellenlänge eine kilometrische Dämpfung von nur 0,5 Np/km. Leider ergeben sich beim praktischen Einsatz dieser Drahtwellenleiter Schwierigkeiten, die ihre Verwendung in Zukunft in Frage stellen dürften. Abgesehen von den infolge Fehlanpassung auftretenden zusätzlichen Strahlungsverlusten kann die parasitäre

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Tafel I

Leitungsart	Dämpfungskonstante in Np/km							Bemerkung
	$\lambda = 10$ m	$\lambda = 5$ m	$\lambda = 3$ m	$\lambda = 50$ cm	$\lambda = 20$ cm	$\lambda = 10$ cm	$\lambda = 5$ cm	
Koaxialkabel (Kupfer mit Styroflexisolation)	0,3	0,45	1,2	1,8	9,0	15	...	Außenleiterdurchmesser: 3 cm Innenleiterdurchmesser: 8,3 mm
Hohlleiter (Aluminium)	–	–	–	0,3	0,9	2,0	7,0	Rechteckiger Querschnitt

Strahlung unzulässig hoch werden, wenn eine Krümmung des Leiters erforderlich ist. Dann findet nämlich in tangentialer Richtung eine Abstrahlung in den freien Raum statt, die nur durch geeignet angeordnete Reflektoren oder zusätzliche dielektrische Umkleidungen vermindert werden kann. Außerdem sind diese Zuleitungen außergewöhnlich witterungsabhängig: Rauhreifbildung oder Regentropfen können die Dämpfung sehr stark erhöhen. Um dies zu verhindern, müßte der Draht beheizt werden, oder es muß im Abstand von $2 \cdots 3\,\lambda$ eine Abschirmung vorgesehen werden, was jedoch einen erheblichen Aufwand erfordert. Eine aussichtsreichere Zuleitungsart für sehr kurze Wellen stellt die drahtlose Energiezuführung dar. Dabei wird an der Mastspitze ein ebener Metallplattenspiegel so angeordnet, daß er die von der Sendeantenne (die sich in unmittelbarer Nähe des Funkgerätes befindet) ausgestrahlte Leistung in die Richtung der Gegenstelle umlenkt. Die Dämpfung der Strecke zwischen Umlenkspiegel und Sendeantenne läßt sich ermitteln zu:

$$\text{(11)} \qquad b_v = \ln \frac{d \cdot \lambda}{\sqrt{F_S \cdot F_R}} \qquad [\text{Np}]$$

Hierin bedeutet:

d — die Entfernung zwischen Antenne und Spiegel
F_S — die Wirkfläche der Sendeantenne
F_R — die Wirkfläche des Umlenkspiegels

Da die Zuleitung zwischen Antenne und Sender bzw. Empfänger nie ganz reflexionsfrei abgeschlossen ist, entstehen Verluste. Die damit im Übertragungsweg liegende zusätzliche Dämpfung infolge der Fehlanpassung errechnet sich zu [6]:

$$\text{(12)} \qquad b_F = \ln \frac{1 - m}{2\sqrt{m}}$$

6. Hochfrequenter Störabstand

Die Dämpfung, die zwischen den Ausgangsklemmen des Senders und den Eingangsklemmen des Empfängers auftritt, läßt sich nun nach den vorangegangenen Betrachtungen folgendermaßen definieren:

$$\text{(13)} \qquad b_D = 2\,(b_Z - b_F - b_v - b_A) - b_S - b_{Schw}$$

Hierin bedeuten

b_Z — die Zuleitungsdämpfung
b_F — die durch Fehlanpassung hervorgerufene Dämpfung
b_v — die Durchlaßdämpfung der Weichen (etwa $0{,}1 \cdots 0{,}2$ Np)
b_A — der (negative) Antennengewinn
b_S — die Freiraumdämpfung
b_{Schw} — die Schwunddämpfung (etwa 2 Np)

In Gleichung (13) sind die in der Klammer befindlichen Dämpfungswerte für Sende- und Empfangsseite gleich groß angenommen. Bei gegebener Senderleistung kann mit Hilfe der Gleichung (13) die Empfängereingangsleistung errechnet werden, indem von dem Sendepegel die Dämpfung b_D abgezogen wird. Der hochfrequente Störabstand am Eingang des Empfängers ergibt sich damit bei bekannter Senderleistung N_S zu:

$$\text{(14)} \qquad b_{HF} = \frac{1}{2} \ln \frac{N_S}{N_R} - b_D \qquad [\text{Np}]$$

Die Rauschleistung N_R des Empfängers ist abhängig von der Bandbreite; sie errechnet sich zu:

$$\text{(15)} \qquad N_R = 4 \cdot 10^{-21} \cdot B_{HF}$$

Hierin bedeuten:

N_R — die Grundrauschleistung bei einer Temperatur von $t = 17°$ C
B_{HF} — die Übertragungsbandbreite in Hz

Die notwendige Übertragungsbandbreite B_{HF} ist abhängig von dem verwendeten Modulationsverfahren. Eine Zusammenstellung der Beziehungen zur Ermittlung der Übertragungsbandbreite sowie der Bandbreite für die Übertragung von 24 Gesprächskanälen ist für verschiedene Modulationsverfahren in Tafel II gezeigt. Daraus ersieht man, daß für die moderneren Modulationsverfahren ein erheblich größerer Bandaufwand nötig ist als für die Amplitudenmodulation. Bandbreitenmäßig ist also die Einseitenband-Amplitudenmodulation mit unterdrücktem Träger den anderen Modulationsarten vorzuziehen. So benötigt man beispielsweise für die Frequenzmodulation fast die zehnfache Übertragungsbandbreite gegenüber der Einseitenband-Amplitudenmodulation. Es wird aus diesem Grunde wegen des sich schon jetzt abzeichnenden Frequenzmangels in Zukunft wieder mehr auf die Einseitenband-Amplitudenmodulation zurückgegriffen werden. Da, wie Gleichung (15) zeigt, die Rauschleistung proportional der Bandbreite wächst, ist also der hochfrequente Störabstand bei den moderneren Modulationsverfahren ungünstiger als bei den Verfahren mit Amplitudenmodulation. Bei den moderneren Modulationsverfahren wie Frequenzmodulation, Pulsphasenmodulation, Puls-Code-Modulation tritt jedoch ein so großer, durch das Modulationsverfahren bedingter Gewinn auf, daß der am Ausgang des Empfängers in Erscheinung tretende niederfrequente Störabstand erheblich größer sein kann als der am Eingang gemessene.

Tafel II

Modulationsart	Bandbreite B_{HF}	B_{HF} für 24 Kanäle	Bemerkungen
Amplituden-Modulation	$2{,}5 \cdot f_{max}$	300 kHz	$f_{max} = 120$ kHz
Einseitenband-Amplitudenmodulation mit unterdrücktem Träger	$1{,}25 \cdot f_{max}$	150 kHz	$f_{max} = 120$ kHz
Frequenz-Modulation	$f_{max}(2{,}5\eta + 5)$	1,2 MHz	$\eta = 2$ (Modulationsindex)
Pulsphasen-Modulation	$\frac{1}{t_{fl}}$	8 MHz	$t_{fl} = 0{,}125\ \mu$s (Flunkendauer)
Puls-Code-Modulation	$3k \cdot q \cdot f_{max}$	2 MHz	$k = 24$ $f_{max} = 4$ kHz $q = 7$ (Code)

7. Niederfrequenter Störabstand

Zur Ermittlung des niederfrequenten Störabstandes muß das betreffende Modulationsverfahren berücksichtigt werden [3]. Je nach den angewandten Modulationsverfahren ist der zu erwartende niederfrequente Störabstand kleiner oder größer als der hochfrequente Störabstand. Man spricht deshalb von einem Sende- oder Empfangsgewinn der einzelnen Modulationsverfahren. Der Sendegewinn ist im wesentlichen dadurch gegeben, daß der Momentansendepegel über einen Oberstrichpegel hinaus erhöht werden kann. Er ist definiert zu:

$$\text{(16)} \qquad S = \frac{1}{2} \ln \frac{N_n}{N_d} \qquad [\text{Np}]$$

Hierin bedeuten:

N_n — die Momentan-Nutzleistung
N_d — die Dauerstrichleistung

Bei der Zweiseitenband-Amplitudenmodulation beträgt der Sendegewinn

$$\text{(17)} \qquad S_{AM} = \ln \frac{m}{\sqrt{2 + m^2}}$$

Für einen Modulationsgrad von $m = 1$ (100%) ist der Sendegewinn negativ und beträgt $-0{,}55$ Np. Da bei der Einseitenband-Amplitudenmodulation mit unterdrücktem Träger und bei der Frequenzmodulation dem Nutzsignal stets die volle Senderleistung zur Verfügung steht, ist hierfür der Sendegewinn gleich Null. Bei der Puls-Code-Modulation ist der Sendegewinn abhängig vom Tastverhältnis $\frac{t_s}{t_i}$ (t_s = Schaltzeit, t_i = Impulsbreite).

Er ist gegeben zu:

$$\text{(18)} \qquad S_{PPM} = \frac{1}{2} \ln \frac{t_s}{t_i} + 0{,}202 \qquad [\text{Np}]$$

Bei einem Tastverhältnis von 10 beträgt z. B. der Sendegewinn 1,35 Np. Der Empfangsgewinn E ist die Differenz der Rauschabstände am Empfängerausgang und am Ausgang des linearen Zwischenfrequenzteiles des Empfängers.

Er ist definiert zu:

$$\text{(19)} \qquad E = \ln \frac{s_n}{r_n} - \ln \frac{s_h}{r_h} \qquad [\text{Np}]$$

Hierin bedeuten:

$\ln \frac{s_n}{r_n}$ — den Störabstand nach der Demodulation in Np

$\ln \frac{s_h}{r_h}$ — den Störabstand vor der Demodulation in Np

Den Verlauf des Empfangsgewinns verschiedener Modulationsarten in Abhängigkeit von der Bandausnutzung zeigt Bild 4. Daraus ist zu ersehen, daß z. B. der Empfangsgewinn bei der Puls-Phasen-Modulation für Brandbreiten, die größer als $\frac{1}{t_n}$ sind, konstant bleibt. Dies rührt daher, daß die größere Bandbreite den ankommenden Impuls nicht steiler

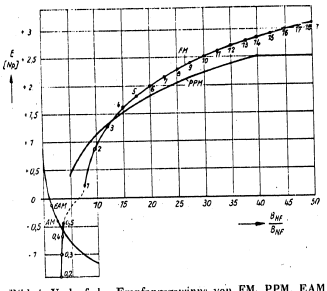


Bild 4. Verlauf des Empfangsgewinns von FM, PPM, EAM und AM in Abhängigkeit von der Bandausnutzung [3]

machen kann, als er ausgesendet wurde. Zwar wird der niederfrequente Rauschabstand bei größerer Bandbreite geringer; im gleichen Maß jedoch wird auch der Rauschabstand am Empfängereingang kleiner, so daß der Empfangsgewinn konstant bleibt. Bei der Frequenzmodulation wachsen Empfangsgewinn und Übertragungsbandbreite mit größer werdendem Modulationsindex $\eta = \frac{H}{f_{max}}$ (H = Frequenzhub, f_{max} = maximale Modulationsfrequenz) stetig an.

Mit Hilfe dieser Bestimmungsstücke läßt sich nun der niederfrequente Störabstand für eine Funkverbindung mit Gleichung (14) errechnen zu:

$$\text{(20)} \qquad B_{NF} = B_{HF} + S + E \qquad [\text{Np}]$$

8. Streckenplanung

Um bei der Planung von Richtfunklinien eine möglichst wirtschaftliche Streckenführung zu erreichen, müssen nach dem Geländestudium Streckenschnitte angefertigt werden, um die Sichtverhältnisse abzuschätzen und die erforderlichen Turmhöhen zu bestimmen. Bei der Anfertigung eines solchen Streckenschnittes werden

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

verschiedene Maßstäbe für Entfernung und Höhe verwendet. Die Erdoberfläche wird dann nicht durch einen Kreisbogen, sondern durch einen Ellipsen- oder Parabelbogen ersetzt. Ein einfacheres und weniger zeitraubendes Verfahren besteht darin, die Erdoberfläche als eben anzunehmen, also als gerade Linie aufzuzeichnen und die in der Natur geradlinige Verbindungslinie zwischen Sender und Empfänger als durchhängende Kurve abzubilden. Der Durchhang q (vgl. Bild 5) ist dann gegeben durch die Beziehung [3]:

$$q = \frac{d_1 \cdot d_2}{2R} \qquad q, d, R\ [km] \tag{21}$$

Setzt man für den Erdradius den Ausdruck

$$R = \frac{2 \cdot 10^4}{\pi}$$

ein, so ergibt sich

$$q = \frac{\pi}{4} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot 10^{-1} \qquad \begin{matrix} q\ [m] \\ d\ [km] \end{matrix} \tag{22}$$

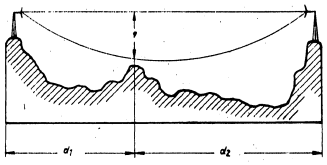


Bild 5 Darstellung des Durchhanges

Mit Hilfe dieser Beziehung läßt sich nun sehr einfach die Sichtfreiheit bestimmen. Meist sind nur sehr wenige hohe Punkte im Zuge einer Verbindungslinie vorhanden, so daß es ausreicht, den Durchhang q an dieser Stelle zu bestimmen.

An Hand der Bilder 6a···6f sind einige Beispiele für die Überbrückung eines vorgegebenen Geländes gezeigt.

Im Bild 6a ist zwischen den beiden Gegenstellen eine natürliche Erhebung zu sehen, die es verhindert, daß ein am Erdboden reflektierter Strahl die Empfangsantenne erreicht. Hierdurch sind natürlich stabilere Empfangsverhältnisse gegeben, da die wechselnde Interferenz zwischen direktem und reflektiertem Strahl entfällt. Deshalb hat man Hindernisspiegel zur Vermeidung des reflektierten Strahles aufgestellt und dabei eine überraschende Konstanz der Empfangsfeldstärke bei Anwesenheit eines solchen Hindernisspiegels verzeichnen können.

Direkte Verbindungen zwischen zwei Bergspitzen, die höher als etwa 1000 m sind, sollten wegen der in diesen Höhen häufig auftretenden Temperaturinversionen vermieden werden. Es ist deshalb zu empfehlen, trotz der guten Sichtverhältnisse zwischen beiden Gegenstellen, eine Relaisstelle einzusetzen (Bild 6b). Es entstehen dann am Empfangsort stabilere Feldstärkeverhältnisse, da wegen des relativ steilen Einfalls des Strahles kaum einer der am Erdboden reflektierten Strahlen die Empfangsantenne erreicht. Ist das Gelände zwischen zwei Höhen sehr eben, dann empfiehlt es sich, eine der beiden Gegenstellen nicht auf der Höhe, sondern so tief wie möglich anzuordnen (Bild 6c). In diesem Fall durchlaufen nämlich der direkte und der reflektierte Strahl etwa die gleichen Höhenunterschiede (fast paralleler Strahlenverlauf), so daß sich atmosphärische Änderungen nur sehr wenig auf den Phasenunterschied beider Strahlen auswirken können. Im anderen Fall, wie es Bild 6e zeigt, muß der reflektierte Strahl den Höhenunterschied zweimal durchlaufen. Damit ist er den atmosphärischen Schwankungen stärker ausgesetzt als der direkte Strahl, so daß zwischen beiden größere Änderungen des Phasenunterschiedes erwartet werden müssen. Wegen der stark unterschiedlichen Oberfläche größerer Wasserflächen sollten nach Möglichkeit von der Wasserfläche reflektierte Strahlen nicht die Empfangsantenne erreichen. Man wird deshalb die Empfangsantenne versuchen so anzuordnen, daß der reflektierte Strahl am Erdboden auftrifft, wie es in Bild 6d prinzipmäßig dargestellt ist.

Erfordern die Geländeverhältnisse eine stark erhöhte Aufstellung beider Gegenstellen, so durchlaufen, wie schon erwähnt, die reflektierten Strahlen starke Höhenunterschiede und sind damit größeren Änderungen des Brechungsindex ausgesetzt als der direkte Strahl. In diesem Fall ist es zweckmäßig, Diversity-Empfang vorzusehen, um wenigstens die tiefen Schwundeinbrüche zu vermeiden (Bild 6e).

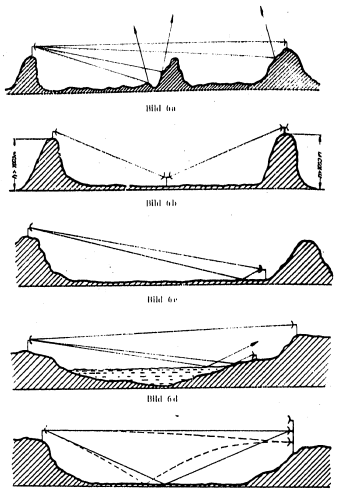


Bild 6a Bild 6b Bild 6c Bild 6d Bild 6e

Bild 6a—e Praktische Beispiele zur Überbrückung vorgegebenen Geländes [3]

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

1. JAHRGANG 1954/55

WISS. Z. HOCHSCH. F. ELEKTROTECHN. ILMENAU 1 (1954/55) HEFTE 1–3

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

A. Inhaltsverzeichnis (nach Fakultäten)

Gastvorträge

Zur Maßsystemfrage in Physik und Technik	Oberdorfer, G.	H. 2	S. 77
Zur mathematischen Theorie der Gestalt der Himmelskörper	Maruhn, K.	H. 3	S. 163
Neuere Erkenntnisse der drahtlosen Nachrichtentechnik	Megla, G.	H. 3	S. 165

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften

Die Struktur der stetigen Funktionen einer Veränderlichen	Bögel, K.	H. 1	S. 5
Kapillare Erscheinungen an der Kugel (zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten)	Lattermann, K.	H. 1	S. 9
Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik	Winkler, H.	H. 1	S. 15
Partielle Härtung durch Funkenentladung	Hanke, E.	H. 1	S. 29
Konstruktionstafel zur Viergelenkkette	Poßner, L.	H. 1	S. 39
Zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers	Bögel, K.	H. 2	S. 81
Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage	Lattermann, K.	H. 2	S. 85
Über Funktionstransformatoren mit Bildabtaströhre und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher für die Verwendung in elektronischen Analogierechenmaschinen mit großer Arbeitsgeschwindigkeit	Winkler, H.	H. 2	S. 93
Entwicklung von Eignungs- und Wertziffern	Beck, Max	H. 2	S. 99
Spontane Rekristallisation	Hanke, E.	H. 2	S. 105
Einflußmatrizen. Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre	Poßner, L.	H. 2	S. 115
Über eine Methode zur Berechnung gleichzeitiger Approximationen reeller Zahlen	Lattermann, K.	H. 3	S. 173
Nomogramme zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers	Stammberger, A.	H. 3	S. 183
Werkstoffe im Atommeiler	Hanke, E.	H. 3	S. 189
Einflußgrößen	Poßner, L.	H. 3	S. 207

II. Fakultät für Starkstromtechnik

Elektrische Isolierstoffe in Hochspannungsapparaten	Stamm, H.	H. 1	S. 51
Zum Problem der Lebensdauer von Großtransformatoren	Stamm, H.	H. 2	S. 135

III. Fakultät für Schwachstromtechnik

Probleme und Methoden der Pulsfrequenzmessung	Blüthgen, F.	H. 1	S. 61
Ein elektrisches Analogiemodell zur Veranschaulichung des bedingt reflektorischen Verhaltens von Lebewesen	Blüthgen, F.	H. 2	S. 145

IV. Fakultät für Feinmechanik und Optik

Mechanische Festigkeitsprüfungen an dünnen optisch wirksamen Schichten	Buch, S.	H. 1	S. 69
Unschädliche Kippunkte	Bischoff, W.	H. 2	S. 149

B. Autorenverzeichnis

Beck, M.	Entwicklung von Eignungs- und Wertziffern	H. 2	S. 99
Bischoff, W.	Unschädliche Kippunkte	H. 2	S. 149
Blüthgen, F.	Probleme und Methoden der Pulsfrequenzmessung	H. 1	S. 61
—	Ein elektrisches Analogiemodell zur Veranschaulichung des bedingt reflektorischen Verhaltens von Lebewesen	H. 2	S. 145
Bögel, K.	Die Struktur der stetigen Funktionen einer Veränderlichen	H. 1	S. 5
—	Zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers	H. 2	S. 81

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Buch, S.	Mechanische Festigkeitsprüfungen an dünnen optisch wirksamen Schichten	H. 1	S. 69
Hanke, E.	Partielle Härtung durch Funkenentladung	H. 1	S. 29
—	Spontane Rekristallisation	H. 2	S. 105
—	Werkstoffe im Atommeiler	H. 3	S. 189
Lattermann, K.	Kapillare Erscheinungen an der Kugel (zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten)	H. 1	S. 9
—	Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage	H. 2	S. 85
—	Über eine Methode zur Berechnung gleichzeitiger Approximationen zweier reeller Zahlen	H. 3	S. 173
Maruhn, K.	Zur mathematischen Theorie der Gestalt der Himmelskörper	H. 3	S. 163
Megla, G.	Neuere Erkenntnisse der drahtlosen Nachrichtentechnik	H. 3	S. 165
Oberdorfer, G.	Zur Maßsystemfrage in Physik und Technik	H. 2	S. 77
Poßner, L.	Konstruktionstafel zur Viergelenkkette	H. 1	S. 39
—	Einflußmatrizen. Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre	H. 2	S. 115
—	Einflußgrößen	H. 3	S. 207
Stamm, H.	Elektrische Isolierstoffe in Hochspannungsapparaten	H. 1	S. 51
—	Zum Problem der Lebensdauer von Großtransformatoren	H. 2	S. 135
Stammberger, A.	Nomogramme der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers	H. 3	S. 183
Winkler, H.	Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik	H. 1	S. 15
—	Über Funktionstransformatoren mit Bildabtaströhre und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher für die Verwendung in elektronischen Analogierechenmaschinen mit großer Arbeitsgeschwindigkeit	H. 2	S. 93

9. Wahl der Modulationsart

Je nach ihren besonderen technischen Eigenschaften ergeben sich für die drei bisher anwendbaren Modulationsarten (Amplitudenmodulation AM und EAM, Frequenzmodulation FM und Pulsphasenmodulation PPM) verschiedene Anwendungsgebiete. Die Amplitudenmodulation beansprucht bei Einseitenbandübertragung das kleinste Frequenzband im Vergleich zu den anderen bisher bekannten Modulationsarten. Obwohl sie gegenüber der Zweiseitenband-Amplitudenmodulation eine beachtliche Reichweitenverbesserung bringt, wird auch sie für Funkrelaislinien selten verwendet, da die bei Schwundeinbrüchen auftretenden Pegelschwankungen sich bei ihr auf die Dynamik auswirken. Außerdem soll bei Verwendung der Amplitudenmodulation kein Frequenzgang der Amplitude auftreten, eine Forderung, die sich bei der Hintereinanderschaltung mehrerer Teilstrecken nur schwer erfüllen läßt. Deshalb wird zur Zeit die Amplitudenmodulation nur bei Kleingeräten und Reportageanlagen, die im Endstellenbetrieb arbeiten, angewendet, da es hierbei auf besonders kleinen geratemäßigen Aufwand ankommt.

Bei der drahtlosen Übertragung großer Bandbreiten, wie z. B. des Bildgemisches eines Fernsehsignals, wird man in Zukunft vielleicht doch auf die Einseitenband-Amplitudenmodulation (EAM) zurückgreifen, da hier der hochfrequente Bandaufwand bedeutend geringer ist als bei der Frequenzmodulation (FM). Dies zeigt besonders deutlich folgende Überlegung: Nach Tafel II ist bei Verwendung der FM für einen Modulationsindex von z. B. $\eta = 3$ eine hochfrequente Bandbreite nötig, die 12,5mal so groß wie die höchste zu übertragende Modulationsfrequenz sein muß. Bei der EAM wird aber nur eine hochfrequente Bandbreite vom 1,25fachen der höchsten Modulationsfrequenz gefordert (Tafel II). Das heißt, der Aufwand an hochfrequenter Bandbreite ist bei der FM in diesem Fall zehnmal so groß wie bei der EAM, wenn das gleiche NF-Band übertragen werden soll. Der Vorteil der wesentlich kleineren HF-Bandbreite bei der EAM kann aber nur dann ausgenutzt werden, wenn eine genügend große Leistungsreserve vorhanden ist und Regelglieder vorgesehen sind, die die auftretenden Pegelschwankungen automatisch ausgleichen.

Bei der FM und der PPM ist die Linearität des Amplitudenganges nur von geringer Bedeutung; hier muß vielmehr der Phasengang möglichst linear sein. Die Linearität des Phasenganges kann aber durch ausreichende Bandbreite erreicht werden. Aus diesem Grund und wegen der vorher erwähnten Dynamikveränderungen bei Pegelschwankungen wird die Amplitudenmodulation für Richtfunksysteme zur Zeit kaum angewendet, während die Verfahren, die den Nachrichteninhalt durch zeitliche Veränderungen verschlüsseln, als FM- und PPM-Anlagen eingesetzt werden. Mit Hilfe der PPM lassen sich nach dem bisherigen Entwicklungsstand maximal 24 Gesprächskanäle übertragen, da mit einer Erhöhung der Kanalzahl die Zwischenräume der einzelnen Kanalimpulse untereinander zu klein würden, um die Nebensprechforderungen zu erfüllen. Eine Erhöhung der Kanalzahl ist bei dieser Modulationsart nur möglich, wenn unter Verwendung von Weichen über eine gemeinsame Antenne mehrere HHF-Träger geschaltet werden, wobei jeder Träger dann mit einer 24-Kanalgruppe moduliert wird. Auf diese Weise sind Funkrelaisstrecken mit 96 Gesprächskanälen erstellt worden. Weiterhin können PPM-Anlagen zu Übertragung von Telegrafiezeichen (auch Bildtelegrafie) sowie als 3-Kanal-Zubringer für Rundfunksender mit einer Bandbreite pro Kanal von 30 Hz···15 kHz verwendet werden. Häufig werden Richtfunkstrecken an bestehende Trägerfrequenz-Kabelnetze angeschlossen. In diesem Fall wird man FM-Richtfunkanlagen einsetzen, da bei der PPM der Übergang vom Kabelnetz zur Funklinie nur nach Demodulation bis zur Niederfrequenz möglich ist. An der Übergangsstelle müßte also ein TF-System vorhanden sein, das die Einzelkanäle dem PPM-Endamt zur Verfügung stellt. Dagegen kann von einer frequenzmodulierten Richtfunkstation das trägerfrequente Band an der Verbindungsstelle ohne Demodulation direkt übernommen werden, wodurch eine zusätzliche Verschlechterung der Übertragungsgüte durch Demodulations- und Modulationsvorgänge entfällt. Als Fernsehzubringer zur Übertragung von Videosignalen ist die PPM wegen der zu großen Bandbreite nicht geeignet. Dagegen bereitet die Übertragung derart breiter Bänder mit Hilfe von FM-Richtfunkanlagen keine Schwierigkeiten.

Vergleicht man die Eigenschaften der einzelnen Modulationsverfahren untereinander, so kommt man nach dem jetzigen Stand der Technik zu folgendem Ergebnis:

1. AM — wird in der Richtfunktechnik nur für Kleingeräte und Reportageanlagen im Endstellenbetrieb verwendet;
2. EAM — kann in Zukunft wegen des relativ kleinen hochfrequenten Bandaufwandes für die Übertragung großer Bandbreiten in der Richtfunktechnik Verwendung finden;
3. FM — besondere Bedeutung für Vielkanalanlagen und Fernseh-Bild- und Ton-Zubringerlinien. Zur Zeit am meisten angewendete Modulationsart für Richtfunkstrecken;
4. PPM — geeignet zur Übertragung kleiner Kanalzahlen (maximal 24) und für 3-Kanal-Rundfunkzubringerdienste. Einfache Abzweigmöglichkeit einzelner Kanäle von der Hauptlinie.

Literatur

[1] *Fränz, K.*, Zeitschrift für Hochfrequenztechnik und Elektroakustik **62** (1943), H. 5, S. 129···131.
[2] *Megla, G.*, Nachrichtentechnik (1954), H. 3, S. 98···102.
[3] *Megla, G.*, Nachrichtenübertragung mittels sehr hoher Frequenzen, Fachbuchverlag Leipzig 1954.
[4] *Megla, G.*, Zeitschrift für Hochfrequenztechnik und Elektroakustik (im Druck).
[5] *Saxton, J. A.*, Wireless Eng. **25** (1948), S. 110···116.
[6] *Meinke, H. H.*, Kurven, Formeln und Daten aus der DM-Technik. Technische Hochschule München, 1952.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 12
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 511.145:511.7
Eingang: 31. 5. 1955

Über eine Methode zur Berechnung gleichzeitiger Approximationen zweier reeller Zahlen *)

Von Dr. phil. Karl Lattermann

§ 1. *Das Problem*

(I) In dieser Arbeit sollen zwei irrationale Zahlen ζ' und ζ'' durch eine unendliche Folge von Brüchen mit gleichen Nennern approximiert werden. Die Brüche sollen die Gestalt

$$\frac{A'_n}{B_n},\quad \frac{A''_n}{B_n} \tag{1}$$

haben, worin A'_n, A''_n und B_n ganze Zahlen sind; $B_{n+1} > B_n > 0$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Ferner soll das „Näherungsgesetz"

$$\left|\zeta' - \frac{A'_n}{B_n}\right| < \frac{1}{B_n \sqrt{B_n}},\quad \left|\zeta'' - \frac{A''_n}{B_n}\right| < \frac{1}{B_n \sqrt{B_n}} \tag{2}$$

erfüllt sein. Aus **(2)** ergibt sich dann

$$\frac{A'_n}{B_n} \to \zeta',\ \frac{A''_n}{B_n} \to \zeta''. \tag{3}$$

(II) Es genügt, $\zeta' < 1$, $\zeta'' < 1$ vorauszusetzen. Weiterhin wird eine solche Zahl $\zeta < 1$ durch $1 - \zeta$ ersetzt, wenn $\zeta > \frac{1}{2}$ ist. Dies kann geschehen, weil sich aus einer Approximation von $1 - \zeta$ leicht eine solche für ζ gewinnen läßt. Es sollen demnach unter ζ' und ζ'' immer zwei irrationale Zahlen verstanden werden, die kleiner als $\frac{1}{2}$ sind. Danach gilt:

$$0 < \zeta' < \frac{1}{2},\ 0 < \zeta'' < \frac{1}{2}. \tag{4}$$

(III) Es gibt nun zwar schon Beweise für die *Existenz* der gesuchten Approximationen[1]). Auch hat *Lettenmeyer* ein *geometrisches* Verfahren angegeben, solche Approximationen *tatsächlich* aufzufinden [1]. Er konstruiert mit Hilfe von Spannquadraten sogenannte „ausgezeichnete Punkte" B_n, durch die er die Approximationen bestimmt.

Diese genügen dem Näherungsgesetz **(2)** und darüber hinaus der Bedingung

$$\max\left(\left|\zeta' - \frac{A'_{n+1}}{B_{n+1}}\right|, \left|\zeta'' - \frac{A''_{n+1}}{B_{n+1}}\right|\right) < \max\left(\left|\zeta' - \frac{A'_n}{B_n}\right|, \left|\zeta'' - \frac{A''_n}{B_n}\right|\right), \tag{5}$$
$$n = 1, 2, 3, \ldots.$$

Man weiß ferner, daß der Exponent $\frac{3}{2}$ auf der rechten Seite in **(2)** nicht mehr vergrößert werden kann. Diese rechte Seite von **(2)** hätte man in der Gestalt $c\, B_n^{-\frac{3}{2}}$ schreiben können. In dieser Arbeit wird aber eine Beschränkung auf $c = 1$ vorgenommen, obgleich bekannt ist, daß eine untere Schranke für c noch nicht festgestellt ist. c kann also kleiner als 1 sein. (Auch wird nur eingegangen auf die Approximation zweier, nicht mehrerer Zahlen.) [2]

Die oben erwähnten Beweise und Methoden kennen keine *sukzessive Berechnung* der einzelnen B_n. Ein solches Berechnungsverfahren, wie es im Eindimensionalen möglich ist [3], [4], wo es unter Verwendung von Kettenbrüchen bewerkstelligt wird, scheint bis jetzt im Zweidimensionalen noch nicht in befriedigender Weise aufgestellt worden zu sein [5]. Ein Versuch von *Jacobi* [6] verstößt gegen **(2)**.

(IV) Die vorliegende Arbeit will, von geometrischer Basis ausgehend, Approximationen herstellen, die **(2)** und **(5)** genügen. Vermittels einer Faktorenentwicklung will sie ein zahlenmäßiges Berechnungsverfahren ableiten, aus dem sich die einzelnen B_n sukzessive ergeben.

§ 2. *Die geometrischen Grundlagen*

(V) Das Näherungsgesetz **(2)** kann auch in folgender Form geschrieben werden:

$$|\zeta' B_n - A'_n| < B_n^{-\frac{1}{2}},\ |\zeta'' B_n - A''_n| < B_n^{-\frac{1}{2}}, \tag{6}$$
$$n = 1, 2, 3, \ldots.$$

Es ist $B_n \geqq 1$, ganz; $B_n^{-\frac{1}{2}} \leqq 1$. Das Gleichheitszeichen gilt nur für $B_n = 1$, im übrigen ist also $B_n^{-\frac{1}{2}} < 1$ gültig. Die A'_n und A''_n sind ganz. Also muß $\zeta' B_n$ weniger als 1 von A'_n entfernt sein; dasselbe gilt für $\zeta'' B_n$ und A''_n. Ferner ist für $B_n \geqq 4$ $B_n^{-\frac{1}{2}} \leqq \frac{1}{2}$, somit z. B. $|\zeta' B_n - A'_n| < \frac{1}{2}$. (Das Gleichheitszeichen kann wegen der Irrationalität von ζ' nicht auftreten.) Daher ist A'_n für $B_n \geqq 4$ die nächste bei $\zeta' B_n$ gelegene ganze Zahl, dasselbe gilt wieder für A''_n und $\zeta'' B_n$. Es wird zur Darstellung dieses Sachverhalts das Zeichen $\langle \ldots \rangle$, gelesen „nächstgelegene ganze Zahl von" verwendet. Zum Beispiel ist $\langle 4{,}248 \rangle = 4$ und $\langle 4{,}876 \rangle = 5$. Es wird ferner noch festgelegt, daß nur solche Approximationen gelten sollen, für die immer die rechten Seiten in **(6)** kleiner als $\frac{1}{2}$ sind, und es wird in **(6)** für $B_n < 4$

*) Berichtigungshinweis: In der Arbeit „Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage" vom gleichen Verfasser (Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau Jg. 1 (1954/55) H. 2) muß es in Bild 1 (S. 86) statt x_1, x_2, x_3, x_4 richtig heißen: y_1, y_2, y_3, y_4.

[1]) z. B. die Schubfachmethode von *Dirichlet* oder die Theorie der konvexen Körper von *Minkowski*.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(7) $B_n^{-\frac{1}{2}}$ durch $\frac{1}{2}$ ersetzt. Wegen **(4)** ist dann für $B_n < 4$ z. B. $\zeta' B_n = \tau < 1\frac{1}{2}$. Aus **(6)** und **(7)** folgt $|\tau - A'_n| < \frac{1}{2}$; hieraus ergibt sich für $B_n < 4$ $A'_n = 1$, ebenso $A''_n = 1$. $A'_n = 0$ bzw. $A''_n = 0$ kann natürlich nicht vorkommen (d. h. solche Approximationen werden nicht zugelassen). Es kann somit allgemein geschrieben werden:

(8) $\langle \zeta' B_n \rangle = A'_n$, $\langle \zeta'' B_n \rangle = A''_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Diese Bezeichnungen gelten selbstverständlich *nur* für Approximationen, die eben **(6)** und **(7)** schon genügen. **(8)** gibt bei gegebenem B_n die Gestalt der Approximationen **(1)**, die wegen **(3)** die gestellte Aufgabe lösen.

(VI) Wegen **(8)** geht **(6)** über in

(9) $|\zeta' B_n - \langle \zeta' B_n \rangle| < B_n^{-\frac{1}{2}}, |\zeta'' B_n - \langle \zeta'' B_n \rangle| < B_n^{-\frac{1}{2}}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Ersetzt man jetzt die B_n durch eine reelle Variable x, so geht **(9)** in

(10) $|\zeta' x - \langle \zeta' x \rangle| < x^{-\frac{1}{2}}, |\zeta'' x - \langle \zeta'' x \rangle| < x^{-\frac{1}{2}}$

über und liefert für *bestimmte* Werte von x Ausdrücke, die kleiner als $x^{-\frac{1}{2}}$ sind. Die ganzzahligen Werte von x, die gleich B_n sind, sind in **(10)** als Sonderfälle enthalten.

Setzt man

(11) $y^{(\prime)} = |\zeta' x - \langle \zeta' x \rangle|$, $y^{(\prime\prime)} = |\zeta'' x - \langle \zeta'' x \rangle|$,

so sind $y^{(\prime)}$ und $y^{(\prime\prime)}$ ein Paar von Funktionen von x, das graphisch dargestellt werden kann und das für $y^{(\prime)} < x^{-\frac{1}{2}}$, $y^{(\prime\prime)} < x^{-\frac{1}{2}}$, $x = B_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, also für $y^{(\prime)} < B_n^{-\frac{1}{2}}$, $y^{(\prime\prime)} < B_n^{-\frac{1}{2}}$ das Näherungsgesetz **(6)** *als „Sonderfälle"* für jeden Wert $n = 1, 2, 3, \ldots$ in sich enthält. Bemerkt sei noch, daß in **(11)** Ausdrücke von der Form $\langle 1{,}5 \rangle$ keine Schwierigkeiten bereiten können; ist beispielsweise $\zeta = \sqrt{0{,}1875}$ und $x = \sqrt{12}$, so ist $\langle \zeta x \rangle = 1{,}5$ zweideutig 1 oder 2. Trotzdem ist eindeutig $y = |\zeta x - \langle \zeta x \rangle| = \frac{1}{2}$, da sowohl $|1{,}5 - 1|$ $= 0{,}5$ als auch $|1{,}5 - 2| = 0{,}5$ ist. Für die hier interessierenden Sonderfälle ist $\langle \zeta B_n \rangle$ immer irrational, also nie etwa 1,5. (Es werden im übrigen nur Werte für $x \geqq 0$ benötigt.)

(VII) Es werden nun die Funktionen **(11)** graphisch dargestellt. Als Zahlenbeispiel diene

$\zeta' = 0{,}30797852837 \ldots$, $\zeta'' = 0{,}1370633395 \ldots$.

Es sind zwei irrationale Zahlen, denn eine der Wurzeln der kubischen Gleichung $x^3 - 7x + 7 = 0$ lautet $x_1 = 1{,}6920214716 \ldots$, ihr Quadrat ist $x_1^2 = 2{,}862936660 \ldots$ Dann ist (gemäß § 1) gesetzt $2 - x_1 = \zeta'$ und $3 - x_1^2 = \zeta''$. Man erhält Bild 1 auf folgende Weise:

In dem Achsenkreuz, das aus einer waagerechten x-Achse und einer senkrechten y-Achse gebildet wird, kommt nur der Quadrant $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ in Betracht.

Stets ist $0 \leqq y(x) \leqq \frac{1}{2}$, im übrigen sind $y^{(\prime)}$ und $y^{(\prime\prime)}$ stetige Funktionen. Sie sind aus lauter Geradenstücken zusammengesetzt, und zwar aus lauter kongruenten „Zacken". Unter einer Zacke soll jeder Teil der Kurve von einer Nullstelle bis zur nächsten verstanden werden. Das zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Kurve liegende Stück der x-Achse heiße die „Länge" der Zacke. Alle Zackenlängen einer Funktion sind gleich, und zwar betragen die Zackenlängen, wenn man die zu $y^{(\prime)}$ und $y^{(\prime\prime)}$ gehörigen Längen mit z' bzw. z'' bezeichnet,

(12) $z' = \frac{1}{\zeta'}$, $z'' = \frac{1}{\zeta''}$ (Beweis in Abs. IX).

In der Figur ist $z' = 3{,}2469796034 \ldots$, $z'' = 7{,}2958969455 \ldots$. Wegen $\zeta' < \frac{1}{2}$, $\zeta'' < \frac{1}{2}$ ist immer $z' > 2$, $z'' > 2$. — Für $x = 0$ ist auch $y = 0$, für $x = z' = \frac{1}{\zeta'}$ bzw. für $x = z'' = \frac{1}{\zeta''}$ ist wieder $y = 0$, ebenso für alle Werte mz' bzw. mz'', wenn m die Reihe der natürlichen Zahlen durchläuft. Die zu $y^{(\prime)}$ gehörigen Werte von y sollen in bestimmten Fällen auch $y_n^{(\prime)}$, die zu $y^{(\prime\prime)}$ gehörigen $y_n^{(\prime\prime)}$ heißen. $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$ haben noch eine besondere Bedeutung. Läßt man x der Reihe nach alle *ganzen* Zahlen durchlaufen, so stellen $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$ Sonderfälle der linken Seiten der Gleichungen **(11)** dar. Unter den ganzen Zahlen, die die Variable x durchläuft, sind nun solche, die **(10)** erfüllen, andere tun dies nicht. Die ersteren sind die B_n. Dann ist auch **(6)** und somit **(2)** erfüllt. Umgekehrt: genügt ein x der Formel **(10)**, so ist es ein B_n. Nur diejenigen $y^{(\prime)}$ und $y^{(\prime\prime)}$, die **(10)** bzw. **(6)** genügen, werden durch $y_n^{(\prime)}$ bzw. $y_n^{(\prime\prime)}$ ersetzt.

Es gilt also (vgl. **(9)**):

(13) $y_n^{(\prime)} = |\zeta' x - \langle \zeta' x \rangle| < x^{-\frac{1}{2}}$,
$y_n^{(\prime\prime)} = |\zeta'' x - \langle \zeta'' x \rangle| < x^{-\frac{1}{2}}$,
$x = B_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Nach **(3)** sind aber die B_n die gleichen Nenner der gesuchten Approximationen. Die graphische Darstellung liefert *alle* Nenner für Approximationen, darunter auch die, deren zugehörige Approximationen **(2)** genügen und demzufolge natürlich auch die, für die **(2)** und **(5)** befriedigt sind, *die* B_n. Der Deutlichkeit halber seien künftig nur die Nenner derjenigen Approximationen mit B_n bezeichnet, für die **(2)** *und* **(5)** erfüllt sind; solche Nenner, deren Approximationen zwar dem Näherungsgesetz **(2)** genügen, der Bedingung **(5)** aber nicht, sollen durch B'_n gekennzeichnet sein. — In dem Beispiel liegt bei $x = 7$ z. B. ein Nenner vor, dessen zugehörige Approximation **(2)** und **(5)** erfüllt. Dieses x ist also ein B_n. (Es ist B_2, wie sich aus § 3 ergeben wird.) Die linken Seiten der beiden Gleichungen **(13)**, also $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$ ($y_n^{(\prime)}$ und $y_2^{(\prime\prime)}$), sind durch eine Senkrechte (in der Figur punktiert) vom Punkt 7 auf der x-Achse dargestellt. Die Senkrechte von 7 bis zum Schnittpunkt mit der Kurve $y^{(\prime)}$ stellt den Wert $|\zeta' B_n - A'_n|$ dar, diejenigen von 7 bis zum Schnittpunkt mit der Kurve $y^{(\prime\prime)}$ den Wert $|\zeta'' B_n - A''_n|$. Im einzelnen ist: $|\zeta'7 - 2| = 0{,}155846 < 0{,}37 \approx 7^{-\frac{1}{2}}$, $|\zeta''7 - 1| = 0{,}040559 < 0{,}37 \approx 7^{-\frac{1}{2}}$. — Man kann sich die Kurve $y^{(\prime\prime)} = x^{-\frac{1}{2}}$ in die Figur eintragen; dann kann man aus ihr sofort ablesen, ob eine Approximation die Bedingung **(6)** erfüllt oder nicht.

(VIII) Aus der Figur ersieht man nun weiter, daß eine Approximation um so besser ist, je kleiner das Maximum von $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$ ist. Es gelte:

(14) $\max(y_n^{(\prime)}, y_n^{(\prime\prime)}) = y_n$.

Die $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$ sind nun am kleinsten, je näher sie am Anfang oder am Ende einer Zacke liegen. Da aber hier nur ganzzahlige Werte von x in Betracht kommen, muß also für eine „gute" Approximation (Erfüllung von **(6)**), Zackenanfang bzw. Zackenende möglichst nahe bei einer ganzen Zahl liegen. Ganze Zahlen selbst kommen wegen der Irrationalität von ζ' und ζ'' bzw. $\frac{1}{\zeta'}$ und $\frac{1}{\zeta''}$ bzw. $\frac{m'_\nu}{\zeta'}$ und $\frac{m''_\nu}{\zeta''}$ mit ganzen positiven Zahlen m'_ν und m''_ν, $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ nicht in Frage. Sollen nun beide Approximationen **(1)** denselben Nenner $x = B_n$ haben, so muß nicht nur *ein* Zackenende nahe bei einer ganzen Zahl liegen, sondern *beide* müssen dies, und zwar beide bei *derselben* ganzen Zahl. Das heißt, die beiden Nullstellen der Funktionen $y^{(\prime)}$ und $y^{(\prime\prime)}$ dürfen im Falle einer guten Approximation nicht weit voneinander entfernt sein *und* müssen in der Nähe *ein und derselben* ganzen Zahl liegen. Es müssen also folgende Bedingungen erfüllt sein:

(15) $\left| B_n - \frac{m'_\nu}{\zeta'} \right| < \varepsilon'$, $\left| B_n - \frac{m''_\nu}{\zeta''} \right| < \varepsilon''$,

(16) $\left| \frac{m'_\nu}{\zeta'} - \frac{m''_\nu}{\zeta''} \right| < \varepsilon'''$ $n = 1, 2, 3, \ldots$
$\nu = 1, 2, 3, \ldots$.

Hierbei bedeuten m'_ν und m''_ν natürliche Zahlen und ε', ε'', ε''', alle größer als Null, hinreichend kleine Größen.

(IX) An Beweisen ist dieser geometrischen Betrachtung nur der nachzutragen, daß $z' = \frac{1}{\zeta'}$, $z'' = \frac{1}{\zeta''}$ ist, also der Beweis von **(12)**. Dies folgt aber unmittelbar daraus, daß die beiden ersten Nullstellen von $y^{(\prime)}$ bzw. $y^{(\prime\prime)}$ in **(11)** die Zahlen $x = 0$ und $x = \frac{1}{\zeta'}$ bzw. $x = \frac{1}{\zeta''}$ sind und $y^{(\prime)}$ bzw. $y^{(\prime\prime)}$ die Periode $\frac{1}{\zeta'}$ bzw. $\frac{1}{\zeta''}$ besitzen.

§ 3. *Das Verfahren*

(X) Das Verfahren wird zunächst beschrieben, dann bewiesen. Es beginnt damit, daß die erste brauchbare Approximation festgestellt wird. B_1 liegt gewöhnlich in der Nähe von $\frac{1}{\zeta'}$ oder schon $\frac{1}{\zeta'}$, mitunter auch bei $\frac{1}{\zeta'}$, $\frac{1}{\zeta''}$ oder $\frac{1}{\Delta}$ (s. XI). Finden sich bis etwa $x = \frac{1{,}5}{\zeta''}$ mehrere B_n, so werden alle festgehalten. Es wird immer angenommen, daß $\zeta' > \zeta''$, also $\frac{1}{\zeta'} < \frac{1}{\zeta''}$ ist.

Wie im Vorhergehenden angeführt, sollen die Approximationen den Bedingungen **(2)** bzw. **(6)** und **(5)** genügen.[2])

Um ganz sicher zu gehen, welches die ersten brauchbaren B_n sind, d. h. solche, für die **(2)** und **(5)** erfüllt sind, berechnet man der Reihe nach für alle ganzzahligen Werte x die $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$ entweder bis etwa $\frac{1{,}5}{\zeta''}$ oder bis man das erste B_n gefunden hat. Auf jeden Fall untersucht man die oben genannten 4 Werte, insbesondere $\frac{1}{\zeta''}$. (Mit Leichtigkeit kann man auch das Verlangte aus der graphischen Darstellung ablesen.) Man findet dann im Beispiel durch Rechnung (oder durch Ablesen aus der Zeichnung) folgende ersten brauchbaren Werte für x. Es seien die Werte von $y_n^{(\prime)}$ und $y_n^{(\prime\prime)}$, die auch die Koordinaten von B_n genannt sein mögen, beigefügt:

$B_0 = 1$,	$y_0^{(\prime)} = 0{,}3079$,	$y_0^{(\prime\prime)} = 0{,}1370$,
$B_1 = 6$,	$y_1^{(\prime)} = 0{,}1521$,	$y_1^{(\prime\prime)} = 0{,}1776$,
$B_2 = 7$,	$y_2^{(\prime)} = 0{,}1558$,	$y_2^{(\prime\prime)} = 0{,}0405$.

Man sieht, es ist $y_0^{(\prime)} = 0{,}3079$ (vgl. **(14)**), $y_1^{(\prime\prime)} = 1776$, $y_2^{(\prime)} = 0{,}1558$, also $y_0 > y_1 > y_2$, ferner ist $y_0 < \frac{1}{2}$, $y_1 < \frac{1}{\sqrt{6}}$, $y_2 < \frac{1}{\sqrt{7}}$, wie man leicht nachrechnet.

(XI) Durch $B_1 = 6$ und $B_2 = 7$ wird bestätigt, daß die gesuchten brauchbaren Approximationen da liegen, wo die beiden Zackenenden nahe beieinander und in der Nähe von ganzen Zahlen liegen, wie dies die Bedingungen **(15)** und **(16)** vorschreiben (vgl. Bild 1). In der Nähe von $x = 6$ bzw. $x = 7$ endet die Zacke von $y^{(\prime)}$ zum zweiten, die von $y^{(\prime\prime)}$ zum ersten Male. Die beiden Längen sind $2z' = \frac{2}{\zeta'} = 6{,}4939592068..$ und $z'' = \frac{1}{\zeta''} = 7{,}2958969455 \ldots$. Der nächste Schritt des Verfahrens besteht nun darin, *durch Rechnung* eine Stelle zu finden, wo die Zackenenden noch näher beieinander liegen als bei $x = 6$ und $x = 7$. Der entscheidende Unterschied zwischen den Zackenenden, da, wo die *erste brauchbare* Approximation vorliegt, heiße Δ: *Allgemein* ist für ganzzahliges m_ν' und m_ν''

(17) $\left| \frac{m_\nu'}{\zeta'} - \frac{m_\nu''}{\zeta''} \right| = \Delta_\nu$.

Im Beispiel ist $m_1' = 2$, $m_1'' = 1$, somit $\Delta = |6{,}4939592068 - 7{,}2958969455| = 0{,}8019377387$ (abgerundet). Man kann nun die kleinere der beiden Zackenlängen, also $\frac{1}{\zeta'}$, hier $\frac{1}{\zeta'} = 3{,}2469796034 \ldots$ durch Δ teilen. Dann bekommt man einen *konstanten* Wert

[2]) Die Frage, welchen kleinsten Wert c in den Ungleichheitsbeziehungen

$\left| \zeta' - \frac{A'_n}{B_n} \right| < \frac{c}{B_n \sqrt{B_n}}$, $\zeta'' - \frac{A''_n}{B_n} \Big| < \frac{c}{B_n \sqrt{B_n}}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

annehmen kann, bedarf besonderer Untersuchung. Hier ist $c = 1$ gesetzt.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(18) $$k = \frac{1}{\zeta' \Delta}.$$

Im Beispiel ist $k = \frac{1}{\zeta' \Delta} = 4{,}04891\ldots$. Multipliziert man jetzt die größere der beiden Zackenlängen mit k und berücksichtigt

(19) $$\frac{m_\nu'}{\zeta'} \pm \Delta = \frac{m_\nu''}{\zeta''},$$

was sich aus **(17)** ergibt, so erhält man

(20) $$\frac{k m_\nu'}{\zeta'} \pm k\Delta = \frac{k m_\nu''}{\zeta''}.$$

Es sei vorerst in **(20)** nur das Pluszeichen berücksichtigt. Wegen **(18)** ist aber $k\Delta = \frac{1}{\zeta'}$. Somit ist

(21) $$\frac{k m_\nu'}{\zeta'} + \frac{1}{\zeta'} = \frac{k m_\nu' + 1}{\zeta'} = \frac{m_\nu'' k}{\zeta''}.$$

Wäre k ganz, so fielen beide Zackenenden genau zusammen, und zwar auf eine ganze Zahl. k ist aber wegen der Irrationalität von ζ' und ζ'' nie ganz, auch Δ ist im allgemeinen Falle, der jetzt behandelt wird, nicht ganz. (Wegen des Sonderfalles mit ganzem Δ vgl. § 5.) Um nun zu brauchbaren Approximationen zu gelangen, werden „Abstreichungen" vorgenommen. Da im allgemeinen $m_\nu'' = 1$ ist, soll in den Formeln der Einfachheit halber m_ν'' durch 1 ersetzt werden. Die Allgemeingültigkeit der Darlegungen wird dadurch nicht beeinträchtigt. Man weiß, daß die B_n nur in der Nähe des Endes von *ganzen* Zackenlängen liegen können. Deshalb wird k durch $\langle k \rangle$ ersetzt. Da die B_n immer ganz sind, so muß noch auf die Dezimalen von $\frac{\langle k \rangle}{\zeta''}$ (vgl. **(21)**) verzichtet werden. Daher werden die folgenden Nenner in der Form geschrieben: $B_r = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$, r sei ein Index. Berücksichtigt man auch bei dem oder den ersten B_n die Abstreichung, so erhält man die Folge:

(22) $B_0 = 1$; $B_1 = \left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$; $B_2 = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$.

(B_1 liefert im Beispiel jedoch zwei Werte, 6 und 7). Ebenso hätte man $\bar{k} = \frac{1}{\zeta'' \Delta}$ bilden und dann $\frac{1}{\zeta'}$ mit $\bar{k}$ multiplizieren können. Das Ergebnis ist das gleiche. Kleine Ungenauigkeiten treten nur gelegentlich ganz im Anfang auf.

Im Beispiel ist $\left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle = \langle 7{,}29589 \rangle = 7$, $m_\nu'' = 1$, $k = 4{,}04891$, demnach $\left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle = \langle 7{,}29589 \cdot 4 \rangle$ $= \langle 29{,}18356 \rangle = 29$. Also ist $B_4 = 29$. (Weshalb hier schon der Index 4 in B_4 auftritt, wird alsbald erklärt.) Bei $x = 29$ liegen also beide Zackenenden *nahe bei einer ganzen Zahl und nahe beieinander*. Das zeigt Bild 1 deutlich. Die Rechnung ergibt folgendes Bild: es ist $4 \cdot \frac{1}{\zeta''} = 29{,}18356$, $9 \cdot \frac{1}{\zeta'} = 29{,}22273$. War $\Delta = 0{,}80193$, so ist $\left| \frac{4}{\zeta''} - \frac{9}{\zeta'} \right| = 0{,}03917$. Ferner war $|7 - 7{,}29589| = 0{,}29589$ und $\left| 7 - \frac{2}{\zeta'} \right| > \frac{1}{2}$, jetzt ist $|29{,}22273 - 29| = 0{,}22273$ und $|29{,}18356 - 29| = 0{,}18356$. Die drei ε-Werte in **(15)** und **(16)** sind also kleiner geworden. Nun muß aber untersucht werden, ob der gefundene Wert „29" auch tatsächlich den Bedingungen **(6)** und **(5)** genügt.

Dies ist der Fall, denn mit $B_3 = 29$, $y_4^{(')} = 0{,}0686$, $y_4^{('')} = 0{,}0251$, ist $0{,}0686 < \frac{1}{\sqrt{29}}$, $0{,}0251 < \frac{1}{\sqrt{29}}$; ferner $0{,}0686 < 0{,}1558$, d. h. $y_4 < y_2$. $B_4 = 29$ genügt also gewiß **(6)**, hinsichtlich **(5)** ist das Ergebnis hier nur ein vorläufiges (s. a. weiter unten). Jetzt sollen erst die Betrachtungen in anderer Richtung fortgesetzt werden.

(XII) Es sei auf den Fall hingewiesen, daß in **(20)** das Minuszeichen gilt. Prinzipiell Neues bringt der Fall nicht, weshalb man sich hier kurz fassen kann. Wenn z. B. $\frac{2}{\zeta'} > \frac{1}{\zeta''}$ ist (im Zahlenbeispiel ist es umgekehrt), so ist $\Delta = \left| \frac{2}{\zeta'} - \frac{1}{\zeta''} \right|$. Es muß dann $\bar{k} = \frac{1}{\zeta'' \Delta}$ gesetzt werden und $\frac{1}{\zeta''} + \Delta = \frac{2}{\zeta'}$ in Ansatz kommen. Multiplikation mit $\bar{k}$ ergibt dann $\frac{\bar{k}}{\zeta''} + \bar{k}\Delta = \frac{2\bar{k}}{\zeta'}$ mit $k\Delta = \frac{1}{\zeta''}$. Dann fährt man fort wie bisher. Es sei bemerkt, daß natürlich immer die kürzeste Entfernung der beiden in Frage stehenden Zackenenden bei den ersten — durch Rechnung ermittelten — B_n in Betracht kommt. So ist im Zahlenbeispiel $\Delta = \left| \frac{1}{\zeta''} - \frac{2}{\zeta'} \right|$, nicht etwa $= \left| \frac{3}{\zeta'} - \frac{1}{\zeta''} \right| (= E)$, denn es ist, wie man aus dem Bild sofort erkennt, $\Delta < E$.

(XIII) Das Verfahren wird nun so fortgesetzt: man bildet jetzt

(23) $B_s = \left\langle \frac{\langle\langle k \rangle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$, (s sei ein Index), *und* *)

(24) $B_{s+1} \left\langle \frac{\langle\langle k \rangle (k+1) \rangle}{\zeta''} \right\rangle$, ferner

(25) $B_{s+2} \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle k \rangle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$ *und*

(26) $B_{s+3} \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle k \rangle (k+1) \rangle}{\zeta''} \right\rangle$, usw.

Sind **(24)**, **(26)** usw. mit Faktoren $(k + 1)$ *noch nicht* zur Anwendung gekommen, so liefern **(23)**, ebenso **(26)** usf. mit den Faktoren k — also ohne $(k + 1)$ — je einen neuen Wert B_n. Darüber hinaus *kann* aber auch z. B. **(24)** noch ein neues B_n liefern, *muß* es aber nicht. Hat jedoch **(24)** oder **(26)** usf. einen neuen Wert B_n erzeugt, so wendet man auf ihn wieder

*) S. a. XIX.

erst **(25)** usw. an. Man bildet also in diesem Falle nach **(24)** nicht **(25)** oder **(26)**, sondern

(27) $$B_{s'} = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle (k+1) \rangle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle,$$

wodurch man einen neuen Wert B_n erhält. Dann operiert man noch mit $(k + 1)$, d. h. man konstruiert

(28) $$B_{s'+1} = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k \rangle (k+1) \rangle (k+1) \rangle}{\zeta'} \right\rangle;$$

s' sei ein Index.

Werte von B_n, die **(5)** nicht genügen, scheidet man in letzterem Falle aus. Am Schluß ordnet man die B_n so an, daß immer $y_{n+1} < y_n$ ist. Werte B'_n mit $y_{n+1} > y_n$ läßt man nicht gelten, auch dann nicht, wenn sie **(6)** genügen.

Der Deutlichkeit halber sei noch ausgeführt: Hat man mit k und $(k + 1)$ je einen Wert B_n erzielt, so findet man einen weiteren, wenn man von dem mit $(k + 1)$ gewonnenen aus das Verfahren fortsetzt; im allgemeinen liefert die Fortsetzung des mit k konstruierten Wertes keinen neuen. Doch muß man immer beide Wege einschlagen und diejenigen Ergebnisse ausschalten, die **(5)** nicht erfüllen. — Diese theoretische Beschreibung sei durch das Beispiel 1 verdeutlicht. In ihm ist $k = 4{,}04891$, $k + 1 = 5{,}04891$. Man erhält folgende Ergebnisse:

n	B_n	A'_n	A''_n	Formel	$y_n^{(')}$	$y_n^{('')}$
1	6	2	1	$\left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$	0,152130	0,177619
2	7	2	1		0,155846	0,040556
3	23	7	3	ungenau $\left\langle \langle \frac{1}{\zeta'} \rangle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$	0,083506	0,152456
4	29	9	4	$\langle\langle 4{,}05 \rangle \cdot 7{,}3 \rangle$	0,068622	0,025163
5	117	36	16	$\langle\langle\langle 4{,}05 \rangle 4{,}05 \rangle \cdot 7{,}3 \rangle$	0,033487	0,036410
6	146	45	20	$\langle\langle\langle 4{,}05 \rangle 5{,}05 \rangle \cdot 7{,}3 \rangle$	0,035134	0,011247
7	474	146	65	$\langle\langle 16 \cdot 4{,}05 \rangle \cdot 7{,}3 \rangle$	0,018177	0,031977
8	591	182	81	$\langle\langle 16 \cdot 5{,}05 \rangle \cdot 7{,}3 \rangle$	0,015310	0,004433
9	2393	737	328	$\langle\langle 81 \cdot 4{,}05 \rangle \cdot 7{,}296 \rangle$	0,007381	0,007428
10	9689	2984	1328	$\langle\langle 328 \cdot 4{,}05 \rangle \cdot 7{,}296 \rangle$	0,003961	0,006696
11	12082	3721	1656	$\langle\langle 328 \cdot 5{,}05 \rangle \cdot 7{,}296 \rangle$	0,003420	0,000732

Man überzeugt sich leicht durch Rechnung, daß alle B_n den Bedingungen **(2)** und **(5)** genügen. (Weitere Beispiele folgen.) — Im Falle des Absatz XII tritt in den Formeln $k - 1$ und k statt k und $k + 1$ auf.

(XIV) Man wird gegen die Ausführungen mit Recht einwenden, daß sie nicht allgemeingültig seien. Tatsächlich gibt es mehrere Fälle zu unterscheiden. — Es seien die Entfernungen zwischen den B_n und den beiden zugehörigen Nullstellen δ'_ν und δ''_ν genannt, und es sei gesetzt:

(29) $$\delta_\nu' = \frac{\vartheta_\nu'}{\zeta'}, \quad \delta_\nu'' = \frac{\vartheta_\nu''}{\zeta''}, \quad \nu = 1, 2, 3, \ldots.$$

Dann ist

(30) $$\Delta = \Delta_1 = |\delta_1' - \delta_1''| = \left| \frac{\vartheta_1'}{\zeta'} - \frac{\vartheta_1''}{\zeta''} \right|.$$

Die δ_n können negativ sein. Im Beispiel ist $\delta_1' = -0{,}50604$; $\delta_1'' = 0{,}29589$. Es ist weiter $\delta_1' \zeta'' = \vartheta'\,(= y_1^{(')})$, ebenso $\delta_1'' \zeta'' = \vartheta_1''\,(= y_1^{('')})$. Ferner sei in der Nähe eines jeden B_n

(31) $$\left| \frac{m_\nu'}{\zeta'} - \frac{m_\nu''}{\zeta''} \right| = \Delta_\nu \text{ gesetzt; } m_\nu', m_\nu'' \text{ ganz}, \quad \nu = 1, 2, 3, \ldots.$$

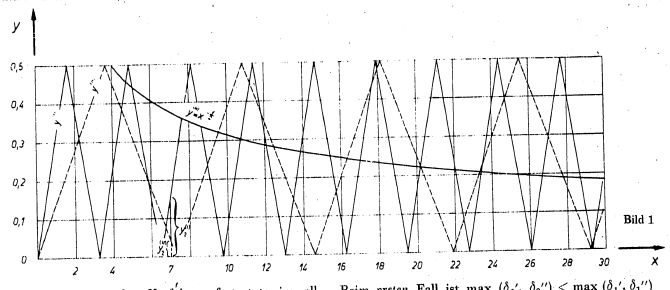


Bild 1

Beim *ersten* Fall ist $\max(\delta_2', \delta_2'') < \max(\delta_1', \delta_1'')$ oder doch wenigstens $\max(\vartheta_2', \vartheta_2'') < \max(\vartheta_1', \vartheta_1'')$ mit $\Delta_2 < \Delta_1$. Dieser Fall liegt in den Beispielen 1 und 3 (vgl. § 5) vor. Man vergleiche in Bild 1 Δ_1 bei 7 mit Δ_2 bei 29. — Beim *zweiten* Fall liegt $\Delta_2 < \Delta_1$ so, daß $\max(\delta_2', \delta_2'') > \max(\delta_1', \delta_1'')$ oder doch wenigstens $\max(\vartheta_2', \vartheta_2'') > \max(\vartheta_1', \vartheta_1'')$ ist. Vgl. in Bild 2 die Werte Δ_ν bei 10 und 27. Dann gibt es immer ein im allgemeinen durch Probieren leicht zufindendes, (wohl immer) ganzzahliges t, demzufolge zwar nicht $B_2 = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$, sondern

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(32) $B_2 = \left\langle \frac{\langle tk \rangle}{\zeta''} \right\rangle$ ist.

Beispiel 2 mit Bild 2 gehört hierher. Es ist $t = 3$. Eine ausführliche Untersuchung über alle Werte, die t annehmen kann, bildet ein Desideratum. Im Beispiel 1, wie überhaupt im Fall 1, ist $t = 1$. Der Fall 2 ist dadurch auf Fall 1 zurückgeführt. Die Formeln des Falles 1 (**(22)—(28)**) gelten nach Ersetzung von k durch tk auch hier, ebenso bleibt alles andere über den Fall 1 Gesagte gültig (vgl. auch § 4). Hierdurch werden die Ausführungen in I—XIII ergänzt, wo zunächst nur auf Fall 1 mit $t = 1$ eingegangen war.

Noch ein weiterer Fall muß berücksichtigt werden. Es kann mit $\Delta_2 > \Delta_1$ $\max(\delta_2', \delta_2'') < \max(\delta_1', \delta_1'')$ oder doch wenigstens $\max(\vartheta_2', \vartheta_2'') < \max(\vartheta_1', \vartheta_1'')$ sein. (Vgl. in Bild 1 Δ_1 bei 7 und Δ_2 bei 23, ferner in Bild 2 die Werte bei 17.)

Man kann diese Werte fortlassen, denn man bekommt schon nach Fall 1 oder 2 die gesuchte Folge von Approximationen. Eine neue Folge von B_n ergibt sich im Fall 3 nicht. Man kann aber die Fälle 1 und 2 noch durch Einschaltungen nach Fall 3 bereichern. Im Beispiel 1 gewinnt man eine solche Bereicherung durch die Bildung von

(33) $B_2 = \left\langle \left\langle \frac{1}{\zeta'} \right\rangle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle = 23,$

indem man $\frac{1}{\Delta}$ in k fortläßt. Eine andere solche Bildung ist z. B. oft $\left\langle \frac{1}{\Delta} \right\rangle$. Doch soll auf Einzelheiten hier nicht weiter eingegangen werden (vgl. auch Beispiel 2). — Nun möge Beispiel 2, das den Fall 2 belegen soll, folgen. Es sei

$\zeta' = \sqrt{0{,}1700289589075019052 2} = 0{,}4123456789\ldots,$

$\zeta'' = \sqrt{0{,}0126215515450327694 5} = 0{,}1123456788\ldots,$

$\frac{1}{\zeta'} = 2{,}42510\ldots, \frac{1}{\zeta''} = 8{,}90109\ldots, \Delta = 0{,}79931\ldots,$

$k = 3{,}0379$, $\langle k \rangle = 3$, $t = 3$. Man erhält:

n	B_n	A'_n	A''_n	Formel	y_n'	y_n''
0	1	—	—	—	0,4123	0,1123
1	2	1	1	$\left\langle \frac{1}{\zeta'} \right\rangle$	0,1753	0,2246
2	7	3	1	$\left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$	0,1135	0,2136
3	10	4	1	$\left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$	0,123456789	0,123456788
4	17	7	2	$\left\langle \frac{2}{\zeta''} \right\rangle$	0,009876	0,09013
5	63	26	7	$\left\langle \frac{7}{\zeta''} \right\rangle$	0,022222	0,077777
6	80	33	9	$\left\langle \frac{\langle 3k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$	0,012345688	0,0123456960
7	730	301	82	$\left\langle \frac{\langle\langle 3k \rangle 3k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$	0,01234559	0,01234552
8	810	334	91	$\left\langle \frac{\langle\langle 3k \rangle (3k+1) \rangle}{\zeta''} \right\rangle$	0,00000009102	0,0000001720.

Bemerkt sei, daß $\Delta_1 = |9{,}70040 - 8{,}90109| = 0{,}79931$ ist. An und für sich wäre das nächste B_n $B_2 = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta'} \right\rangle = 27$ mit $\Delta_2 = |26{,}70327 - 26{,}67610| = 0{,}02717$. Es ist $\Delta_2 < \Delta_1$, aber es ist $y_3' = 0{,}133333$, $y_3'' = 0{,}033333$, also $y_2 > y_3$ (bei „10^{14}"). Demnach ist Δ_2 schlechter gelegen als Δ_1, und auch als Δ_4 bei „17^{14}", denn $\Delta_4 = |17{,}80218 - 16{,}97570| = 0{,}82648$, also ist $\Delta_2 < \Delta_4$. Mit $t = 3$ erhält man jedoch „Hauptwerte", nämlich $B_0 = 1$, $B_2 = \left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle = 7$ und $B_3 = 10$, $B_6 = \left\langle \frac{\langle 3k \rangle}{\zeta''} \right\rangle = 80$; $B_7 = \left\langle \frac{\langle\langle 3k \rangle 3k \rangle}{\zeta''} \right\rangle = 730$, $B_8 = \left\langle \frac{\langle\langle 3k \rangle (3k+1) \rangle}{\zeta''} \right\rangle = 810$. Die übrigen B_n sind Bereicherungswerte nach Fall 3, also $B_1 = \left\langle \frac{1}{\zeta'} \right\rangle - 2$ und Vielfache von $\left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$: $B_4 = \left\langle \frac{2}{\zeta''} \right\rangle = 17$; $B_5 = \left\langle \frac{7}{\zeta''} \right\rangle = 63$. (Bild 2.)

§ 4. *Die Beweise*

(XV) Es werde jetzt zunächst angenommen, durch die Multiplikation von $\frac{1}{\zeta''}$ mit k bzw. $k+1$ gemäß den Formeln **(22)** bis **(28)** ergäbe sich eine Folge von Werten Δ_ν, die abnähme und gegen Null konvergiere, so daß gelte

(34) $\Delta_{\nu+1} < \Delta_\nu, \quad \nu = 1, 2, 3, \ldots.$

Angenommen werde ferner, daß im Fall 1 mit **(34)** auch

(35) $\delta_{\nu+1} < \delta_\nu$, wobei $\max(\delta_\varrho', \delta_\varrho'') = \delta_\varrho$, ϱ ein Index,

oder doch wenigstens

(36) $\vartheta_{\nu+1} < \vartheta_\nu$, wobei $\max(\vartheta_\varrho', \vartheta_\varrho'') = \vartheta_\varrho$ sei.

Weiterhin werde angenommen, daß im Fall 2 für ein geeignetes t durch **(32)** Konstellationen gefunden seien[3]), daß ebenfalls **(36)** mit **(34)** zusammen gelte. Diese Annahmen können gemacht werden, denn es ist

(37) $\vartheta_\nu = f(\Delta_\nu).$

Die Richtigkeit von **(37)** erkennt man übrigens sofort aus den Figuren. Wird Δ_ν kleiner, so wird auch für y_ν die Möglichkeit gegeben, kleiner zu werden, denn mit Δ_ν nimmt die Höhe des Dreiecks ab, das aus Δ_ν und zwei Stücken von Geraden gebildet wird, die an die Enden von Δ_ν angesetzt sind. Diese Dreieckshöhe y_ν^* ist aber $\min(\vartheta_\nu', \vartheta_\nu'')$. Nun kommt es noch auf die Lage der nächsten ganzen Zahl an. Es wird hier angenommen, daß das mit k bzw. $k+1$ usw. oder mit tk bzw. $tk+1$ usw. kleiner werdende Δ_ν auch näher an eine ganze Zahl heranrückt. Geht man nun zur Grenze über, so soll aus **(34)** folgen:

(38) $\lim_{\nu \to \infty} \Delta_\nu \to 0.$

Daraus folgt für die Dreieckshöhe

(39) $\lim_{\nu \to \infty} y_\nu^* \to 0.$

ist wegen

(19) $\frac{1}{\zeta''} = \frac{n_1'}{\zeta'} + \Delta.$

Es soll $n_1' = 2$ gesetzt werden, um etwas Bestimmtes vor Augen zu haben. Die Allgemeingültigkeit der Untersuchung wird dadurch nicht eingeschränkt.

Es ist wegen **(18)** $k = \frac{1}{\zeta'\Delta}$, d. h. $k\Delta\zeta' = 1$ bzw. $k\Delta = \frac{1}{\zeta'}$. Nun ergibt sich aus **(19)**

(43) $\langle k \rangle \frac{1}{\zeta''} = \langle k \rangle \left(\frac{2}{\zeta'} + \Delta \right) = \frac{2\langle k \rangle}{\zeta'} + \langle k \rangle \Delta.$

Ferner ist

(44) $k = \langle k \rangle + \varepsilon$

(ε ist eine positive oder negative Größe), und es gilt

(45) $|\varepsilon| < \frac{1}{2}.$

Es sei der Rest einer Zahl hinsichtlich ganzer Längen von $\frac{1}{\zeta'}$ mit $R(\ldots)$ bezeichnet. Dann ist

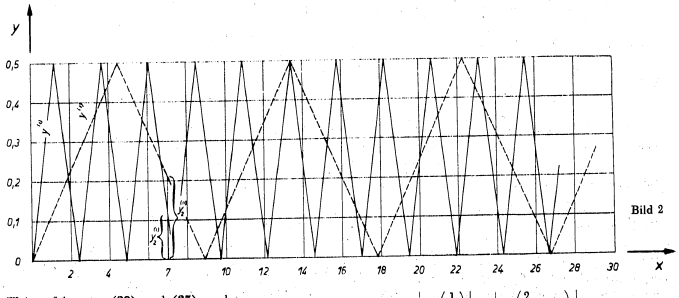


Bild 2

Weiter folgt aus **(38)** und **(35)** auch

(40) $\lim_{\nu \to \infty} \delta_\nu' \to 0, \quad \lim_{\nu \to \infty} \delta_\nu'' \to 0,$

und wegen **(37)** ferner

(41) $\lim_{\nu \to \infty} \vartheta_\nu' \to 0, \quad \lim_{\nu \to \infty} \vartheta_\nu'' \to 0.$

Das bedeutet aber wegen

$|B_n\zeta' - \langle B_n\zeta' \rangle| = \vartheta_\nu'$, $|B_n\zeta'' - \langle B_n\zeta'' \rangle| = \vartheta_\nu''$ und **(8)**

(42) $\lim_{n \to \infty} \frac{A_n'}{B_n} \to \zeta', \quad \lim_{n \to \infty} \frac{A_n''}{B_n} \to \zeta''.$

Doch müssen erst Schritt für Schritt die hier gemachten Voraussetzungen bewiesen werden.

(XVI) Es werde jetzt gezeigt, daß zunächst immer $\Delta_2 < \Delta_1$ ist. Wenn $\frac{1}{\zeta''}$ mit k multipliziert wird, erhält man aus $B_1 = \left\langle \frac{1}{\zeta''} \right\rangle$ $B_2 = \left\langle \frac{\langle k \rangle}{\zeta''} \right\rangle$ (vgl. **(22)**). Es

(46) $\left| R\left(\frac{1}{\zeta''}\right) \right| = \left| R\left(\frac{2}{\zeta'} + \Delta\right) \right| = \Delta.$

Gesucht ist $\left| R\left(\frac{\langle k \rangle}{\zeta''}\right) \right|$. Es ist

(47) $\left| R\left(\frac{\langle k \rangle}{\zeta''}\right) \right| = \left| R\left(\frac{2\langle k \rangle}{\zeta'} + \langle k \rangle \Delta\right) \right| = |R(\langle k \rangle \Delta)|,$

denn $\langle k \rangle$ ist ganz, also ist

(48) $R\left(\frac{2\langle k \rangle}{\zeta'}\right) = 0.$

Aus **(47)** folgt wegen **(44)** und **(18)**

(49) $|R(\langle k \rangle \Delta)| = |R((k - \varepsilon)\Delta)| = |R(k\Delta - \varepsilon\Delta)| = \left| R\left(\frac{1}{\zeta'} - \varepsilon\Delta\right) \right| = |R(-\varepsilon\Delta)| = |\varepsilon|\Delta.$

Es ist aber wegen **(45)**

(50) $|\varepsilon|\Delta < \frac{\Delta}{2}.$

[3]) vgl. Fußnote [2]) auf Seite 175.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Bezeichnet man noch Δ mit Δ_1, wie dies bereits oben geschehen ist, und $|\varepsilon|\,\Delta$ mit Δ_2, so ist gewiß

(51) $\Delta_2 < \Delta_1$, ja es ist $\Delta_2 < \frac{\Delta_1}{2}$.

Daher gilt **(38)**. (s. a. XXI).

(XVII) Durch die Multiplikation mit $\langle k\rangle$ wird der Rest hinsichtlich $\frac{1}{\zeta'}$ eines jeden Wertes $\frac{m_\nu''}{\zeta''}$, m_ν'' ganz, verkleinert. Es ist für hinreichend kleine Werte von R und α

(52) $$R\left(\frac{\alpha}{\zeta''}\right) = \alpha R\left(\frac{1}{\zeta''}\right),$$

z. B. $R\left(\frac{1}{\zeta''}\right) = \Delta$, $R\left(\frac{2}{\zeta''}\right) = 2\Delta$, $R\left(\frac{2}{\zeta''}\right) = 2R\left(\frac{1}{\zeta''}\right)$.

Solange $\alpha \leqq \langle k\rangle$, α ganz, ist, gilt natürlich auch

(53) $$R\left(\frac{\alpha\langle k\rangle}{\zeta''}\right) = \alpha R\left(\frac{\langle k\rangle}{\zeta''}\right).$$

Es ist nicht nur

$$\left|R\left(\frac{\langle k\rangle}{\zeta''}\right)\right| < \left|R\left(\frac{1}{\zeta''}\right)\right|,$$ wie in XVI bewiesen, sondern

nach **(52)** und **(53)** auch $\alpha R\left(\frac{\langle k\rangle}{\zeta''}\right) < \alpha R\left(\frac{1}{\zeta''}\right)$ d. h.

(54) $$\left|R\left(\frac{\alpha\langle k\rangle}{\zeta''}\right)\right| < \left|R\left(\frac{\alpha}{\zeta''}\right)\right|, \quad \alpha \leqq \langle k\rangle, \text{ ganz.}$$

α nehme in **(54)** der Reihe nach die Werte 1, 2, 3, ... $\langle k\rangle$ an. $\alpha = 1$ ist schon durch XVI erledigt. Unter all den übrigen Werten liefert aber im Gegensatz zu $\alpha = 2, 3, \ldots$ erst $\alpha = \langle k\rangle$, wie aus **(51)** bis **(54)** folgt, ein Minimum. Denn, werden alle Reste von $\frac{m_\nu''}{\zeta''}$ durch Multiplikation mit $\langle k\rangle$ verkleinert, so das Minimum, aus dem B_2 folgt, am meisten. Dieses folgt aber ursprünglich aus $\frac{k}{\zeta''}$ (vgl. XI). Deshalb ist $\alpha = k$ zu setzen. Also ist unter Berücksichtigung der notwendigen Abstreichungen im Falle eines nicht ganzen α (vgl. XI) $B_3 = \left\langle \langle k\rangle\, k\right\rangle \frac{1}{\zeta''}$.

(XVIII) So wird das Verfahren fortgesetzt. Es liefert Approximationen, die immer besser werden. *Es schreitet von einem Minimum der ϑ_ν zum nächsten.* Man sieht, wo sich ein Minimum auffinden läßt, geschieht dies durch das Verfahren. Im Zahlenbeispiel 1 ist $m_0'' = 0$, $B_0 = 1$, $m_1'' = 1$, $B_2 = 6$ und $B_3 = 7$, $m_2'' = 3$, $B_3 = 23$, $m_3'' = 4$, $B_4 = 29$, $m_4'' = 16$, $B_5 = 117$, usw. Es ist nun aber in XVII nur nachgewiesen, daß z. B. $m_\sigma'' = 2\langle k\rangle = 8$, $m_{\sigma+1}'' = 3\langle k\rangle = 12$, σ ein Index, keine Verbesserungen der Approximationen, d. h. Verkleinerung der Fehler Δ_ν bzw. δ_ν bzw. ϑ_ν bringen. Dazwischen bleiben noch die Werte 5, 6, 7, 9, 10, 11 für m_σ''. Mit einer Ausnahme (s. nächster Absatz) kommen diese Werte, die Zwischenwerte heißen sollen, bei der Bildung neuer B_n nicht zum Zuge. Man sieht leicht ein, daß die Zwischenwerte $\langle k\rangle + 1, \langle k\rangle + 2, \ldots 2\langle k\rangle + 1, 2\langle k\rangle + 2, \ldots 3\langle k\rangle + 1, 3\langle k\rangle + 2 \ldots$ gegenüber den hier behandelten Werten $2\langle k\rangle, 3\langle k\rangle \ldots$ immer größere Fehler haben als letztere. Der Übersichtlichkeit halber seien einige Fehler zusammengestellt:

Es gehört zu $m_\nu'' =$	der Fehler $F =$
1	Δ_1
2	$2\Delta_1$
...	....
$\langle k\rangle$	$\Delta_2 < \frac{\Delta_1}{2}$
$\langle k\rangle + 1$	$\Delta_2 + \Delta_1$
$\langle k\rangle + 2$	$\Delta_2 + 2\Delta_1$
.....	.....
$2\langle k\rangle$	$2\Delta_2$
$2\langle k\rangle + 1$	$2\Delta_2 + \Delta_1$
$2\langle k\rangle + 2$	$2\Delta_2 + 2\Delta_1$
.....	.....

Die Fehler der Zwischenwerte, z. B. bei $\langle k\rangle + 1$, $\langle k\rangle + 2$, usw. sind also immer größer als der Fehler bei $\langle k\rangle$. Selbst, wenn etwa $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 < 0$ ist, so tritt keine Kompensation ein, denn es ist bei $\langle k\rangle + 1$ der Fehler

(55) $F = \Delta_1 - \Delta_2 = \Delta_1 - |\varepsilon|\,\Delta_1 > \frac{\Delta_1}{2} = \Delta_2$,

da $|\varepsilon| < \frac{1}{2}$ ist.

(XIX) Nur eine Ausnahme gibt es, und das ist folgender Fall. Es *kann* bei $2\langle k\rangle + 1$ z. B. eine besonders günstige Konstellation vorliegen, es *muß* dies aber nicht immer zutreffen. Man verfolge die Tabelle weiter. Daß die Fehler bei $2\langle k\rangle$ und $2\langle k\rangle + 2$ auf alle Fälle größer sind als der bei $\langle k\rangle$, ist sofort ersichtlich. Aber bei $2\langle k\rangle + 1$ kann sein $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 < 0$. Dann ist

(56) $F = \Delta_1 - 2\Delta_2 = \Delta_1 - |\varepsilon|\,2\Delta_1 = (1 - 2|\varepsilon|)\,\Delta_1$.

Ist $|\varepsilon|$ hinreichend klein, so ist

(57) $F = (1 - 2|\varepsilon|)\,\Delta_1 < \Delta_2$.

Es entsteht kein neues B_n. Ist dagegen $|\varepsilon| < \frac{1}{2}$ hinreichend groß, so ist

(58) $F = (1 - 2|\varepsilon|)\,\Delta_1 < \Delta_2$.

Dann entsteht ein neues B_n. Es handelt sich dann, wie man leicht nachrechnet, um die Fälle, wo $\langle k + 1\rangle$ statt $\langle k\rangle$ in den Formeln auftritt (vgl. z. B. **(24)**, **(26)**).

(XX) In XV ist vorausgesetzt, daß die Folge der Δ_ν abnehme. Dies trifft zu, wie man in XVI bis XIX gesehen hat. Jedoch ist das Abnehmen der Δ_ν nicht monoton. Das liegt daran, daß $\Delta_{\nu+1}$ gegenüber Δ_ν positiv oder negativ zu nehmen ist, was wiederum davon abhängt, ob bei der Abstreichung der $\langle k\rangle$, $\langle\langle k\rangle\, k\rangle \ldots$ kleine Größen verlorengehen oder hinzutreten. Ferner spielen die besonderen Verhältnisse beim Auftreten von Faktoren $(k + 1)$ eine Rolle.

(XXI) Sieht man aber von der Erscheinung der Nichtmonotonität ab, so konvergieren die Δ_ν gegen Null. Wenn man annimmt, daß die Δ_ν gegen einen bestimmten Wert $a > 0$ konvergierten, so dürfte es keine Zahl k geben, die bewirkte, daß $a - \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 > 0$, beliebig klein — wobei a doch das Minimum der Differenz zwischen den Zackenenden bei den B_n ist — von einer festen Stelle an unterboten werden könne. Infolge der Irrationalität von ζ' und ζ'' ist diese Annahme ausgeschlossen. Es kann immer wieder günstig gelegene Δ_ν von beliebiger Kleinheit geben, die dann eine Verbesserung der Approximation bewirken. Also können die Δ_ν nur gegen Null konvergieren, d. h. es gilt **(38)** $\lim_{\nu\to\infty} \Delta_\nu \to 0$.

(XXII) Nun noch ein Wort zu $\vartheta_\nu = f(\Delta_\nu)$, $\vartheta_\nu = \max(\vartheta_\nu', \vartheta_\nu'')$. Entscheidend für die Brauchbarkeit eines B_n sind nicht die Δ_ν, sondern die ϑ_ν. Wegen **(30)** hängt aber doch ϑ_ν von Δ_ν ab. Es spielt im ganzen nicht nur Δ_ν eine Rolle, sondern auch die Lage von Δ_ν, die durch die δ_ν', δ_ν'' bestimmt wird, und dann kommt es noch auf das Maximum von $\vartheta_\nu' = \delta_\nu\zeta'$, $\vartheta_\nu'' = \delta_\nu''\zeta''$ an, vgl. (XV).

(XXIII) Es ist weiter die Annahme gemacht, daß die ϑ_ν mit den Δ_ν abnähmen. Dies *kann* sein, es *muß* aber nicht der Fall sein. Man kann ein t, wohl immer ganz, finden, so daß durch Operation mit tk statt k bzw. mit $tk + 1$ gegenüber die ϑ_ν mit den Δ_ν abnehmen. Ist es möglich, daß sich einmal kein t finden läßt, das bewirkt, daß ϑ_ν mit Δ_ν abnimmt? Diese Annahme ist nicht möglich. Es ist bewiesen, daß es immer Approximationen geben muß, die dem Näherungsgesetz genügen. Nur, wenn **(15)** und **(16)** erfüllt sind, sind diese verlangten Approximationen möglich. Anderenfalls entsteht ein Widerspruch. Das Verfahren liefert, wie man in XVI bis XIX sah, gerade alle Stellen, die **(15)** erfüllen. Unter ihnen müssen aber solche sein, die auch **(16)** und somit **(2)** genügen, sonst würde ein neuer Widerspruch entstehen. Es muß also immer ein $\Delta = \Delta_1$ und ein $t \geqq 1$ geben, wodurch mit einem k aus einem B_ν und einem B_μ die B_n gefunden werden. Alle anderen Werte sind schlechter.

(XXIV) Im Fall 1 ist vorausgesetzt, daß mit $\Delta_2 < \Delta_1$ auch $\vartheta_2 < \vartheta_1$, d. h.

(59) $$\delta_2\zeta < \delta_1\zeta$$
$$\text{sei, } \zeta = \max(\zeta', \zeta''),\ \delta_\nu = \max(\delta_\nu', \delta_\nu'')$$
$$\nu = 1, 2, 3, \ldots.$$

Im Fall 2 kam man zu derselben Sachlage; nur hatte man hier tk, $t > 1$, statt k allein benötigt. Es ist bewiesen, daß aus $\Delta_2 < \Delta_1$ auf Grund der angegebenen Methode folgt, daß allgemein die Δ_ν abnehmen und gegen Null konvergieren (vgl. XVI bis XXI). Jetzt ist noch zu zeigen, daß auch die ϑ_ν mit den Δ_ν immer weiter abnehmen. Aus **(59)** folgt, daß es schon genügt, wenn man den Nachweis für die δ_ν führt. Ist der Nachweis für die δ_ν geführt, so gilt es auch für die δ_ν' *und* δ_ν''. Man kann aber auch umgekehrt verfahren. Man braucht hier — im Gegensatz zu den Betrachtungen bei Δ_ν — nicht alle möglichen Werte für δ_ν zu untersuchen, sondern nur die, für die ein Δ_ν wegen **(15)** schon ein B_n liefern kann. Wenn $\Delta_2 < \Delta_1$ ist, so ist $|\delta_2' - \delta_2''| < |\delta_1' - \delta_1''|$ und $\delta_2 < \delta_1$. Zu einem δ_ν gibt es ein $\delta^*{}_\nu > \delta_\nu$. Wenn dann aus der Multiplikation mit k auf Grund des Verfahrens $\Delta_3 < \Delta_2 \ldots$ allgemein $\Delta_{\nu+1} < \Delta_\nu$ folgt, so folgt dasselbe auch für die δ_ν, d. h. $\delta_3 < \delta_2 \ldots \delta_{\nu+1} < \delta_\nu$ und somit auch für die ϑ_ν, d. h. $\vartheta_3 < \vartheta_2 \ldots \vartheta_{\nu+1} < \vartheta_\nu$. Alle anderen Werte, die aus $\delta_\nu{}^*$ entstehen, sind größer. Gibt es ein $^*\delta_\nu < \delta_2$ mit $\Delta_\nu > \Delta_1$, so kommen diese und die sich daraus ergebenden Werte für das Verfahren nicht in Betracht. Man kann den Beweis für

(60) $\vartheta_{\nu+1} < \vartheta_\nu$

mit $\Delta_{\nu+1} < \Delta_\nu$ genau so führen wie bei den Δ_ν (vgl. XVI bis XIX), wenn man nur annimmt, daß unter Δ_ν, jetzt δ_ν d. h. die Entfernung eines Punktes von einer ganzen Zahl verstanden werden soll. Bei Δ_ν handelt es sich auch um die Entfernung eines Punktes $\left(\frac{m_\nu''}{\zeta''}\right)$ von einem anderen $\left(\frac{m_\nu'}{\zeta'}\right)$, die aber nicht ganz war. Gleichbedeutend damit ist, daß man annehmen kann, es sei $\min(\delta_\nu', \delta_\nu'') = 0$. Diese Annahme kann schon unabhängig von der obigen Betrachtung deshalb gemacht werden, weil die beiden δ_ν voneinander unabhängig sind. Der Beweis verläuft bei den δ_ν wie bei den Δ_ν, man muß nur $R\left(\frac{1}{\zeta'}\right)$, d. h. einen Rest hinsichtlich $\frac{1}{\zeta'}$ ersetzen, durch $R(g)$, d. h. durch einen Rest einer ganzen Zahl gegenüber, was wieder dasselbe ist, wie wenn man hilfsweise $\frac{1}{\zeta'}$ ganz annimmt.

(XXV) Eine Verbesserung der Approximation tritt bekanntlich ein, wenn $\frac{m_\nu''}{\zeta''}$ mit $\langle k\rangle$ bzw. $\langle tk\rangle$, $t \geqq 1$, usw. multipliziert wird. In jedem anderen Fall ist eine Verbesserung nicht möglich, abgesehen von den Bereicherungswerten des Falles 3. Wäre für ein beliebiges anderes m_ν'' eine relativ bessere Approximation vorhanden, so würde dies im Widerspruch mit XVI bis XXI stehen. Die gefundenen Approximationen sind also die besten, die es gibt. Da es immer Approximationen gibt, die dem Näherungsgesetz genügen, so müssen dies die hier herausgestellten zu allererst. Es gilt daher:

(61) $R(B_n\zeta') < B_n^{-\frac{1}{2}}$, $R(B_n\zeta'') < B_n^{-\frac{1}{2}}$.

(XXVI) Es ist $\zeta' < \frac{1}{2}$, $\zeta'' < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{\zeta'} > 2$, $\frac{1}{\zeta''} > 2$,

$\max(\Delta) < \frac{1}{2\zeta''}$, $\min(k) > \frac{1}{\zeta'} \cdot 2\zeta' = 2$, $\min(\langle k\rangle) = 2$.

Daraus folgt z. B.

$$B_{n+1} - 1 < \frac{\langle\langle k\rangle\, k\rangle}{\zeta''} \leqq \frac{4}{\zeta''},$$

$$B_n - 1 < \frac{\langle k\rangle}{\zeta''} \leqq \frac{2}{\zeta''}.$$

Verallgemeinerung ergibt:

(62) $B_{n+1} > B_n$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ und

(63) $\lim_{n\to\infty} B_n \to \infty$.

(XXVII) Da die Fehler dem Näherungsgesetz genügen, d. h. $\left|\zeta' - \frac{A_n'}{B_n}\right| < B_n^{-\frac{1}{2}}$, $\left|\zeta'' - \frac{A''{}_n}{B_n}\right| < B_n^{-\frac{1}{2}}$ und $\lim B_n \to \infty$ gilt, so ist auch hierdurch die Gültigkeit von $\frac{A_n'}{B_n} \to \zeta'$, $\frac{A_n''}{B_n} \to \zeta''$ mit $n \to \infty$ bewiesen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(XXVIII) Die Fehlerspannen

$$\max\left(\left|\zeta' - \frac{A'_n}{B_n}\right|, \left|\zeta'' - \frac{A''_n}{B_n}\right|\right)$$

nehmen monoton ab (vgl. **(5)**). Denn man multipliziert $\frac{1}{\zeta''}$ mit $\langle tk\rangle$ bzw. $\langle tk+1\rangle$, $t \geqq 1$, und erhält einen oder zwei neue Werte B_{n+1} bzw. B_{n+2}. Ob es zwei sind, stellt man durch *Aussondern* fest. Ist es nur einer, so führt man mit der Multiplikation fort, sind es zwei, so tut man das gleiche, sondert aber jetzt wieder aus. Es kann vorkommen, besonders nach Verwendung des Faktors $(k+1)$, daß nach dem Verfahren gefundene folgende Werte $\vartheta_{\nu+\mu}$, μ eine ganze Zahl, schlechter sind, als ein vorhergehender. Man sucht ja die Minima der ϑ_ν auf, und die nehmen nicht monoton ab. Solche Werte sondert man aus, gleichgültig, ob sie dem Näherungsgesetz genügen oder nicht. Dadurch entstehen Lücken. Diese haben jedoch nichts zu bedeuten. Das Verfahren muß durch solche Lücken solange fortgesetzt werden, bis wieder neue, bessere Werte gefunden werden. Dadurch erreicht man die Monotonität der Fehlerabnahme. (Würde man auf diese Monotonität verzichten und nur fordern, daß das Näherungsgesetz gelten solle, dann bekäme man eine größere Anzahl B_n, die aber dann nur schlechthin abnehmen; Lücken verschwinden dann.)

(XXIX) Für jedes n sind die B_n, A_n', A_n'' teilerfremd. Enthielten etwa A_n', A_n'', B_n den gemeinsamen Faktor $\beta \geqq 2$, ganz, so hätte bereits $\frac{B_n}{\beta}$, also mindestens $\frac{B_n}{2}$ eine Verbesserung der Approximationen bedeutet. Dies steht aber im Widerspruch zu XXII.

§ 5. *Die Folgerungen*

(XXX) Die hergeleitete Methode zur Berechnung der gesuchten Approximationen löst ihre Aufgabe, indem sie sich über die Struktur der B_n Rechenschaft ablegt. Nur angedeutet seien hier drei Fragen, die sich an die Approximationsaufgabe anschließen. Das ist einmal die Frage, welchen kleinsten Wert die Konstante $c < 1$ im Näherungsgesetz haben kann. Die hier gefundenen Approximationen sind die besten, die möglich sind. Sie genügen deshalb dem Näherungsgesetz, wenn man in ihm der Konstante c ihren — noch nicht ermittelten — Minimalwert erteilt. Genügen nicht alle gegebenen Werte dem Näherungsgesetz mit dem Minimum von c, so doch eine Teilfolge, die man durch Aussonderung finden sollte. — Die andere Frage ist die der Gleichverteilung. Sie findet durch diese Faktorenmethode eine strukturelle Aufklärung[4]).

Die dritte Frage betrifft die bereits erwähnte Diskussion der Werte von t.

(XXXI) Abschließend sei auf das von *Lettenmeyer* in der Deutschen Mathematik, Jahrgang 3, Heft 1, S. 104—108 betrachtete Beispiel verwiesen. Hier ist $\zeta' = 0{,}324717$, $\zeta'' = 0{,}245122$ .... Man findet, daß $\Delta = 1$ ist, also $k = \frac{1}{\zeta'\Delta} = \frac{1}{\zeta'} = 3{,}08$ (angenähert).

Es ist $B_0 = 1$, $B_1 = \left\langle \frac{1}{\zeta'} \right\rangle = 3$. Es folgen mit $\langle k\rangle = 3$ zunächst der Bereicherungswert $B_2 = \left\langle \frac{\langle k\rangle}{\zeta''} \right\rangle = 9$, dann die „normalen" Werte $B_3 = \left\langle \frac{\langle k\rangle}{\zeta''} \right\rangle = 12$,

$$B_4 = \left\langle \frac{\langle\langle k\rangle\, k\rangle}{\zeta''} \right\rangle = \langle\langle 3{\cdot}3{,}08\rangle\ 4{,}08\rangle = \langle 9{\cdot}4{,}08\rangle$$

$= \langle 36{,}72\rangle = 37$. Ebenso gewinnt man mit Faktoren k $B_5 = 114$ und unter Verwendung von $k+1$ $B_6 = 151$.

$$(B_5 = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k\rangle\, k\rangle\, k\rangle}{\zeta''} \right\rangle = \left\langle \frac{\langle 9\cdot 3{,}08\rangle}{\zeta''} \right\rangle = \langle 28\cdot 4{,}08\rangle$$

$$= \langle 114{,}24\rangle = 114;\ B_6 = \left\langle \frac{\langle\langle\langle k\rangle\, k\rangle\, (k+1)\rangle}{\zeta''} \right\rangle$$

$$= \left\langle \frac{\langle 9\cdot 4{,}08\rangle}{\zeta''} \right\rangle = \langle 37\cdot 4{,}08\rangle = \langle 150{,}967\rangle = 151.$$

Bei größeren Zahlen B_n muß man natürlich k, $k+1$ und $\frac{1}{\zeta''}$ mit entsprechend mehr Dezimalen ansetzen; man sieht aber, daß man hier sogar schon mit den sehr rohen Werten von 3,08 bzw. 4,08 für k bzw. $\frac{1}{\zeta''}$ auskommt.)

Es sei dem Leser überlassen, das Beispiel bis zu B_{31} durchzurechnen. Man sieht, daß das Verfahren dieselben „ausgezeichneten Punkte" B_n liefert, die *Lettenmeyer* geometrisch findet.

Literaturverzeichnis

[1] *Lettenmeyer, F.*, Eine Methode für die gleichzeitige Approximation zweier oder mehrerer reeller Zahlen. Deutsche Mathematik, Jahrgang 3, Heft 1.

[2] Den wohl neuesten Stand des Fragenkreises findet man bei *Perron, O.*, Irrationalzahlen. 2. Aufl. Berlin 1939, Seite 132/135.

[3] loc. cit. 2, Seite 128—131.

[4] *Lettenmeyer, F.*, Eine geometrische Entwicklung der Lehre von den regelmäßigen Kettenbrüchen. Deutsche Mathematik, Jahrgang 3, Heft 1.

[5] loc. cit. 2, Seite 135.

[6] vgl. hierzu *Perron, O.*, Grundlagen für eine Theorie des Jacobischen Kettenbruchalgorithmus. Math. Annalen 64 (1907).

[4]) Vgl. auch die Arbeit des Verfassers über den eindimensionalen Fall: „Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage", wo zur Frage der Gesetzlichkeit des Irrationalen allgemein Stellung genommen ist. (Wiss. Zschr. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau 1 H. 2S. 85 ... 91).

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 13
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 531.49(084.2)
Eingang: 15. 10. 1955

Nomogramme zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers*)

Von A. Stammberger, Assistent am Institut für Mathematik und Mechanik

Herr Prof. Dr. Karl Bögel hat in Heft 2 dieser Zeitschrift ein Verfahren zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers angegeben. Es wird gezeigt, daß (bis auf elementarste Rechnungen) die Bestimmung dieser Koeffizienten mit nomographischen Methoden durchgeführt werden kann. An Hand eines durchgerechneten Beispiels für eine v (t)-Reihe wird die Anwendung der Nomogramme erläutert.

Das Rechenblatt 1 liefert die Größe $D \gtrless 0$ [siehe Formel (2)[1])] aus den Werten Q_1, Q_2 [siehe (5a), 5b)] und der Zeitdifferenz τ aus den Gleichungen

(1) $$\cos 2\sqrt{D}\cdot\tau = \frac{Q_1+Q_2}{2} < 1$$

bzw. $$\cosh\,(2\cdot\sqrt{-D}\cdot\tau) = \frac{Q_1+Q_2}{2} > 1,^2)$$

die sich in folgender Form schreiben lassen:

(2) $$2\sqrt{D}\cdot\tau = \arccos\frac{Q_1+Q_2}{2}$$

bzw. $$2\sqrt{-D}\cdot\tau = \operatorname{ar\,cosh}\frac{Q_1+Q_2}{2}.$$

Beide Gleichungen lassen sich in einem Leiternomogramm mit drei parallelen Trägern für τ, D und $\frac{Q_1+Q_2}{2}$ darstellen (Nomogramm 1). Das Vorzeichen von D richtet sich nach der gegebenen Eingangsgröße $\frac{Q_1+Q_2}{2}$. Es ist positiv für Werte < 1 und negativ für Werte > 1. Zusammengehörende Werte $\frac{Q_1+Q_2}{2}$, τ, D liegen, wie das auch bei allen folgenden Nomogrammen der Fall ist, auf einer Geraden. Da für die weiteren Rechnungen $\sqrt{\pm D}$ in den meisten Fällen als Eingangsgröße gebraucht wird, ist an die D-Skala noch eine solche für $\sqrt{D}$ angelehnt.

Mit Hilfe der Nomogramme 2a und 2b läßt sich aus den Gleichungen

(3) $$\sin 2\tau\sqrt{D}\cdot\tan\,(C - \sqrt{D}\cdot t_3) = \frac{Q_2-Q_1}{2}$$

und

$$\sinh\,(2\tau\sqrt{-D})\cdot\coth\,(C + \sqrt{-D}\cdot t_3) = \frac{Q_2-Q_1}{2}$$

die Konstante $C = \operatorname{arc\,tan}\dfrac{\mu\cdot v_0 + \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{D}}$

bzw. $\operatorname{ar\,coth}\dfrac{\mu\cdot v_0 + \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{-D}}$ für $D \gtrless 0$

bestimmen.

Beide Nomogramme sind als N-Typ entworfen. Als Eingangsgrößen sind $\frac{Q_2-Q_1}{2}$ und $2\tau\sqrt{\pm D}$ zu bilden.

Die Ergebnisskala liefert den Wert $C^* = C \mp \sqrt{\pm D}\, t_3$. Daraus folgt dann[3])

(4) $$C = C^* \pm \sqrt{\pm D}\cdot t_3.$$

Die Nomogramme 3, 3a und 3b gestatten die Bestimmung des Koeffizienten μ. Er ist durch folgende Gleichung gegeben (siehe auch Formeln (15a) und (15b)):

(5) $$\mu^* = \mu\cdot\Delta v = \sqrt{D}\,(\tan a_1 - \tan a_v)$$

bzw. $$\mu\cdot\Delta v = \sqrt{-D}\,(\coth a_1 - \coth a_v),$$

in der für $\Delta v = v(t_1 - 2\tau) - v(t_1 + 2\tau)$

$$= v(t_1) - v(t_v)$$

$$a_v = C \mp \sqrt{\pm D}\cdot t_v \text{ zu setzen ist.}$$

Blatt 3 dient der Bestimmung der Hilfsgrößen a_v. Diese läßt sich auch in der Form

(6) $$\sqrt{\pm D} = \frac{\mp a \pm C}{t} \quad \text{schreiben.}$$

Dies ist aber eine nomographische Grundform [1]

$$f_1(\alpha) = \frac{f_2(\beta) + f_3(\gamma)}{g_3(\gamma)}$$

mit zwei parallelen Trägern $f_1(\alpha) = \sqrt{\pm D}$ und $f_2(\beta) = \mp a$.

Der krummlinige dritte Träger spaltet in unserem Falle in ein C, t-Netz oder, wenn D und C als parallele Träger gewählt werden, in ein a, t-Netz auf.

Die Gleichungen für die Träger sind, wenn die Grundform zur Verbesserung der Darstellung noch einer projektiven Abbildung unterworfen wird, bei der die Invarianz des Trägers f_1 und die Invarianz der Parallelität der beiden Träger f_1 und f_2 gefordert wird:

*) Die Arbeitsblätter für diese Abhandlung befinden sich am Schluß des Heftes vor den DK-Kurzreferaten und können im Bedarfsfalle herausgetrennt werden.

[1]) Die Hinweise im Text beziehen sich auf die angezogene Arbeit.

[2]) Für die trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen werden die nach den neuen DIN-Vorschriften eingeführten Symbole verwendet.

[3]) Zur Berechnung von C kann auch das Blatt 3 benutzt werden. Es ist hierbei $C = a$ und $C^* = C$ zu setzen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(7) $$\begin{vmatrix} \xi_1 & \eta_1 & 1 \\ \xi_2 & \eta_2 & 1 \\ \xi_3 & \eta_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

oder

(8) $$\xi_1 = 0, \qquad \eta_1 = a_{22} \cdot \sqrt{\pm D}$$
$$\xi_2 = a_{11} \qquad \eta_2 = a_{22} \cdot 1 \cdot (\mp a)$$
$$\xi_3 = \frac{a_{11}}{1 - l \cdot t} \qquad \eta_3 = \frac{a_{22} \cdot l \cdot (\mp c)}{1 - l \cdot t}$$

Das Nomogramm ist sehr einfach zu zeichnen. Die Skalen für $\sqrt{D}$ und a sind linear. Das C, t-Netz wird aus Geraden gebildet, wie man leicht sieht. Die Kurven für t sind Geraden, die parallel zu den beiden anderen Trägern verlaufen. Eliminieren wir t, so erhalten wir als Gleichung des dritten Trägers $\eta_3 = \mp \frac{a_{12}}{a_{11}} \cdot l \cdot C \cdot \xi_3$.

Das ist aber eine Geradenschar durch den Nullpunkt.

Aus den Blättern 3a und 3b ist nach Ermittlung der a_v der Koeffizient μ zu bestimmen. Die Formeln **(5)** für $\mu^* = \mu \cdot \Delta v$ lassen sich in folgender nomographischer Grundform schreiben

(9) $$f_1(\alpha) = \frac{f_2(\beta) + f_3(\gamma)}{g_2(\beta) + g_3(\gamma)},$$

die sich im allgemeinen in einer Geraden und in zwei krummlinigen Trägern darbietet. Da jedoch wieder vier Veränderliche abgebildet werden müssen, wird sich ein Träger in ein Netz aufspalten. Wir schreiben **(5)** also in der Form

(10) $$\sqrt{D} = \frac{\mu^* + 0}{\tan a_1 - \tan a_2}$$

bzw. $$\sqrt{-D} = \frac{\mu^* + 0}{\coth a_1 - \coth a_2}$$

und unterwerfen die Grundform einer projektiven Verzerrung von der Form

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{21} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Die Koordinaten der endgültigen Darstellung lauten dann für $D > 0$:

$$\xi_1 = 0, \quad \eta_1 = a_{22}\sqrt{D}$$

(11) $$\xi_2 = \frac{a_{11}}{\tan a_1 + 1}, \quad \eta_2 = \frac{a_{22}\mu^*}{\tan a_1 + 1}$$

$$\xi_3 = \frac{a_{11}}{\tan a_2 + 1}, \quad \eta_3 = 0$$

und entsprechend für $D < 0$. Es ergeben sich zwei aufeinander senkrecht stehende gerade Träger für $\sqrt{\pm D}$ und a_2 und ein Geradennetz für μ^*, a_1.

Die Geradenschar für a_1 verläuft parallel zum D-Träger, für μ^* bildet sie ein Strahlenbüschel mit dem Nullpunkt als Zentrum.

Blatt 4 dient zur Bestimmung des Koeffizienten λ aus der Gleichung

(12) $$\dot{x} = v = \frac{\sqrt{D} \cdot \tan a - \lambda/2}{\mu} \text{ bzw.}$$
$$v = \frac{\sqrt{-D} \cdot \coth a - \lambda/2}{\mu}.$$

Die Gleichungen **(12)** entsprechen dem bei **(6)** behandelten Normaltyp, wenn das im Zähler stehende Produkt für sich berechnet wird. Wir erhalten dann ein Nomogramm mit zwei parallelen Trägern für v und $\sqrt{D} \cdot \tan a$ und ein μ, λ-Netz.

Das Produkt $\sqrt{D} \cdot \tan a$ bzw. $\sqrt{-D} \coth a$ läßt sich in einem **N-Nomogramm** darstellen, dessen Ergebnisskala so gelegt ist, daß sie für das Hauptnomogramm verwendet werden kann. Das Netz wird wieder durch parallele Geraden und ein Strahlenbüschel gebildet. Die Grundform ist einer Verzerrung

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

unterworfen worden. Damit lauten die Gleichungen für die Koordinaten der Träger:

(13) $$\xi_1 = 0, \qquad \eta_1 = a_{22} \cdot v,$$
$$\xi_2 = a_{11}, \qquad \eta_2 = a_{22} \cdot l \cdot \sqrt{D} \tan a + a_{21}$$
$$\xi_3 = \frac{a_{11}}{1 - l \cdot \mu}, \quad \eta_3 = \frac{a_{22} \, l \cdot \frac{\lambda}{2} + a_{21}}{1 - l \cdot \mu}.$$

Das Blatt 5 liefert den letzten der gesuchten Koeffizienten $\varkappa$ aus der Gleichung

(14) $$D = \mu \cdot \varkappa - \frac{\lambda^2}{4}.$$

(14) läßt sich ebenfalls in der Form **(6)** schreiben, also

(15) $$\mu = \frac{\frac{\lambda^2}{4} + D}{\varkappa}.$$

Die projektive Umformung

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

gibt die Koordinaten der Träger:

(16) $$\xi_1 = 0, \qquad \eta_1 = a_{22} \cdot \mu,$$
$$\xi_2 = a_{11}, \qquad \eta_2 = a_{22} \cdot l \cdot \frac{\lambda^2}{4} + a_{21},$$
$$\xi_3 = \frac{a_{11}}{1 - l \cdot \varkappa}, \quad \eta_3 = \frac{-a_{22} \, l \cdot D + a_{21}}{1 - l \cdot \varkappa}.$$

Mit Hilfe der Nomogramme 6, 6a und 6b lassen sich die zurückgelegten Wege ablesen, nachdem man die C, D, μ, λ und z bestimmt hat. Die Gleichung für die Entfernung lautet

(17) $$x = \frac{-\frac{\lambda}{2} t + \ln T}{\mu},$$

wobei

$$T = \frac{\cos(C - \sqrt{D} \cdot t)}{\cos C} \text{ bzw. } T = \frac{\sinh(C + \sqrt{-D} \cdot t)}{\sinh C}$$

gesetzt ist. Die Gleichung **(17)** läßt sich wiederum durch zwei parallele Skalenträger (x und $\lambda \cdot t$) und ein μ,T-Netz darstellen.

Die Gleichung für die Hilfsgröße T läßt sich auf folgende Form bringen:

(18) $$\tan C = \frac{T - \cos\sqrt{D} \cdot t}{\sin\sqrt{D} \cdot t}.$$

Sie ist damit auf dieselbe Normalform zurückgeführt. Wir erhalten zwei parallele Träger für C und T und einen krummlinigen Träger für $\sqrt{D} \cdot t$. Nach Ausführung einer Transformation von der Art

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

erhalten wir als Trägerkoordinaten:

(19) $$\xi_1 = 0, \qquad \eta_1 = a_{22} \cdot \tan C,$$
$$\xi_2 = \frac{a_{11}}{a_{33}}, \qquad \eta_1 = \frac{a_{22}}{a_{33}} l \, T,$$
$$\xi_3 = \frac{a_{11}}{a_{33} - l \cdot a_{33} \sin\sqrt{D} \cdot t},$$
$$\eta_3 = \frac{-a_{22} \, l \cdot \cos\sqrt{D} \cdot t}{a_{33} - l \cdot a_{33} \sin\sqrt{D} \cdot t}.$$

Der entsprechende Ausdruck für $D < 0$ läßt sich in einer analogen Form

(20) $$\coth C = \frac{T - \cosh\sqrt{-D} \, t}{\sinh\sqrt{-D} \cdot t}$$

schreiben

und sich damit in derselben Art darstellen.

An einem durchgerechneten Beispiel soll die Anwendung und der Gebrauch der Tafeln erläutert werden. Es sei folgende v(t)-Reihe gegeben:

Tabelle I

x m	0	100	200	300	400
v m/s	755	706	660	616	574
t s	0	0,14	0,28	0,44	0,61

Wir interpolieren (graphisch) auf zeitlich äquidistante v-Werte

t_v	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v_v	755	718	684	653	626	600,

bestimmen die Konstanten

$$Q_1 = \frac{v_2 - v_3}{v_1 - v_2} = \frac{684 - 653}{718 - 684} = \frac{31}{34} = 0{,}912,$$

$$Q_2 = \frac{v_3 - v_4}{v_4 - v_5} = \frac{653 - 626}{626 - 600} = \frac{27}{26} = 1{,}038$$

und bilden $\frac{Q_1 + Q_1}{2} = 0{,}975 < 1$

und $\frac{Q_2 - Q_1}{2} = 0{,}126.$

Es liegt also der Diskriminantenfall $D > 0$ vor.

Den Wert von D lesen wir aus dem Blatt 1 ab. Wir legen dazu durch den Punkt 0,975 der $\frac{Q_1 + Q_2}{2}$-Skala und den Punkt 0,1 der τ-Skala eine Ablesegerade und erhalten im Schnittpunkt mit der D-Skala den gesuchten Wert $D = 1{,}23$ bzw. $\sqrt{D} = 1{,}11$. Setzen wir zur Kontrolle den gefundenen Wert $D = 1{,}11$ in **(1)** ein, so erhalten wir in guter Übereinstimmung

$\frac{Q_1 + Q_2}{2} = \cos 2 \cdot 1{,}11 \cdot 0{,}1 = \cos 0{,}222 = 0{,}9754.$

Zur Berechnung von C bilden wir zunächst das Produkt $2 \cdot \tau \cdot \sqrt{D} = 0{,}222$. Da $D > 0$, müssen wir mit dem Nomogramm 2a rechnen. Wir verbinden die Punkte $2\tau\sqrt{D} = 0{,}222$ und $\frac{Q_2 - Q_1}{2} = 0{,}063$ und lesen $C^* = 0{,}283$ ab. Die Rechnung nach Formel **(3)** ergibt

$\frac{Q_2 - Q_1}{2} = \sin 0{,}222 \cdot \tan 0{,}283 = 0{,}0638.$ Um C zu gewinnen, bilden wir $t_3 \cdot \sqrt{D} = 0{,}3 \cdot 1{,}11$, addieren diesen Wert zu $C^* = 0{,}283$ und erhalten damit $C = 0{,}616$.

Zur Bestimmung von μ bilden wir eine Geschwindigkeitsdifferenz, z. B. $\Delta v = v_1 - v_5 = 718 - 600 = 118$ m/s.

Die zugehörigen Zeiten sind $t_1 = 0{,}1$ s und $t_5 = 0{,}5$ s.

Aus dem Blatt 3 gewinnen wir zunächst die Hilfsgrößen a_1 und a_5, zu diesem Zweck verbinden wir den Punkt $\sqrt{D} = 1{,}11$ mit dem Punkt des Netzes, der aus den Werten $t_1 = 0{,}1$ und $C = 0{,}616$ gebildet wird, und lesen auf der a-Skala den Wert $a_1 = 0{,}50$ ab. Entsprechend finden wir den Wert $a_5 = 0{,}06$. Die Rechnung ergibt $a_1 = 0{,}501$ bzw. $a_5 = 0{,}061$. Im Nomogramm 3a verbinden wir $\sqrt{D}$ mit $a_5 = 0{,}06$ auf der a_v-Skala durch eine Gerade. Diese bestimmt im Netz im Schnittpunkt mit der Netz-Geraden $a_1 = 0{,}5$ den Wert $\mu^* = \mu \cdot \Delta v = 0{,}540$ und damit $\mu = \frac{0{,}54}{118} = 0{,}0046$. Die Rechnung ergibt nach Formel **(5)** $\mu^* = 1{,}11 (\tan 0{,}505 - \tan 0{,}061) = 0{,}546$. Für μ erhält man daraus 0,00463.

Den Koeffizienten λ bestimmen wir aus Blatt N 4. Einen Wert a_v (z. B. $a_5 = 0{,}06$) der a-Skala verbinden wir mit dem Wert $\sqrt{+D} = 1{,}11$ und markieren den Schnittpunkt mit der $\sqrt{D} \cdot \tan a$-Skala. Diesen verbindet man mit dem zugeordneten $v_5 = 600$.

(Der v-Bereich des Nomogrammes reicht jedoch nicht aus. Wir können ihn aber beliebig erweitern, indem wir die v-Skala mit einem Proportionalitätsfaktor n und die μ-Skala mit $\frac{1}{n}$ multiplizieren. Für unser Beispiel wählen wir $n = 10$. Aus Gleichung **(10)** ist zu ersehen, daß diese Operation erlaubt ist.)

Im Netz liest man im Schnittpunkt mit der Geraden $\mu = 0{,}0046$ den Koeffizienten $\lambda = -5{,}5$ ab. Zur Kontrolle berechnen wir λ aus Gleichung **(12)**.

Wir erhalten

$$\lambda = 2 (1{,}11 \cdot \tan 0{,}06 - 0{,}0046 \cdot 600) = -5{,}4.$$

Der Koeffizient $\varkappa$ wird schließlich aus den nunmehr bekannten Größen D, λ, μ aus dem Nomogramm 5 bestimmt. Wir verbinden $\lambda = -5{,}5$ und $\mu = 0{,}0046$ und erhalten im Schnittpunkt der Ablesegeraden mit dem Wert $D = 1{,}23$ den Koeffizienten $\varkappa = 1850$.

Die Rechnung ergibt nach **(14)** $\varkappa = 1852$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Damit sind alle Koeffizienten der vorgelegten Differentialgleichung $\ddot{x} + \lambda\dot{x} + \mu\dot{x}^2 + \varkappa = 0$ bestimmt. Die Nomogramme 6, 6a und 6b zur Bestimmung der Entfernung sind als Übersichtsblätter zu werten. Sie gestatten, mühelos den Einfluß einer Änderung der Koeffizienten auf die Entfernung abzulesen.

Es ist gezeigt worden, daß die nomographische Bestimmung der Koeffizienten der vorgelegten Differentialgleichung durchgeführt werden kann. An einem Beispiel wurde die Anwendung der Nomogramme erläutert. Die erzielte Genauigkeit reicht mindestens aus, um sich einen ersten Überblick zu verschaffen. Es liegen bisher keine Anhaltspunkte über die Bereiche der Koeffizienten vor. Diese werden sich für bestimmte Versuchsgruppen erheblich einengen lassen. Damit wird auch die erzielte Ablesegenauigkeit gesteigert.

Literatur

[1] *Schwerdt, H.*, Lehrbuch der Nomographie auf abbildungsgeometrischer Grundlage; Springer, Berlin 1924.

Hochschule für Elektrotechnik Inst. f. Math. u. Mech.	Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers Auswerteblatt	Zu N 1 — 6

Versuchsreihe

x											
t											
t_r											

zeitlich äquidistante t_r-Reihe $\tau = t_r - t_{r-1} =$

t_r											
v_r											
Δv											

$Q_1 = \frac{v_3 - v_1}{v_1 - v_2} =$ ——— = $\frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{\quad}{2} =$ $\lesseqgtr 1$?

$Q_2 = \frac{v_3 - v_4}{v_4 - v_5} =$ ——— = $\frac{Q_2 - Q_1}{2} = \frac{\quad}{2} =$ $D \gtrless 0$

D aus N 1 : $\frac{Q_1 + Q_2}{2}$ ⟷ t ⟷ $\sqrt{\pm D} =$ $\pm D =$

C aus N 2 a, b: $2\tau \cdot \sqrt{\pm D} =$ | $t_3 =$ | $t_3 \cdot \sqrt{\pm D} =$

2 a für $D > 0$: $\frac{Q_2 - Q_1}{2}$ ⟷ $2\tau \sqrt{\pm D}$ ⟶ $\pm t_3 \cdot \sqrt{\pm D} =$ $C^* =$

2 b für $D < 0$: $C =$

a aus N 3: $\Delta v = v_1 - v_r =$ | $t_1 =$ | $t_r =$

$\sqrt{\pm D}$ ⟷ t_1 ; C ⟶ $a_1 =$ | $\sqrt{\pm D}$ ⟷ t_r, C ⟶ $a_r =$

μ aus N 3: a für $D > 0$, b für $D < 0$ | $\sqrt{\pm D}$ ⟷ a_r ⟶ a_1, $\mu^* =$ | $\mu = \frac{\mu^*}{\Delta v} =$

λ aus N 4: $\sqrt{\pm D}$ ⟷ $a_3 =$ | $\sqrt{D} \cdot \tan a$ ⟷ v_3 ⟶ μ | $\lambda =$

$\varkappa$ aus N 5: μ ⟷ λ ⟶ D | $\varkappa =$

$$v = \frac{-\frac{\lambda}{2} + \sqrt{D}\tan a}{\mu} \quad \text{bzw.} \quad \frac{-\frac{\lambda}{2} + \sqrt{-D}\coth a}{\mu}$$

$$x = \frac{-\frac{\lambda}{2}t + \ln T}{\mu} \quad ; \quad T = \frac{\cos(C - \sqrt{D}\,t)}{\cos a} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sinh(C + \sqrt{-D}\,t)}{\sinh C}$$

t											
a											
v											
$\sqrt{D} \cdot t$											
T											
$\lambda \cdot t$											
x											

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 14
Institut für Werkstoffkunde und zerstörungsfreie Werkstoffprüfung. Direktor: Prof. Dr.-Ing. Eugen Hanke
Als Manuskript gedruckt! DK 539.17.002.3
Eingang: 25. 11. 1955

Werkstoffe im Atommeiler

Zusammengestellt nach Veröffentlichungen in in- und ausländischer Fachliteratur

Von Prof. Dr.-Ing. Eugen Hanke

1. Physikalische Grundlagen

1.1 Massendefekt und Atomenergie

Beim Aufbau eines Atomkernes aus Protonen und Neutronen wird Energie frei. Überprüft man die Massen der Kernbauteile, so stellt man fest, daß für alle bekannten Atome die Masse der Kerne kleiner ist als die Summe der Massen der Elementarteilchen. Der Massenverlust — Massendefekt genannt —, multipliziert mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit — ist nach der berühmten Einsteinschen Relation (1905) $E = m \cdot c^2$ das Äquivalent für die freiwerdende Energie. Hiermit ist gezeigt, daß Masse eine Energieform darstellt; 1 g Masse — unabhängig von der Art der Materie — ist der Energie von rund 25 GWh (= 25 Millionen kWh) äquivalent. Wenn sich Masse in Energie umwandelt, sprechen wir von „Atomenergie"[1], [2.]

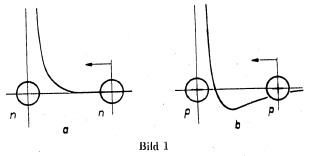


Bild 1
Kraft zwischen zwei Elementarteilchen in Abhängigkeit ihres gegenseitigen Abstandes
a Neutron-Neutron b Proton-Proton

Zwischen den Elementarteilchen eines Kernes, sowohl zwischen Proton und Neutron, als auch zwischen zwei Protonen und zwischen zwei Neutronen, wirken sehr starke Anziehungskräfte, die „Kernkräfte" [18]. Obwohl das exakte Kraftgesetz noch unbekannt ist, weiß man doch, daß Kernkräfte weder elektrischer Natur sind, noch Gravitationskräfte darstellen. Sie haben kurze Reichweite ($= 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ cm). Im Abstand von wenigen Kerndurchmessern vom Kraftzentrum sind sie kaum wirksam. Erst bei geringer werdendem Abstand steigt die Anziehung sehr stark an. Bild 1 a veranschaulicht die Anziehungskraft zwischen zwei Neutronen. Zwischen zwei Protonen wird der Kernkraft die von der elektrischen Ladung der Protonen herrührende und weiterreichende Coulomb-Abstoßung überlagert (Bild 1 b).

Durch das Zusammenwirken von Kernkräften und dem Coulombkraftfeld wird die Bindung im Kern bewirkt. Weiterhin kann dadurch gezeigt werden, auf welche Art bei Kernreaktionen Energie gewonnen wird. Jedes Elementarteilchen leistet einen Beitrag zur Bindungsenergie des Kernes. Dieser Beitrag beträgt zwischen zwei benachbarten Kernelementen 2,2 MeV. Ist ein Teilchen von wenig Nachbarn umgeben, wie dies bei leichten Atomen der Fall ist, so ist die Bindungsenergie und daher beim Aufbau dieser leichten Kerne auch der Energiegewinn gering (Bild 2). Nimmt durch weitere Anlagerung von Kernbauteilen die Zahl der Nachbarn um ein Nukleon zu, wird der Energiegewinn immer größer. Der Kern wird schließlich sehr stabil, was bei mittelschweren Kernen der Fall ist. Bei weiterem Einbau von Nukleonen nehmen die Kernkräfte zwar weiterhin linear zu, doch steigt der Einfluß der Abstoßungskraft mehr und mehr, da das Coulombfeld mit dem Quadrat der Kernladung wesentlich rascher ansteigt. Von einer bestimmten Größe des Kernes an wird deshalb der Massendefekt immer kleiner. Bei sehr schweren Kernen ist schließlich durch weiteren Aufbau keine Energie mehr zu gewinnen. Die Stabilität des Kernes nimmt mehr und mehr ab, er wird instabil, also radioaktiv. Energiegewinn ist jetzt nur durch Kernspaltung möglich. Bild 2 zeigt die beiden Arten der Gewinnung von Atomenergie. Links ist der freiwerdende Energiebetrag beim Aufbau eines schwereren Kernes aus leichten Bestandteilen dargestellt, einem Prozeß, der bei der Explosion der Wasserstoffbombe ausgenutzt wurde und dessen Steuerung für friedliche Zwecke noch nicht gelöst ist. Diese thermonukleare Reaktion

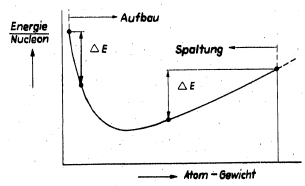


Bild 2
Mittlere Bindungsenergie E der Kerne (pro Nucleon) als Funktion des Atomgewichtes A

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

tritt durch Erhitzen von Isotopen des Wasserstoffs auf viele Millionen Grad ein. Bei diesem Vorgang erfolgt dann das „Zusammenschmelzen" ihrer Kerne zu Heliumkernen. Bei der Entstehung jedes Heliumatoms werden 20 MeV frei. Einem kg erzeugten Heliums entspricht ein Betrag von $1{,}5 \cdot 10^8$ kWh. Die hohe Temperatur kann bisher nur im Explosionsraum einer Atombombe erzeugt werden, weswegen dieselbe auch zur Zündung der Wasserstoffbombe benutzt wird. Rechts ist die zweite Möglichkeit gezeigt, aus der Spaltung eines Kernes Atomenergie zu gewinnen.

Die Spaltung eines schweren Kernes — z. B. des Uranisotopes 235 — erfolgt nach dem Eindringen eines Neutrons in den Kern. Dieser platzt in zwei Teile auseinander (Bild 3), die zu Atomen im mittleren

Bild 3

Schematische Darstellung des Spaltvorganges zur Ableitung des dynamischen Verhaltens des Reaktors

Bereich des periodischen Systems werden. Die Bruchstückkerne emittieren β-Strahlen, wodurch Neutronen in Protonen verwandelt werden und sich schließlich ein Verhältnis Neutronen zu Protonen einstellt, das einem stabilen Kern entspricht. Hieraus geht hervor, daß mit der Spaltung eine vielfältige künstliche Radioaktivität verbunden ist. Diese stabilen Kerne weisen — entsprechend Bild 2 — einen viel größeren Massendefekt auf als das Uran. Durch den Spaltvorgang wird daher ein großer Betrag an kinetischer Energie frei. Durch Abbremsung im umgebenden Medium entsteht Wärme, und zwar je kg gespaltenen Urans 20 Mrd. kcal $\approx$ 20 GWh. Neben diesen beiden Spaltatomen entstehen einige freie Neutronen, die zum Teil den Spaltvorgang als Kettenreaktion fortsetzen.

1.2 Uranspaltung und Kettenreaktion

Entsprechend den großen Energietönungen dieser Prozesse ist die Geschwindigkeit der freiwerdenden Neutronen sehr groß. Sie liegt in der Größenordnung von 1 MeV [3]. Man nennt diese Neutronen deshalb auch „schnelle" Neutronen. Da sie ungeladen sind, reagieren sie nicht mit der Atomhülle, sondern dringen leicht bis zum Kern vor. Von diesem werden sie entweder gestreut oder eingefangen.

Durch die Streuung wird die Geschwindigkeit der Neutronen fortlaufend vermindert, bis sie schließlich auf die thermische Geschwindigkeit der Moleküle herabsinkt. Diese langsamen Neutronen nennt man daher auch „thermische" Neutronen.

Wird das Neutron eingefangen, so wird es an den Kern gebunden. Der Ausgleich freiwerdender Energie erfolgt durch Emission von Teilchen (z. B. Elektronen) oder auch nur durch Abgabe von Gammastrahlung. Erfolgt der Einfang durch einen instabilen schwersten Kern, so tritt der Spaltvorgang ein. Es kann nicht angegeben werden, welcher dieser Vorgänge im Einzelfall eintritt. Für jeden Ablauf kann nur statistisch eine gewisse Wahrscheinlichkeit benannt werden. Diese wird zahlenmäßig durch die Wirkungsquerschnitte (Streuquerschnitt und Einfangquerschnitt) definiert.

Das wichtigste Spaltmaterial für die Gewinnung von Atomenergie ist Uran. Natürliches Uran besteht aus zwei Isotopen, U 238 und U 235. Die spaltbare Substanz ist das Isotop U 235. Es ist im natürlichen Uran nur in sehr geringer Menge vorhanden. Nur 0,7% der Gesamtmenge sind spaltbares U 235, während 99,3 % aus U 238 bestehen. Jede Spaltung eines U 235-Kernes liefert im Mittel 2,5 neue schnelle Neutronen. Davon muß mindestens eines einen U 235-Kern treffen, damit der Spaltungsprozeß als Kettenreaktion fortlaufen kann (Bild 3). Die Fortsetzung dieses Prozesses ist gefährdet durch das in großen Mengen anwesende U 238. Dieses besitzt einen großen Absorptionsquerschnitt für schnelle Neutronen. Außerdem hat es für Neutronen von 11 eV Energie eine „Resonanzstelle" sehr hoher Absorption (Bild 4). Beim Einfang schneller Neutronen durch U 238 verwandelt sich dieses mit einer Verzögerung von rund 2,5 Tagen in Plutonium Pu 239 nach folgender Reaktion:

$$\mathrm{U\,238} + \mathrm{n} \rightarrow \mathrm{U\,239} \xrightarrow[23\ \mathrm{min}]{\beta} \mathrm{Np\,239} \xrightarrow[2{,}3\ \mathrm{Tage}]{\beta} \mathrm{Pu\,239}$$

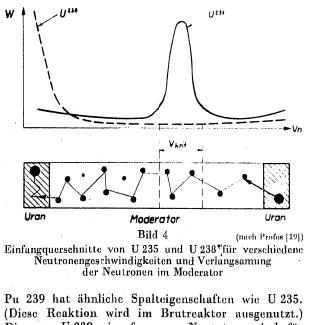


Bild 4 (nach Profos [39])

Einfangquerschnitte von U 235 und U 238*für verschiedene Neutronengeschwindigkeiten und Verlangsamung der Neutronen im Moderator

Pu 239 hat ähnliche Spalteigenschaften wie U 235. (Diese Reaktion wird im Brutreaktor ausgenutzt.) Die von U 238 eingefangenen Neutronen sind für den Spaltvorgang verloren. Wird diese Absorption nicht durch geeignete Maßnahmen vermindert, so kommt es zur Abbrechung der Reaktionskette und somit zur Beendigung des Spaltvorganges. Nach Bild 4 besitzt U 235 aber einen hohen Absorptionsquerschnitt für thermische Neutronen. Die Einfangwahrscheinlichkeit für diese Neutronen ist sehr viel größer als für schnelle, da die Zeitdauer der Begegnung größer ist. Um die Kettenreaktion in natürlichem Uran aufrecht zu erhalten, muß man

daher die schnellen Neutronen kurz nach ihrer Entstehung abbremsen. Dies geschieht durch Einleiten derselben in ein Bremsmedium, den sogenannten „Moderator". Die Moderatorsubstanz darf nur streuen, aber keine Neutronen in störendem Maße einfangen. Hierzu ist es erforderlich, die gesamte Uranmenge aufzuteilen und z. B. in Form von Stäben bekannter Dicke in bestimmten Abständen im Moderator zu verteilen. Auch bei günstigster Konstruktion treten Neutronenverluste durch Absorption im U 238 und durch Austritt aus der Reaktoroberfläche aus. Dieser Neutronenverlust durch die Oberfläche kann dadurch relativ verkleinert werden, daß man die Reaktorenabmessungen vergrößert, da die Oberfläche langsamer als das Volumen zunimmt. Unter einer kritischen Größe kann ein Reaktor wegen der Neutronenverluste nicht arbeiten. Um auch ausgetretene Neutronen trotzdem zum Teil noch für den Umwandlungsprozeß zurückzugewinnen, versucht man, dieselben durch Reflektoren dem Reaktor wieder zuzuleiten, was ebenfalls durch Materialien mit geringem Absorptionsquerschnitt geschieht.

Ein „kritischer" Reaktor mit Graphit als Moderator enthält in einem dicht gepackten Würfel von etwa 6 bis 8 m Kantenlänge rund 30—40 t Uranmetall und 10 bis 20 mal soviel Graphit [3]. Das Uranmetall ist in Form von vielen hundert 6 m langen Stäben von 2 bis 3 cm ⌀ in Abständen von 20 cm im Graphit angeordnet. Die Dicke der Uranstäbe muß kleiner sein als die mittlere Weglänge der Neutronen. Der Abstand derselben muß so bemessen sein, daß die erforderliche Geschwindigkeitsverminderung in der Moderatorsubstanz mit Sicherheit stattfindet. Diese verhältnismäßig großen Mengen an natürlichem Uran sind erforderlich, damit im Atommeiler die Kettenreaktion überhaupt zustande kommt. Diese Bedingungen sind unabhängig vom Leistungspegel [4]; daher muß auch bei Versuchsreaktoren mit geringer Leistung dasselbe große Brennstoffinventar vorhanden sein. Beim britischen Atomkraftwerk Calder Hall wird z. B. der Wert der Brennstoffladung mit 5 Millionen Pfund Sterling angegeben.

Die Spaltsubstanz ist das Isotop U 235. Man versuchte deshalb, natürliches Uran mit diesem Isotop anzureichern. Eine Anreicherung auf 1,5—2 % U 235 kann das Brennstoffinventar auf die Hälfte reduzieren. Mit noch höherer Konzentration von U 235 und bei Verwendung von schwerem Wasser oder von Beryllium als Moderator lassen sich Reaktoren bauen, bei denen man mit einigen Kilogramm reinen U 235 auskommt. Solche Reaktoren können mit langsamen und schnellen Neutronen arbeiten. In letztem Falle fällt die Moderatorsubstanz weg. Man spricht von schnellen Reaktoren. Infolge der leichteren Regelbarkeit des Vorganges sind bislang thermische Reaktoren bevorzugt in Anwendung.

2. Anforderung an die Werkstoffe

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die in einem Atommeiler benutzten Werkstoffe entsprechend ihrer Zweckbestimmung — der Erstellung der erforderlichen Bauelemente — wie folgt einzuteilen sind:

1. Brennstoff, also Spaltmaterial zur Erzeugung der Atomenergie,
2. Moderatorsubstanz, die die Abbremsung der Neutronen auf thermische Geschwindigkeit gewährleistet,
3. Reflektormaterial zur Wiedergewinnung der aus dem Reaktorraum austretenden Neutronen,
4. Konstruktionsteile zum Korrosionsschutz der Brennstoffstäbe, zur Vermeidung der Verschlackung der Moderatorsubstanz und zur Aufnahme des Kühlmittels,
5. Regulierstäbe zur Steuerung des wirksamen Neutronenflusses,
6. Kühlmittel zur Ableitung der im Reaktor erzeugten Wärme,
7. Werkstoffe zum Strahlungsschutz zwecks Verhinderung des Austritts von Neutronen und radioaktiver Strahlung.

Vor Behandlung der einzelnen Werkstoffe sollen nachstehend die verschiedenen Meilerarten besprochen werden.

3. Reaktortypen

3.1 Einteilung der Meiler

Die Einteilung der Reaktoren erfolgt nach drei Gesichtspunkten [5], und zwar nach der atomphysikalischen Wirkungsweise, nach der baulichen Struktur und nach der Art der Wärmeübertragung. Atomphysikalisch werden die beiden oben besprochenen Arten, der thermische und der schnelle Reaktor,

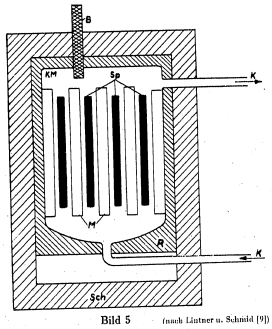


Bild 5 (nach Lintner u. Schmid [9])

Schema eines heterogenen Reaktors

Sp Spaltmaterial M Moderator K Kühlmittel R Reflektor B Bremsstab KM Konstruktionsmaterial Sch Schutzmaterial

unterschieden. Die Einteilung erfolgt hier also nach der Art der die Spaltung bewirkenden Neutronen. Nach der baulichen Struktur werden bei den thermischen Reaktoren heterogene und homogene Bauarten unterschieden. Im heterogenen Meiler sind Brennmaterial und Moderatorsubstanz voneinander räumlich getrennt (Bild 5). Die Uranstäbe sind hierbei im Graphit verteilt. Zusätzlich befinden sich zwischen

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

den Stäben und der Moderatormasse die die Stäbe umhüllenden Ringkanäle, durch die der Wärmeträger zirkuliert (Bild 6). Wird schweres Wasser als Moderator benutzt, so befindet sich dieses in einem Behälter

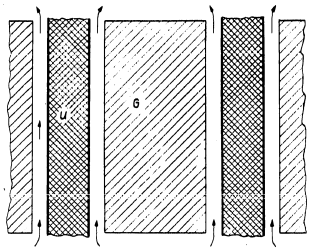


Bild 6 (nach Traupel [5])

Uranstabumhüllung
U Uranstäbe G Graphit

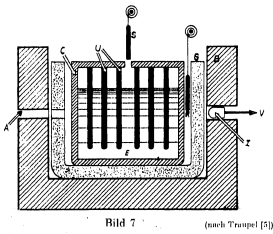


Bild 7 (nach Traupel [5])

Heterogener Reaktor mit schwerem Wasser als Moderator
A Experimentierfenster B Strahlungsschutz C Behälter
E schweres Wasser G Reflektor I Meßinstrument
R, S Regelstäbe U Uranstäbe V zum Verstärker

(Bild 7). Gleichzeitig dient das D_2O als Wärmeträger. Nachteilig macht sich im heterogenen Reaktor die „Vergiftung" der Uranstäbe bemerkbar, wie die Anreicherung an Spaltprodukten bezeichnet wird. Zur Entgiftung werden die Stäbe in bestimmten Zeitintervallen aus dem Meiler entfernt und in Säure aufgelöst. Durch weitere chemische Verfahren werden die schädlichen Beimengungen entfernt [6] und wird schließlich die Rückgewinnung des Urans in metallischer Form durchgeführt, aus dem dann wieder neue Brennstäbe hergestellt werden.

Im homogenen Reaktor (Bild 8) werden Brennstoff und Moderatorsubstanz miteinander gemischt. Angereicherte Uransalze werden hierbei in D_2O gelöst. Bei schnellen, homogenen Reaktoren löst man einige Kilogramm U 235 in Salzform in leichtem Wasser. Diese Lösungen befinden sich im Reaktor in einem Zylinder aus Berylliumoxyd, der als Reflektor das Entweichen der Neutronen verhindert. Bei der Temperatur des Wassers bis etwa 300° C müssen Hochdruckgefäße benutzt werden. Will man den Wirkungsgrad bei der Umsetzung in Wärmeenergie erhöhen, benutzt man als Lösungs- oder Suspensionsmittel Metallschmelzen, wobei Temperaturen bis 600° C möglich sind.

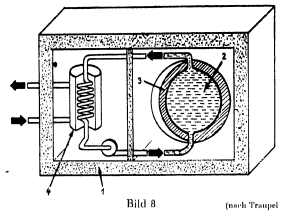


Bild 8 (nach Traupel [5])

Homogener Reaktor

1 Strahlungsschutz 2 umlaufende Flüssigkeit (Brennstoff in Lösungsmittel) 3 Reflektor 4 Wärmeaustauscher

Da hierbei der Brennstoff in flüssiger Form vorliegt, kann in einem Nebenstrom laufend eine kleine Menge entgiftet und anschließend dem Meiler wieder zugeführt werden. Die ganze Aufbereitung muß wegen der Radioaktivität der Substanzen unter hermetischem Strahlungsschutz ferngesteuert erfolgen. Die „Entschlackung" ist daher beim homogenen Reaktor weniger umständlich als beim heterogenen.

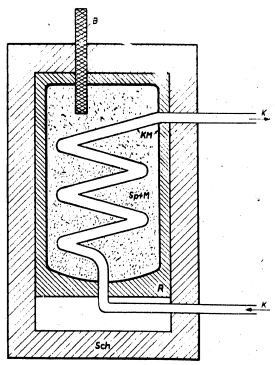


Bild 8a (nach Läntner u. Schmid [9])

Schema eines homogenen Reaktors

Sp Spaltmaterial M Moderator K Kühlmittel R Reflektor KM Konstruktionsmaterial B Bremsstab Sch Schutzmaterial

Schwieriger ist auch beim heterogenen Meiler die Wärmeübertragung. Der Uranstab ist von einer Umhüllung umgeben (Bild 6), die einmal das Brennmaterial vor Korrosion schützen, zum anderen Mal die Vergiftung des Moderators durch die Spaltprodukte verhindern soll. Die Uranstäbe befinden sich lose in den Hüllen. Das Problem dieser Art von Wärmeübertragung bereitet Schwierigkeiten und scheint noch wenig erforscht zu sein. Im Uranstab selbst treten hohe Wärmespannungen auf, die durch die Temperaturdifferenz bedingt sind. Die gesamte Wärme wird durch die Staboberfläche abgeleitet, wodurch dort ein steiler Temperaturgradient entsteht.

Dagegen entsteht im homogenen Reaktor die Wärme gleichmäßig in der ganzen flüssigen Reaktormasse. Zum Wärmeaustausch läßt man entweder den ganzen Reaktorinhalt dauernd zirkulieren (Bild 8), oder man leitet das Kühlmittel durch eine Rohrschlange im Reaktor (Bild 8a).

3.2 Der Brutvorgang

Obwohl im langsamen, mit natürlichem Uran arbeitenden Reaktor die Neutronengeschwindigkeit abgebremst wird, werden doch noch pro Spaltvorgang 0,8 Neutronen von U 238 eingefangen. Es findet hierbei die bereits erwähnte Umwandlung des U 238 in Pu 239 statt. Durch diesen „Brutvorgang" werden etwa 2,5 % des natürlichen Urans umgesetzt und nicht nur die 0,7%. Der natürliche Kernbrennstoff U 235 wird in der Kettenreaktion verbraucht, daneben wird neuer künstlicher Kernbrennstoff aus dem U 238 erzeugt. Dieser Vorgang hat große technische Bedeutung, denn es wird ein neuer Spaltstoff erzeugt, der sich chemisch leicht vom Uran trennen läßt. Noch mehr Bedeutung käme ihm zu, wenn es gelänge, die von den 2,5 Neutronen pro Spaltvorgang noch nicht verbrauchten Neutronen ebenfalls für die Umsetzung zu gewinnen. Dies gelingt in einem schnellen Reaktor besonderer Bauart, im Brutreaktor (Bild 9). In einem kugeligen Gefäß von etwa 30 cm Ø, durch das flüssiges Natrium zirkuliert, sind einige kg fast reinen U 235 eingebracht. Die entstehende Wärme wird mit einer Endtemperatur von 350° C durch das Natrium abgeführt. Außen ist dieser Behälter von einer Hülle aus U 238 umgeben, das in das spaltbare Plutonium umgewandelt wird. Der Brutfaktor ist größer als 1, d. h. daß in der Hülle mehr Pu-Atome erzeugt, als Atome im U 235 verbraucht werden.

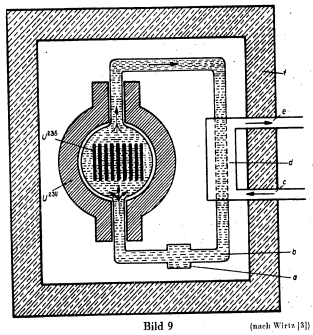


Bild 9 (nach Wirtz [3])

Schema eines schnellen Brutreaktors

a Umlaufpumpe b flüssiges Kühlmetall c Wasser d Wärmeaustauscher e Wasserdampf f Betonmantel

Anstelle der Hülle aus U 238 kann auch eine solche aus natürlichem Thorium benutzt werden, das durch Neutronenanlagerung in ebenfalls spaltbares U 233 verwandelt wird. Die dabei stattfindende Reaktion folgt nachstehender Umsetzung:

$$\mathrm{Th\,232} + \mathrm{n} \rightarrow \mathrm{Th\,233} \xrightarrow[23\,\mathrm{min}]{\beta} \mathrm{Pa\,233} \xrightarrow[27{,}4\,\mathrm{Tg.}]{\beta^-} \mathrm{U\,233}$$

Diese Brutprozesse sind von hoher volkswirtschaftlicher Bedeutung, da durch sie praktisch alle Uran- und Thoriumvorkommen der Erde in Energie übergeführt werden können.

4. Die Werkstoffe im Meiler

Wie schon erwähnt, sollen die Reaktorwerkstoffe ihrem Zweck entsprechend geordnet werden. Manche Stoffe haben dabei auch eine doppelte Aufgabe zu erfüllen. Ein flüssiger Bremsstoff kann gleichzeitig als Kühlmittel dienen.

4.1 Die Spaltstoffe

4.11 Natürliches Uran

Als technisch auswertbare Spaltstoffe kommen nach unserem bisherigen Wissen Uran, und zwar U 235 und U 233, und Plutonium in Frage. Uran 235 ist im natürlichen Uran enthalten (0,7 %), Uran 233 entsteht aus Thorium durch Kernumwandlung nach Neutronenaufnahme. Durch den gleichen Vorgang entsteht Pu 239 aus Uran 238. Die natürlichen Ausgangsstoffe sind also Uran und Thorium. Aus den Erzen werden durch geeignete Aufschlußverfahren Uranhalogenide oder -oxyde hergestellt, aus denen durch Umsetzen mit Na oder Ca oder durch Reduktion mit Mg oder Al Uranpulver gewonnen wird.

Uran wurde 1780 von *Klaproth* entdeckt [7]. Es ist das schwerste aller in der Natur vorkommenden Elemente. Daß noch vor wenigen Jahren bei den angewandten Gewinnungsverfahren nie reines, oxydfreies Material entstand, ist daraus zu ersehen, daß etwa bis 1940 der Schmelzpunkt um 500° C höher angegeben wurde. Bis zu dieser Zeit war auch Uran nicht sehr gefragt. Damals konnte noch ein Produzent auf die Frage nach der schwierigsten Phase der Uranproduktion die Antwort geben: „Das ist der Verkauf" [8]. Die Gewinnung des Urans erfolgt aus Erzen, von denen das bekannteste die Pechblende ist, die im wesentlichen das Metalloxyd U_3O_8 enthält. Ebenso wird Carnotit und Monazit benutzt.

Auch in anderen Mineralien, z. B. Phosphaten, findet sich das Uran oft in niedrigen Konzentrationen von einigen Promille oder weniger. Da diese Mineralien bereits zu anderer Verwertung chemischen Behandlungen unterworfen werden, ist die dabei noch durch-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

den Stäben und der Moderatormasse die die Stäbe umhüllenden Ringkanäle, durch die der Wärmeträger zirkuliert (Bild 6). Wird schweres Wasser als Moderator benutzt, so befindet sich dieses in einem Behälter

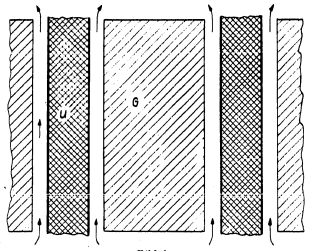


Bild 6 (nach Traupel [5])

Uranstabumhüllung
U Uranstäbe G Graphit

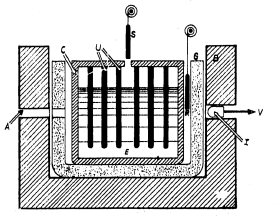


Bild 7 (nach Traupel [5])

Heterogener Reaktor mit schwerem Wasser als Moderator
A Experimentierfenster B Strahlungsschutz C Behälter
E schweres Wasser G Reflektor I Meßinstrument
R, S Regelstäbe U Uranstäbe V zum Verstärker

(Bild 7). Gleichzeitig dient das D_2O als Wärmeträger. Nachteilig macht sich im heterogenen Reaktor die „Vergiftung" der Uranstäbe bemerkbar, wie die Anreicherung an Spaltprodukten bezeichnet wird. Zur Entgiftung werden die Stäbe in bestimmten Zeitintervallen aus dem Meiler entfernt und in Säure aufgelöst. Durch weitere chemische Verfahren werden die schädlichen Beimengungen entfernt [6] und wird schließlich die Rückgewinnung des Urans in metallischer Form durchgeführt, aus dem dann wieder neue Brennstäbe hergestellt werden.

Im homogenen Reaktor (Bild 8) werden Brennstoff und Moderatorsubstanz miteinander gemischt. Angereicherte Uransalze werden hierbei in D_2O gelöst. Bei schnellen, homogenen Reaktoren löst man einige Kilogramm U 235 in Salzform in leichtem Wasser. Diese Lösungen befinden sich im Reaktor in einem Zylinder aus Berylliumoxyd, der als Reflektor das Entweichen der Neutronen verhindert. Bei der Temperatur des Wassers bis etwa 300° C müssen Hochdruckgefäße benutzt werden. Will man den Wirkungsgrad bei der Umsetzung in Wärmeenergie erhöhen, benutzt man als Lösungs- oder Suspensionsmittel Metallschmelzen, wobei Temperaturen bis 600° C möglich sind.

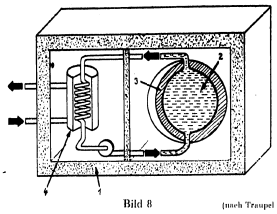


Bild 8 (nach Traupel [5])

Homogener Reaktor

1 Strahlungsschutz 2 umlaufende Flüssigkeit (Brennstoff in Lösungsmittel) 3 Reflektor 4 Wärmeaustauscher

Da hierbei der Brennstoff in flüssiger Form vorliegt, kann in einem Nebenstrom laufend eine kleine Menge entgiftet und anschließend dem Meiler wieder zugeführt werden. Die ganze Aufbereitung muß wegen der Radioaktivität der Substanzen unter hermetischem Strahlungsschutz ferngesteuert erfolgen. Die „Entschlackung" ist daher beim homogenen Reaktor weniger umständlich als beim heterogenen.

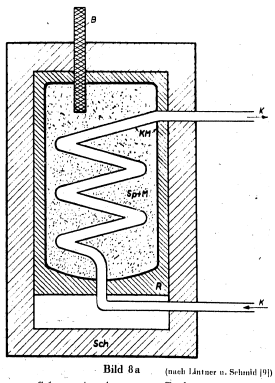


Bild 8a (nach Läntner u. Schmid [9])

Schema eines homogenen Reaktors

Sp Spaltmaterial M Moderator K Kühlmittel R Reflektor KM Konstruktionsmaterial B Bremsstab Sch Schutzmaterial

Schwieriger ist auch beim heterogenen Meiler die Wärmeübertragung. Der Uranstab ist von einer Umhüllung umgeben (Bild 6), die einmal das Brennmaterial vor Korrosion schützen, zum anderen Mal die Vergiftung des Moderators durch die Spaltprodukte verhindern soll. Die Uranstäbe befinden sich lose in den Hüllen. Das Problem dieser Art von Wärmeübertragung bereitet Schwierigkeiten und scheint noch wenig erforscht zu sein. Im Uranstab selbst treten hohe Wärmespannungen auf, die durch die Temperaturdifferenz bedingt sind. Die gesamte Wärme wird durch die Staboberfläche abgeleitet, wodurch dort ein steiler Temperaturgradient entsteht.

Dagegen entsteht im homogenen Reaktor die Wärme gleichmäßig in der ganzen flüssigen Reaktormasse. Zum Wärmeaustausch läßt man entweder den ganzen Reaktorinhalt dauernd zirkulieren (Bild 8), oder man leitet das Kühlmittel durch eine Rohrschlange im Reaktor (Bild 8a).

3.2 Der Brutvorgang

Obwohl im langsamen, mit natürlichem Uran arbeitenden Reaktor die Neutronengeschwindigkeit abgebremst wird, werden doch noch pro Spaltvorgang 0,8 Neutronen von U 238 eingefangen. Es findet hierbei die bereits erwähnte Umwandlung des U 238 in Pu 239 statt. Durch diesen „Brutvorgang" werden etwa 2,5 % des natürlichen Urans umgesetzt und nicht nur die 0,7%. Der natürliche Kernbrennstoff U 235 wird in der Kettenreaktion verbraucht, daneben wird neuer künstlicher Kernbrennstoff aus dem U 238 erzeugt. Dieser Vorgang hat große technische Bedeutung, denn es wird ein neuer Spaltstoff erzeugt, der sich chemisch leicht vom Uran trennen läßt. Noch mehr Bedeutung käme ihm zu, wenn es gelänge, die von den 2,5 Neutronen pro Spaltvorgang noch nicht

zu gewinnen. Dies gelingt in einem schnellen Reaktor besonderer Bauart, im Brutreaktor (Bild 9). In einem kugeligen Gefäß von etwa 30 cm ∅, durch das flüssiges Natrium zirkuliert, sind einige kg fast reinen U 235 eingebracht. Die entstehende Wärme wird mit einer Endtemperatur von 350° C durch das Natrium abgeführt. Außen ist dieser Behälter von einer Hülle aus U 238 umgeben, das in das spaltbare Plutonium umgewandelt wird. Der Brutfaktor ist größer als 1, d. h. daß in der Hülle mehr Pu-Atome erzeugt, als Atome im U 235 verbraucht werden.

Anstelle der Hülle aus U 238 kann auch eine solche aus natürlichem Thorium benutzt werden, das durch Neutronenanlagerung in ebenfalls spaltbares U 233 verwandelt wird. Die dabei stattfindende Reaktion folgt nachstehender Umsetzung:

$$\mathrm{Th\,232} + \mathrm{n} \rightarrow \mathrm{Th\,233} \xrightarrow[23\ \mathrm{min}]{\beta} \mathrm{Pa\,233} \xrightarrow[27{,}4\ \mathrm{Tg.}]{\beta-} \mathrm{U\,233}$$

Diese Brutprozesse sind von hoher volkswirtschaftlicher Bedeutung, da durch sie praktisch alle Uran- und Thoriumvorkommen der Erde in Energie übergeführt werden können.

4. Die Werkstoffe im Meiler

Wie schon erwähnt, sollen die Reaktorwerkstoffe ihrem Zweck entsprechend geordnet werden. Manche Stoffe haben dabei auch eine doppelte Aufgabe zu erfüllen. Ein flüssiger Bremsstoff kann gleichzeitig als Kühlmittel dienen.

4.1 Die Spaltstoffe

4.11 Natürliches Uran

Als technisch auswertbare Spaltstoffe kommen nach unserem bisherigen Wissen Uran, und zwar U 235 und U 233, und Plutonium in Frage. Uran 235 ist im

Uran 233 entandlung nach ichen Vorgang ürlichen Aus- ium. Aus den chlußverfahren lt, aus denen durch Reduk- onnen wird. kt [7]. Es ist orkommenden ahren bei den reines, oxyd- ersehen, daß 500° C höher ar auch Uran noch ein Proärigsten Phase : „Das ist der ms erfolgt aus ie Pechblende U_3O_8 enthält. enutzt. phaten, findet trationen von ese Mineralien chen Behandei noch durch-

Berichtigungen

Stammberger: Nomogramme — Seite 187

Auswerteblatt N 1—6: $Q_1 = \frac{v_2 - v_3}{v_1 - v_3}$

Arbeitsblatt N 3a: a_2 erhält die gleiche Bezifferung wie a_1.

Arbeitsblatt N 6a: Statt $\sqrt{D \cdot t}$ muß es heißen $\sqrt{D \cdot t}$

Hanke: Werkstoffe im Atommeiler — Seite 204:
Anstelle von „A" und „s" im Kopf der Tabelle V ist „σ_A" u. „σ_s" zu lesen.

DK-Kurzreferate: Poßner, Lothar — Einflußgrößen — In der letzten Zeile muß es anstelle von „statischen" heißen: „statistischen"

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

zuführende Urangewinnung sehr rationell. So wird Südafrika in kurzer Zeit zu einem großen Uranlieferanten werden, da dort das Uran aus Golderzrückständen gewonnen wird [8].

Die Erze werden zur Entfernung von Schwefel und Arsen geröstet. Das Röstgut wird mit $Na_2CO_3 + NaNO_3$ geglüht und ergibt Natrium-Uranat, aus dem das Uranylsulfat heiß mit $H_2SO_4 + HNO_3$ herausgelöst wird. Das daraus ausgefällte Carbonat löst sich mit Soda zum Natrium-Uranyl-Carbonat, aus dessen Lösung durch Neutralisation Natrium-Diuranat oder beim Kochen mit NH_4Cl Ammon-Uranat ausfällt. In einem anderen Verfahren wird das Erz mit HNO_3 behandelt und das gewonnene Uranylnitrat in das Oxyd UO_3 übergeführt. Durch Umsetzen der Uranhalogenide UCl_4 und UF_4 mit Na oder Ca ($UF_4 + 2\,Ca = U + 2\,CaF_2$) [9], durch Reduktion der Oxyde UO_2 oder U_3O_8 mit Al, Ca oder Mg, (z. B. $U_3O_8 + 8\,Mg = 3\,U + 8\,MgO$) oder durch Elektrolyse bei 500 bis 900° C von KUF_5 und UF_5 in Gegenwart einer Schmelze aus (Erd-)Alkalichloriden wird metallisches Uran gewonnen. Das Metall fällt meist als mausgraues Pulver aus, das 99% U enthält und mitunter pyrophores Verhalten zeigt. Uranpulver wird auch aus Uranhydrid UH_3 gewonnen, das sich durch Glühen im Vakuum bei 450—480° C zersetzt; Uran wurde früher in Form des Oxydes UO_2 zur Herstellung von Halbleitern benutzt. Weiterhin fanden Uranverbindungen Anwendung zur Gelbfärbung von Glas und Email, als Verstärker in der Phototechnik, als Katalysator bei der Ammoniaksynthese und als lichtempfindliche Beize in der Woll- und Seidenfärberei. U_3O_8 dient als Schwarzfarbe in der Keramik. Diese Anwendungsmöglichkeiten treten heute neben dem Einsatz des Urans zur Gewinnung von Atomenergie weit in den Hintergrund.

Die Formgebung erfolgt durch Gießen oder durch Sintern bei 1050° C.

Da Uran bei hohen Temperaturen sehr leicht oxydiert, müssen bei den Formgebungsverfahren Vorkehrungen getroffen werden, diese Oxydation zu vermeiden. Die Behandlung muß daher im Vakuum oder unter Schutzgas erfolgen. Als Tiegelmaterial werden Beryliumoxyd, Zirkonoxyd oder Thoroxyd in der Literatur angegeben. Reines Uran hat silberweißes Aussehen. Es oxydiert an Luft sehr leicht. Es entsteht zunächst ein gelber Überzug, der sich in wenigen Tagen zu einem schwarzen Oxydfilm ausbildet, der das weitere Fortschreiten der Oxydation unterbindet.

Der Schmelzpunkt wird von *Schulenburg* [7] mit 1090 ± 2° C, von *Katz* und *Rabinowitsch* [10] mit 1133° C angegeben.

Uran tritt in Abhängigkeit von der Temperatur in drei Modifikationen auf: unter 660° C die ortho-rhombische Kristallart des α-Urans mit den Gitterkonstanten a = 2,8482 ÅE, b = 5,8565 ÅE und c = 4,9476 ÅE, zwischen 660° und 770° C die tetragonale β-Modifikation mit a = 10,52 ÅE und c = 5,57 ÅE. Bei 770° C findet die Gitterumwandlung zur kubisch raumzentrierten γ-Form mit a = 3,43 ÅE statt. α-Uran und γ-Uran sind duktil und lassen sich deshalb gut plastisch verformen. Uran kann daher unter 660° C bis zur Zimmertemperatur kalt verformt werden und läßt sich weiterhin oberhalb 770° C gut warm verformen, wobei selbstverständlich auch hier der erforderliche Schutz vor Korrosion gegeben werden muß. Das spezifische Gewicht beträgt von α-Uran bei 20° C 19,1 g/cm³, von γ-Uran 18,7 g/cm³. Interessant ist das thermische Ausdehnungsverhalten des Urans. Es ist abhängig von der Kristallorientierung. Der thermische Ausdehnungskoeffizient von α-Uran zwischen 25 und 650° C beträgt parallel zur Richtung [100] $36{,}7 \cdot 10^{-6}$/° C, parallel zu [010] $-9{,}3 \cdot 10^{-6}$/° C und parallel zu [001] $34{,}2 \cdot 10^{-6}$/° C. Dieser Unterschied in der Ausdehnungszahl kann bei entsprechender Orientierung zu starken Verformungen des Urans bei Erwärmung führen. Erhebliche Verlängerungen wurden festgestellt. Sicherlich liegt auch eine elastische Anisotropie des Urans vor, doch sind hierüber noch nicht ausreichende Veröffentlichungen vorhanden. So gibt W. *Schulenburg* [7] den Elastizitätsmodul mit 12000 kp/mm² an, während *Katz* und *Rabinowitsch* [10] hierfür 21000 kp/mm² benennen. Die Festigkeitswerte in Abhängigkeit von der Temperatur, wie sie von *Saller* ermittelt wurden, sind in nachstehender Tabelle wiedergegeben, die einer Veröffentlichung von *K. Lintner* und *E. Schmid* [9] entnommen ist:

Versuchstemperatur ° C	Streckgrenze (0,2% bleibende Dehnung) kp/mm²	Zugfestigkeit kp/mm²	Dehnung %	Brinell-Härte
20	15,6	63,3	13,5	260
300	12,7	22,5	43,0	252 (200° C)
500	4,2	7,0	57,0	13 (650° C)
				35 (680° C, β-U)

Die Kerbschlagzähigkeit liegt in der Größenordnung von 2 mkp/cm². Metallisches Uran wird auch von kochendem Wasser und Wasserdampf stark angegriffen, weshalb es im Uranmeiler durch Umhüllung mit einem korrosionsbeständigen Material geschützt werden muß.

Im homogenen Reaktor werden Uran und Moderator gleichmäßig miteinander vermischt. Dies geschieht einmal durch Lösung von Uransalzen in D_2O. Als Salze kommen Uranylsulfat oder -nitrat in Frage. Ferner wird Uran in geschmolzenem Wismut gelöst. Bei 400° C beträgt hierbei die Löslichkeit 0,2 %. Uranverbindungen (U_3Bi_6, UBi und USn_3) können auch in niedrig schmelzende Wismut-Blei-Zinklegierungen als Suspension eingebracht werden. Hierbei ist zu beachten, daß die Dichte von Suspension und Schmelze ähnlich ist.

4.12 Angereichertes Uran

Da die mit natürlichem Uran arbeitenden Reaktoren riesige Uran- und Moderatormassen benötigen, ist es verständlich, daß man versucht hat, den Gehalt an U 235 durch Anreicherung zu erhöhen oder aber auch nur mit reinem U 235 zu arbeiten, damit die Wahrscheinlichkeit des Einfangens der Neutronen durch spaltbare Atomkerne genügend groß ist. Die Anreicherung geschieht durch Isotopentrennung, die in technischem Maßstab große Anlagen erfordert und sehr teuer ist. Nach Angaben von *H. Thirring* [4] haben die drei amerikanischen Anlagen zur Urananreicherung in Oak Ridge, in Paducah und Portsmouth die Investierung eines achtmal so großen Kapitals erfordert, als seinerzeit der Bau des Panamakanals gekostet hat.

Die Isotopentrennung ist dadurch möglich, daß leichte und schwere Uranatome im Magnetfeld verschiedene Ablenkungen erfahren oder aber auch, weil beide Uranarten etwas voneinander verschiedene Diffusionseigenschaften besitzen. Gerade die letzte Eigenschaft kommt bei den industriellen Urananreicherungsanlagen in Anwendung. In modernen Gasdiffusionsanlagen [8] diffundiert Uranhexafluorid durch poröse Trennungswände, wobei eine partielle Fraktionierung eintritt. Der Prozeß muß sehr oft wiederholt werden, da infolge des geringen Massenunterschiedes der beiden Isotopen bei jeder einzelnen Fraktionierung nur eine äußerst geringe Anreicherung erfolgt.

Da möglicherweise in der Atomtechnik aus wirtschaftlichen Gründen eine Umstellung auf Brüterreaktoren erfolgen wird, werden in diesen Pu 239 und U 233 in genügend großen Mengen als hochaktives Material von selbst anfallen. Die Anreicherung an U 235 wird dann nicht mehr die heutige Bedeutung haben. Zur Zeit ist U 235 sehr teuer und steht aus militärischen Gründen nicht ohne weiteres zur Verfügung.

Tabelle I

Eigenschaften des Plutoniums [9], [26]

Dichte g/cm³	Umwandlungspunkte n. Lord	n. Jette	nach Kenobejewskij[1]) Erhitzung	Abkühlung	Kristallstruktur	Gitterkonstanten	Wärmeausdehnungskoeffizient
α 19,737	138° C	122 ± 2° C	119° C	82° C	rhombisch?	—	—
δ 17 69	230° C	206 ± 3° C	218° C	152° C	?	—	—
γ 17,19	322° C	319 ± 5° C	310° C	247° C	orthorhomb.	a_1 — 3,1603 a_2 — 5,7624 a_3 — 10,141	
δ' 15 92	477° C	451 ± 4° C	472° C	477° C	kub. fl. zentr.	a — 4,6370	— $30 \cdot 10^{-6}$/° C
δ' 15,99	—	476 ± 5° C	—	—	tetragonal	a_1 — 4,701 a_2 — 4,489	— $120 \cdot 10^{-6}$/° C
ε 16,48	—	639,5 ± 2° C	—	—	kub. raumzentr.	a — 3,638	

4.13 Thorium

Thorium wurde 1828 von *Berzelius* entdeckt. Das wichtigste Erz für die technische Thoriumgewinnung ist Monazit. Es besteht aus Phosphaten der seltenen Erden und Thoriumsilikat. Hinzu kommen noch Beimengungen von ThO_2 und in geringen Mengen auch von U_3O_8. Daneben gibt es noch einige Mineralien, wie Thorianit (80% ThO_2 mit Beimengungen von UO_2 und UO_3) und Thorit ($ThSiO_4$), die für die Thoriumgewinnung aber von sekundärer Bedeutung sind.

Durch Aufschluß mit H_2SO_4 entsteht eine Sulfatlösung, aus der bei Neutralisation Phosphate des Thoriums und der seltenen Erden ausfallen. Deren HCl-Lösung wird mit Oxalsäure gefällt und Th als komplexes Carbonat aus dem Niederschlag extrahiert. Nach der Reinigung durch Umkristallisieren des Sulfats wird mit NH_3 das Hydroxyd gefällt, das dann zur Herstellung der Thoriumsalze dient.

Die Gewinnung metallischen Thoriums erfolgt durch Schmelzflußelektrolyse des Chlorids $ThCl_4$ oder des Doppelfluorids $KThF_5$. Ebenso kann die Elektrolyse von $Th(OH)_4$-Lösungen in HBF_4 oder in H_2SiF_6 durchgeführt werden. Das erhaltene graue Metallpulver enthält 98—99% Th. Nach dem Sintern bei 1350° C oder nach dem Schmelzen erhält man ein silberglänzendes Metall, das an der Luft anläuft. Es ist sehr weich (nach *Schulenburg* HV = 39 kp/mm²) und duktil und ist daher leicht kalt zu Blechen und Drähten verformbar. Diese gute Verformbarkeit behält es auch bei Sauerstoffaufnahme (bis 10% ThO_2) bei. Thorium tritt nur kubisch-flächenzentriert auf und hat die Gitterkonstante a = 5,08 ÅE. Von *Saller* [9] werden folgende weitere Kennwerte angegeben:

E = ∼ 7000 kp/mm²
σ_b = 24,4 kp/mm²
σ_s = 19 kp/mm²
Dehnung = 40%.
Dichte = 11,7 g/cm³.
Thermische Ausdehnung = $11{,}15 \cdot 10^{-6}$/° C

4.14 Plutonium

Plutonium entsteht durch Kernumwandlung nach Neutronenabsorption aus U 238. Es ist ein Transuran und wurde in metallischer Form in der über Nagasaki abgeworfenen Plutoniumbombe benutzt. Wegen des starken militärischen Interesses an diesem Metall sind Versuchsergebnisse über seine Eigenschaften lange geheimgehalten worden. Erst im Jahre 1954 wurden Einzelheiten veröffentlicht.

Sämtliche Transurane kommen — mit Ausnahme geringer Spuren von Plutonium — in der Natur nicht vor und müssen künstlich erzeugt werden. Bekannt geworden ist die Herstellung des Plutoniums nach dem Verfahren von *Westrum*, der es bereits im Jahre 1944 erstmalig gewonnen und untersucht hat. Es wurde in außerordentlich geringen Mengen (in der Größenordnung von 1 Gamma = 10^{-6} g durch Reduktion des Trifluorids mit metallischem Barium hergestellt. Die Umsetzung erfolgt nach der Gleichung:

$$2\,PuF_3 + 3\,Ba = 2\,Pu + 3\,BaF_2.$$

Der Reduktionsofen nach *Westrum* wird zunächst in einer trockenen Argonatmosphäre mit Barium beschickt. Anschließend wird mehrmals mit Argon durchgespült und evakuiert. Mit einer Heizspirale folgt dann die Erhitzung auf Temperaturen über 1000° C. Das Barium verdampft und reagiert mit dem Plutoniumfluorid. Nach dem Abkühlen kann man aus der Schlacke einen kleinen, sehr sauberen Plutonium-Regulus herauspräparieren, der erneut unter reinstem

[1]) Die in der Tabelle aufgeführten Temperaturen geben jeweils die obere Existenzgrenze der betreffenden Modifikation an.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Argon eingeschmolzen wird. Der Schmelzpunkt des Plutoniums liegt bei 640° C.

Die Eigenschaften dieses Transurans sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Metallisches Plutonium weist bis zum Schmelzpunkt nicht weniger als 6 Modifikationen, und zwar α-, β-, γ, δ-, δ'- und ε-Plutonium auf, die sich in ihren physikalischen Eigenschaften zum Teil ganz erheblich unterscheiden. Die Dichte der einzelnen Modifikationen ist verschieden. Es treten daher bei Erwärmung und daher auch bei der Warmverformung erhebliche Volumenänderungen auf. An einem zylindrischen Block z. B. beulen sich bei Erwärmung die Stirnflächen ein und werden konkav. Besonders auffällig ist der große Dichtenunterschied zwischen der α- und δ-Phase. Die δ- und δ'-Phase besitzen einen negativen linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten. Sie ziehen sich also unter Wärmeeinwirkung zusammen, eine Tatsache, die schon bei Uran parallel zur [010]-Richtung festgestellt wurde.

Geschmolzenes Plutonium greift unter Reduktion fast alle üblichen Tiegelmaterialien an. Als beständig erwies sich lediglich durch Sinterverfahren hergestelltes Berylliumoxyd sowie Kalziumoxyd und in gewissen Grenzen Quarz.

Metallisches Plutonium sieht silberweiß aus und korrodiert schnell bei höherem Feuchtigkeitsgehalt der Luft. Mit Wasserstoff bildet es bereits bei Zimmertemperatur das Hydrid PuH_2. In Salzsäure und Phosphorsäure löst es sich leicht, während es von konzentrierter Schwefelsäure und Salpetersäure in allen Konzentrationen nicht angegriffen wird. In diesen Säuren bilden sich offenbar passive Schichten, die einen weiteren Angriff des Metalls verhindern.

4.2 Baustoffe

Die Konstruktionsstoffe dienen zum mechanischen Aufbau des Reaktors. Je nach Reaktorart werden diese Baustoffe verschieden beansprucht. Dem Ingenieur sind daher Beschränkungen bei der Auswahl der Werkstoffe auferlegt. Diese Auswahl ist schwierig, da die Materialien zum Teil sich widersprechenden Anforderungen genügen müssen.

Infolge der großen Korrosionsanfälligkeit des Urans ist es notwendig, im thermischen heterogenen Meiler die Uranstäbe zu umhüllen. Der Hüllstoff soll die großen Volumen- und Formänderungen des Urans mechanisch aushalten. Er muß daher gut verformbar sein, um satt auf das Uran aufgebracht zu werden. Ferner hat er die Aufgabe, auch bei höheren Temperaturen gegen gasförmige und radioaktive Spaltprodukte hermetischen Abschluß zu gewährleisten. Je nach Moderator- und Kühlsubstanz müssen Reaktorbaustoffe bei den auftretenden höheren Temperaturen korrosionsfest gegen Luft und gegen leichtes und schweres Wasser bzw. gegen deren Dämpfe sein. D_2O als Moderatorsubstanz darf nicht verdampfen. Daher wird der ganze Reaktor unter einen Druck bis 40 kp/cm² gebracht. Hierbei werden an die Warmfestigkeit des Konstruktionsmaterials erhebliche Anforderungen gestellt. Werden Metallschmelzen zur Wärmeübertragung benutzt, ist Korrosionsfestigkeit gegen diese erforderlich.

Außer den genannten haben die Baustoffe aber noch erstrangig atomphysikalischen Bedingungen zu genügen [11]. Die Gegenwart jedes Neutronen absorbierenden Fremdstoffes (außer Regulierstäben) im Meiler ist schädlich. Jegliches Konstruktionsmaterial darf daher nur wenig Neutronen absorbieren; schließlich treten im Reaktor Gamma- und Neutronenstrahlungen auf, deren Intensität um Größenordnungen höher ist, als die derjenigen Strahlen, denen bislang irgendwelche Baustoffe der Technik ausgesetzt waren. Reaktorbaustoffe müssen daher noch hohe Widerstandsfähigkeit gegen Strahlungskorrosion besitzen. Nach dem Einfang von Neutronen werden natürlich auch vom Baustoff Strahlen emittiert. Diese dürfen nur eine geringe Energie und kurze Halbwertzeiten besitzen.

Als Maß für die Wahrscheinlichkeit des Neutroneneinfangs dient der Wirkungsquerschnitt. Man versteht hierunter ganz allgemein eine kleine, in cm² gemessene Fläche, deren Größe der Wahrscheinlichkeit entspricht, daß in ihr gerade ein Kern von der betreffenden Strahlung getroffen und die Kernreaktion ausgelöst wird [1]. Dieser Wirkungsquerschnitt wird als „atomarer Absorptionsquerschnitt" oder „atomarer Einfangquerschnitt" σ_A bezeichnet. Er wird in 10^{-24} cm² (= 1 barn) angegeben, und man versteht im besonderen hierunter die effektive Fläche, die der betreffende Atomkern einem Neutron darbietet [11]. Multipliziert man diesen Wert mit der Anzahl N der Atome in 1 cm³ des Materials, so erhält man die Summe der Absorptionsquerschnitte der in 1 cm³ enthaltenen Atome. Hierbei ist $N = \frac{L \cdot \varrho}{A}$ (L = Loschmidtsche Zahl, ϱ = Dichte, A = Atomgewicht). Dieses Produkt $N \cdot \sigma_A$ in cm^{-1} wird „makroskopischer Absorptionsquerschnitt" benannt.

In Tabelle II sind diese Werte für die wichtigsten Elemente enthalten.

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß Beryllium den kleinsten Einfangquerschnitt besitzt. Hierauf folgen Wismut, Magnesium, Blei und Aluminium. Bemerkenswert sind ferner die hohen Werte von Bor und Kadmium, was für die Regelorgane von Wichtigkeit ist, und von Hafnium, das als Verunreinigung im Zirkonium auftritt. Bei den nicht aufgeführten seltenen Erden wurden Absorptionsquerschnitte von 40 000 gemessen.

Die Festigkeit der einzelnen Reaktorbaustoffe in tabellarischer Form zu erfassen, ist unzweckmäßig, da aus diesen das Verhalten der Werkstoffe bei höheren Temperaturen nicht hervorgeht. Dagegen gibt ein Diagramm, in dem die Festigkeit jedes einzelnen Konstruktionswerkstoffes über der Temperatur aufgetragen ist, sehr gute Aufklärung über die Warmfestigkeit desselben. Bild 10 gibt ein solches Diagramm wieder [9]. Auf der Ordinate ist die Zugfestigkeit aufgetragen. Bezüglich der Warmfestigkeit sind hier deutlich drei Gruppen von Metallen zu unterscheiden. In der Gruppe mit hoher Festigkeit sind die Legierungen aus Zirkon und Aluminium, dann die Kupfer-Nickel-Legierung Monel und der V2A-Stahl enthalten. Die Gruppe mittlerer Festigkeit umfaßt die reinen Metalle Titan, Zirkon und Beryllium und die Gruppe niedriger Festigkeit die Aluminiumlegierungen Dural, Hydronalium und reines Aluminium. Bei dieser Gruppe ist auffallend, daß der Festigkeitsabfall beim

Dural erheblich größer ist als bei der durch Mischkristallbildung naturfesten Legierung AlMg 7.

Die Warmfestigkeit des Konstruktionsmaterials schließt aber nicht das kernphysikalische Verhalten der Materialien ein. *Gurinsky* [13] hat daher für die Beurteilung der Eignung einer Legierung als Reaktorbaustoff durch Division der Festigkeitswerte durch den makroskopischen Absorptionsquerschnitt einen Gütefaktor geschaffen, der guten Aufschluß über das Verhalten der Legierungen gibt. Dieser Gütefaktor, in Abhängigkeit von der Temperatur, ist im Diagramm des nächsten Bildes (Bild 11) aufgetragen [9]. Der Berechnung der Güteziffer für die Legierungen wurde folgendes $N \cdot \sigma_A$ zugrunde gelegt: AlCuMg = 0,022, AlMg7 = 0,016, 18/8 Stahl = 0,20, Monelmetall = 0,38. Die Kurven des Gütefaktors für den korrosionsbeständigen Stahl und die Kupfer-Nickel-Legierung sind für den Bereich niedrigerer Temperaturen unter die Kurven der Aluminiumlegierungen gesunken. Hieraus ist deutlich die Beeinflussung des Gütefaktors durch den Absorptionsquerschnitt zu erkennen. Die technische Folgerung hieraus ist, daß bei niedrigen Reaktionstemperaturen bis etwa 300° C Aluminium und Aluminiumlegierungen günstiger sind als Monel, Titan und 18 8-Stahl; bei Temperaturen über 400° C sind dagegen die letztgenannten Legierungen besser. Besonders auffällig ist das Verhalten des Zirkons und seiner Legierung mit Aluminium, die über den ganzen

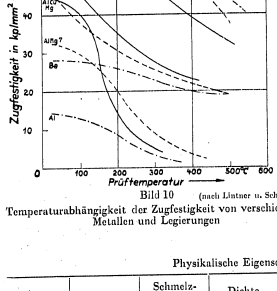


Bild 10 (nach Lintner u. Schmid [9])
Temperaturabhängigkeit der Zugfestigkeit von verschiedenen Metallen und Legierungen

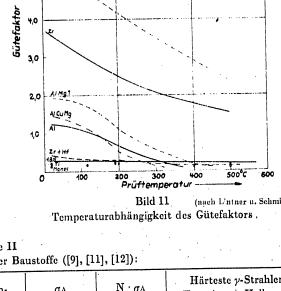


Bild 11 (nach Lintner u. Schmid [9])
Temperaturabhängigkeit des Gütefaktors.

Tabelle II
Physikalische Eigenschaften der Baustoffe ([9], [11], [12]):

Atom-Nummer	Element	Schmelzpunkt °C	Dichte g/cm³	Atomgewicht	σ_A 10^{-24} cm²	$N \cdot \sigma_A$ cm^{-1}	Härteste γ-Strahlen Energie MeV	Halbwertszeit
4	Be	1280	1,8	9,02	0,0085	0,0011		
5	B	2300	2,3	10,82	700,0	97,0		
12	Mg	650	1,74	24,32	0,059	0,0026	1,0	9,6 m
13	Al	659	2,7	26,97	0,22	0,013	1,78	2,3 m
22	Ti	1725	4,5	47,90	5,6	0,31	0,32	6 m
24	Cr	1890	7,14	52,01	2,9	0,24		
26	Fe	1539	7,9	55,85	2,4	0,21		
27	Co	1495	8,9	58,94	35,0	3,2		
28	Ni	1455	8,9	58,69	4,5	0,41		
29	Cu	1083	8,9	63,57	3,6	0,30		
30	Zn	419	7,13	65,38	1,06	0,07		
40	Zr	1900	6,5	91,22	0,40	0,018	0,92	65 d
42	Mo	2650	10,2	95,95	2,4	0,16	0,73	67 h
48	Cd	321	8,6	112,41	3500,0	180,0		
72	Hf	≈1700	11,4	178,6	120,0	4,6		
82	Pb	327	11,34	207,21	0,17	0,006		
83	Bi	271	9,8	209,00	0,032	0,001		
92	U	1133	18,7	238,07	2,0	0,095		
Stahl 18/8	—	≈1400	7,92	—	2,9	0,20		

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Temperaturbereich über den obengenannten Werkstoffen liegen. Allein auf einsamer Höhe liegt das Beryllium, das somit auf Grund seiner kernphysikalischen Eigenschaften das geeignetste Material als Reaktorbaustoff ist. Sollte die technologische Gewinnung von Zirkon und Beryllium sich noch günstiger gestalten, und das dürfte ohne Zweifel in absehbarer Zeit der Fall sein, da wir bei diesen beiden Werkstoffen und bei Titan noch am Anfang der Entwicklung von Fertigungsverfahren stehen, dürften Beryllium und Zirkon vorherrschend für Reaktorbaustoffe angewandt werden.

Allerdings ist auch für die Auswahl des hier geeignetsten Werkstoffes nicht allein der Gütefaktor entscheidend, sondern von maßgeblichem Einfluß ist auch das Korrosionsverhalten der Stoffe bei den herrschenden Reaktionstemperaturen und den angewandten Moderator- und Kühlsubstanzen.

Aluminium, für das eine leistungsfähige und hochentwickelte Technologie bereits besteht, wurde wegen seiner guten Kerneigenschaften bisher bevorzugt. Leider ist es nicht sehr warmfest und besitzt in Luft und Wasser oberhalb 300° C schlechte Korrosionseigenschaften; auch unterhalb 300° C sind in Wasser die Korrosionseigenschaften nicht besonders gut. Eigenartigerweise hat sich gezeigt, daß gegen Wasser bzw. Wasserdampf das Korrosionsverhalten reinsten Aluminiums noch ungünstiger ist als das seiner Legierungen.

Bei Titan widersprechen sich die Veröffentlichungen über sein Korrosionsverhalten. Während einmal angegeben wird, daß es an Luft bis 700° C beständig bleibe und oberhalb dieser Temperatur Brüchigkeit des Metalls an Luft festgestellt wird, ist in anderen Veröffentlichungen erwähnt, daß es über 400° C an Luft korrosionsunbeständig ist. In Wasser ist dagegen auch bei höheren Temperaturen das Korrosionsverhalten gut. Titan ist des weiteren noch durch ein besonders hohes Verhältnis von Zugfestigkeit zu spezifischem Gewicht ausgezeichnet. Andererseits ist aber die Neutronenabsorption mehr als doppelt so groß als bei Stahl. Titan wird daher wahrscheinlich nur als Baustoff für solche Konstruktionsteile in Betracht kommen, die außerhalb der reagierenden Zone liegen. Dort dürfte es aber der am besten geeignete Werkstoff sein.

Zirkon besitzt gute Kerneigenschaften, wenn es äußerst rein dargestellt wird. Schon geringe Zusätze von Hafnium vergrößern den Einfangquerschnitt sehr stark, was sich auch am Gütefaktor stark bemerkbar macht. Allerdings oxydiert Zirkon an Luft bei Temperaturen von 300—400° C und müßte daher einen Schutzüberzug erhalten. Gegen Wasser ist es gut korrosionsbeständig. Vor allen Dingen hat es aber große Korrosionsbeständigkeit gegenüber Natrium- und Kaliumschmelzen, auch wenn diese überhitzt sind, also bei höheren Temperaturen. Es kommt daher in erster Linie als Hüllmaterial zum Korrosionsschutz der Uranstäbe im Reaktor in Frage. Es dürfte auch für Kühlschlangen in solchen Reaktoren geeignet sein, bei denen die Wärme durch flüssiges Metall abgeführt wird.

Beryllium besitzt gute Korrosionseigenschaften, sowohl an Luft (bis etwa 400° C), als auch in Wasser (bis 300° C) und brauchbare Eigenschaften bei höheren Temperaturen.

Gute Korrosionseigenschaften zeigen aber vor allen Dingen keramische Werkstoffe. Da Sauerstoff einen sehr geringen Absorptionsquerschnitt ($N \cdot \sigma_A = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$) hat, dürften hierfür allerdings nur die Oxyde der bislang behandelten Metalle in Frage kommen, also Al_2O_3, ZrO_2, BeO und evtl. MgO. Auch Silizium-Carbid kann noch erwähnt werden, das auch als Verbundmaterial Keramik-Metall geeignet sein wird.

Titan ist feinverteilt ein grau-schwarzes Pulver, kristallisiert ein silberweißes Metall. Es wird vorwiegend aus Ilmenit, einem Eisentitanat, gewonnen. Das Erz wird chemisch zum Titanchlorid aufgeschlossen. Die technische Produktion des Titans beruht auf zwei Verfahren [14], [15], entweder der Reduktion des Chlorides mit Magnesium, Natrium oder Calcium, sowie in dem Jodid-Prozeß; das reinste, spanlos verformbare Metall liefert die thermische Dissoziation von TiJ_4, wobei rohes Titan in evakuierten Glas- oder Metallgefäßen durch kleine Mengen J_2 in TiJ_4 übergeführt wird. Dieses sublimiert und wird an einem glühenden Wolfram- oder Tantalfaden bei 1300° C gespalten, wobei das Metall in schönen Kristallen aufwächst. Bei der Reduktion des Chlorides wird Titantetrachlorid in flüssiges Magnesium (750° C) eingeleitet. Die Temperatur steigt daher zeitweise bis auf 1500° C. Nach dem Weglösen des überschüssigen Magnesiums und seines Chlorides bleibt Titanschwamm zurück. Dieser wird auf Walnußgröße gebrochen und ausschließlich im Lichtbogenofen, im Vakuum oder einer Edelgasatmosphäre auf Blöcke verschmolzen.

Die wichtigsten Zirkonerze sind die Zirkonsande (ZrO_4) und Zirkonerde (ZrO_2). Der Aufschluß der Erze ist ähnlich wie bei Titan und führt über das Sulfat zum Oxyd oder durch Schmelzen mit Graphit im Lichtbogen zu technischem Karbid. Das aus diesem durch Behandlung mit Chlorgas bequem herstellbare Chlorid muß durch Sublimation von Zirkonoxyd und durch Reduktion des enthaltenen Eisentrichlorides auch von diesem befreit werden. Anschließend erfolgt — ähnlich wie beim Titan — die Reduktion mit Magnesium, und es entsteht nach dem Abkühlen der Zirkonschwamm, der durch Vakuumdestillation vom Magnesiumchlorid getrennt werden muß. Der Schwamm wird ebenfalls im Vakuum verschmolzen. Feinverteiltes Metall als grau-schwarzes Pulver reagiert spontan mit Wasser, wobei verheerende Explosionen verzeichnet werden können.

Beryllium gehört zu den Erdalkali-Metallen, ist stahlgrau und wird aus Beryll gewonnen. Sein Besitz und seine Herstellung in Deutschland sind zur Zeit noch genehmigungspflichtig. Es gibt verschiedene Aufschlußarten [7]. Da die großtechnische Berylliumherstellung sich der Elektrolyse von $BeCl_2$, BeF_2 oder BeF (OH) in Mischung mit Erdalkalisalzen bedient, kommt dem Aufschlußverfahren mit Chlor und der reduzierenden Chlorierung die Hauptbedeutung zu. Je nach Badtemperatur fällt Beryllium als Regulus oder als Flitter an. Nach Abscheidung einer genügend starken Berylliumschicht an der Tiegelwand wird der Elektrolyt in ein vorgewärmtes zweites Gefäß abgehebert, mit $BeCl_2$ versetzt und dort weiter elektrolysiert. Man nennt dieses Verfahren „Pendelelektrolyse". Die Formgebung erfolgt durch Drucksinterung bei 1100° C unter Vakuum oder Schutzgas oder durch Verschmelzung in Spezialöfen. Es ist sehr hart, läßt sich aber gut mechanisch bearbeiten. Das größte Problem für die technologische Weiterbearbeitung dürfte zur Zeit noch seine geringe Duktilität sein. Nachstehend sind in einer Tabelle einige physikalische Eigenschaften der drei Metalle angegeben:

Je größer das Produkt aus Streuquerschnitt σ_s und Energieverlust ξ pro Zusammenstoß ist, desto kürzer ist die Strecke, längs der der Energieverlust erfolgt. Multipliziert man dieses Produkt $\sigma_s \cdot \xi$ mit der Anzahl N der Atome pro cm³, so erhält man das „Bremsvermögen" oder die „Bremskraftzahl" für Neutronen. Zur Beurteilung der Bremswirkung einer Moderatorsubstanz wählt man den „Moderierfaktor" oder das „Bremsverhältnis". Es ist dies der Quotient aus

Tabelle III

	Titan	Zirkon	Beryllium
Schmelzpunkt	1820° C	1845° C	1285° C
Umwandlungspunkt	880° C	856° C	—
Gitter	α) h. d. Kp.	α) h. d. Kp.	h. d. Kp.
	β) k. r. z.	β) k. r. z.	—
Gitterkonstante	α) a = 2,953 Å	α) a = 3,238 Å	a = 2,2680 Å
	c = 4,729 Å	c = 5,140 Å	c = 3,5941 Å
	β) a = 3,32 Å	β) a = 3,61 Å	—
Dichte	4,54 g/cm³	6,49 g/cm³	1,85 g/cm³

4.3 Die Bremsstoffe

Arbeiten Reaktoren mit thermischen Neutronen, so müssen die bei den Spaltvorgängen freiwerdenden schnellen Neutronen von einer geeigneten Substanz, dem Bremsstoff oder Moderator, abgebremst werden. Durch den Zusammenstoß mit den Atomkernen des Bremsstoffes erleiden die Neutronen einen Energie- und Geschwindigkeitsverlust. Im zentralen elastischen Stoß tauschen gleiche Massen ihre Geschwindigkeit aus. Es wäre daher am günstigsten, wenn der Zusammenstoß mit Atomkernen erfolgen könnte, die die gleiche Masse wie das abzubremsende Neutron hätten. Die Massenzahl des Moderators muß daher möglichst nahe an 1 liegen, d. h. also sehr klein sein. Dies geht auch aus der Formel für den Energieverlust hervor

$$\Delta E = 2\,E \cdot \frac{M}{(1+M)^2}$$

(E = Energie des stoßenden Neutrons, M = Masse des getroffenen Atomkernes), denn der übertragene Energiebetrag ist infolge des quadratischen Nenners am größten, wenn das getroffene Atom leicht ist. Beim Wasserstoffkern ist nach obiger Formel

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot E,$$

d. h. also, daß die Hälfte der Energie des Neutrons beim Zusammenstoß mit einem H-Kern an diesen abgegeben wird.

Weiterhin ist die Moderatorsubstanz am wirksamsten, je größer die Zielfläche ist, die sie den Neutronen bietet, d. h. je größer ihr Streuquerschnitt ist. Wie bekannt, dürfen die Neutronen nicht eingefangen werden.

Der Bremsstoff muß daher folgenden Forderungen genügen:

1. Die Masse, also das Atomgewicht, der in Anwendung kommenden Elemente muß klein sein.
2. Der Streuquerschnitt muß groß sein.
3. Der Absorptionsquerschnitt muß möglichst klein sein.

Streuquerschnitt σ_s und Einfangquerschnitt σ_A, multipliziert mit dem mittleren logarithmischen Energieverlust ξ je Zusammenstoß, also

Bremsvermögen $B = N \cdot \sigma_s \cdot \xi$,

Moderierfaktor $Mf = \frac{N \cdot \sigma_s \cdot \xi}{N \cdot \sigma_A} = \frac{\sigma_s}{\sigma_A} \cdot \xi$.

Aus dem Quotienten für den Moderierfaktor ist ersichtlich, daß in ihm gerade die drei Faktoren enthalten sind, deren günstigste Werte für die Eignung eines Stoffes als Moderator im Atommeiler gefordert wurden.

In der Tabelle IV sind die als Bremssubstanz möglichen Werkstoffe und ihre kernphysikalischen Eigenschaften angegeben.

Bei den meisten Reaktortypen wird Graphit oder schweres Wasser als Moderator benutzt. Beide Substanzen sollen daher eingehender betrachtet werden.

Nach dem Spaltvorgang finden zwei wichtige Vorgänge statt. Die Neutronenenergie wird verringert, und die Neutronenzahl nimmt ab. Die Energie E hängt mit dem Bremsvermögen $B = N \cdot \sigma_s \cdot \xi$ nach folgender Differentialgleichung zusammen [16]

$$-\frac{dE}{dx} = B \cdot E$$

Die Lösung ergibt:

$$\frac{E_b}{E_a} = e^{-B \cdot X_1}$$

Hierin bedeutet X_1 die Weglänge, die zum Abbremsen eines Neutrons auf thermische Geschwindigkeit erforderlich ist. E_a ist die unmittelbar nach dem Spaltvorgang vorhandene Energie, E_b diejenige des thermischen Neutrons.

Da $E_a : E_b = 4 \cdot 10^7$ ist, berechnet sich für Graphit die Weglänge $X_1 = 275$ cm, für D_2O dagegen $X_1 = 97{,}2$ cm. Hieraus geht hervor, daß die Abmessungen eines Uranmeilers mit Graphit erheblich größer sein werden als die eines solchen mit D_2O.

Die entstehenden Neutronen werden verschiedenartig verbraucht. Eines der 2,5 pro Spaltvorgang entstehenden Neutronen dient zur Aufrechterhaltung der

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Tabelle IV
Kernphysikalische Eigenschaften der Bremsstoffe ([9], [11]):

Moderator	A (g/Mol)	Makroskopischer Absorptionsquerschnitt cm^{-1} $N\sigma_a$	Makroskopischer Streuquerschnitt cm^{-1} $N\sigma_s$	Mittlerer logarithmischer Energieverlust ξ	$N\sigma_s \cdot \xi$	Moderierfaktor $\frac{\sigma_s}{\sigma_a} \cdot \xi$
H_2	1,008	0,0018	0,11	1,00	1,11	61
D_2	2,02	$2,5 \cdot 10^{-6}$	0,018	0,725	0,013	5 200
He	4,00	$\sim 0{,}0$	0,0022	0,425	0,0009	∞
Be	9,01	0,0011	0,76	0,206	0,16	145
C	12,0	0,00036	0,38	0,156	0,060	165
O_2	16,0	$1,1 \cdot 10^{-6}$	0,021	0,12	0,0025	230
Na	23,0	0,012	0,076	0,083	0,0063	0,53
BeO	25,0	0,00060	0,66	0,173	0,11	183
Be_2C	30	0,0011	0,81	0,193	0,16	145
H_2O	18,0	0,0011	0,81	0,193	0,16	145
D_2O	20,0	$36 \cdot 10^{-4}$	0,35	0,504	0,18	5 000
Polystyrol $(CLi)n$	17,0	0,013	0,95	0,842	0,80	62
Paraffin $(CH_2)n$	18,0	0,020	1,36	0,913	1,24	62

Kettenreaktion und wird also von U 235 eingefangen. Der Anteil beträgt demnach:

$$U = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4.$$

0,8 Neutronen werden von U 238 eingefangen und dienen zur Plutoniumbildung. Ihr Anteil beträgt $P = \frac{0{,}8}{2{,}5} = 0{,}32$. Dieser Anteil wird beim Betrieb des Reaktors festgestellt. In Abhängigkeit von der Einfangwahrscheinlichkeit des Bremsstoffes geht ein Neutronenanteil E an diesen verloren. Ein Anteil K stellt den Neutronenverlust nach außen hin dar. Wird angenommen, daß im Reaktor mit Bruthülle die gesamte Plutoniumerzeugung gleich dem Verbrauch an spaltbarem Material ist, so kann annäherungsweise gesagt werden $U = P + K$.

Dieselbe Annahme gilt bei Vorhandensein eines Reflektors. Für K ergibt sich dann der Wert von 0,08.

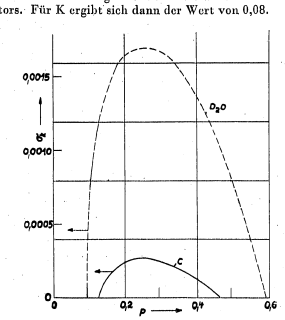


Bild 12 (nach Ledinegg [16])
Ideeller Einfangquerschnitt der Außenverluste σ_k in Abhängigkeit von der Pu-Erzeugung P

In seiner Veröffentlichung berechnet *Ledinegg* [16] die einzelnen Absorptionsquerschnitte und findet für den ideellen Einfangquerschnitt der Außenverluste einen Wert von $\sigma_k = 0{,}000141\ cm^{-1}$.

Für die Berechnung von σ_k gibt er nachstehende Gleichung an:

$$\sigma_k = \frac{(U - P - 1)\ln\left(\frac{P}{U} + 1\right)}{^1/_B \cdot \ln\frac{E_a}{E_b}}.$$

Wird $U = 0{,}4$ gesetzt, läuft also die Kettenreaktion mit konstanter Intensität ab, so ergibt sich eine Abhängigkeit des Wertes σ_k von der Plutoniumbildung P. Dieser Zusammenhang ist sowohl für Graphit als auch für D_2O in einem Diagramm wiedergegeben (Bild 12).

Aus den beiden Kurven geht hervor, daß der ideelle Einfangquerschnitt der Außenverluste σ_k beim Schwerwasserreaktor erheblich größer sein darf als beim Graphitreaktor. Da der Betrieb eines Reaktors nur möglich ist, wenn der sich in ihm ergebende Wert σ_k kleiner ist als das Maximum der jeweiligen Kurve, ist der Einfluß des Bremsstoffes klar ersichtlich. Das Maximum entspricht einem Plutoniumwert von $P = 0{,}26$. Soll der Wert 0,32 erreicht werden, muß σ_k kleiner gewählt werden als der kritische Wert. Dies ist durch entsprechend große Reaktorabmessungen möglich. Auch hier ist also der D_2O-Reaktor dem Graphitmeiler überlegen.

Bestimmt man wiederum in Abhängigkeit vom Plutoniumwert den Neutronenverlust K nach außen, so ergibt sich die im Bild 13 wiedergegebene Aufteilung der nach einer Kettenreaktion freiwerdenden Neutronen. Eingetragen sind der Anteil U zur Aufrechterhaltung der Kettenreaktion, der Anteil der Plutoniumerzeugung P, die Verluste im Bremsstoff E und die Außenverluste K. Das linke Diagramm gilt für Graphit, das rechte für D_2O als Moderator. Des weiteren ist der theoretische Betriebsbereich H noch eingetragen, der dann möglich ist, wenn $K \geq 0$ ist. Dieser Bereich ist bei D_2O erheblich

größer. Geringerer Bremsweg für schnelle Neutronen und zulässiger größerer ideeller Einfangquerschnitt der Außenverluste gestatten eine gedrängtere Bauform des Reaktors und geringere Mengen an Spaltstoff; der größere Betriebsbereich erleichtert die Steuerung. Vorteile also, die die Überlegenheit des D_2O als Moderator im Wärmereaktor deutlich veranschaulichen. Es ist verständlich, daß man hierfür den teuren Preis des schweren Wassers von 1 000 000,— DM für eine Tonne in Kauf nimmt. Ein weiterer Vorteil ist noch der, daß man durch Entwässern des Meilers diesen auf einfachste Weise außer Betrieb setzen kann. Schweres Wasser hat aber auch einen konstruktionsbestimmenden Nachteil. Beim Schwerwasserreaktor muß man sich mit mäßigen Höchsttemperaturen in der Größenordnung von 200° C begnügen. Zunehmende Temperatur bedeutet erhöhten Druckanstieg. Will man daher höhere Temperaturen benutzen, um das für den Betrieb von Wärmekraftmaschinen erforderliche Temperaturgefälle zu erreichen, muß man hohen Dampfdruck im Reaktor selbst in Kauf nehmen und große Hochdruckkessel benutzen. Das gleiche gilt natürlich auch für das in seiner Moderierwirkung ungünstigere leichte Wasser. Bei höheren Temperaturen ist daher Graphit geeigneter, da hierbei kein hoher Druck auftritt, falls sich nicht überhaupt ein homogener schneller Reaktor als besser erweisen wird. Allerdings behauptete auf einer im Mai 1954 durchgeführten Konferenz von 500 Fachleuten in Washington der Vertreter der General Electric Co., daß jenen beiden Reaktorarten die Zukunft gehöre, die entweder siedendes leichtes Wasser als Moderator und Kühlmittel oder leichtes Wasser nur als Kühlmittel und Graphit als Bremssubstanz benutzen [17].

Schweres Wasser wird durch Isotopentrennung hergestellt, und zwar entweder mittels Fraktionierung durch Elektrolyse oder durch fraktionierte Destillation. Dagegen ist Graphit in genügenden Mengen vorhanden. Für Moderatorzwecke muß er aber in größter Reinheit hergestellt werden. Vor allen Dingen müssen Verunreinigungen durch Bor beseitigt werden. Bor hat hohen Absorptionsquerschnitt. Schon ein Gehalt von 0,0001% Bor würde die Wirksamkeit des Moderators herabsetzen. Besser als Graphit in der Moderierwirkung sind reines Beryllium, Berylliumkarbid und Berylliumoxyd. Doch ist die Technik der Berylliumgewinnung noch nicht so entwickelt, daß genügende Mengen zu annehmbarem Preis verfügbar sind. Zurzeit beschränkt sich die Anwendung dieser drei Stoffe zunächst nur auf Reflektoren; sie dürften aber auch bei den mit Metallschmelzen arbeitenden Reaktoren als Bremssubstanz in Frage kommen.

Wegen seines geringen Absorptionsquerschnittes hat Helium den besten Moderierfaktor. Die in der Tabelle aufgeführten Zahlen beziehen sich auf einen Druck von 100 at. Bei 10 at wird ein Einfangquerschnitt von $0{,}0008 \cdot 10^{-24}\ cm^2$ angegeben, was einem Moderierfaktor von 8300 entspricht.

Auch Kohlenwasserstoffe stellen ihrer chemischen Zusammensetzung nach einen geeigneten Verlangsamer dar, doch ist deren Beeinflussung durch Korpuskularstrahlung noch nicht genügend geklärt. Ebenso besteht hier die Gefahr der Brennbarkeit, so daß geeignete Schutzmaßnahmen getroffen werden müßten.

4.4 Reflektorstoffe

Im vorigen Abschnitt wurde der Einfluß des Neutronenverlustes nach außen auf den Betrieb eines Reaktors gezeigt. Es ist offensichtlich, daß der Verringerung dieses Neutronenverlustes größte Beachtung geschenkt werden muß. Diese Aufgabe muß der Reflektor erfüllen. Reflektorbaustoffe müssen daher ebenfalls große Streuquerschnitte und geringe Einfangquerschnitte besitzen, so daß grundsätzlich dieselben Werkstoffe benutzt werden können wie für Moderatoren. Graphit, Beryllium und seine Verbindungen finden Anwendung. Wie bereits unter den Baustoffen erwähnt, besitzt Beryllium gute Korrosionseigenschaften. An Luft ist es bis 400° C und in Wasser bis 300° C beständig.

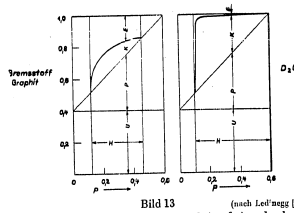


Bild 13 (nach Ledinegg [16])
Aufteilung der nach einer Kettenreaktion freiwerdenden Neutronen in Abhängigkeit von der Pu-Erzeugung
U Anteil zur Fortführung der Kettenreaktion P Anteil der Pu-Erzeugung K Anteil der Verluste nach außen
E Anteil der Verluste im Bremsstoff

4.5 Regulierstäbe

Zu einem beliebigen Zeitpunkt sollen in einem Meiler n freie Neutronen für den Spaltvorgang zur Verfügung stehen. Bei jedem Spaltvorgang entstehen etwa 2,5 neue Neutronen, so daß nach der Spaltung $2{,}5 \cdot n$ neue Neutronen vorhanden sind. Von diesen gehen durch Plutoniumbildung, durch Einfangvorgänge im Moderator und durch Verluste nach außen eine Anzahl von Neutronen verloren. Für den neuen Spaltvorgang kommen dann nur noch $k \cdot n$ Neutronen in Frage. k bezeichnet man als den effektiven Multiplikationsfaktor. Auf das Einzelatom des Spaltstoffes angewandt, bedeutet k die Zahl von Neutronen, die von den pro Spaltvorgang entstehenden 2,5 Neutronen zur Fortsetzung der Kettenreaktion beitragen. Diese ist nur möglich, wenn der Wert von k mindestens eins beträgt. Ist k kleiner als eins, so entstehen nach jedem Spaltprozeß weniger wirksame Neutronen, der Neutronenfluß nimmt von Zerfallserie zu Zerfallserie ab, und die Kettenreaktion bricht ab. Ist dagegen k größer als eins, so nimmt die Neutronenzahl mit jeder Zerfallserie zu. Die Zunahme erfolgt nach einer e-Potenz wie folgt [16]:

$$\frac{n_1}{n_0} = e^{\frac{k-1}{\Delta t} \cdot t_1}.$$

Hierin bedeutet n_0 = Neutronenzahl zur Zeit $T = 0$, n_1 = Neutronenzahl zur Zeit t_1.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Zunahme der Neutronen kann bei Wahl geeigneter Bedingungen sehr rasch erfolgen und zur Katastrophe führen (Atombombe). Dieser Fall darf natürlich im Atommeiler nicht eintreten. In diesem wird theoretisch der Beharrungszustand erreicht, wenn $k = 1$ ist. Spaltstoffverbrauch, Vergiftung desselben durch Anreicherung von Spaltprodukten mit hohem Einfangquerschnitt und die Veränderung des Einfangquerschnitts bei Temperaturerhöhung machen es erforderlich, den Reaktor so zu gestalten, daß der Multiplikationsfaktor etwas größer als 1 ist.

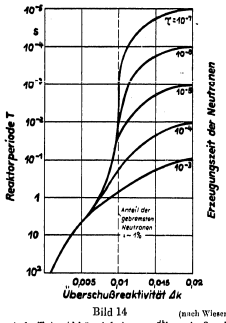


Bild 14 (nach Wiesenack [20])
Reaktorperiode T in Abhängigkeit von Überschußreaktivität k_{ex} und Erzeugungszeit der Neutronen

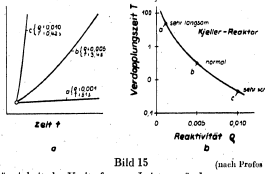


Bild 15 (nach Profos [19])
Abhängigkeit des Verlaufes von Leistungsänderungen von der Größe der Reaktivität

Zur Kennzeichnung des Reaktionsverhaltens [19] eines Meilers wird vielfach die Reaktivität benutzt, die aus k abgeleitet wird. Sie ist definiert als $\varrho = \frac{k-1}{k}$.

Bei sich eben erhaltender Reaktion, also wenn $k = 1$, wird $\varrho = 0$.

Die Reaktivität gibt einen Überblick über den zeitlichen Ablauf der Intensität des Spaltvorganges. Für die Berechnung der Reaktorperiode [20] wird auch die Überschußreaktivität $\Delta k = k - 1$ benutzt. Ist t die mittlere Lebensdauer der Wärmeneutronen, so errechnet sich die Reaktorperiode zu $T = \frac{t}{\Delta k}$ (sec).

Bei der Kernspaltung entstehen schnelle Neutronen, deren Lebenszeit einschließlich der Bremsung in der Moderatorsubstanz etwa 10^{-3} sec und weniger beträgt. Daneben entstehen auch gebremste Neutronen, die eine längere Lebensdauer von 0,1 sec aufweisen. Beträgt die Änderung des Multiplikationsfaktors 1%, wird also $\Delta k = 0{,}01$, so ergibt sich eine Reaktorperiode von

$$T_1 = 0{,}001/0{,}01 = 0{,}1 \text{ sec.}$$

In diesem Falle errechnet sich nach $t = 1$ sec ein Neutronenfluß von

$$\Phi_1 = \Phi_0 \cdot e^{\frac{t}{T_1}} = \Phi_0 \cdot e^{\frac{1}{0{,}1}} = \Phi_0 \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ Neutronen/sec.}$$

Mit gebremsten Neutronen ergibt sich für die Reaktorperiode $T_2 = 0{,}1/0{,}01 = 10$ sec und für den Neutronenfluß

$$\Phi_2 = \Phi_0 \cdot e^{\frac{1}{10}} \approx \Phi_0 \cdot 1{,}1 \text{ Neutronen/sec.}$$

Hieraus ist ersichtlich, daß bei einer kurzen Reaktorperiode der Neutronenfluß sekundlich ungeheuer rasch zunimmt. Bild 14 gibt hierüber Aufschluß. Aus ihm geht hervor, daß die Überschußreaktivität den Wert 0,01 nicht übersteigen darf, wenn Reaktorperiode und Flußänderung in der Größenordnung von T_2 und Φ_2 liegen sollen. Längere Reaktionsperioden und geringe Flußänderungen geben die Möglichkeit, die Vorgänge leichter zu regeln.

Für das Beispiel des Schwerwasserreaktors in Kjeller (Norwegen) [19] ist in Bild 15 der Zusammenhang zwischen Leistungsänderung, Verdopplungszeit und Reaktivität gezeigt. Bild 15a veranschaulicht, daß die Leistungsänderung um so schneller erfolgt, je größer die Reaktivität ist. Aus Bild 15b geht hervor, daß die Zeitkonstante T sehr empfindlich von der Größe der Reaktivität abhängt. Die Zeitkonstante T ist die Zeitdauer, nach der die Leistung bei konstanter Reaktivität verdoppelt wird. Bei kleinerer Reaktivität ändert sich die Leistung nur sehr langsam, während bei großem ϱ der Neutronenfluß sehr rasch anwachsen kann und die Regelung schwieriger wird. Punkt b und Kurve b zeigen die Normalverhältnisse, die die leichte Beherrschung des Meilers durch die Regelorgane gewährleisten. Die Reaktivität ist also die wesentliche Kenngröße, die über den Reaktionszustand des Meilers Aufschluß gibt. Sie wird entscheidend beeinflußt von der Menge des Spaltstoffes und von der Wirkung des Reflektors. Da Art und Menge der Werkstoffe für diese beiden Reaktorteile und ihre Anordnung beim Bau des Meilers bestimmt werden, wird diesem auch eine bestimmte Reaktivität gegeben, die sich allerdings mit zunehmender Vergiftung des Spaltstoffes verringern wird. Um den wirksamen Neutronenfluß aber trotzdem annähernd konstant zu halten, muß dieser anfangs genügend hoch sein und durch eine Steuerung von außen vermindert werden können.

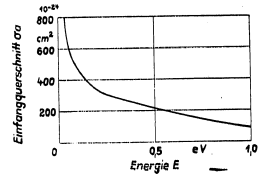
Merklich wird die Reaktivität aber auch noch von der Temperatur des Moderators bestimmt. Temperaturänderungen bewirken Dichteänderungen desselben. Dadurch ändert sich auch der Einfangquerschnitt der Bremssubstanz und damit zusammenhängend der Neutronenfluß. Eine Temperaturerhöhung des Moderators im norwegischen Schwerwasser-Reaktor um 10° C ergibt eine Reduktion der Reaktivität um den Betrag von 0,0025. Dadurch wird aber auch der wirksame Neutronenfluß gesenkt. Diese Leistungsverminderung hat wieder eine Senkung der Temperatur zur Folge, womit der alte Beharrungszustand erreicht wird. Der Meiler steuert sich also gewissermaßen von selbst. Es könnte nun der Fall eintreten, daß durch erhöhte Kühlmittelzufuhr der Temperaturanstieg des Moderators verhindert wird. Dann nähme allerdings auch der Neutronenfluß fortschreitend zu. Doch zu einer Explosion des Meilers kann es nicht führen. Die Gestaltung des Reaktors läßt dies nicht zu. Bei einem bestimmten höheren Neutronenfluß wird entweder die Wirkung der erhöhten Kühlmittelzufuhr kompensiert, der Meiler stellt sich somit auf einen höheren Leistungspegel ein, oder schlimmstenfalls könnte die Temperatur in den Spaltstoffstäben so weit steigen, daß die Hüllen mit dem Spaltstoff zusammenschmelzen oder eine teilweise Verdampfung des Brennstoffes stattfindet. Der Meiler würde zusammenbrechen, wie dies bei dem kanadischen NRX-Versuchsreaktor in Chalk River geschehen ist, bei dem die Uranhüllen aus Al hergestellt waren. Es dauerte 14 Monate, bis dieser Reaktor wieder in Betrieb genommen werden konnte.

Soweit darf es also nicht kommen. Man muß den erhöhten wirksamen Neutronenfluß herabsetzen. Dies kann nur durch Einbringen von Stoffen geschehen, die für thermische Neutronen einen hohen Einfangquerschnitt haben. Nach Tabelle 1 kommen hierfür nur Kadmium oder Bor in Frage. Die Absorptionsquerschnitte dieser Elemente in Abhängigkeit von der Neutronenenergie zeigt Bild 16 [11]. Bei Kadmium tritt etwa bei 0,2 eV ein Resonanzmaximum auf. Thermische Neutronen haben eine Energie von etwa 0,025 eV. Für Kadmium ergibt sich hierbei ein Einfangquerschnitt von $\sigma_A = 3500 \cdot 10^{-24}$ cm² und für Bor $\sigma_A = 700 \cdot 10^{-24}$ cm². Vielfach kommen auch Legierungen mit diesen Elementen zur Anwendung, z. B. Borstahl. Die Regelorgane bestehen aus Cd- oder B-Stäben, die über Neutronenflußmeßgeräte [25] automatisch gesteuert werden und mehr oder weniger tief in den Kern des Meilers hineinragen.

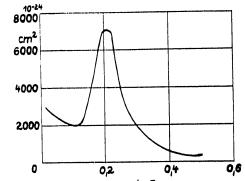
4.6 Kühlmittel

Kühlung im Innern des Meilers ist aus mehreren Gründen erforderlich. Die Festigkeitseigenschaften der Konstruktionsstoffe und die Moderierwirkung der Bremssubstanz müssen gewahrt und die Einfangwahrscheinlichkeit des Spaltstoffes aufrechterhalten bleiben. Das Kühlmittel muß daher die bei der Kernspaltung freiwerdende Wärme abführen und dieselbe bei ihrer technischen Nutzung nach außen übertragen.

Es muß daher gute wärmetechnische Eigenschaften aufweisen. Gute Wärmeleitfähigkeit und hohe Wärmeübergangswerte sind neben hoher spezifischer Wärme erforderlich. Hoher Siedepunkt und niedriger Dampfdruck auch bei hohen Temperaturen sind erwünscht. Außerdem muß der Kühlstoff die im Reaktionsraum notwendigen günstigen kernphysikalischen Eigenschaften besitzen. Arbeitet der Meiler mit langsamen Neutronen, so sind an das Kühlmittel dieselben Anforderungen wie an die Bremssubstanz zu stellen. In Reaktoren mit schnellen Neutronen muß Einfang- und Streuquerschnitt möglichst gering sein. Die Eigenschaften der Kühlstoffe sind der nachstehenden Tabelle zu entnehmen. Aus ihr ist zu ersehen, daß die Wärmeübergangszahl bei Flüssigkeiten sehr viel höher ist als bei Gasen. Zwar könnte man bei letzteren



Einfangquerschnitt von Bor gegenüber langsamen Neutronen



Einfangquerschnitt von Kadmium gegenüber langsamen Neutronen
Bild 16 (nach Wiesenack [11])

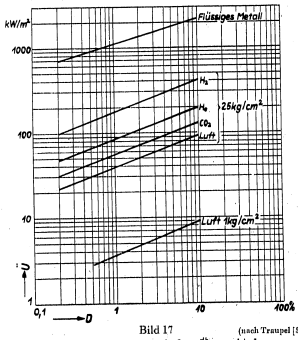


Bild 17 (nach Traupel [5])
Wärmeübertragungseigenschaften Ü verschiedener Wärmeträger in Funktion der Dissipation D

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

die Strömungsgeschwindigkeiten erhöhen, doch erhält man dann ungünstige Pumpleistungen. Diese sind bei flüssigen Metallen am geringsten. Bei Gasen und bei Wasser muß das ganze System unter Druck gesetzt werden. In Bild 17 ist nach *Traupel* [5] die Wärmestromdichte in kW/m² an der Oberfläche im Zusammenhang mit der Dissipation aufgetragen. Man versteht hierunter die für die Umwälzung des Kühlmittels benötigte Leistung in Prozenten der Wärmeleistung des Reaktors. Eine im Verhältnis zur Größe des Reaktors annehmbare Leistungsausbeute tritt erst oberhalb 100 kW/m² auf. Case kommen dann erst bei einem Druck ab 25 kg cm² in Frage.

Von den gasförmigen Kühlmitteln wäre Wasserstoff am günstigsten, doch scheidet er aus atomphysikalischen Gründen aus. Luft ist am einfachsten, da hierfür keine Beschaffungskosten auftreten. Luftgekühlte Reaktoren arbeiten auch in Oak-Ridge und in Brookhaven, wobei Kühlleistungen von 100—200 kW/t Uran erzielt werden. Der Reaktor „Beppo" in Harwell besitzt ebenfalls Luftkühlung [23]. 18000 m³/min Luft sind erforderlich. Stickstoff ist chemisch träger. Der französische Reaktor P 2 (1952) arbeitet mit Stickstoffkühlung. Bei einem Druck von 10 atü wird eine Leistungsdichte von 400 kW/t Uran erzielt. Am geeignetsten wäre Helium. Es ist als Edelgas praktisch chemisch inert und wird nicht radioaktiv. Nach *Sequenz* [17] wäre es vorteilhaft, Helium ohne Wärmeaustauscher als Arbeitsmittel in einer Gasturbine zu benutzen. Es ist weiterhin günstig, weil es Uran nicht angreift [21]. Da in Europa Helium in erforderlichen Mengen nicht vorhanden ist, müßte als Kühlmittel das nächst schlechtere Gas CO_2 benutzt werden.

Gasförmige Kühlmittel benötigen aber wegen der schlechten Wärmeübergangszahlen große Kühlflächen und erfordern daher hohe Pumpleistungen. (S. Tab. V.)

Wasser und schweres Wasser besitzen günstige Wärmeübergangszahlen und gute Strömungseigenschaften. Leichtes Wasser ist außerdem überall fast kostenlos verfügbar. Sein Streuquerschnitt ist groß, so daß es gleichzeitig als Moderatorsubstanz benutzt werden kann. Dagegen spricht aber der hohe Einfangquerschnitt für thermische Neutronen, so daß es nur in thermischen Reaktoren benutzt werden könnte, die mit angereichertem Uran arbeiten. In Kraftreaktoren muß infolge der höheren Temperatur dem auftretenden Dampfdruck Rechnung getragen werden. Wasser wirkt auf metallische Werkstoffe korrodierend; es muß aufbereitet werden. Die Aufbereitungschemikalien dürfen nicht in stärkerem Maße radioaktiv werden. Wie bereits erwähnt, hält die General Electric Co. einen Kraftreaktor mit Wasser als Kühlmittel und somit mit direkter Dampferzeugung als besonders aussichtsreich. Schweres Wasser muß wegen seines hohen Preises in einem geschlossenen Kühlkreis benutzt werden. Da es außerdem einen niedrigen Einfangquerschnitt hat, kommt es auch als Kühlmittel in thermischen Reaktoren in Frage, in denen natürliches Uran als Spaltstoff benutzt wird. Im Schwerwasserreaktor in Kjeller wird das D_2O gleichzeitig zur Kühlung benutzt. Hierfür ist eine Wassermenge von 4 l/sec in Umlauf zu bringen [23]. Metallschmelzen besitzen die besten Kühleigenschaften [22]. Infolge des hohen Siedepunktes findet bei höheren Temperaturen und atmosphärischem Druck keine Verdampfung statt. Vorkehrungen gegen hohen Druck sind daher nicht erforderlich. Ihre hohe Wärmeübergangszahl ermöglicht geringe Kühlflächen und somit geringe Pumpleistung. Allerdings besitzen sie ungünstige Kerneigenschaften, was beim Betrieb mit schnellen Neutronen aber nur von geringer Bedeutung ist. Im Clementine-Reaktor in Los Alamos wird sogar das ungünstige Quecksilber als Kühlmittel benutzt. Natrium ist wohl in dieser Hinsicht am meisten untersucht. Einer der beiden amerikanischen U-Boot-Reaktoren arbeitet mit flüssigem Natrium als Kühlmittel. Flüssige Metalle erlauben, Lösungen oder Suspensionen mit dem Spaltstoff zu bilden, wodurch die kontinuierliche Entfernung der Spaltprodukte aus den Suspensionen möglich ist.

Tabelle V
Eigenschaften von Kühlstoffen ([9], [11]):

	Kühlstoffe	Schmelzpunkt	Siedepunkt	A 10^{-24} cm²	10^{-28} cm³	Moderierfaktor	Bei Druck (ata)	Wichte kg/m³	spez. Wärme kcal/kg° C	Wärmeübergangszahl kcal/m² h° C	Pumpleistung (%) bezogen auf gleiche Wärmeleistung
Gase	He	—	—	0,0008	1,5	8300	1	0,091	i. M.	80	
							3	0,62	1,240	386	5400
							35	3,1		1405	
	Luft	—	—	1,4	6,82	0,82	1	0,66	i. M.	100	
							7	4,5	0,250	465	11900
							35	22,7		1665	
Wasser	H_2O	0	100	0,602	164	250	1	993 bei 38° C	0,9 97 bei 38° C	19300 bei 38° C	
							100		1,1 7	29500	3800
									bei 500° C	bei 500° C	
	D_2O	3,8	101,4	0,00092	15,3	8250	105	780	1,165	29400	
Flüssiges Metall	Na	97,5	883°	0,45	4	0,89	1	885	0,315	74000	0,20
	Na + K (56% Na)	19	822	1,1	3,2	0,225	1	845	0,285	37100	
	Pb	327,4	1740	0,2	11,0	0,529	1	11340	0,031		1,31
	Bi	271,3	1420	0,015	9,0	5,75	1	9800	0,033		1,00
	Pb + Bi (44,5% Pb)	125	1670			0,56			0,035	37000 (bei 500° C)	
	Hg	— 38,8	357	430	5/15		1	13600	0,03		1,07

4.7 Werkstoffe für den Strahlenschutz

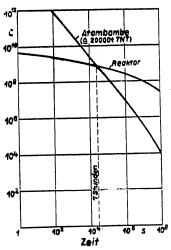
Wenn ein Atommeiler auch nicht wie eine Atombombe explodieren kann, so ist er doch die Quelle gefährlicher Strahlen. Trotz Moderator und Reflektor werden Neutronen nach außen gelangen. Ebenso werden bei den Kernreaktionen Elektronen und Heliumkerne, also β- und α-Strahlen frei, und schließlich entstehen γ-Strahlen. Alle diese Strahlenarten üben eine schädigende Wirkung auf den menschlichen Körper aus. Dabei ist die relative biologische Wirkung der einzelnen Strahlungen verschieden stark. Auf dem internationalen Radiologenkongreß 1950 in London wurde auf Grund einer 50jährigen Erfahrung festgelegt, daß die Toleranzdosis für Röntgen- und Gammastrahlen bei äußerer Einwirkung dieser Strahlen nur 0,3 Röntgen je Woche betragen darf. Da die relative biologische Wirkung der anderen Strahlen höher ist, muß die Toleranzdosis für dieselben entsprechend niedriger sein. Bild 18 gibt hierfür Aufschluß. In dieser Zusammenstellung ist auch die natürliche Hintergrundaktivität aufgeführt, die infolge ständiger Ausstrahlung radioaktiver Stoffe und infolge der Wirkung kosmischer Höhenstrahlung an jeder Stelle der Erde herrscht, und der jedermann ständig ausgesetzt ist.

Wiesenack [20] gibt noch an, daß ohne Schädigung eine einmalige Dosis von 25 rem/Tag, äußerstenfalls 150 rem/Woche ertragen werden. Eine Dosis von 400 r würden 50% aller Menschen nicht überstehen, und eine Strahlenwirkung von 800 r würde eine hundertprozentige Sterblichkeit zur Folge haben.

Hurwitz [24] hat für eine Reaktorbelastung von 1000 MW eine gesättigte Gammaaktivität von $6 \cdot 10^9$ Curie errechnet. Entsprechend der Langlebigkeit der Strahlungen wäre bei einer plötzlichen Beschädigung der Schutzhülle des Meilers die Strahlungsdosis nach 7 Stunden gleich der einer Atombombe (Bild 19). Nimmt man an, daß nur 1% der γ-Strahlung bei ungünstiger Witterung entweicht und die radioaktive Wolke zu Boden gedrückt wird, so wird innerhalb 10 km Umkreis um den Katastrophenherd die Strahlungsintensität größer sein, als die einmal zu ertragende Dosis von 25 r. Es ist daher zu verstehen, daß den

Strahlenart	Rel. biol. Wirkung	Toleranzdosis
Röntgen-u. γ-Str.	1	300
β-Strahlen	1	300
Therm. Neutron.	5	60
Schnelle Neutr.	10	30
Protonen	10	30
α-Strahlen	20	15
Natürliche Hintergrundaktivität	–	2,5 mrp/Woche

Bild 18 (nach Wiesenack [20])
Toleranzdosis nach Empfehlungen der internationalen Kommission für Strahlenschutz auf dem Londoner Radiologen-Kongreß 1950



Gamma-Strahlungsbereich eines 1000 MW-Kernreaktors

Gamma-Aktivität eines 1000 MW-Kernreaktors, abhängig v. der Zeit

Bild 19 (nach Hurwitz [24])

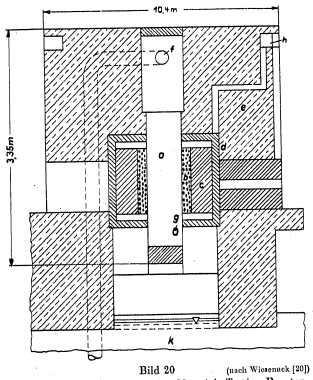


Bild 20 (nach Wiesenack [20])
Vereinfachter Schnitt durch den Materials Testing Reactor

Schutzstoffen ebenfalls die gebührende Beachtung geschenkt werden muß und auch geschenkt worden ist. Bei den bis jetzt gebauten Reaktoren sind die Abmessungen der Abschirmung so bemessen, daß $^1/_{100}$ der zulässigen Toleranzdosis nicht überschritten wurde. Diese Intensität entspricht etwa der natürlichen Hintergrundaktivität. Sie mußte so niedrig gewählt werden, um ein genaues Arbeiten der Meßgeräte zu gewährleisten.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Zur Abschirmung von schnellen Neutronen und von γ-Strahlen sind Werkstoffe mit hohen Massezahlen geeignet, wie Blei, Wolfram, Barium und Tantal, die auch schon zur Anwendung gekommen sind. Da bei der Absorption von Neutronen im Schirmstoff ebenfalls neue Strahlen entstehen, muß eine zweite Schutzschicht angeordnet werden. Thermische Neutronen werden durch Werkstoffe mit hohem Einfangquerschnitt absorbiert, die der äußeren Betonschicht beigefügt werden. Baryt, Stahl und Erze kommen in Frage, die die Dichte des Betons erhöhen.

Bild 20 stellt einen vereinfachten Schnitt durch den Materials Testing Reactor in Arco, Idaho, dar, der für eine Wärmeleitung von 30 MW ausgelegt ist. In diesem Meiler wird angereichertes Uran als Spaltstoff und leichtes Wasser als Moderator- und Kühlsubstanz benutzt, die innerhalb eines geschlossenen Al-Tanks a von 1,4 m ∅ von einem inneren Berylliumreflektor umgeben sind. Nach außen folgt nun ein Graphitreflektor c, der in der inneren Zone b aus Granulat von 25 mm Korngröße besteht. Als innere Abschirmung des gesamten Reaktorkernes dienen zwei je 100 mm dicke Stahlumhüllungen d, die in ihrem ebenfalls 100 mm breiten Zwischenraum von Kühlluft durchflutet werden, so daß diese Umhüllung sowohl zur Absorption von Strahlungen als auch zum Wärmeschutz dient. Schließlich ist der ganze Reaktor zum Schutz gegen γ-Strahlen von einer 3,75 m dicken Barytbetonschicht e umgeben. Bei f wird das Kühlwasser in den Meilerkern eingeleitet, das bei g wieder austritt. Bei h wird die Kühlluft für den Graphitreflektor und die Stahlumhüllung zugeführt.

5. Zusammenfassung

Nachdem die physikalischen Grundlagen im Atommeiler kurz gestreift und die einzelnen Reaktorarten beschrieben wurden, erfolgte die Kennzeichnung der an die Werkstoffe des Meilers gestellten Anforderung. Die Einteilung erfolgte entsprechend ihrer Verwendung in den einzelnen Bauelementen.

Werkstoffe der Atomtechnik werden dem Werkstoff-Fachmann und dem Technologen in der kommenden Zeit viele interessante Probleme stellen. Zu den behandelten Anforderungen kommt noch die Aufgabe hinzu, die Materialbeeinflussung durch Strahlung zu erforschen und eventuell günstige Eigenschaftsänderungen der Technik nutzbar zu machen.

Literatur

[1] *Hahn, K.*, Physik. Westermann-Verlag 1952, S. 949 ··· 955.
[2] *Gerlach, W.*, Atomenergie. ETZ-A., H. 21 (1954) S. 708 ··· 711
[3] *Wirtz, K.*, Stand und Aussichten der Gewinnung mechanischer Energie aus Kernreaktionen. Z. VDI, B. 96, Nr. 22 (1954), S. 733 ··· 738.
Wirtz, K., Kernreaktoren. Naturw. Bd. 41 (1954), Nr. 12, S. 269 ··· 277.
[4] *Thirring, H.*, Rohstoffprobleme in der Reaktortechnik. E u. M, 72. Jg., H. 15/16 (1955), S. 349 ··· 357.
[5] *Traupel, W.*, Technische Probleme der Nutzung der Kernenergie. Bull. SEV, Jg. 45, Nr. 26 (1954), S. 1101 ··· 1106.
[6] *Ebert, L.*, Einige chemische Gesichtspunkte und Aufgaben in der friedlichen Anwendung der Atomenergie. E u. M, Jg. 72, H. 15/16 (1955), S. 344 ··· 349.
[7] *Schulenburg, W.*, Seltene Metalle. Winnacker — Weingaertner, Chemische Technologie Bd. 5 (Metallurgie), S. 527 ··· 556. Carl Hanser Verlag München 1953.
[8] *Rometsch, R.*, Materialfragen beim Bau von Kernreaktoren. Bull. SEV, Bd. 45 (1954), Nr. 26, S. 1113 ··· 1118.
[9] *Lintner, K.*, u. *E. Schmid*, Werkstoff-Fragen des Reaktors. E u. M, Jg. 72, H. 15/16 (1954), S. 334 ··· 344.
[10] *Katz, J.*, u. *E. Rabinowitsch*, The Chemistry of Uranium. National Nuclear Energy Series VIII-S (zit. nach [9]) McGraw-Hill 1951.
[11] *Wiesenack, G.*, Bau und Betriebsstoffe für Kernreaktoren. Brennstoff, Wärme, Kraft Bd. 6 (1954), H. 4, S. 146 ··· 150
[12] *Masing, G.*, Lehrbuch der allgemeinen Metallkunde. Springer-Verlag 1950, S. XIV u. XV.
[13] *Gurinsky, D. H.*, Handbook of New Nuclear Techniques. Nucleonics 1952, S. 108.
[14] *Kubaschewski, O.*, Titan und Zirkon in der anglo-amerikanischen Literatur 1949. ZfM 40 (1949), S. 460 ··· 462.
[15] *Krull, W. J.*, Die Metallurgie des Titans und Zirkons. ZfM 45 (1954), H. 2, S. 67 ··· 75.
[16] *Ledinegg, M.*, Die Bemessung der Atomreaktoren. M u. E 72 (1955), H. 15/16, S. 373 ··· 380.
[17] *Sequenz, H.*, Atomkraftwerke und Atomkraftantriebe, M u. E 72 (1955) H. 15/16, S. 357 ··· 373.
[18] *Scherrer, P.*, Technische Energiegewinnung aus Kernprozessen Bull.SEV., Jg. 45, (1954), H. 25, S. 1061 ··· 1065.
[19] *Profos, P.*, Probleme der Regelung im Atomkraftwerk, Bull. SEV. Jg. 45 (1954) H. 26, S. 1106 ··· 1113.
[20] *Wiesenack, G.*, Sicherheitsfragen beim Atomkraftwerk. Brennstoff, Wärme, Kraft 6 (1954), H. 8, S. 320 ··· 325.
[21] *Lenz, W.*, Die Gewinnung elektrischer Energie aus Atomenergie. Brennstoff, Wärme, Kraft 6 (1954) S. 82 ··· 90
[22] *Lenz, W.*, Die Wärmeübertragung im Atomkraftwerk. Brennst, Wärme, Kraft. Bd. 7 (1955), H. 3, S. 114 ··· 119.
[23] *Karlik, B.*, Bauarten und Verwendungsmöglichkeiten von Reaktoren. E u. M 72 (1955), H. 15/16, S. 407 ··· 412.
[24] *Hurwitz, H.*, Safeguard Considerations for Nuclear Power Plants. Nucleonics Bd. 12 (1954), S. 57 ··· 61.
[25] *Staub, H.*, Leistungsmessung an Reaktoren. Bull. SEV., Jg. 45 (1954), H. 18, S. 742 ··· 743.
[26] *Weigel, F.* Die Transuran-Metalle. Die Umschau — 55. Jg. (1955) — Heft 21 — S. 649 ··· 651

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 15
Institut für Maschinenkunde, Direktor Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 531.2/.23:624.041.6/.63
Eingang: 17. 10. 1955

Einflußgrößen

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

Einfache Einflußlinien

Die Festigkeitslehre und die Statik benutzen die Begriffe Einflußgrößen und Einflußlinien in ausgedehntem Maße bei der Bestimmung der Einwirkung von wandernden Lasten auf Bauwerke. Im Maschinenbau sind wechselnde Kräfte mit verschiedenen Angriffspunkten immer vorhanden, und es ist deshalb zweckmäßig, die Methoden der Einflußzahlen auch bei der Berechnung von Maschinen anzuwenden. Da sich hierdurch gewisse Vorteile ergeben, ist eine ausführliche Behandlung der Einflußzahlen im Rahmen einer besonderen Abhandlung gerechtfertigt[1]), vor allem auch deshalb, weil die Einflußzahlen der Denkweise des Konstrukteurs besonders entsprechen.

Stehen physikalische Größen in einem gewissen Abhängigkeitsverhältnis zueinander, so spricht der Mathematiker von einer Funktion zwischen diesen Größen. Es können auch mehrere Größen zugleich in ihrem funktionellen Verhältnis zueinander betrachtet werden; die Natur zwingt uns oft dazu. Unser Bestreben muß es sein, dieses funktionelle Verhältnis in eine Formel zu fassen, sei es auf versuchsmäßige Weise oder auf Grund theoretischer Betrachtung. Löst man diese Formel nach einer wichtigen Größe auf, dann muß jede Seite der Gleichung dieselbe Dimension besitzen. Die alleinstehende Größe hängt dann von allen Größen der anderen Seite ab. Sie ist die *Abhängige*. Die andere Seite enthält neben einer oder mehreren *Unabhängigen* in irgendeinem funktionellen Verhältnis noch Konstanten oder Parameter. Eine von Natur aus unabhängige Größe ist zum Beispiel die Zeit t. Sie kann aber auch bei der Betrachtung zurücktreten und spielt dann die Rolle eines unabhängigen Parameters.

Wir zeigen die Zusammenhänge an einem gezogenen Stab (Bild 1). Die Formänderung durch die Kraft P ist

$$\Delta l = \frac{l}{EF} P \text{ [cm]}.$$

Im Faktor $\frac{l}{EF}$ sind die *Konstruktionsgrößen* zusammengefaßt. Er ist die *Einflußgröße* von P auf Δl. Die Einflußgröße hat die Dimension cm/kg. Hätte die Kraft P die Richtung unter dem Winkel φ zur Stabachse, dann käme zur Einflußgröße noch die Verhältniszahl cos φ hinzu. In der Einflußgröße sind dann die Einflüsse der Kraftrichtung und des Angriffspunktes der Kraft mit enthalten. Dies sind die Vektoreigenschaften der Kraft P.

[1]) Dieser Beitrag stellt zugleich eine Ergänzung zur Arbeit „Einflußmatrizen" dar. Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau (Heft 2, S. 115 ··· 134).

cos φ ist die *Einflußzahl*. Bei einer solchen Einflußgröße unterteilt man besser in *Hauptwert* und *Einflußzahl* (cos φ oder 1 bei einer Kraft in Stabrichtung). Löst man nach P auf:

$$P = \frac{EF}{l} \Delta l \text{ [kg]},$$

so nennt man $\frac{EF}{l}$ die *Federgröße*. Sie ist der reziproke Wert der Einflußgröße. Die graphische Darstellung

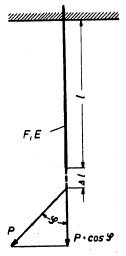


Bild 1 Einflußgröße für einen einfachen Zugstab

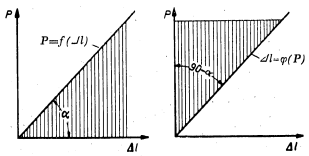


Bild 2 Einflußgröße und Federgröße im Diagramm

der beiden Gleichungen ergibt Bild 2; man nennt sie das Federdiagramm. Federgröße und Einflußgröße erscheinen darin als Tangenswerte der Winkel α und $90° - \alpha$. Der Flächeninhalt des schraffierten Dreiecks ist die *Feder- oder Formänderungsarbeit*

$$A = \frac{P \cdot \Delta l}{2} \text{ [cmkg]}.$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Gerade $P = f(\Delta l)$ ist die *Federkennlinie*. In der Form

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\ [1]$$

geschrieben und graphisch dargestellt, ergibt sich das typische *Zerreißdiagramm* des Werkstoffes (Bild 3). Sein gerader Teil bis zur *Streck-* oder 0,2-*Grenze* entspricht der Federkennlinie. Der Tangens-Wert des Winkels α ist der Wert E.

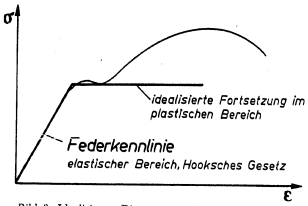


Bild 3 Idealisiertes Diagramm und Zerreißdiagramm

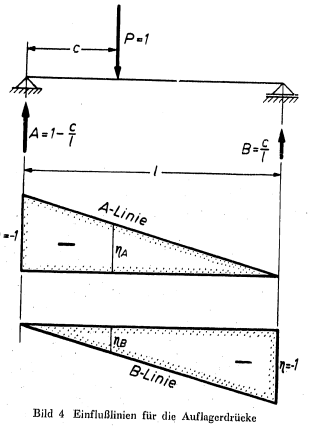


Bild 4 Einflußlinien für die Auflagerdrücke

Steht die Kraft senkrecht zur Stabachse (Bild 4), dann entstehen an den Auflagerstellen Reaktionskräfte. Wir suchen die Einflußgrößen von P auf A und B. Man setzt also $P = 1$, denn außer der absoluten Größe P ist die Lage von P ausschlaggebend. Die Größe $P = 1$ ist ein Einheitsvektor, d. h. ohne Dimension. Der Praktiker kann sie aber so behandeln, als ob sie eine Kraft von 1 kg oder 1 t wäre. Mit den Gleichgewichtsbedingungen der Statik erhält man $A = 1 - \frac{c}{l}$ und $B = \frac{c}{l}$. Bei diesen Einflußgrößen von P auf A und B ist der Hauptwert $= 1$, wie immer, wenn der Einfluß auf eine gleichartige Größe vorliegt, so daß die Einflußgröße zugleich die Einflußzahl ist. Denkt man sich c veränderlich, dann ist $P = 1$ eine wandernde Last und die Einflußzahl eine lineare Funktion von der Lage c entlang l. Sie wird als *Einflußlinie* bezeichnet mit der näheren Bezeichnung A- und B-Linie (Bild 4). $P = 1$ über A erzeugt dort die Reaktion -1, ebenso $P = 1$ über B; dort wird $B = -1$ hervorgerufen. Jede Kraft P ergibt also, in ihrer jeweiligen Lage mit der darunterliegenden Ordinate der A- und B-Linie multipliziert, den Anteil an der Auflagerreaktion A und B. Man bezeichnet die Einflußgrößen gewöhnlich mit η und erhält für eine Einzellast $A = P \cdot \eta_A$, $B = P \cdot \eta_B$. Bei mehreren Einzelkräften erhält man entsprechend die algebraische Summe aller Produkte aus $P \cdot \eta$:

$$A = \Sigma P \cdot \eta_A,$$
$$B = \Sigma P \cdot \eta_B.$$

Die A- und B-Linie kann man über die Stützstellen hinaus verlängern und erhält dadurch die Einflußgrößen für Kräfte auf einem Kragarm. Dadurch werden teilweise die Abschnitte negativ (Bild 5).

Zahlenbeispiel 1 (Bild 6)

$$A = 300 \cdot 0{,}7 + 200 \cdot 0{,}6 + 100 \cdot 0{,}3$$
$$= 210 + 120 + 30 = 360\ \text{kg},$$
$$B = 300 \cdot 0{,}3 + 200 \cdot 0{,}4 + 100 \cdot 0{,}7$$
$$= 90 + 80 + 70 = 240\ \text{kg}.$$

Liegen statt der Einzelkräfte Streckenlasten vor, dann denkt man sich die graphische Darstellung der Streckenlast in einzelne senkrechte Streifen von der Breite dc zerlegt und die entsprechende Last dieses Streifens, im Schwerpunkt desselben angreifend, als Einzellast. Die Gesamtzahl dieser vielen Einzellasten ergibt, mit der darunterliegenden Einfluß-Ordinate multipliziert, den Anteil an der Auflagerreaktion A bzw. B. Die algebraische Summe wird dann zum Integral über alle Produkte dieser Einzelkräfte mit η (Bild 7):

$$A = \int \eta(c)\, p(c)\ dc.$$

Unter dem Integralzeichen steht das Produkt zweier Funktionen (Produkt-Integral). Die formelmäßige

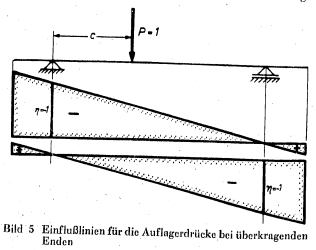


Bild 5 Einflußlinien für die Auflagerdrücke bei überkragenden Enden

Auswertung dieser Integrale ist nicht notwendig; man kann sofort zahlenmäßig integrieren. Nimmt man zwei übereinanderliegende Teilflächen der Belastungsfläche und der Einflußfläche als Trapeze an,

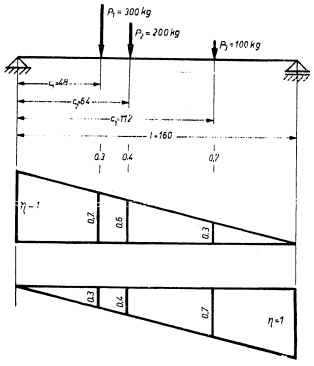


Bild 6 Skizze zum Zahlenbeispiel 1

die man durch ihre Anfangs- und Endordinaten ausdrückt, dann erhält man eine sehr einfache Formel, nachdem man das entsprechende Integral aufgelöst hat:

$$A = \int_1^2 \left(p_1 + \frac{p_2 - p_1}{c_2 - c_1}\, c\right)\left(\eta_1 + \frac{\eta_2 - \eta_1}{c_2 - c_1}\, c\right) dc$$
$$= \frac{c_2 - c_1}{6}\,[\eta_1(2p_1 + p_2) + \eta_2(2p_2 + p_1)].$$

Die Anwendung des Ergebnisses für die praktische Zahlenrechnung ist noch einmal in Bild 8 wiedergegeben. Das Schema ist sehr vielseitig zu verwenden und ergibt genaue Werte, wenn die gegebenen Funktionen linear sind, wie in vielen Fällen bei der Anwendung in der Festigkeitslehre. Sind die Funktionen höhere als vom Grade 1, dann sind die Ergebnisse angenähert, aber für die Praxis noch genügend genau, wenn man eine ausreichende Anzahl von Streifen wählt.

Zahlenbeispiel 2 (Bild 7)

$$A = 1\,(2\,p_0 + 0)\,\frac{l}{6} = \frac{p_0 \cdot l}{3} = \frac{3 \cdot 120}{3} = 120\ \text{kg},$$

$$B = 1 \quad (0 + p_0)\,\frac{l}{6} = \frac{p_0 \cdot l}{6} = \frac{3 \cdot 120}{6} = 60\ \text{kg}.$$

Zahlenbeispiel 3 (Bild 9)

$$A = \frac{160}{6}\,\frac{1}{2}\,(2 \cdot 40 + 56) - \frac{40}{6}\,\frac{1}{8}\,(2 \cdot 60 + 56)$$
$$= \frac{10880 - 880}{6} = \frac{10000}{6}\ \text{kg},$$

$$B = \frac{200}{6}\,\frac{1}{2}\,(2 \cdot 40 + 60) + \frac{200}{6}\,\frac{9}{8}\,(2 \cdot 60 + 40)$$
$$= \frac{14000 + 36000}{6} = \frac{50000}{6}\ \text{kg},$$

$$A + B = 10000\ \text{kg} = 200\,\frac{40 + 60}{2}$$

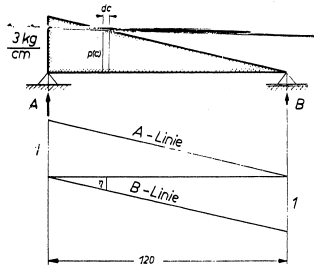


Bild 7 Anwendung der A und B-Linie bei Streckenlasten p_0[kg/cm]

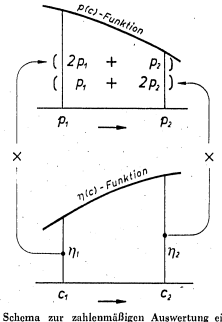


Bild 8 Schema zur zahlenmäßigen Auswertung eines Produktintegrals $A = \frac{c_2 - c_1}{6}\left[\eta_1(2p_1 + p_2) + \eta_2(2p_2 + p_1)\right]$

Biegemoment und Querkraft

Eine senkrecht zum Stabe gerichtete Kraft hat ferner die Wirkung, daß der Stab sich biegt. Bringt man, nachdem er durch Bestimmung der Auflagerreaktionen ins Gleichgewicht gebracht worden ist, links von $P = 1$ einen Schnitt an, so entstehen zwei Stabteile, die, da das Ganze im Gleichgewicht ist, einzeln für sich im Gleichgewicht sein müssen. Fehlende Kräfte und Momente müssen in den Schnittufern angebracht

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

werden. Zunächst wird A an den Schnitt parallel verschoben und durch eine Kraft $-A$ ausgeglichen. Dadurch tritt keine physikalische Änderung ein. Es entsteht ein Kräftepaar Ax mit x als Abstand und eine Kraft A in x. Das Kräftepaar Ax benötigt zum Erreichen der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M = 0$ ein weiteres Moment im linken Schnittufer = *inneres Moment* M_x:

$$M_x = Ax = x\left(1 - \frac{c}{l}\right).$$

Zur Herstellung des Gleichgewichts im Schnitt benötigt man ein weiteres inneres Moment im rechten Schnittufer, das zusammen mit dem linken Schnitt-

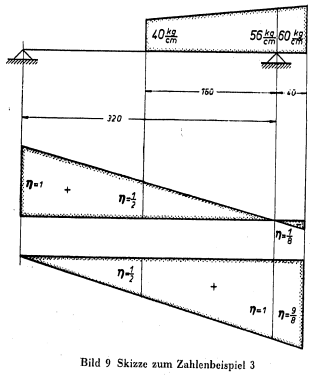


Bild 9 Skizze zum Zahlenbeispiel 3

ufer $\Sigma M = 0$ ergibt. Es verhindert den Klaffwinkel der beiden Schnittufer, der vom äußeren Moment Ax hervorgerufen wird. Die am Schnitt angebrachten Kräfte A und $-A$ versuchen, die beiden Schnittufer parallel zu verschieben. Der Werkstoff wehrt sich dagegen mit der inneren Querkraft $Q_x = A$. Die nunmehr im Schnittufer vorhandenen Kräfte Q_x und Momente M_x ergeben zusammen mit den äußeren Kräften und Momenten Verschiebungen, die sich zur „*elastischen Linie*" zusammensetzen (Bild 10).

Ein Schnitt rechts von $P = 1$ ergibt ein inneres Moment

$$M_x = B\,(l - x) = \frac{c}{l}\,(l - x)$$

und eine Querkraft $Q_x = B$.

Die paarweise auftretenden Schnittkräfte und -momente erfordern eine besondere *Vorzeichenregel*:

Wird das rechte Schnittufer durch die äußeren Kräfte in Richtung der positiven Ordinatenachse verschoben, so ist die Querkraft positiv, anderenfalls negativ. Somit ist $Q_x = A$ positiv und $Q_x = B$ negativ.

Wird durch die äußeren biegenden Momente der Stab in Richtung der positiven Ordinatenachse konvex gebogen, so ist das Moment positiv, anderenfalls negativ.

Daher sind $M_x = Ax$ und $M_x = B\,(l - x)$ positiv. Die Querkraft ergibt eine Stufenkurve, das Moment eine geknickte Gerade mit zwei verschiedenen Gleichungen

$$M_x = l\left(\frac{x}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right)\right) \quad \Big| \quad M_x = l\,\frac{c}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Sie sind für $P = 1$ die *Einflußlinien* für das Moment. l ist der Hauptwert und $\frac{x}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$ bzw. $\frac{c}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$ sind die Einflußzahlen. Diese sind *symmetrische Gleichungen*. Die eine entsteht aus der anderen durch Vertauschen von x mit c und umgekehrt. x und c sind zwei unabhängige Veränderliche in demselben Wertebereich. Hält man x konstant, dann erhält man den Einfluß einer wandernden Last auf das Moment M_x. Ist c konstant, dann erhält man den Verlauf des Momentes M_x entlang l. Fällt x mit c zusammen, dann hat man für beide dieselbe Linie.

Zeichnet man zu $P = 1$ das Seileck mit Schlußlinie s, so ist die Senkrechte z zwischen Seileck und Schlußlinie ein Maß für das Moment (Bild 10).

Ein Vergleich der entsprechenden Dreiecke ergibt die Proportion

$$\frac{z}{l - x} = \frac{B}{H},$$

$$B\,(l - x) = M_x = H \cdot z.$$

Das so der Zeichnung entnommene Moment z bedarf noch der Multiplikation mit dem Maßstab. Man erhält

$$m_M \cdot M_x = H \cdot z \;\; m_L \cdot m_P.$$

Somit ist

$$m_M = H \;\; m_L \;\; m_P.$$

Da das Seileck eine graphische Integration darstellt, was schon am Maßstab zu erkennen ist, kann man auch rückwärts differenzieren. Mit einer horizontalen Schlußlinie gezeichnet, ergibt sich dieselbe Figur wie

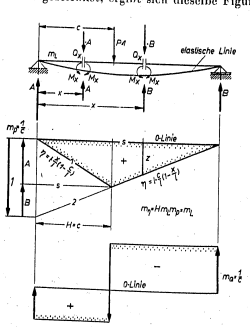


Bild 10 Die Schnittgrößen am Biegestab von der Länge l

bei der analytischen Herleitung. Bei der Differentiation der Einflußlinie ergeben sich nun entsprechend zwei Möglichkeiten:

links	rechts
$\eta = l\,\frac{x}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$	$\eta = l\,\frac{c}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$
c = const.	
$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \left(1 - \frac{c}{l}\right)$	$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{c}{l}$
$= A$	$= B$
x = const.	
$\frac{\partial \eta}{\partial c} = -\frac{x}{l}$	$\frac{\partial \eta}{\partial c} = \left(1 - \frac{x}{l}\right).$

Im ersten Falle erhält man die Querkraftlinie, da A und B für $P = 1$ konstante Größen sind.

Im zweiten Falle erhält man die Einflußlinie für die Querkraft (Bild 11). In beiden Fällen erhält man nur Verhältniszahlen. Daher ist der Hauptwert der Einflußgröße gleich -1 und $+1$. Da die Querkraft mit $+A$ beginnt und mit $-B$ endet, kann man mit Hilfe der Einflußlinie für die Querkraft auch die Auflagerdrücke berechnen. Bei mehreren Kräften ergibt sich die Querkraft

$$Q_x = P_1\,\eta_1 + P_2\,\eta_2 + P_3\,\eta_3,$$
$$Q_x = \Sigma P\,\eta,$$

wobei es auch auf die Vorzeichen ankommt. Q_x gilt dann für das ganze Gebiet zwischen zwei Kräften, in dem es konstant ist.

Hat man es mit einer Streckenlast zu tun, dann denkt man sich wiederum kleine Kräfte $p(c) \cdot dc$, die als

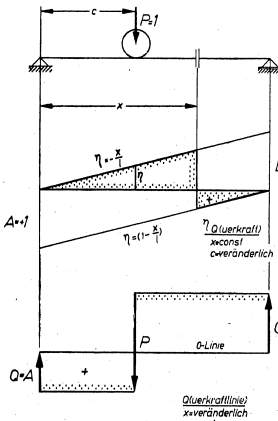
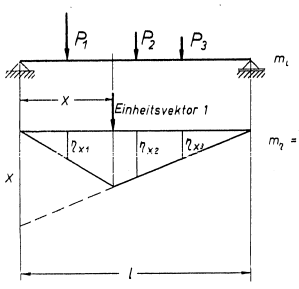


Bild 11 Die Einflußlinien für die Querkraft eines Biegestabes

Einzelkräfte im Schwerpunkt angreifen, mit η multipliziert. Anstelle der endlichen Summen tritt dann das Integral

$$Q_x = \int_0^l \eta \cdot p(c)\,dc,$$

wobei $\eta(x) = \eta(c)$ wird (c = Integrationsveränderliche). Die Stelle x, an der Q_x bestimmt wird, teilt



$$M_x = P_1\,\eta_{x1} + P_2\,\eta_{x2} + P_3\,\eta_{x3}$$

Bild 12 Einflußlinie für das Biegemoment

die Einflußlinie in ein positives und negatives Gebiet. Es ist daher das Integral in zwei Teilintegrale zu zerlegen:

$$Q_x = -\int_0^x \eta\,(c)\;p\,(c)\,dc + \int_x^l \eta\,(c)\;p\,(c)\,dc.$$

Bei sofortiger zahlenmäßiger Auswertung kann man das Schema benutzen, wobei die Stelle x immer als Teilungsabszisse mit auftritt, weil hier die Vorzeichen wechseln. An der Stelle x wechselt das Vorzeichen für das Integral.

Bei der Bestimmung des Biegemoments von mehreren Einzellasten wird die Einflußlinie für die Stelle x gezeichnet (Bild 12), für die das Moment gebildet werden soll. Da zwischen zwei Kräften das Moment linear verläuft, ist der Momentenverlauf ein Linienzug, der sich an den Kraftstellen bricht. Will man daher den gesamten Momentenverlauf bestimmen, so braucht man nur an den Laststellen die Momente zu bestimmen. Dazu muß die Einflußlinie an jeder Laststelle gezeichnet werden. Man kennzeichnet daher die η-Werte mit zwei Indizes, wovon der erste die Momentenstelle (Meßstelle) (Bild 13) und der zweite die Laststelle bezeichnet, und erhält dann soviel Gleichungen, wie Laststellen vorhanden sind. Für drei Laststellen wird

$$M_1 = P_1\,\eta_{11} + P_2\,\eta_{12} + P_3\,\eta_{13},$$
$$M_2 = P_1\,\eta_{21} + P_2\,\eta_{22} + P_3\,\eta_{23},$$
$$M_3 = P_1\,\eta_{31} + P_2\,\eta_{32} + P_3\,\eta_{33}.$$

Ein solches Gleichungssystem lädt zur Anwendung von Matrizen ein, wodurch die Rechnung übersicht-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

lich und kurz wird. Die Matrix zu obigem Gleichungssystem ist die Einflußmatrix

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix}.$$

Bei Streckenlasten entstehen wieder die beiden Integrale

$$M_x = \int_0^x \eta\,(x c)\,p(c)\,dc + \int_x^l \eta\,(c x)\,p(c)\,dc,$$

wobei hier jedoch nicht die Trennung des positiven und negativen Teils notwendig ist, sondern für die beiden Gebiete zwei verschiedene Gleichungen η gelten. Auch schreitet man zweckmäßig gleich zur zahlenmäßigen Auswertung mit Hilfe des Schemas. Die Momentenlinie ist hier kein Streckenzug, sondern eine Kurve, deren Verlauf über l man zweckmäßig durch Berechnung einer genügenden Anzahl von Punkten erhält. Beim Wechsel des Vorzeichens der Querkraft ist wieder das maximale Biegemoment vorhanden. Seine Lage wird hierdurch genauer erhalten als durch andere Methoden.

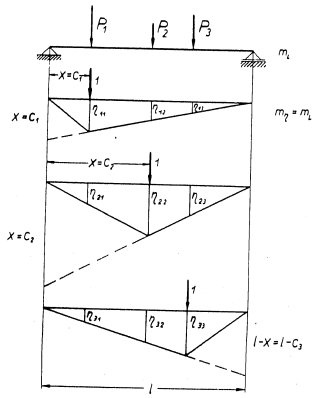


Bild 13 Die Einflußlinien für das Biegemoment an 3 Laststellen

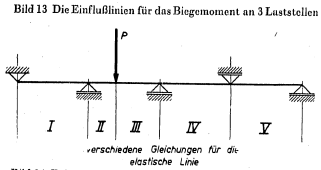


Bild 14 Bei einem mehrfach gestützten Stab erhält man für jeden Stabteil eine besondere Gleichung für das Biegemoment und die elastische Linie

Da man sich bei einer Streckenlast Einzelkräfte von der Größe p dc denken kann, ergibt sie unendlich viele solcher Kräfte, und deshalb erhält man ein Gleichungssystem, das unendlich viele Gleichungen mit unendlich viel Gliedern besitzt. Die Einflußmatrix hat also unendlich viele Zeilen und Spalten. Differenziert man das Gleichungssystem partiell nach der beliebigen Kraft $P_x = p_x \cdot dc$, so erhält man

$$\frac{\partial M_1}{\partial P_x} = \eta_{1x},$$
$$\frac{\partial M_2}{\partial P_x} = \eta_{2x},$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\frac{\partial M_x}{\partial P_x} = \eta_{xx},$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

oder kurz zusammengefaßt

$$\frac{\partial M}{\partial P_x} = \eta_{ix}.$$

Diese beiden Größen kann man als Spaltenvektoren bezeichnen, da sie einspaltige Matrizen darstellen. Die rechte Seite ist die Momentenlinie für den Einheitsvektor an der Stelle c = x. Die Zeilen der Einflußmatrix bezeichnet man als Zeilenvektor. In ihm sind die ersten Indizes gleich und die zweiten variabel. Der Zeilenvektor gilt also für einen wandernden Einheitsvektor und ist daher die Einflußlinie für das Moment. Dies gilt grundsätzlich für symmetrische wie für unsymmetrische Matrizen. Bei den ersten wird dieser Sachverhalt dadurch verwischt, indem Spalte und Zeile gleich sind und diese Auseinanderhaltung unnötig ist. Bei unsymmetrischen Einflußmatrizen wird sie notwendig.

So erhält man z. B. für den einseitig eingespannten Stab die Gleichung

$$\eta_i = \frac{l^3}{6EJ}\left(\frac{x}{l}\right)^2\left[3\,\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right]$$

für die elastische Linie des Einheitsvektors an der Stelle c. Die Gleichungen für die elastische Linie erhält man für P = 1 durch dreimalige Integration (bei Streckenlasten durch viermalige). Dabei ist der einseitig eingespannte Stab der einzige Fall, bei dem normal integriert wird und bei dem die Integrationskonstanten durch die Anfangsbedingungen erhalten werden können. Alle anderen Belastungsfälle sind Randwertprobleme, d. h. für die Bestimmung der Integrationskonstanten sind die Bedingungen am Anfang und Ende des Stabteiles ausschlaggebend. Dies kommt daher, weil sich die elastische Linie mathematisch aus zwei oder mehreren Stücken zusammensetzt, von denen jede eine andere Gleichung besitzt. So wird z. B. ein einfacher Stab auf zwei Stützen an der Laststelle unterteilt (Bild 10), wobei schon die Momente links und rechts nach verschiedenen Gleichungen berechnet werden. Die zweimalige Integration ergibt daher auch zwei verschiedene Gleichungen für die elastische Linie. Die beiden Teile gehen an der Laststelle tangential ineinander über, so daß der Eindruck entstehen kann, daß für beide Teile eine einzige Gleichung gelten könnte. Die Randbedingungen, die den tangentialen Übergang mit enthalten, können in zwei gleiche Teile geteilt werden. Den ersten Teil bildet die statische Gruppe, den zweiten die Formänderungsgruppe, wenn man von der Differentialgleichung $(EJ\,y'')'' = 0$ ausgeht. Zu bestimmen sind dann für jeden Teil vier Integrationskonstanten, also beim Stab auf zwei Stützen mit der Last P = 1 im ganzen acht. Dazu gehören acht Gleichungen, vier für die statische Gruppe und vier für die Formänderungsgruppe. Wird der Belastungsfall statisch unbestimmt, dann enthält die statische Gruppe so viel Formänderungsbedingungen, wie der Grad der statischen Unbestimmtheit ausmacht. Bei einem Stab auf fünf Stützen (Bild 14) mit P = 1 an beliebiger Stelle erhält man $5 \cdot 4 = 20$ Integrationskonstanten für fünf verschiedene Gleichungen, wobei acht statische und 12 Formänderungsbedingungen vorliegen, weil der Belastungsfall zweifach statisch unbestimmt wird. Die Auflösung der 20 Gleichungen zur Bestimmung der 20 Unbekannten ist schon nicht mehr einfach, obwohl sich manche Vorteile bieten. Daher geht man zweckmäßig zur Bestimmung der elastischen Linie mittels Einflußgrößen vor [1], [2], [3].

Obige Gleichung für den einseitig eingespannten Stab ist auch gleichzeitig die Einflußlinie für die Durchbiegung, denn wenn man x mit c vertauscht, erhält man die Gleichung für die rechte Seite

$$\eta = \frac{l^3}{6EJ}\left(\frac{c}{l}\right)^2\left[3\,\frac{x}{l} - \frac{c}{l}\right].$$

In der ersten ist $x < c$, und in der zweiten ist $x > c$ (Gleichung einer Geraden, da das unbelastete Ende in gerader Form mitgenommen wird).

Leitet man die erste Gleichung partiell nach x ab, dann gilt sie als elastische Linie, und man erhält bei konstantem c die Neigungslinie

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{l^2}{2EJ}\,\frac{x}{l}\left[2\,\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right].$$

Nach c abgeleitet, ergibt sich die Einflußlinie für die Neigung

$$\eta_N = \frac{\partial \eta}{\partial c} = \frac{l^2}{2EJ}\left(\frac{x}{l}\right)^2.$$

Nochmalige partielle Ableitungen ergeben sinngemäß

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{1}{EJ}\left[\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right] \quad \text{und}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial c^2} = 0.$$

Daraus ergibt die erste Gleichung die Momentenlinie für den Einheitsvektor.

$\frac{\partial^2 \eta}{\partial c^2} = 0$ besagt, daß bei einem wandernden Einheitsvektor an dessen Stelle das Moment Null wird. Läßt man ihn über die Stelle x hinausgehen, so entsteht nach der ersten Gleichung bei x das Moment $-(c-x)$. In c als Ordinate angetragen, ergibt sich daher als Einflußlinie eine in x beginnende Gerade unter 45°, während die Momentenlinie für festes c eine in c beginnende Gerade ebenfalls unter 45° nach der anderen Seite darstellt (Bild 15).

Die Einflußmatrix ist daher unsymmetrisch und lautet, für 4 Laststellen um eine Nullzeile erweitert,

$$\begin{pmatrix} (c_1 - 0) & (c_2 - 0) & (c_3 - 0) & (c_4 - 0) \\ 0 & (c_2 - c_1) & (c_3 - c_1) & (c_4 - c_1) \\ 0 & 0 & (c_3 - c_2) & (c_4 - c_2) \\ 0 & 0 & 0 & (c_4 - c_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Greift an einem Stab ein Moment an, so wird der Stab gebogen. Die Auflagerkräfte bestimmen sich aus

$$A = B = \frac{M}{l}.$$

Man kann die Aufgabe auch umkehren, indem die durch M gebildeten Stabteile c und $l - c$ in c eingespannt zu denken sind und diese eingespannten Stäbe am freien Ende durch die Kräfte A und B belastet werden. Dann ergeben sich zwei dreieckförmige Momentenflächen. Die beiden Einspannmomente bilden zusammen das Moment M. Man denke sich die Momentenfläche mit Hilfe eines Seilecks gezeichnet (Bild 16).

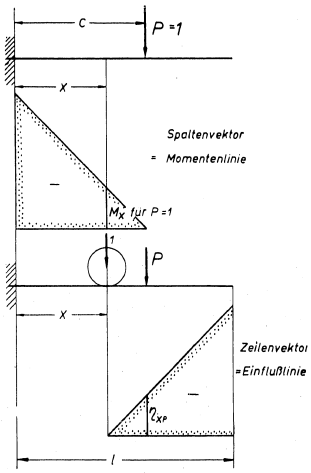


Bild 15 Die Einflußlinie für den einseitig eingespannten Stab im Vergleich zur Momentenlinie

Es ergeben sich sodann folgende Beziehungen:

$$\frac{z}{l} = \frac{A}{H},$$
$$z\,H = A\,l = M,$$
$$M = m_L \cdot z \cdot m_P \cdot H = m_M \cdot z,$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$$\frac{z_1}{l-c} = \frac{A}{H},$$

$$z_1 H = A\,(l-c) = \frac{M}{l}\,(l-c),$$

$$M_1 = z_1 \cdot m_M = M\left(1-\frac{c}{l}\right),$$

$$M_2 = z_2 \cdot m_M = M\,\frac{c}{l}.$$

M_1 und M_2 sind die beiden Einspannmomente. Durch zweifache Integration ergibt sich

x links von c

$$\eta = -\frac{l^2}{6\,E\,J}\,\frac{x}{l}\left[1-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]\left[\frac{cm}{kgcm}\right];$$

x rechts von c

$$\eta = -\frac{l^2}{6\,E\,J}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]\left[\frac{cm}{kgcm}\right].$$

Ein einzelnes Moment M an der Stelle c hat zwei Wirkungen. Es dreht das Stabelement und verschiebt es. Obige beiden Gleichungen gestatten, die Durchbiegungen von verschiedenen Einzelmomenten M_1, M_2, M_3, ... zu berechnen. Sie ergeben eine Einflußmatrix, die nicht symmetrisch ist. In dieser Matrix ist die Spalte die elastische Linie an der betreffenden Stelle c, die Zeile die Einflußlinie für die Stelle x.

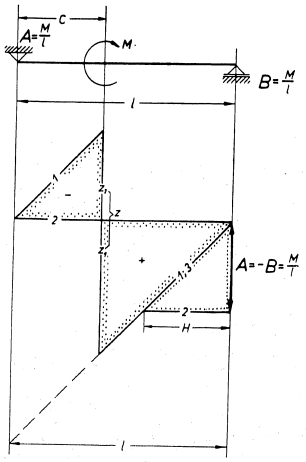


Bild 16 Bei einem einzelnen Biegemoment erhält man eine Einflußlinie wie beim querbelasteten Stab für die Querkraftlinie

Die partiellen Differentiationen dieser Gleichungen nach x und c liefern die Neigungslinie (Spaltenvektor)

x links von c

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} = -\frac{l}{6\,E\,J}\left[1-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2-3\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]\left[\frac{1}{kgcm}\right];$$

x rechts von c

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} = -\frac{l}{6\,E\,J}\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-3\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]\left[\frac{1}{kgcm}\right]$$

und die Einflußlinie für die Neigung (Zeilenvektor)

x links von c

$$\eta_N = \frac{\partial\eta}{\partial c} = -\frac{l}{E\,J}\cdot\left(1-\frac{c}{l}\right)\frac{x}{l}\quad\left[\frac{1}{kgcm}\right]$$

x rechts von c

$$\eta_N = \frac{\partial\eta}{\partial c} = -\frac{l}{E\,J}\,\frac{c}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\quad\left[\frac{1}{kgcm}\right].$$

Die ersten beiden Gleichungen ergeben den Verlauf der Tangentenrichtungen, die letzten beiden Gleichungen bilden die Einflußlinie für die Neigungen.

Hat man nicht einzelne Momente an den Stellen c_1, c_2, c_3 ..., sondern eine sich stetig oder unstetig ändernde Momentenlinie, die von Querkräften herrührt, dann erhält man die einzelnen Belastungen M dc mit der Dimension kgcm². Das Integral von $\eta_N \cdot M\,dc$ über die Stablänge ergibt eine Größe mit der Einheit $\frac{kgcm^2}{kgcm} = cm$, also die elastische Linie

$$y = \int_0^l \eta_N \cdot M\,dc.$$

Trennt man den Faktor $\frac{1}{E\,J}$ ab und bezeichnet den Rest einfach mit η_{ix}, dann erhält man

$$y = \frac{1}{E\,J}\int_0^l M\,\eta_{ix}\,dc.$$

Ein Vergleich mit der Formel von *Castigliano* ergibt

$$\eta_{ix} = \frac{\partial M}{\partial P_x}.$$

Man kann also auch die Momentenlinie für den Einheitsvektor auffassen als Einflußlinie für die Tangentenneigungen eines durch ein Einzelmoment M = 1 belasteten Stabes, die, mit der Momentenfläche multipliziert und integriert, die elastische Linie ergibt.

Gegenüberstellung I

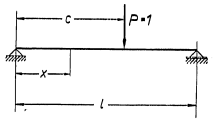


Bild 17

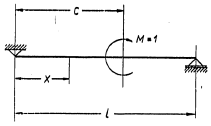


Bild 18

Elastische Linie, Einflußlinie für Durchbiegung

$$\eta = \frac{l^3}{6\,E\,J}\,\frac{x}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left[1-\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right]$$

Neigungslinie

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} = \frac{l^2}{6\,E\,J}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right]$$

Einflußlinie für die Neigung

$$\frac{\partial\eta}{\partial c} = -\frac{l^2}{6\,E\,J}\,\frac{x}{l}\left[1-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial c\,\partial x} = -\frac{l}{6\,E\,J}\left[1-3\left(\frac{x}{l}\right)^2-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right]$$

negative Momentenlinie

$$E\,J\,\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} = -\,l\,\frac{x}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)$$

negative Einflußlinie für Moment

$$E\,J\,\frac{\partial^2\eta}{\partial c^2} = -\,l\,\frac{x}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)$$

negative Querkraft

$$E\,J\,\frac{\partial^3\eta}{\partial x^3} = -\left(1-\frac{c}{l}\right)$$

negative Einflußlinie für Querkraft

$$E\,J\,\frac{\partial^3\eta}{\partial c^3} = \frac{x}{l}$$

Elastische Linie und Einflußlinie für Durchbiegung

$$\eta = -\frac{l^2}{6\,E\,J}\,\frac{x}{l}\left[1-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Neigungslinie

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} = -\frac{l}{6\,E\,J}\left[1-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2-3\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Einflußlinie für Neigung

$$\frac{\partial\eta}{\partial c} = -\frac{l}{E\,J}\,\frac{x}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)$$

negative Momentenlinie

$$E\,J\,\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} = \frac{x}{l}$$

negative Einflußlinie für Moment

$$E\,J\,\frac{\partial^2\eta}{\partial c^2} = \frac{x}{l}$$

negative Querkraft

$$E\,J\,\frac{\partial^3\eta}{\partial x^3} = \frac{1}{l}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Gegenüberstellung II

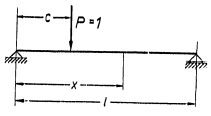


Bild 19

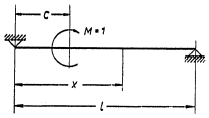


Bild 20

Elastische Linie, Einflußlinie für Durchbiegung

$$\eta = \frac{l^3}{6EJ}\frac{c}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-\left(\frac{c}{l}\right)^2-\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Neigungslinie

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{l^2}{6EJ}\frac{c}{l}\left[1-3\left(1-\frac{x}{l}\right)^2-\left(\frac{c}{l}\right)^2\right]$$

Einflußlinie für die Neigung

$$\frac{\partial \eta}{\partial c} = \frac{l^2}{6EJ}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial c\,\partial x} = -\frac{l}{6EJ}\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-3\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

negative Momentenlinie

$$EJ\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -l\frac{c}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)$$

negative Einflußlinie für Moment

$$EJ\frac{\partial^2 \eta}{\partial c^2} = -l\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{c}{l}$$

negative Querkraft

$$EJ\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{c}{l}$$

negative Einflußlinie für Querkraft

$$EJ\frac{\partial^3 \eta}{\partial c^3} = -\left(1-\frac{x}{l}\right)$$

Elastische Linie und Einflußlinie für Durchbiegung

$$\eta = \frac{l^2}{6EJ}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Neigungslinie

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{l}{6EJ}\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-3\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Einflußlinie für Neigung

$$\frac{\partial \eta}{\partial c} = -\frac{l}{EJ}\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{c}{l}$$

negative Momentenlinie

$$EJ\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -\left(1-\frac{x}{l}\right)$$

negative Einflußlinie für Moment

$$EJ\frac{\partial^2 \eta}{\partial c^2} = -\left(1-\frac{x}{l}\right)$$

negative Querkraft

$$EJ\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{1}{l}$$

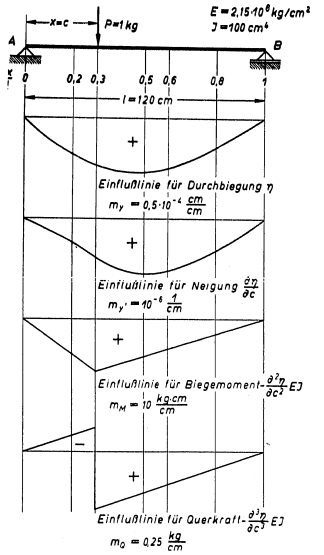


Bild 21 Vierfache Integration oder Differentiation beim querbelasteten Biegestab mit Einzelkraft hinsichtlich c.

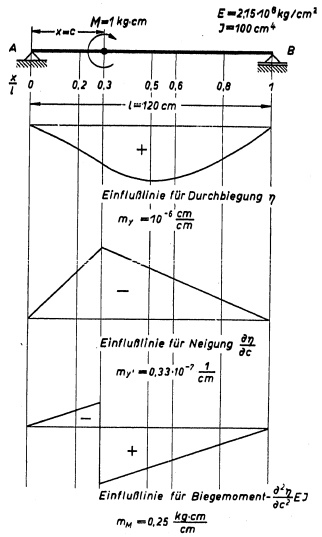


Bild 22 Die Einflußlinien beim Biegestab mit Einzelmoment

Das störende Minuszeichen bei der Einflußlinie für die Tangentenneigungen erledigt sich dadurch, daß das äußere Einzelmoment positiv gerechnet wurde. Sein im Querschnitt auftretendes Gegenmoment von entgegengesetztem Vorzeichen entspricht dem normalen Biegemoment bei der Biegung durch Querkräfte. Da durch die Vorzeichenregel (s. Bild 10) das Moment positiv wurde, ist jetzt jede Biegemomentenfläche negativ zu nehmen, wenn man sie zusammen mit der Einflußlinie für die Neigung integrieren will.

Eine weitere partielle Differentiation nach x und c ergibt

Momentenlinie	Einflußlinie für das Moment
x links von c	x links von c
$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = +\frac{1}{EJ}\frac{x}{l}$	$\frac{\partial^2 \eta}{\partial c^2} = +\frac{1}{EJ}\frac{x}{l}$
x rechts von c	x rechts von c
$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -\frac{1}{EJ}\left(1-\frac{x}{l}\right)$.	$\frac{\partial^2 \eta}{\partial c^2} = -\frac{1}{EJ}\left(1-\frac{x}{l}\right)$.

Das Ergebnis ist, daß Momentenlinie und Einflußlinie dieselbe Form haben, also eine symmetrische Matrix ergeben. Vergleicht man die Formelreihe für ein Moment M = 1 an der Stelle c mit der Formelreihe für eine Kraft P = 1 an der Stelle c, dann erhält man die gleichen Formeln, nur um eine Integrationsstufe verschoben.

Die folgende Gegenüberstellung der Formelreihen zeigt am besten die geschilderten Zusammenhänge (Bild 21—24). Die Bilder 25—28 zeigen die Entstehung der Kurven aus zwei zusammengehefteten Kurvenstellen verschiedener Gleichung.

Beispiel 4 (Bild 29):

Die Last 500 kg rührt von einer rotierenden Scheibe her. Um die durch die Tangentenneigung hervorgerufene Kreiselwirkung auszuschalten, wird dort die Tangentenneigung = 0 gesetzt und die Kraft X_2 mit Hilfe der ersten Zeile der Matrix berechnet. Mit der bestimmten Kraft X_2 stellt man die Durchbiegung fest. Sie ist bei dem Lager 2 die Toleranz, mit der bei dem Lager 1 eine horizontale Tangentenneigung erzielt wird.

1. Matrix für die Neigung $E = 2{,}15 \cdot 10^6 \frac{kg}{cm^2}$

$J = 10^2\ cm^4$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

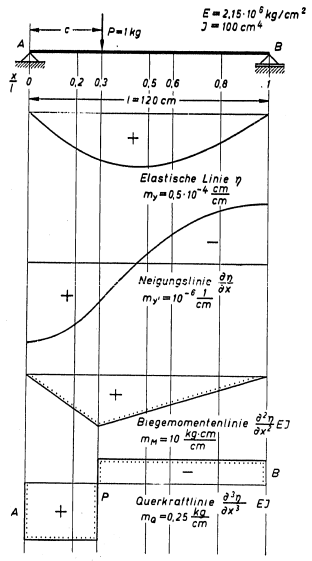


Bild 23 Vierfache Integration oder Differentiation beim querbelasteten Biegestab mit Einzelkraft hinsichtlich x

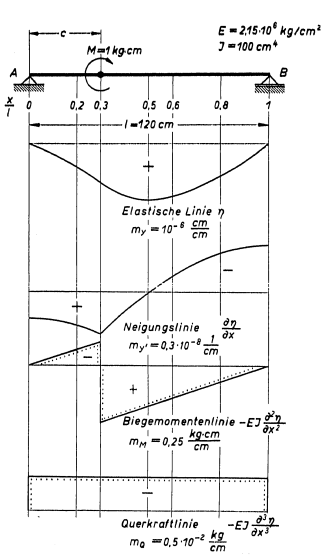


Bild 24 Die elastische Linie usw. beim querbelasteten Biegestab mit Biegemoment

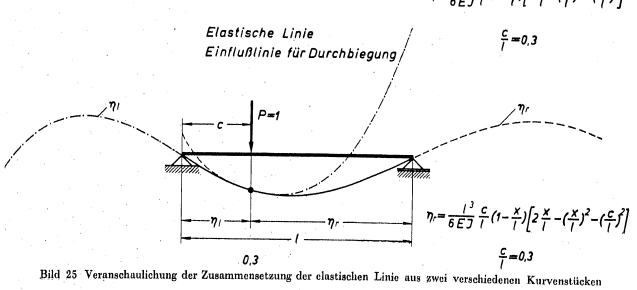


Bild 25 Veranschaulichung der Zusammensetzung der elastischen Linie aus zwei verschiedenen Kurvenstücken

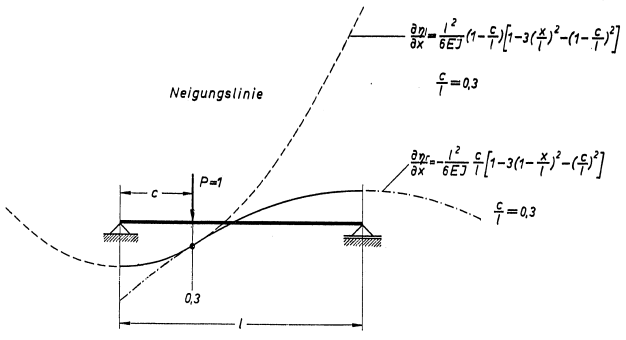


Bild 26 Veranschaulichung der Zusammensetzung der Neigungslinie aus zwei verschiedenen Kurvenstücken

$$\eta' = \frac{\partial \eta}{\partial c} = -\frac{l^2}{6EJ}\,\frac{x}{l}\left[1 - 3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2 - \left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Formel für die η'-Werte oberhalb der Hauptdiagonalen.

η'_{11}	η'_{12}
0,18750	0,15104
η'_{21}	η'_{22}
0,23392	0,14814

$$\eta' = \frac{\partial \eta}{\partial c} = \frac{l^2}{6EJ}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1 - 3\left(\frac{c}{l}\right)^2 - \left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

Formel für die η'-Werte unterhalb der Hauptdiagonalen.

2. Kraft X_2:

$$0 = P_1 \cdot \eta'_{11} + X_2 \cdot \eta'_{12}$$

$$X_2 = -\frac{P_1 \cdot \eta'_{11}}{\eta_{12}} = -\frac{500 \cdot 0{,}18750}{0{,}15104} = -620{,}7 \text{ kg}$$

3. Matrix für die elastische Linie:

a) Hauptwert

$$\frac{l^3}{6EJ} = \frac{1{,}2^3 \cdot 10^6}{6 \cdot 2{,}15 \cdot 10^6 \cdot 10^2} = 0{,}0013395\ \frac{\text{cm}}{\text{kg}}$$

b) Matrix

$$y_1 = \underset{0{,}07031}{P_1 \cdot \eta_{11}} + \underset{0{,}06886}{X_2 \cdot \eta_{12}}$$

$$y_2 = \underset{0{,}06886}{P_1 \cdot \eta_{21}} + \underset{0{,}09876}{X_2 \cdot \eta_{22}}$$

$$\eta = \frac{l^3}{6EJ} \cdot \frac{x}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left[1 - \left(\frac{x}{l}\right)^2 - \left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right]$$

4. y-Werte

$y_1 = (500 \cdot 0{,}0013395 \cdot 0{,}07031)$
$\quad + (-620{,}7 \cdot 0{,}0013395 \cdot 0{,}06886)$
$y_1 = 0{,}047090 - 0{,}057252 = -0{,}01016$ cm
$\quad = 0{,}1016$ mm

$y_2 = (500 \cdot 0{,}0013395 \cdot 0{,}06886)$
$\quad + (620{,}7 \cdot 0{,}0013395 \cdot 0{,}09876)$
$y_2 = 0{,}046118 - 0{,}082111 = -0{,}03599$ cm
$\quad = 0{,}3599$ mm

Gleiche Einflußlinien für verschiedene Beanspruchungsarten

Gleichungen für die Einflußlinie der Querkraft bzw. für das Moment lassen noch eine weitere Anwendung beim mehrfach belasteten Zugstab und beim Verdrehungsmoment zu.

Nach Bild 30 erzeugt eine Kraft P_1 in dem beiderseitig eingespannten Stab eine Zugkraft S_{0-1} und eine Druckkraft S_{1-0}. Es wird $\Sigma \Delta l = 0$. Da zwei unbekannte Kräfte S_{0-1} und S_{1-0} auftreten, aber nur eine Gleichgewichtsbedingung zur Verfügung steht, ist das Problem einfach statisch unbestimmt. Zur Ermittlung dienen noch die Formänderungen mit der Bedingung $\Sigma \Delta l = 0$.

1. $\Sigma P = 0$
$\quad = P_1 - S_{0-1} - S_{1-1} = 0$

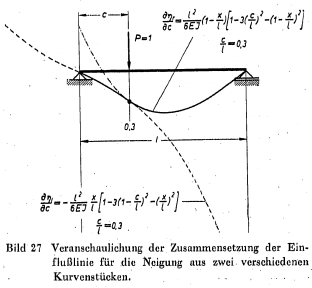


Bild 27 Veranschaulichung der Zusammensetzung der Einflußlinie für die Neigung aus zwei verschiedenen Kurvenstücken.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

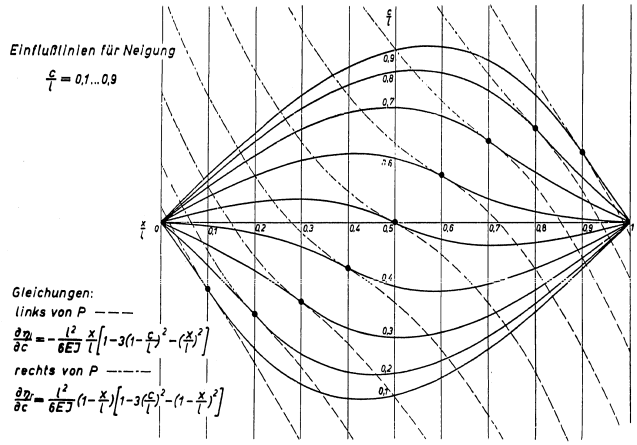


Bild 28 Veranschaulichung der Zusammensetzung der Einflußlinie für die Neigung bei verschiedenen Messstellen

2. $\Sigma \Delta l = 0$

$$= \frac{S_{0-1}\,c}{E_1 F_1} - \frac{S_{1-l}\,(l-c)}{E_2 F_2}$$

$$E_1 F_1 = E_2 F_2$$

$$S_{0-1}\,c - S_{1-l}\,(l-c) = 0$$

In 1. eingesetzt

$$S_{0-1} = S_{1-l}\,\frac{l-c}{c}$$

$$P_1 - S_{1-l}\,\frac{l-c}{c} - S_{1-l} = 0$$

$$S_{1-l} = P_1\,\frac{c}{l}$$

$$P_1 - S_{0-1} - P_1\,\frac{c}{l} = 0$$

$$S_{0-1} = P_1\left(1 - \frac{c}{l}\right).$$

Für die Zug- und Druckbeanspruchung ist eine besondere Vorzeichenregel nötig. Die abgeleiteten Formeln geben nur den absoluten Wert wieder. In jedem Stabteil sind zwei Kräfte wirksam zu denken, die einander gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind und daher zwei Richtungen aufweisen. Sind sie aufeinander zu gerichtet (Druck), dann sind sie negativ anzusehen, anderenfalls positiv. Auf diese Weise läßt sich der Kräfteverlauf als Längskraftfläche graphisch darstellen.

Die Längskraftfläche hat dieselbe Form wie die Querkraftfläche beim Biegestab. Ist dl das Element der

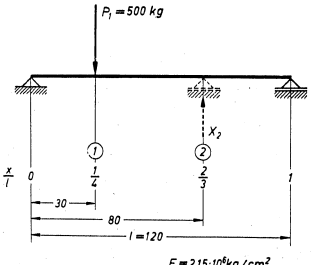


Bild 29 Skizze zum Zahlenbeispiel 4

Länge eines Stabes, so erhält man für eine stetig veränderliche Stabkraft S(l)

$$\int_0^l \frac{S(l)\,dl}{EF} = 0,$$

Bei einer Stufenkurve S(l) erhält man

$$\sum_0^l \frac{S(l)\,\Delta l}{EF} = 0,$$

d. h. man gewinnt den Verlauf der Formänderung durch graphische Integration. Durch Einsetzen der Werte für $P_1 = 1$

$$S_{0-1} = 1 - \frac{c}{l}$$

$$S_{1-l} = \frac{c}{l}$$

ergibt die Integration mit der Veränderlichen x

links $$\frac{1}{EF}\int_0^x \left(1 - \frac{c}{l}\right) dx = \frac{1}{EF}\left(1 - \frac{c}{l}\right) x$$

$$= \frac{1}{EF}\,l\,\frac{x}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right),$$

rechts $$\frac{1}{EF}\int_x^l \frac{c}{l}\,dx = \frac{1}{EF}\,\frac{c}{l}\,(l-x)$$

$$= \frac{1}{EF}\,l\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{c}{l}.$$

Die Formänderungslinie hat daher den Verlauf von Bild 30, das mit Seileck gewonnen wurde, wobei man durch Verlegung des Pols eine horizontale Schlußlinie (Nullinie) erhält. Eine Differentiation nach x ergibt die Längskraftfläche, nach c die Einflußlinie auf die Längskraft:

links	rechts
$EF \cdot \eta = l\,\frac{x}{l}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$	$EF\,\eta = l\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{c}{l}$
$EF \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} = \left(1 - \frac{c}{l}\right)$ (Zugkraft)	$EF\,\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{c}{l}$ (Druckkraft)
$EF\,\frac{\partial \eta}{\partial c} = -\frac{x}{l}$	$EF\,\frac{\partial \eta}{\partial c} = 1 - \frac{x}{l}.$

Die Anwendung für mehrere Längskräfte zeigt das Beispiel 5 nach Bild 31—34a. Bild 31 zeigt die Anwendung der Einflußlinie für die Längskräfte bei verschiedenen Axial-Kräften P_1, P_2, P_3. Die Schlußlinie s in Bild 33 und 34 bestimmt rückwärts die Nullinie der Längskraftfläche. Die Stabkräfte S sind zwischen zwei Kraftangriffsstellen konstant. Daher müssen sie abschnittweise durch Verschieben der Stelle x bestimmt werden. Hierbei erhält man ein Gleichungssystem von der Form

$$S_{3-l} = P_1\,\eta_{(0-1),1} + P_2\,\eta_{(0-1),2} + P_3\,\eta_{(0-1),3}$$
$$S_{1-2} = P_1\,\eta_{(1-2),1} + P_2\,\eta_{(1-2),2} + P_3\,\eta_{(1-2),3}$$
$$S_{2-3} = P_1\,\eta_{(2-3),1} + P_2\,\eta_{(2-3),2} + P_3\,\eta_{(2-3),3}$$
$$S_{3-l} = P_1\,\eta_{(3-l),1} + P_2\,\eta_{(3-l),2} + P_3\,\eta_{(3-l),3}$$

Beispiel (Bild 31—34a):

Bei veränderlichem Querschnitt werden Stabteile für gleichbleibenden Querschnitt im Verhältnis eines frei gewählten Vergleichsquerschnittes verzerrt und integriert. Die neu erhaltene Schlußlinie ergibt die neue Nullinie der endgültigen Längskraftfläche Bild 34.

Grundsätzlich muß bei veränderlichem Querschnitt beachtet werden, daß bei Zug (Druck) und bei Verdrehung die Stabteile im Verhältnis zu einem freigewählten Querschnitt verzerrt werden, während bei der Biegung eine Verzerrung in Richtung der Ordinate der Momentenfläche im Verhältnis zu einem freigewählten Trägheitsmoment vorgenommen werden muß, wenn durch Seileck *(Mohr)* oder graphische Integration die Neigungslinie und die elastische Linie gewonnen werden sollen. Bei der einfachen Integration der Querkraftfläche spielt der Unterschied der Trägheitsmomente keine Rolle, da man die Momenten-

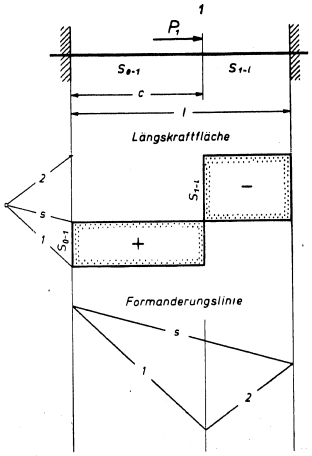


Bild 30 Längskraftfläche und Formänderungslinie bei axial belastetem Stab

fläche erhält, wobei die Unterschiede in der Biegesteifigkeit ohne Bedeutung sind. Die Verzerrungen sind immer in der Richtung der Formänderungen vorzunehmen. Diese gehen bei Zug (Druck) und Verdrehung in Richtung der Stabachse vor sich, bei Biegung senkrecht dazu.

Dieselben Verhältnisse liegen vor, wenn ein beiderseitig eingespannter Stab durch mehrere verdrehende Momente an verschiedenen Stellen beansprucht wird. (Bild 35). Bei einem einzelnen Moment gilt

1. $\Sigma M = 0$

$$= M_1 - M_{t\,(0-1)} - M_{t\,(1-l)} = 0$$

2. $\Sigma \Delta \varphi = 0$

$$= \frac{M_{t(0-1)}\,c}{G_1 J_{p1}} - \frac{M_{t\,(1-l)}\,(l-c)}{G_2 J_{p2}}$$

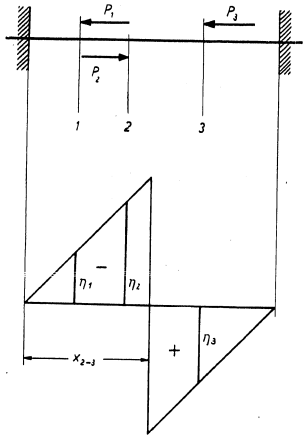
$$G_1 J_{p1} = G_2 J_{p2}$$

$$M_{t\,(0-1)}\,c - M_{t\,(1-l)}\,(l-c) = 0$$

$$M_{t\,(0-1)} = M_{t\,(1-l)}\,\frac{l-c}{c}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



$$S_{2-3} = +P_1\eta_1 - P_2\eta_2 - P_3\eta_3.$$

Bild 31 Die Einflußlinie für den axial belasteten Stab hat dieselbe Form wie die bei der Querkraftlinie beim Biegestab

In 1. eingesetzt, ergibt sich

$$M_1 - M_{1(1-1)}\frac{l-c}{c} - M_{1(1-1)} = 0$$

$$M_1 = M_{1(1-1)}\frac{l}{c}$$

$$M_{1(1-1)} = M_1\frac{c}{l}$$

$$M_1 - M_{1(0-1)} - M_1\frac{c}{l} = 0$$

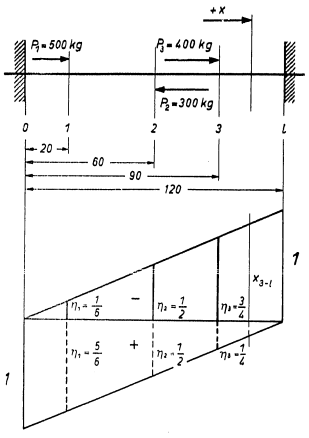
$$M_{1(0-1)} = M_1\left(1 - \frac{c}{l}\right)$$

$$M_{1(1-1)} = M_1\frac{c}{l}.$$

Auch hier hat die Verdrehungsmomentenfläche und die dazugehörige Einflußlinie dieselbe Form (Bild 35) wie die Querkraftfläche bei der Biegung.

Vorzeichen-Regel: Blickt man in Richtung der Stabachse und wird der nächstliegende Querschnitt gegenüber einem beliebigen, als fest angenommenen Querschnitt im Uhrzeigersinn verdreht, so ist das verdrehende Moment negativ, sonst positiv.

Die Gleichartigkeit der Einflußlinien ist mit den gegebenen Beispielen noch nicht erschöpft. So kann man viele in diesem Aufsatz angeführte Beispiele der Festigkeitslehre auch auf andere Gebiete anwenden, so z. B. auf die Berechnung von elektrischen und hydrau-



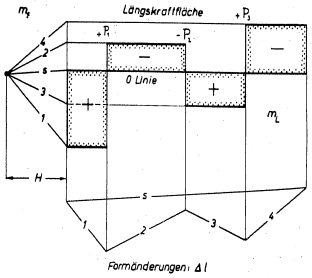
$$S_{0-1} = +500\frac{5}{6} - 300\frac{7}{2} + 400\frac{1}{4} = +367\ kg$$

$$S_{1-2} = -500\frac{1}{6} - 300\frac{7}{2} + 400\frac{1}{4} = -133\ kg$$

$$S_{2-3} = -500\frac{1}{6} + 300\frac{1}{2} + 400\frac{1}{4} = +167\ kg$$

$$S_{3-1} = -500\frac{1}{6} + 300\frac{1}{2} - 400\frac{3}{4} = -233\ kg$$

Bild 32
Zahlenbeispiel für den axial belasteten Stab



$$m_{\Delta l} = \frac{1}{E \cdot F} \cdot H \cdot m_L \cdot m_s$$

Bild 33 Bestimmung der Stabkräfte durch Integration der Längskraftfläche über die Formänderungslinie

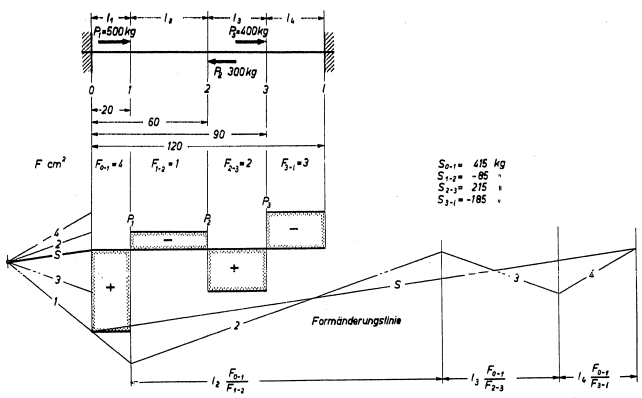


Bild 34 Ist der Querschnitt veränderlich, dann erhält man bei der Bestimmung der Stabkräfte durch Integration eine verzerrte Stababse

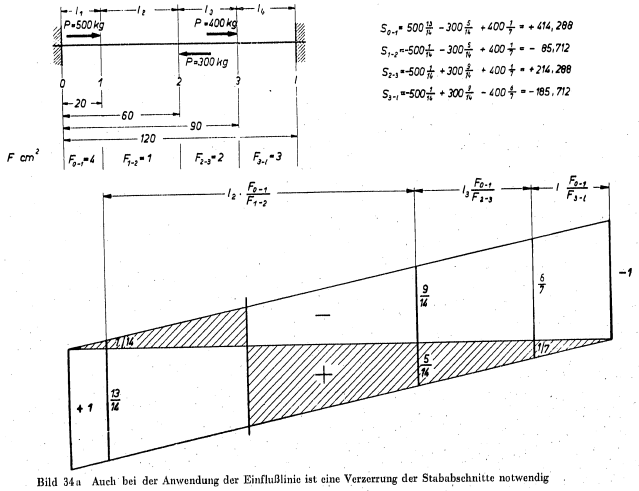


Bild 34a Auch bei der Anwendung der Einflußlinie ist eine Verzerrung der Stababschnitte notwendig

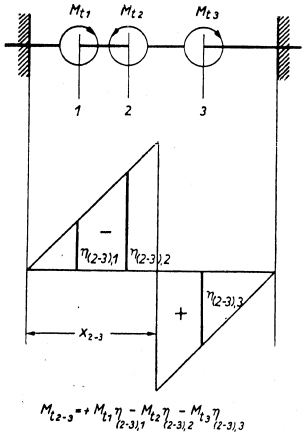
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

lischen Leitungen. Der vektorielle Charakter der Einflußzahl kommt besonders zum Ausdruck bei den Einflußgrößen von Stabwerken.

Einflußgrößen bei Stabwerken

Beim *Williot*-Verschiebungsplan erhält man die neuen Lagen der Knotenpunkte dadurch, daß man die Kreisbogen für die Schwenkungen um die Knoten durch



$$M_{t\,2-3} = + M_{t1}\eta_{(2-3),1} - M_{t2}\eta_{(2-3),2} - M_{t3}\eta_{(2-3),3}$$

Bild 35 Bei Torsionsmomenten am eingespannten Stab hat die Einflußlinie dieselbe Form wie bei der Bestimmung der Querkraft der Biegung

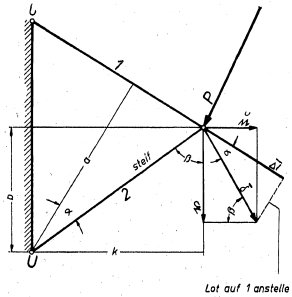


Bild 36 Bestimmung der Einflußgröße beim Stabwerk

Lote auf die Stabrichtungen ersetzt. Auf dieser Grundlage kann man auch die Verschiebungen berechnen. Wir untersuchen zunächst, welchen Einfluß ein einzelner Stab auf die Verschiebung δ eines beliebigen Knotens hat (Bild 36). Man setzt die anderen Stäbe als steif voraus. Dadurch wird nur das Δl *eines* Stabes wirksam. Da δ ein Vektor ist, sind für seine Größe und Lage, die zu suchen sind, zwei Komponentenrichtungen bestimmend, die frei gewählt werden können, z. B. u und v. Wir wählen die u- und v-Achse rechtwinklig zueinander und erhalten für die Formänderung $\overline{\Delta l}$ aus den äußeren Kräften und den sich daraus ergebenden Stabkräften mit Hilfe des *Cremona*-plans

$$\bar{\delta} = \frac{\overline{\Delta l}}{\cos\alpha}.$$

Für die Komponenten ergeben sich in der

u-Richtung	v-Richtung
$u = \bar{\delta}\cos\beta$	$v = \bar{\delta}\sin\beta$
$= \overline{\Delta l}\,\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$	$= \overline{\Delta l}\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha}$
$= \overline{\Delta l}\,\frac{\frac{b}{l_2}}{\frac{a}{l_2}} = \overline{\Delta l}\,\frac{b}{a}$	$= \overline{\Delta l}\,\frac{\frac{k}{l_2}}{\frac{a}{l_2}} = \overline{\Delta l}\,\frac{k}{a}.$

Die Verschiebung oder auch eine Kraft in Richtung u und v haben denselben Einheitsvektor u° bzw. v°. Ihr Einfluß auf das Fachwerk ergibt sich je aus einem Einheitsplan, den man auch Einflußplan nennen könnte. Die Komponenten dieser Einheitsvektoren in den Stabrichtungen sind dann S_{1u} und S_{1v}, von Stab zu Stab noch mit einer Nummer versehen, also S_{1u}, S_{1v} usw. (gelesen S_1 infolge u = 1). Bilden wir die Momente hinsichtlich eines Drehpunktes (z. B. u), so daß ein Wert von S bei der Momentbildung anfällt, so ergibt sich für die Knotenpunktsbedingung $\Sigma M = 0$.

u-Richtung	v-Richtung
$\bar{S}_{1u}\,a = \bar{1}\cdot b$	$\bar{S}_{1v}\,a = \bar{1}\cdot k$
$\bar{1} = \bar{S}_{1u}\,\frac{a}{b}$	$\bar{1} = \bar{S}_{1v}\,\frac{a}{k}.$

Mit den Verschiebungen skalar multipliziert:

$u = \overline{\Delta l}_1\,\frac{b}{a}\cdot\bar{S}_{1u}\,\frac{a}{b}$	$v = \overline{\Delta l}_1\,\frac{k}{a}\cdot\bar{S}_{1v}\,\frac{a}{k}$
$u = \Delta l_1\cdot S_{1u}$	$v = \Delta l_1\cdot S_{1v}.$

Ist die von den äußeren Kräften erzeugte Stabkraft S_{1v}, so erhält man

$$u = \frac{S_{1u}\cdot S_{1v}\,l_1}{E_1 F_1}; \qquad v = \frac{S_{1v}\,S_{1v}\,l_1}{E_1 F_1}.$$

Sind weitere Stäbe an der Verschiebung beteiligt, so erhält man für jeden Stab eine solche Gleichung, wenn man alle anderen als steif voraussetzt. Es summieren sich dann die Anteile algebraisch, und es wird (Bild 37)

$$u = \Sigma\frac{S_u S_0 l}{EF} \qquad v = \Sigma\frac{S_v\cdot S_0\, l}{EF}.$$

Aus den Teilverschiebungen erhält man die gesamte Verschiebung

$$\delta = \sqrt{u^2 + v^2}.$$

Bei größeren Fachwerken ermittelt man alle Stabkräfte mit Hilfe eines *Cremona*plans. Es sind daher drei Kräftepläne notwendig, einer für die gegebenen äußeren Lasten und zwei Pläne für eine „Last 1" in den u- und v-Richtungen. Diese Größe ist im eigentlichen Sinne keine Kraft, sondern der Einheitsvektor in Richtung u und v. Die dazu gehörigen „Stabkräfte" sind daher ebenfalls keine Kräfte. Es sind reine Verhältniszahlen. Sie geben den Einfluß der Kraftrichtung und der geometrischen Gestalt des Fachwerks wieder, und man bezeichnet sie daher besser als *Einflußzahlen*. Der Hauptwert ist $r = \frac{l}{EF}$ und daher die Einflußgröße $\frac{S_{1u}\cdot l}{EF}$ bzw. $\frac{S_{1v}\cdot l}{EF}$. Mit der zugehörigen Kraft multipliziert, ergibt sich die Verschiebung wie vorher (Beispiel Bild 37).

Stellt man sich die Aufgabe, die Verschiebung eines Knotens wieder rückgängig zu machen, so kann man an ihm eine Kraft anbringen, die durch zwei Komponenten X_u und X_v vertreten ist. Zu beachten ist dann, daß, wenn man sich X_u und X_v in Richtung u und v wirksam denkt, u von P und X_v und v von P und X_u hervorgerufen werden. Da man X_u und X_v nicht kennt, werden sie als Unbekannte angesehen, von denen man aber die Einflußzahlen bestimmen kann und schon kennt, da es dieselben sind, die für die Einheit 1 bei der Bestimmung der Verschiebungen erhalten wurden. Die Stabkräfte infolge einer Knotenkraft X_u in Richtung u und X_v in Richtung v können daher geschrieben werden:

$$X_u\,S_u$$
$$X_v\,S_v.$$

X_u und X_v sind dann für alle Stäbe konstante Faktoren, so daß sie bei der Summierung vor das Summenzeichen gesetzt werden können.

Es treten daher in den beiden Richtungen u und v folgende Verschiebungen auf:

u	v
Durch die äußeren Knotenlasten $P_1, P_2 \ldots$	
$(u_0 =)\ \Sigma\frac{S_0 S_u l}{EF}$	$(v_0 =)\ \frac{S_0 S_v l}{EF}$
Durch die Kraft X_v, die an der Verschiebung in Richtung u mit teilnimmt (negativ zu u_0)	Durch die Kraft X_u, die an der Verschiebung in Richtung v mit teilnimmt (negativ zu v_0)
$-\Sigma\frac{X_v S_v S_u l}{EF}$	$-\Sigma\frac{X_u S_u S_v l}{EF}.$
In derselben Weise wirkt noch X_u mit	In derselben Weise wirkt noch X_v mit
$-\Sigma\frac{X_u S_u S_u l}{EF}.$	$-\Sigma\frac{X_v S_v S_v l}{EF}.$

Die algebraische Summe in den Richtungen u und v ist = 0. Man erhält daher zwei Gleichungen mit den Unbekannten X_u und X_v

$$\Sigma\frac{X_u S_u S_u l}{EF} + \Sigma\frac{X_v S_u S_v l}{EF} = u_0.$$
$$\Sigma\frac{X_u S_v S_u l}{EF} + \Sigma\frac{X_v S_v S_v l}{EF} = v_0.$$

Setzt man den Hauptwert $\frac{l}{EF} = r$ und X_u bzw. X_v vor das Summenzeichen, dann wird

$$X_u\,\Sigma\,S_u S_u\,r + X_v\,\Sigma\,S_u S_v\,r = u_0,$$
$$X_u\,\Sigma\,S_v S_u\,r + X_v\,\Sigma\,S_v S_v\,r = v_0.$$

Für die Summen kann man weitere Abkürzungen einsetzen

$$X_u\,\Sigma_{u\,u} + X_v\,\Sigma_{u\,v} = u_0,$$
$$X_u\,\Sigma_{v\,u} + X_v\,\Sigma_{v\,v} = v_0.$$

In Matrizenschreibweise

$$\begin{pmatrix}\Sigma_{u\,u} & \Sigma_{u\,v}\\ \Sigma_{v\,u} & \Sigma_{v\,v}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}X_u\\ X_v\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}u_0\\ v_0\end{pmatrix}.$$

Einflußmatrix	Kraftvektor	Verschiebungs-Vektor
$\left(\frac{cm}{kg}\right)$	(kg)	durch die gegebene Last (cm)

Die Elemente der Einflußmatrix kann man auch in Matrizen ausdrücken. Es ist:

$$\Sigma_{u\,v} = \Sigma\,S_u S_v\,r,$$

wobei die S und r sich über die Stäbe 1, 2, 3, ... des ganzen Fachwerks erstrecken. Sie können daher als Vektoren geschrieben werden:

$$\bar{s}_u = \begin{pmatrix}S_{1u}\\ S_{1u}\\ S_{3u}\end{pmatrix} \qquad \bar{s}_v = \begin{pmatrix}S_{1v}\\ S_{1v}\\ S_{3v}\end{pmatrix},$$

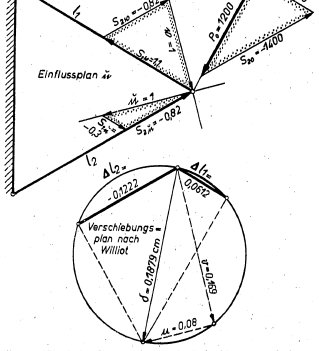


Bild 37 Einfaches Beispiel für die Einflußzahlen am einfachen Stabwerk

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

während die Hauptwerte $r = \frac{l}{EF}$ zweckmäßig als Diagonalmatrix eingesetzt werden

$$\Re = \begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\Sigma_{u\,v} = \mathfrak{s}'_u \, \Re \cdot \mathfrak{s}_v}$$

Der erste Faktor muß dann transponiert ($\mathfrak{s}'$) eingesetzt werden, damit sich skalare Produkte ergeben.

In einem Fachwerk kann man Verschiebungen rückgängig machen, wenn sie in den Knoten zusätzlich gelagert werden (statisch unbestimmte Lagerung). Die Richtungen u, v, w ... können ganz beliebig liegen und haben keine bestimmte Reihenfolge. Es lassen sich daher für die unbekannten Lagerkräfte X_u, X_v, X_w ... ihre Einflußmatrizen sofort als Gleichungssystem oder Matrizengleichung hinschreiben, das nach den unbekannten Kräften aufgelöst wird. Bei drei zusätzlichen Lagerstellen ergibt sich z. B.

$$\begin{aligned} X_u \Sigma_{u\,u} + X_v \Sigma_{u\,v} + X_w \Sigma_{u\,w} &= u_0, \\ X_u \Sigma_{v\,u} + X_v \Sigma_{v\,v} + X_w \Sigma_{v\,w} &= v_0, \\ X_u \Sigma_{w\,u} + X_v \Sigma_{w\,v} + X_w \Sigma_{w\,w} &= w_0 \end{aligned}$$

wobei die Richtungen u, v, w den Auflagerkräften entgegengesetzt sind.

Die Einflußmatrix ist symmetrisch, da in den skalaren Produkten die Reihenfolge der Faktoren gleichgültig ist. Es brauchen daher nur die Zeilen berechnet zu werden, die dann in die Spalten gespiegelt werden. Da die Einflußzahlen zeichnerisch also vektoriell ermittelt werden, erübrigt sich die Einführung eines Koordinatensystems [6]. Die Rechnung wird übersichtlicher und einfacher (Beispiel Bild 38 und Übersicht).

Übersicht

Stab	$r \cdot \frac{EF}{m} = l$	S_u	S_v	$S_u \cdot S_v \cdot l$	$\frac{S_u \cdot S_v \cdot l}{S_v \cdot S_u \cdot l}$	$S_v \cdot S_v \cdot l$
O_1	50	2,04	4,08	208	416	835
O_2	50	0	2,04	0	0	208
O_3	50	0	0	0	0	0
U_1	50	—1,01	—3,05	51	154	466
U_2	50	0	—1,01	0	0	51
D_1	35	—1,42	—1,42	70,5	70,5	70,5
D_2	35	1,42	1,42	70,5	70,5	70,5
D_3	35	0	—1,42	0	0	70,5
D_4	35	0	1,42	0	0	70,5
D_5	35	0	0	0	0	0
$\Sigma_{u\,u}\,(\Sigma_{u\,v}\,;\,\Sigma_{v\,v})$				400,0	711,0	1842,0

$$X_u \Sigma S_u \cdot S_u \cdot l + X_v \cdot \Sigma S_u \cdot S_v \cdot l = u_0 \cdot E \cdot F$$
$$X_u \Sigma S_v \cdot S_u \cdot l + X_v \cdot \Sigma S_v \cdot S_v \cdot l = v_0 \cdot E \cdot F$$

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{u\,u} + \Sigma_{u\,v} \\ \Sigma_{v\,u} + \Sigma_{v\,v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_u \\ X_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \cdot E \cdot F \\ v_0 \cdot E \cdot F \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 400\,X_u + 711 \cdot X_v &= 1067045 \\ 711\,X_u + 1842 \cdot X_v &= 2600425 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 400 & 711 \\ 711 & 1842 \end{vmatrix} = 400 \cdot 1842 - 711 \cdot 711 = \underline{231279}$$

$$X_u = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 1067045 & 711 \\ 2600425 & 1842 \end{vmatrix} = \frac{1}{231279} (1842 \cdot 1067045 - 711 \cdot 2600425) = \underline{506{,}7\ \text{kg}};$$

$$X_v = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 400 & 1067045 \\ 711 & 2600425 \end{vmatrix} = \frac{1}{231279} (400 \cdot 2600425 - 711 \cdot 1067045) = \underline{1216\ \text{kg}}.$$

Rückblick und Ausblick

Wie dieser Beitrag zeigen sollte, hat der Begriff „Einflußgröße" seine ganz besondere Bedeutung auf dem Gebiete der Statik und Festigkeitslehre. Es wurden Beispiele aus diesen Gebieten gewählt, weil der Begriff des Einflusses hier besonders ausgeprägt ist. Die graphische Darstellung der Einflußgröße führt auf den Begriff der Einflußlinie. Dieser Begriff stammt von *Müller-Breslau* [4] und man versteht seitdem unter Einflußlinie ausschließlich einen Begriff der Statik. Die Fläche unter der Einflußlinie ist die Einflußfläche. Wie dieser Beitrag zeigt, hat es sich als zweckmäßig erwiesen, den Begriff der Einflußgröße in zwei Teile zu zerlegen, den Hauptwert und die Einflußzahl. In dem ersten Begriff sind alle Konstruktionsgrößen vereinigt. Er stellt gewissermaßen einen Rohwert dar. Daher wurde er auch abgekürzt mit r bezeichnet und die entsprechende Diagonalmatrix mit $\Re$. Die Einflußzahl ist dann derjenige Teil, der den Hauptwert korrigiert, wobei die vektoriellen und geometrischen Einflüsse sich geltend machen und in der Einflußzahl zusammengefaßt sind. Daher ist der Hauptwert der Träger der Dimension und die Einflußzahl eine reine Verhältniszahl. Die Einflußgrößen sind die Elemente der Einflußmatrizen. Dieser Beitrag ist somit die notwendige Ergänzung zum Beitrag „Einflußmatrizen" [5] in dieser Zeitschrift. Die Beispiele aus der Festigkeitslehre ergeben sehr einfache Formeln für die Bestimmung der Einflußgrößen. Bei der Anwendung auf Fachwerke geht man zweckmäßigerweise graphisch vor und erhält dann die Einflußzahlen zu den Hauptwerten mit Hilfe von Einflußplänen. Diese Pläne sind weiter nichts als die bekannten Kräftepläne (*Cremona*plan) für den Einheitsvektor einer Kraft oder einer Verschiebung (Bild 39).

Die dabei erhaltenen Einflußzahlen S für die einzelnen Stäbe stellen in der Gesamtheit eine einspaltige Matrix oder einen Spaltenvektor dar. Bei statisch unbestimmten Fachwerken ergeben sich Einflußmatrizen, deren Elemente nicht einfache Einflußgrößen sind, sondern skalare Produkte aus solchen Spaltenvektoren und der Diagonalmatrix der Hauptwerte der Stäbe. Die Elemente sind also hier selbst Produkte von Matrizen. Bei der Verwendung graphischer Methoden zur Bestimmung der Spaltenvektoren mit Hilfe von Einflußplänen erübrigt es sich, ein Koordinatensystem anzuwenden.

Die Anwendung von Einflußgrößen beschränkt sich jedoch nicht nur auf die Statik und Festigkeitslehre. In einer älteren Arbeit wurde bereits gezeigt, wie sich

der Begriff der Einflußgröße sinnvoll bei der Berechnung von Dampfkesseln verwenden läßt. Ist z. B. ein Luftvorwärmer in einer Dampfkesselanlage enthalten [7], so wird in ihm die im Dampfkessel benötigte Verbrennungsluft mit Hilfe der Wärme der Abgase vorgewärmt, wodurch die Verbrennung besser vor sich geht und das Temperaturniveau im Verbrennungsraum erhöht wird. Der Praktiker verwendet hierfür im Betrieb den Begriff der spezifischen Rauchgasabkühlung, d. h. jene Gasabkühlung, die auf 1° C Temperaturerhöhung der Verbrennungsluft entfällt. Es liegt im Wesen der Einflußzahl, daß die Einflußgrößen immer auf die Größe 1 eines physikalischen Wertes bezogen werden. In der Festigkeitslehre geschieht das auf die Größe 1 kg oder 1 cm der Formänderung. Die spezifische Gasabkühlung bei Luftvorwärmern in Dampfkesseln hängt nun von verschiedenen Größen ab, die nicht mit Hilfe von einfachen Formeln wie in der Festigkeitslehre bestimmt werden können, sondern mit Hilfe der Verbrennungsrechnung bestimmt werden. Diese Einflußzahlen geben wieder: den Einfluß der Volumina, der Einheitsgewichte der spezifischen Wärmen, den der Brennstoffzusammensetzung und der Zusammensetzung der Rauchgase, den der Feuerführung und der Veränderung des Kohlensäuregehaltes von der Feuerung bis zum Vorwärmer sowie den der Wärmeverluste durch Strahlung und Leitung und der Abzwei-

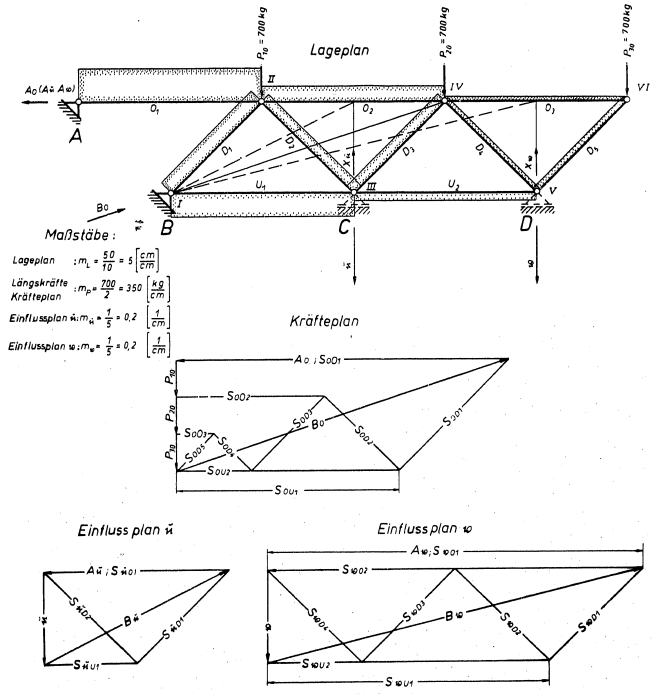


Bild 38 Skizze zum Zahlenbeispiel 5
Die Stabkräfte sind im Lagenplan als Längskraftflächen veranschaulicht

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

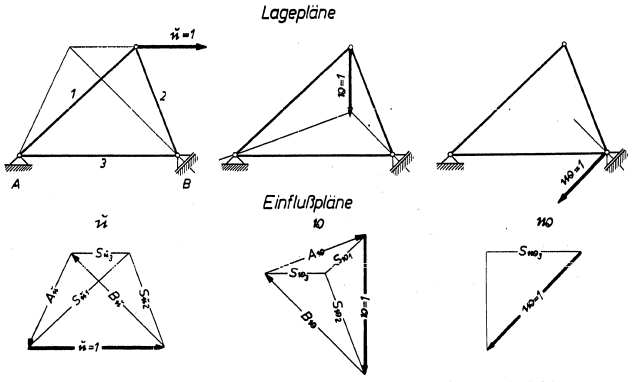


Bild 39 Bei einem Stabwerk benötigt man zur Bestimmung jeder Verschiebung einen Einflußplan

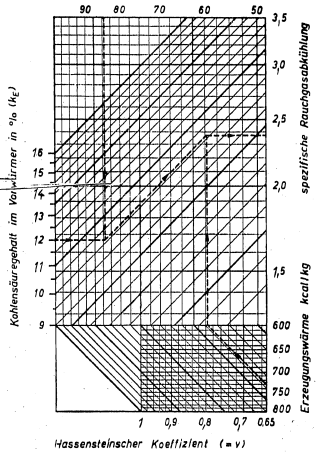


Bild 40 Nomogramm zur Bestimmung der Einflußgröße für die Gasabkühlung eines Rauchgasvorwärmers im Dampfkessel

gung der Verbrennungsluft zur Förderung des Brennstoffes (Kohlenstaub). Der größte Teil dieser Einflüsse läßt sich für bestimmte Brennstoffsorten in Form von Einflußlinien oder Tabellen von vornherein festlegen, wodurch die Berechnung der Temperaturdifferenzen im Luftvorwärmer wesentlich abgekürzt wird. Noch größere Vorteile beim Betriebe eines Dampfkessels ergeben sich, wenn man den Begriff der spezifischen Rauchgasabkühlung auch auf den Rauchgasvorwärmer für Speisewasser anwendet. Hier kann man sogar diesen Begriff in einer kurzen Formel zusammenfassen, und es ergibt sich

$$\eta = \frac{k_E \cdot \eta_E}{\eta_E \cdot \eta_F \cdot \nu' \cdot E}.$$

In dieser Formel bedeuten k_E den Kohlensäuregehalt im Vorwärmer, η_E den Einzelwirkungsgrad des Vorwärmers (Strahlung und Leitung), η_F den Wirkungsgrad der Feuerung und ν' den *Hassenstein*schen Koeffizienten, der durch Abspaltung von η_F aus dem normalen *Hassenstein*schen Koeffizienten ν erhalten wird. Er ist ein Näherungswert, der abhängig ist von der Brennstoffsorte. E ist die Erzeugungswärme für 1 kg Dampf, die dem Wasser im Zustand vor dem Rauchgasvorwärmer zugeführt wird. Mit Hilfe dieser Einflußzahl kann man im Betrieb sehr schnell den Gesamtwirkungsgrad des Kessels abschätzen, da die übrigen Werte dann meist aus laufenden Betriebsmessungen bestimmt werden können oder Erfahrungswerte darstellen. (Siehe hierzu das Nomogramm Bild 40 [4].)

Damit ist die Anwendung von Einflußgrößen bzw. von Matrizen, in denen die Einflußgrößen die Elemente darstellen, noch nicht erschöpft. Wie Prof. Dr. *Hartenberg* (USA) [9] gezeigt hat, bietet die Getriebelehre ein dankbares Gebiet für die Anwendung auf

räumliche und ebene Getriebe. Aber auch in der Technologie bietet sich die Möglichkeit, Einflußgrößen und dazu gehörige Matrizen weitestgehend anzuwenden. Man bezeichnet dort die Einflußgrößen als Kennziffern. Die Kennziffern stellen aber dasselbe dar, was in dieser Arbeit als Einflußgröße bezeichnet wird [10]. Diese technologischen Kennziffern werden durch eine sorgfältige Betriebsstatistik ermittelt, sind somit an die Struktur des Betriebes gebunden und können nur in allgemeiner Hinsicht auf ähnliche Betriebe angewandt werden. In diesem Zusammenhang sei noch darauf hingewiesen, daß analoge Rechenmethoden in der Form, wie sie ausführlich aufgezeigt wurden, auch in der Elektrotechnik bei der Leitungsberechnung angewandt werden können. Hierauf wird in einer besonderen Arbeit näher eingegangen werden.

Literatur

[1] *Poßner, Lothar*, Die Einflußlinien der einfachen Belastungsfälle und ihre mathematische Behandlung. Baupl. und Bautechnik Bd. 1, Nr. 4, Okt. 1947 und Nr. 6, Dez. 1947.

[2] *Schäfer, Karl*, Zur Behandlung baustatischer Aufgaben als Randwertprobleme. Dissertation Techn. Hochschule Darmstadt, Druck von R. Oldenburg, München 1930.

[3] *Schwank, F.*, Randwertprobleme. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1951.

[4] *Müller-Breslau, H.*, Die graphische Statik der Baukonstruktion. Alfred Kröner Verlag, Leipzig I 1912.

[5] *Poßner, Lothar*, Einflußmatrizen. Wiss. Zeitschrift d. Hochschule f. Elektrotechn. Ilmenau, Jahrgang 1, 1954/55, Heft 2, S. 115 ... 134.

[6] *Pöschl, Th.*, Über die Anwendung der Matrizenrechnung auf die Theorie der Fachwerke, Ing.-Archiv, Springer-Verlag 1951, 9. Band, 1. Heft.

[7] *Poßner, Lothar*, Die Abkühlung der Rauchgase durch Lufterhitzer. Spezifische Rauchgasabkühlung. „Die Wärme", Zeitschrift für Dampfkessel- und Maschinenbetrieb, Verlag Rud. Mosse, 1928, 51. Jahrgang, Nr. 26, Seite 459.

[8] *Poßner, Lothar*, Die Gestaltung und Berechnung von Rauchgasvorwärmern. Verlag Springer, 1929.

[9] VDI-Tagungsheft Getriebetechnik, VDI-Tagung Bingen, 29. 9. bis 1. 10. 1955 (erscheint demnächst im VDI-Verlag, Düsseldorf). Siehe auch den verkürzten Tagungsbericht. Konstruktion. Springer-Verlag. 7. Jg., 1955, S. 459.

[10] Zeitschrift „Die Technik", TWK, Technisch-Wirtschaftliche Kennziffern. Verlag Technik, Berlin 1952, 4. Sondernummer.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

DK-Kurzreferate über die Beiträge in Heft 1 und 2

Hinweis auf die Referatkartei

Um eine karteimäßige Erfassung der in der Wiss. Z. veröffentlichten Arbeiten zu erleichtern, fügen wir den Heften Inhaltsfahnen bei, die ausgeschnitten, aufgeklebt und in bestehende Karteien eingeordnet werden können.

Wir haben für diese Kurzreferate bewußt ein kleines Format gewählt, um die Verwendbarkeit für jede Art von Karteikarten zu gewährleisten.

Die Redaktion.

DK 517.5 : 517.131 : 519.52

Bögel, Karl

Die Struktur der stetigen Funktionen einer Veränderlichen

Inhaltsangabe einer größeren Arbeit, die im J. f. d. reine u. angew. Math., Berlin, Walter de Gruyter & Co., erscheinen wird.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 5—8

DK 532.612.4 : 517.919

Lattermann, Karl

Kapillare Erscheinungen an der Kugel (zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten)

Bei dieser Arbeit handelt es sich darum, die Differentialgleichungen für die Meridiankurve der Oberfläche des durch eine Kugel infolge der Kapillarität gehobenen Flüssigkeitswulstes aufzustellen, diese Gleichungen unter Berücksichtigung der Randbedingungen zu integrieren, die Masse des Wulstes für den Fall zu berechnen, daß die Kugel eine Flüssigkeitsoberfläche berührt, das Maximum der Wulstmasse für den Fall der Senkung des Flüssigkeitsspiegels festzustellen und aus diesem Maximalwert die Größe der Oberflächenspannung der Flüssigkeit zu bestimmen.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 9—14

DK 621.3.078 : 517.934 : 621.385.8

Winkler, Helmut

Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik

Die neue, an der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau entwickelte elektronische Analogiemaschine gestattet, Differentialgleichungen höherer Ordnung bei gegebenen Anfangswerten unmittelbar zu lösen. Nach ausgeführter Zusammenschaltung der Funktionsgeber, Universalrechner (vahlweise als Additor, Multiplikator und Integrator verwendbar) und des Funktionsempfängers und nach Einstellung der Anfangswerte läuft sie repetierend, voll automatisch. Rand- und Eigenwertprobleme werden durch systematische Probierverfahren und Parameteruntersuchungen auf Anfangswertprobleme zurückgeführt. Auf Grund der hohen Arbeitsgeschwindigkeit ist die Anlage hierfür besonders günstig. Die Einzellösungen werden als Nachleuchtkurven auf den Schirm einer Braunschen Röhre geliefert. Probleme der Regelungstechnik können durch direkte elektronische Nachbildung gelöst werden.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 15—27

DK 621.788.2

Hanke, Eugen

Partielle Härtung durch Funkenentladung

Nach einer referierenden Behandlung bisheriger Veröffentlichungen über die Technologie der Bearbeitung gehärteter Schneidwerkzeuge wird an Hand von metallographischen Schliffbildern gezeigt, daß als Grundvorgang eine durch die hohe Funkentemperatur hervorgerufene Wärmewirkung und die damit zusammenhängende Umwandlung des isolierfließen Gefüges anzusehen ist. Dabei enthält die umgewandelte Schicht neben Martensit sehr viel Restaustenit. In anschließend durchgeführten Überlegungen wird die Möglichkeit der Beeinflussung durch begleitende Vorgänge erörtert. Es ergibt sich, daß eine vermehrliche Hartmetallaufregung anzustreben ist. Die erhöhte Standzeit ist vielmehr auf ein günstiges Mengenverhältnis Restaustenit : Martensit bzw. auf ein am Rande der funkenbeeinflußten Zone sich bildendes Gemenge von Metall und Metalloxyd zurückzuführen.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 29—37

DK 531.133.33

Paßner, Lothar

Konstruktionstafel zur Viergelenkkette

In dem Aufsatz wird gezeigt, wie Gelenkvierecke mit Hilfe einer vorbereiteten Konstruktionstafel, auf der Wendekreis, Rückkehrkreis, Tangente und Normale in einer beliebigen Größe bereits aufgezeichnet sind, entworfen werden können. Hierbei wird Gebrauch gemacht von der Spiegelung am Einheitskreis, um zugeordnete Punkte zu finden. Diese einheitliche Konstruktionsweise wird dann bei verschiedenen Konstruktionen angewandt, wobei die Gebietskreise, deren Durchmesser nach einer harmonischen Reihe abgestuft sind, im Wendekreis liegen und die Lage der zugeordneten Punkte abzuschätzen gestatten. Diese Grundsätze werden auch bei der Konstruktion der Krümmungskreise von Polbahnen angewandt.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 39—49

DK 621.315.61

Stamm, Hans

Elektrische Isolierstoffe in Hochspannungsapparaten

Fortschritte im Bau von Hochspannungsapparaten sind immer eng verknüpft mit der Entwicklung auf dem Gebiete der elektrischen Isolierstoffe. Man kann zwei Wege gehen, entweder konstruktive Maßnahmen ergreifen oder grundsätzlich neue Isolierstoffe herstellen. Letzteres ist möglich, wenn man die physikalischen Vorgänge beim Durchschlag weitgehendst übersieht. Die Ansichten über den Wärmedurchschlag und den Felddurchschlag werden diskutiert, ebenso die Diaphragma-Theorie.
Nach der Klarlegung der heutigen theoretischen Ansichten über den Durchschlagsmechanismus werden die wichtigsten Isolierstoffe für den Hochspannungsapparatebau (feste Isolierstoffe, wie keramische, Papiere, Hartpapiere, neuere Spezialisolationen, Gießharze und damit in Zusammenhang stehende Isoliermaterialien sowie gasförmige Isolierstoffe) kritisch betrachtet.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 51—59

DK 616—073.7

Blüthgen, Friedrich

Probleme und Methoden der Pulsfrequenzmessung

Als Ergebnis einer Übersichtsdarstellung der wesentlichsten Methoden der Pulsfrequenzmessung wird festgestellt:

1. Subjektive Methoden eignen sich nur zur ungefähren Ermittlung einer mittleren Pulsfrequenz.
2. Von den objektiven Methoden ermöglichen die mechanischen, optischen und elektrischen Pulskurvenschreiber durch Ausmessen der einzelnen Pulsintervalle die genaueste Bestimmung der Pulsfrequenz. Diese indirekten Verfahren sind jedoch nur für kurzzeitige Messungen und für ruhende Objekte geeignet.
3. Die direkte und fortlaufende Messung bzw. Registrierung der Pulsfrequenz über längere Zeiträume ist nur mit Hilfe elektrischer Verfahren durchführbar. Von diesen erscheint z. Z. das photoelektrische Meßverfahren am geeignetsten, weil es die Messung auch am bewegten Objekt ermöglicht.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 61—68

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

DK-Kurzreferate über die Beiträge in Heft 1 und 2 (Forts.)

DK 535.391.5/.6 : 620.178.162.42

Buch, Siegfried

Mechanische Festigkeitsprüfungen an dünnen optisch wirksamen Schichten

Optisch wirksame (z. B. reflexionsmindernde) Schichten müssen auf ihre Haltbarkeit geprüft werden. Der Artikel beschäftigt sich mit zwei Methoden der Haltbarkeitsprüfung, wobei der Verfasser zu dem Ergebnis gelangt, daß der Methode, die einen Poliervorgang nachahmt, der Vorzug zu geben ist. Abschließend werden Meßergebnisse dieser Methoden angeführt.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 1 S. 69—70

DK 53.081.1/.6

Oberdorfer, Günther

Zur Maßsystemfrage in Physik und Technik

Die Abhandlung enthält grundsätzliche Überlegungen über Maßsysteme. Die dabei verwendeten Beispiele sind den Gebieten der Elektrizität und des Magnetismus entnommen. Während in der Mechanik drei Grundgrößen auszeichen („Dreiersystem"), tritt in der Elektrizitätslehre eine vierte, die Ladung, hinzu („Vierersystem"). Die Anwendung von Dreiersystemen läßt sich für die Elektrizitätslehre nicht aufrechterhalten. Als besonders geeignet erscheint das Kalumsche Fache System. Der Verfasser befaßt sich zum Schluß mit der Zerlegung von Größengleichungen in Einheiten- und Maßzahlgleichungen, die die Ableitung von Einheiten gestatten.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 77—79

DK 531.49

Bögel, Karl

Zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Es wird eine Methode angegeben, welche gestattet, die drei Widerstandskoeffizienten λ, μ und $\varkappa$ eines Körpers, der sich nach dem Widerstandsgesetz $\dot{x} + \lambda\, x + \mu\, x^2 + \varkappa = 0$ $(\dot{x} > 0)$ bewegt, durch mindestens fünf Geschwindigkeitsmessungen zu bestimmen. Der Fall $\mu = 0$ wird am Schluß gesondert behandelt.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 81—84

DK 511.145 : 511.7

Lattermann, Karl

1. Eine Methode zur Berechnung von Approximationen einer reellen Zahl auf geometrischer Grundlage

2. Über eine Methode zur Berechnung gleichzeitiger Approximationen zweier reeller Zahlen

Die Methode der Approximation einer reellen Zahl unter Benutzung von Kettenbrüchen läßt sich nicht auf den zweidimensionalen Fall übertragen. Hier wird, von geometrischer Basis ausgehend, eine Faktorentwicklung angegeben, die einerseits gewisse Eigenschaften des Irrationalen („Periodizität") aufdeckt (Arbeit I) und andererseits ein zahlenmäßiges Berechnungsverfahren sowohl für den eindimensionalen (Arbeit I) wie für den zweidimensionalen Fall (Approximation zweier reeller Zahlen, Arbeit II) liefert.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 85—91
Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 3 S. 173—182

DK 621.3.078 : 517.934 : 621.385.8

Winkler, Helmut

Über Funktionstransformatoren mit Bildabtaströhre und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher für die Verwendung in elektronischen Analogierechenmaschinen mit großer Arbeitsgeschwindigkeit

Repetierend arbeitende Analogierechenmaschinen mit hoher Arbeitsgeschwindigkeit, insbesondere für systematische Probierverfahren und Parametermantersuchungen bei durch Differentialgleichungen darstellbaren technischen Vorgängen benötigen elektronische Funktionseingaben. Neben dem Prinzip eines Funktionstransformators mit Maskenabtastung, das 1947 Mynoll angegeben hat, wird die bei der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau durchgeführte Entwicklung der Funktionseingabe durch Abtastung einer Diapositiv-Spurssenschwärzung (Konturverfahren) erläutert. Hierzu wird die Bildabtaströhre HF 2786 und die Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher HF 2740 verwendet.

Verfasser stellt abschließend einen Genauigkeitsvergleich der beiden Funktionsbild-Abtastsysteme dar.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 93—98

DK 658.27 : 657.47 : 657.26

Beck, Max

Entwicklung von Eignungs- und Wertziffern

Der Betriebserfolg wird auf drei Arten erreicht, durch Produktionssteigerung, Produktionsverbesserung und Verminderung der Selbstkosten. Der Gesamterfolg der Maßnahmen zeigt sich beim Jahresabschluß, vorausgesetzt, daß keine Verschlechterung durch irgendwelche anderen Erscheinungen, die vielleicht in entgegengesetzter Richtung wirken, eingetreten ist.

Das sicherste Mittel zur Kontrolle der Wirtschaftlichkeit ist eine genaue Selbstkostenermittlung. Sie ist gleichzeitig die eindringlichste Betriebsüberwachung. Wärme und Material bedeuten Aufwand. Warum sollen Monatsverbrauchsbilanzen nicht direkt in Geld umgerechnet werden, wenn sich die Möglichkeit dazu bietet? Die Wärmebilanz hat in erster Linie für den Konstrukteur Interesse. Der Betrieb braucht die Kostenbilanz. Hierzu ist die Kenntnis der Wertziffern der einzelnen Stoffe und der Verbrauchsmengen, d. h. die Wärme- und Stoffbilanz erforderlich.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 99—104

DK 621.785.162

Hanke, Eugen

Spontane Rekristallisation

Durch eine entsprechend geführte Wärmebehandlung bei metallischen Werkstoffen nach Kaltverformung ist man nicht nur in der Lage, die Größe und in vielen Fällen auch die Textur der neugebildeten Kristallite in weiten Grenzen zu ändern, sondern auch ihre mechanischen und physikalischen Eigenschaften weitgehend zu beeinflussen.

Durch Rekristallisationsglühung mit erhöhter Erhitzungsgeschwindigkeit konnten folgende Ergebnisse ermittelt werden:

1. Auch bei geringen Verformungsgraden tritt Rekristallisation über Keimbildung und Keimwachstum auf.
2. Aus der Ermittelung der Dehnungswerte geht hervor, daß in Langzeitversuchen bei niedriger Glühgeschwindigkeit bei weitem nicht die hohen Dehnungswerte erzielt werden wie im Sulzbad.
3. Bei dieser Glühbehandlung zeigt sich, daß infolge spontaner Bildung vieler Keime auch im kritischen Verformungsgebiet keine allzu großen Kristalle auftreten und somit ein geringer Einfluß des Verformungsgrades auf die Korngröße vorhanden ist.

Praktische Anwendungsmöglichkeiten dieser Ergebnisse werden erörtert.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 105—114

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

DK-Kurzreferate über die Beiträge in Heft 2 und 3 (Forts.)

DK 531.224 : 531.23 : 512.831

Poßner, Lothar

Einflußmatrizen. Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre

Das Rechnen mit Matrizen kann schon bei einfachen Rechnungen dem Konstrukteur wesentlichen Nutzen bringen, weil es ein ordnendes Prinzip darstellt und weil die Rechnung kurz zusammengedrängt und übersichtlich wird. Gezeigt wird dies bei der Berechnung des Biegemoments in der Festigkeitslehre, bei der Berechnung von statisch unbestimmt gelagerten Wellen und bei Anwendung des Prinzips von Castigliano.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 115—134

DK 621.314.21 : 621.3.014.36 : 621.3.015.33 : 621.3.017.7

Stamm, Hans

Zum Problem der Lebensdauer von Großtransformatoren

Ausgehend von den maßgebenden Faktoren für die Lebensdauer von Großtransformatoren, werden die speziellen Beanspruchungen der Wicklung einer eingehenden Betrachtung unterzogen. Es wird gezeigt, durch welche isolationstechnischen Maßnahmen die spannungsmäßigen Beanspruchungen sicher beherrscht werden können. Maßnahmen zur stoßspannungssicheren Ausführung werden ebenfalls eingehend behandelt. Damit im Zusammenhang stehen Stoßspannungsprüfungen und Methoden zur Feststellung dabei aufgetretener Fehler. Weiterhin werden noch behandelt die mechanischen und thermischen Beanspruchungen der Wicklung. Auf Grund der *Montinger*schen Regel wird nachgewiesen, wie sich Temperaturerhöhungen über die zulässige Grenze hinaus durch Verkürzung der Lebensdauer auswirken.

Zur Feststellung, ob der zeitliche Ablauf der Belastung eines Großtransformators einen Einfluß auf die Lebensdauer ausübt, wird die Verwendung eines Alterungsanzeigers vorgeschlagen.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 135—144

DK 612.001.5 : 621—523

Blüthgen, Friedrich

Ein elektrisches Analogiemodell zur Veranschaulichung des bedingt reflektorischen Verhaltens von Lebewesen

Es wird eine elektrische Schaltung beschrieben, deren Funktionen analog dem prinzipiellen Schema verschiedener physiologischer Reflexvorgänge ablaufen. Die Schaltung eignet sich zur Verwendung in einem Demonstrationsmodell, welches insbesondere das Zustandekommen und die Mischung bedingter Reflexe einfällig vorzuführen erlaubt.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 145—148

DK 535.317.2 : 681.2.088 : 531.713.8

Bischoff, Werner

Unschädliche Kippunkte

Die Richtung des aus einem optischen System austretenden Strahlenbündels bleibt bei Kippungen um bevorzugte Punkte unverändert. Diese Knotenpunkteigenschaften werden mit Vorteil beim Bau von optischen Geräten, insbesondere von Meßgeräten, verwendet, wenn zu dem System spiegelnde und brechende Flächen hinzutreten können. Es wird gezeigt, daß die Ablenkungseigenschaften dieser Flächen die Lage des Punktes beeinflussen, der die genannte Sonderstellung hat. Es werden Fehler untersucht, die dabei auftreten können, und Beziehungen für die Größe der Fehler angegeben.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 2 S. 149—153

DK 512.14./.155.001.11

Marahn, Karl

Zur mathematischen Theorie der Gestalt der Himmelskörper

Die Theorie der als „Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten" bezeichneten Modelle für die Konfigurationen flüssiger Sterne wird an dem klassischen Beispiel der Ellipsoide erläutert. Anschließend wird mitgeteilt, daß die Frage nach neuen Figuren auf die Behandlung komplizierter Funktionalgleichungen führt.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 3 S. 163—164

DK 531.49(084.21)

Stammberger, Albert

Nomogramme zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers*)

Es wurden Nomogramme entwickelt, die die Koeffizienten der Differentialgleichung $S + \lambda x + \mu x^2 + \varkappa = 0$ bestimmen und gegebenenfalls eine Rückrechnung der Geschwindigkeiten und Wege gestatten. An einem Beispiel ist der Gebrauch der Nomogramme gezeigt. Die Genauigkeit reicht mindestens aus, um sich einen ersten Überblick zu verschaffen. Für spezielle Untersuchungen lassen sich Nomogramme bei besonders gewählten Bereichen mit erheblich gesteigerter Ablesegenauigkeit entwickeln.

*) Siehe auch: Bögel, Karl: Zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers. Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau, Jg. 1 (1954/55) H. 2, S. 81—84.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 3 S. 183—187

DK 531.21/.23 : 624.041.6/.63

Poßner, Lothar

Einflußgrößen

Im Anschluß an den Aufsatz über Einflußmatrizen werden die dazu nötigen Einflußgrößen einer näheren Betrachtung unterzogen und die bekannten Anwendungsmöglichkeiten in der Praxis ergänzt und systematisch dargestellt. Die Einflußgröße kann als ein weitgehend zu erweiternder Begriff angesehen werden, der nicht nur auf die Statik und Festigkeitslehre beschränkt ist, sondern überall da Anwendung finden kann, wo vielseitige Einflüsse zu bestimmen sind. Die Einflußgrößen liegen entweder formelmäßig fest oder können auf Grund von statischen Erhebungen bestimmt werden.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 3 S. 207—229

DK 621.391

Megla, Gerhard

Neuere Erkenntnisse der drahtlosen Nachrichtentechnik

Die Anwendung sehr kurzer Wellen zur drahtlosen Nachrichtenübertragung hat besonders in den letzten 10 Jahren eine derartige Ausweitung erfahren, daß der Fernmelde- und Hochfrequenztechnikmann kaum mit dieser Entwicklung Schritt halten konnte. Die leitungsgebundenen Nachrichtenverbindungen wurden durch Richtfunksysteme ergänzt, die in großem Umfange heute schon eingesetzt werden.

Der Vortrag behandelt die wichtigsten Grundlagen und neueren Erkenntnisse der Physik und Technik von Richtfunksystemen. Es werden Freiraum- und Absorptionsdämpfung, Antennenverstärkung hochfrequenter und niederfrequenter Störabstand und die Anwendungsgebiete verschiedener Modulationsarten behandelt. Die durch zahlreiche Ausbreitungsmessungen gesammelten Erfahrungen werden nutzbringend für eine moderne Streckenplanung verwendet.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 3 S. 165—171

DK 539.17.002.3

Hanke, Eugen

Werkstoffe im Atommeiler

Die physikalischen Grundlagen der Vorgänge im Atommeiler werden kurz gestreift und die verschiedenen Reaktorarten beschrieben. Anschließend werden die einzelnen Bauelemente erläutert und die Anforderungen besprochen, die an die dafür zur Verfügung stehenden Werkstoffe zu stellen sind. Es ergibt sich eine Einteilung der Werkstoffe in Spaltmaterialien, Moderator- und Reflektorsubstanzen, Konstruktionsstoffe, Werkstoffe für Steuerorgane sowie Kühlmittel zur Abführung der erzeugten Wärme. Am Ende der Arbeit wird auf die Aktivität der Strahlung und die erforderlichen Schutzstoffe eingegangen.

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau
Jg. 1 (1954/55) H. 3 S. 189—206

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

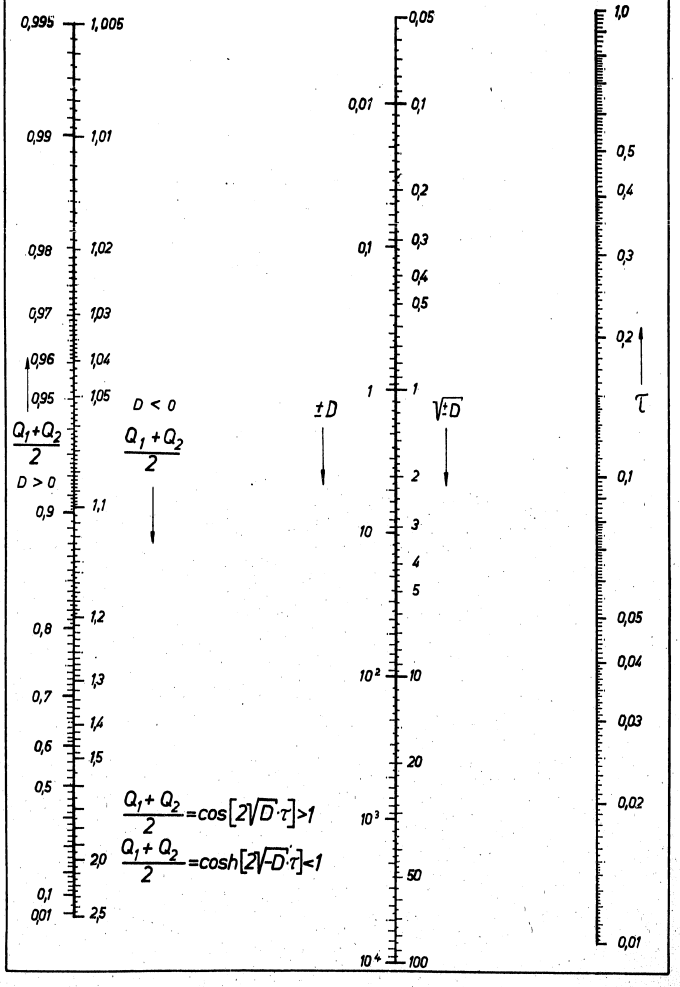
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Bestimmung der Diskriminante D

N1
$D \gtrless 0$



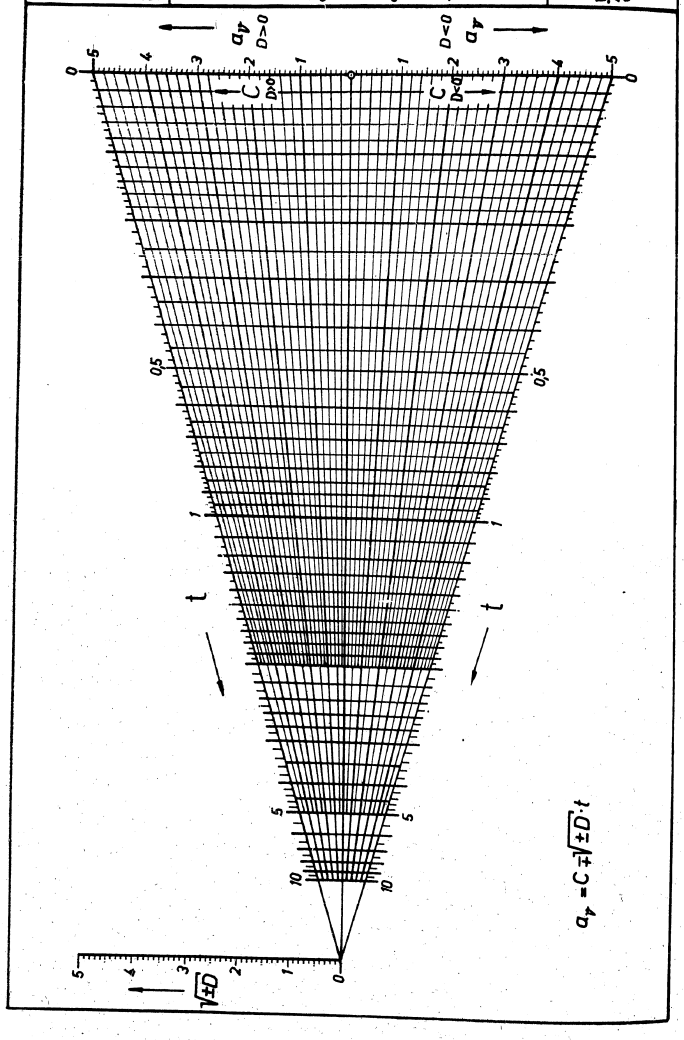
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers
Bestimmung der Hilfsgrößen a_4

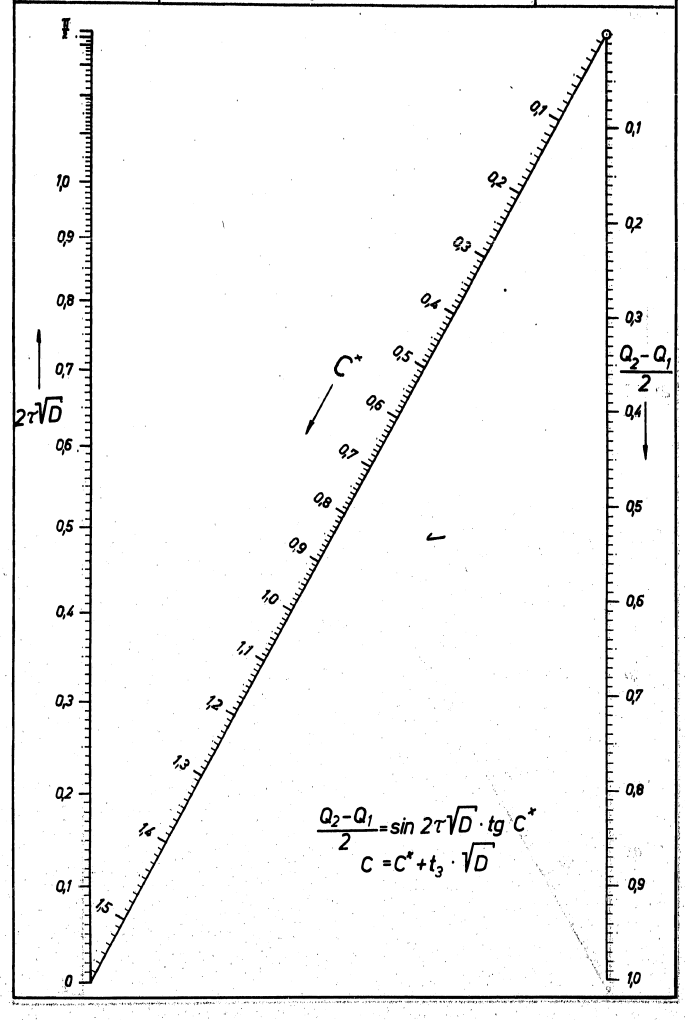
N 3
$D \gtrless 0$



Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers
Bestimmung der Konstanten C

N 2a
$D > 0$



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

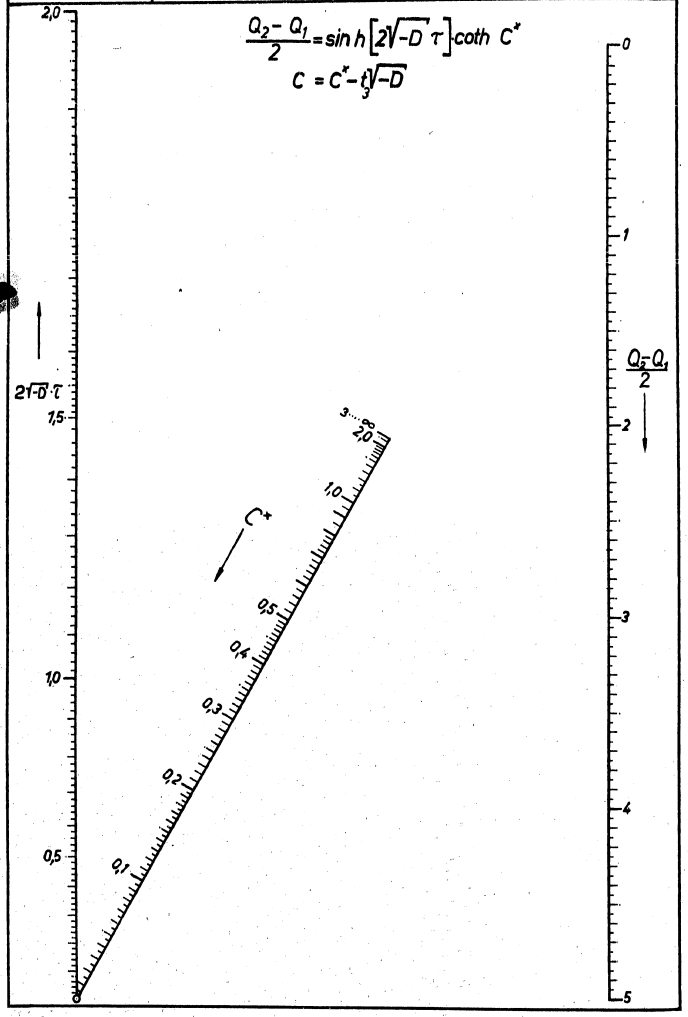
Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Bestimmung der Konstante C

N2b
D<0

$$\frac{Q_2 - Q_1}{2} = \sinh\left[2\sqrt{-D}\,\tau\right] \coth C^*$$

$$C = C^* - t\sqrt{-D}$$



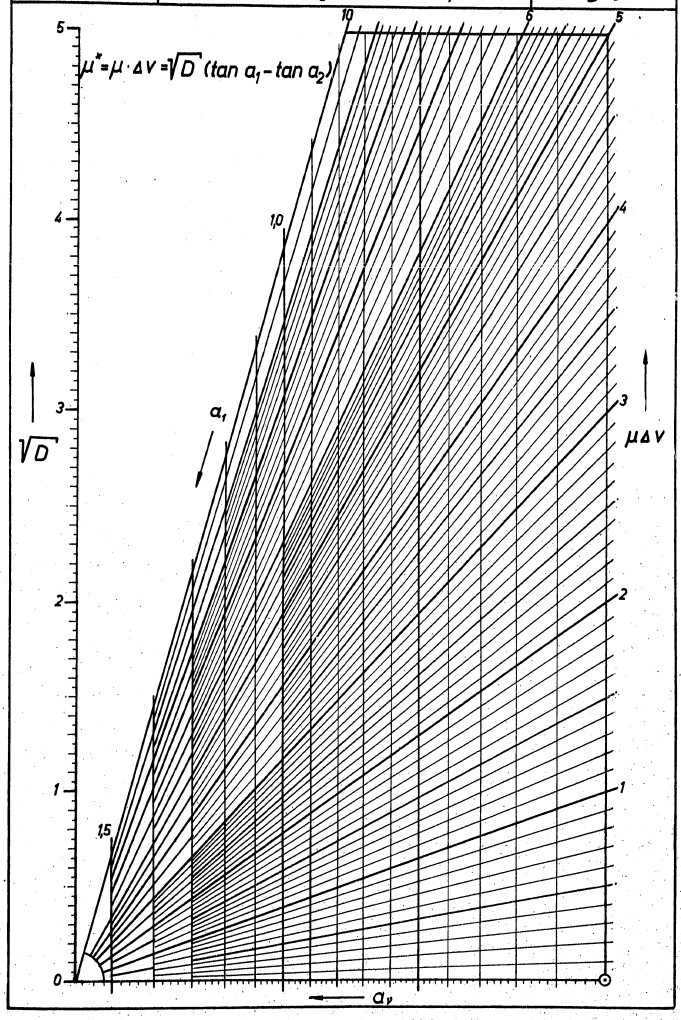
Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Bestimmung des Koeffizienten μ

N3a
D>0

$$\mu^* = \mu \cdot \Delta v = \sqrt{D}\,(\tan a_1 - \tan a_2)$$



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Bestimmung des Koeffizienten κ

N5 $D \gtrless 0$

Hochschule für Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers

Bestimmung des Weges x

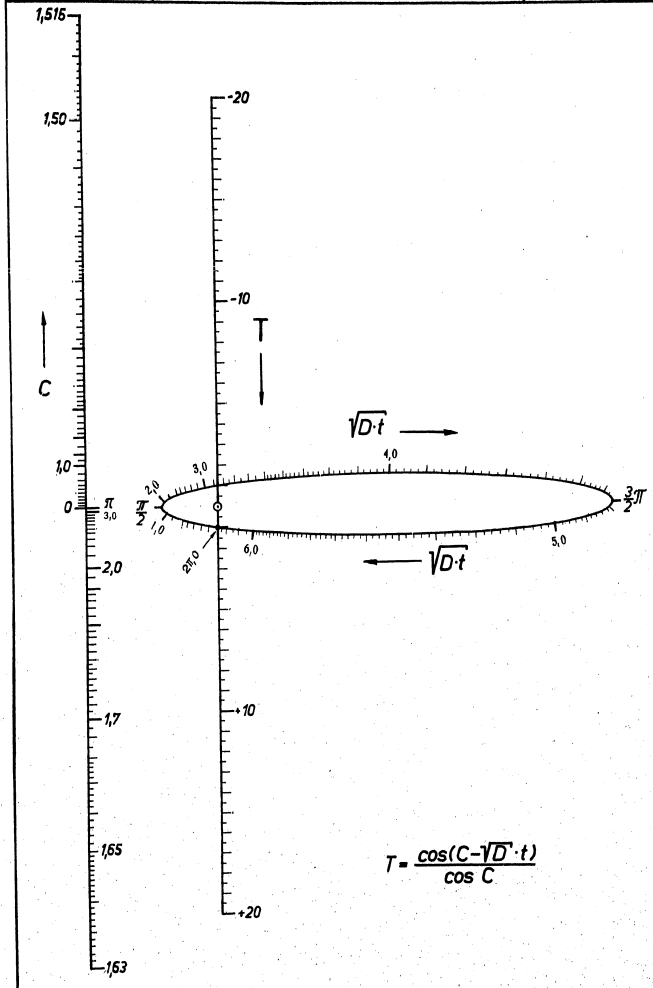
N6 $D \gtrless 0$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Das Arbeitsblatt N1—6 wurde auf einem besonderen Blatt wiedergegeben, falls Lichtpausen davon angefertigt werden sollen.

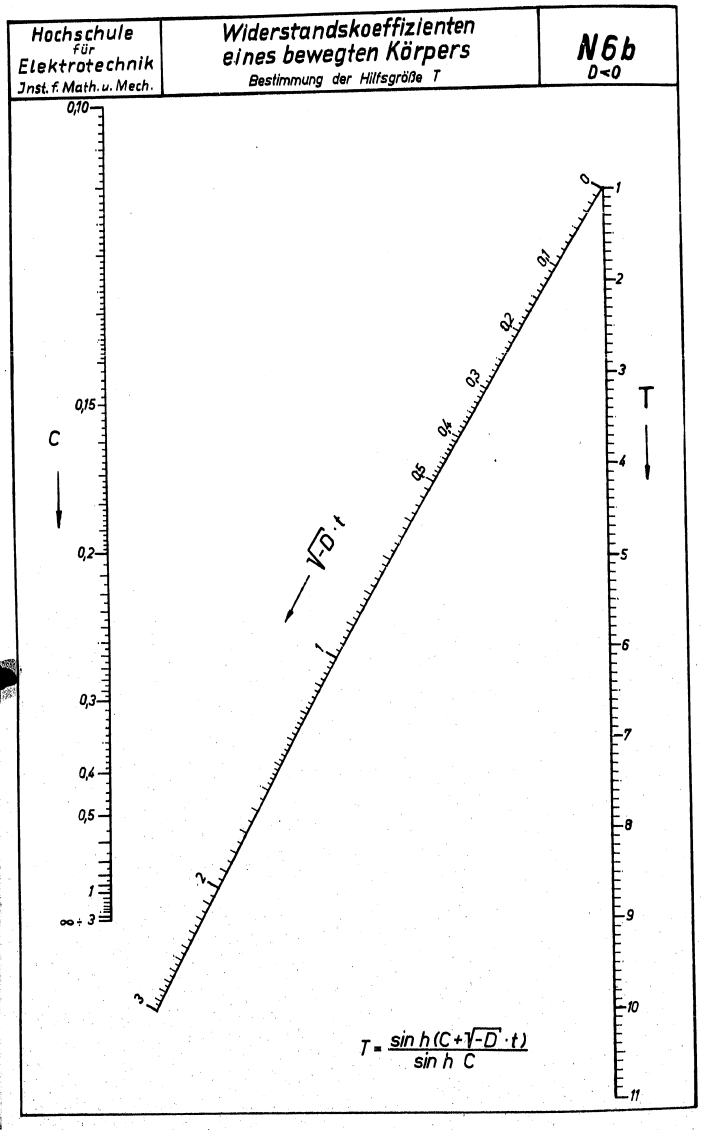
Hochschule für Elektrotechnik Inst. f. Math. u. Mech.	Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers Bestimmung der Hilfsgröße T	N 6a D>0



$$T = \frac{\cos(C - \sqrt{D} \cdot t)}{\cos C}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



INHALT

MARUHN, KARL — Zur mathematischen Theorie der Gestalt der Himmelskörper . . 163

MEGLA, GERHARD — Neuere Erkenntnisse der drahtlosen Nachrichtentechnik 165

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften

LATTERMANN, KARL — Über eine Methode zur Berechnung gleichzeitiger Approximationen reeller Zahlen 173

STAMMBERGER, ALBERT — Nomogramme zur Bestimmung der Widerstandskoeffizienten eines bewegten Körpers 183

HANKE, EUGEN — Werkstoffe im Atommeiler 189

POSSNER, LOTHAR — Einflußgrößen 207

DK-Kurzreferate über Beiträge in Heft 1—3

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

JAHRGANG 1 1954/55 HEFT 1

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau
Herausgeber: Der Rektor der Hochschule, Professor Dr. phil. nat. H. Stamm

Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" der Universitäten und Hochschulen haben die Aufgabe, der breiten Entfaltung des wissenschaftlichen Lebens an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik zu dienen und das besondere Gepräge der wissenschaftlichen Tätigkeit an der jeweiligen Universität oder Hochschule widerzuspiegeln. Dieser Bestimmung entsprechend sind die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" ausschließlich der Veröffentlichung von wissenschaftlichen Arbeiten aller an den Universitäten und Hochschulen vertretenen Fachgebiete vorbehalten. Arbeiten von Wissenschaftlern, die nicht an der betreffenden Universität oder Hochschule tätig sind, sollen nur dann in die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" aufgenommen werden, wenn es sich um Gastvorlesungen oder Gastvorträge handelt. Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" sind für Persönlichkeiten und wissenschaftliche Einrichtungen außerhalb der Universitäten und Hochschulen, die sie herausgeben, nur auf dem Tauschwege erhältlich.

Die in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik mit dem Vermerk „Als Manuskript gedruckt!" erschienenen Arbeiten dürfen an anderer Stelle nur mit Genehmigung des Autors abgedruckt werden.

Eröffnung der Hochschule für Elektrotechnik

(16. September 1953)

Ansprache des Stellvertreters des Ministers für Maschinenbau Herrn Helmut Wunderlich

Meine Damen und Herren!

Die Regierung der Deutschen Demokratischen Republik hat in Erkenntnis der hohen Bedeutung der Wissenschaften für den Aufbau unserer Republik in der Vergangenheit großzügige Maßnahmen ergriffen, die die Gewähr dafür geben, daß sich Wissenschaft und Technik bei uns zur vollen Blüte entfalten und in höchstem Maße zur Sicherung der ständig wachsenden materiellen und kulturellen Bedürfnisse des ganzen Volkes beitragen.

Die technischen Wissenschaften sind eine unabdingbare Voraussetzung für das ununterbrochene Wachstum und die stete Vervollkommnung der Produktion. Sie erhalten von der Produktion, von der Praxis ihre Aufgaben und befruchten und beschleunigen in ständiger Wechselwirkung deren rasche Höherentwicklung und Vervollkommnung. Gleichzeitig werden aber auch mit dem Wachstum und der Entwicklung der Produktion immer höhere Anforderungen an die Wissenschaft gestellt.

Das trifft ganz besonders für den wichtigen Industriezweig der Elektrotechnik zu. In Zusammenarbeit von Wissenschaft und Produktion hat sich dieses Fachgebiet innerhalb weniger Jahrzehnte sehr rasch und umfangreich entwickelt. Die Elektrotechnik ist aus dem praktischen Leben, aus der Produktion nicht mehr wegzudenken und gleicht einem Helfer der Menschen, der ihnen das Leben auf allen Gebieten erleichtert.

Obwohl die Elektrotechnik in unserer Deutschen Demokratischen Republik bereits einen hohen Stand erreicht hat — das zeigte ganz besonders die diesjährige Leipziger Messe —, können wir uns keinesfalls mit diesem Entwicklungsstand zufriedengeben.

Der weitere Ausbau der Energieversorgung, der Bau von Großgeneratoren, die Erweiterung des Netzes der Energieübertragung, die Entwicklung neuer Isolierstoffe, die Vervollkommnung der Röntgentechnik, Lichttechnik und Elektroakustik sowie die Weiterentwicklung der Steuerungs-, Meß- und Regelungstechnik mit dem Ziele der erhöhten Automatisierung des Produktionsprozesses stellen die Wissenschaftler vor so umfangreiche Aufgaben, daß sie kaum von den vorhandenen wissenschaftlichen Kräften gelöst werden können.

Um den Mangel an wissenschaftlichem Nachwuchs schnellstens zu beheben, wurde von unserer Regierung ein großzügiges Programm zur Schaffung von Spezialhochschulen ausgearbeitet. Dieses Programm bietet die Gewähr, im Laufe der nächsten zehn Jahre die empfindliche Lücke auf dem Gebiet der technisch-wissenschaftlichen Kader zu schließen.

Die Sozialistische Sowjetunion hat bei der Entwicklung des Hochschulwesens in ihrem Lande mit der Errichtung solcher Spezialhochschulen bereits außerordentlich gute Erfahrungen gesammelt, so daß auch wir sicher sind, gute Erfolge mit ihnen zu erzielen. Wir werden uns bei unserer Arbeit natürlich stark an die Erfahrungen unserer sowjetischen Freunde, aber auch an die reichen Erfahrungen der bereits bestehenden Hochschulen in der Deutschen Demokratischen Republik halten. Ich bin überzeugt, daß uns hierdurch eine große Unterstützung und Hilfe zuteil wird.

Heute sind wir nun hier zusammengekommen, um die Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau zu eröffnen und ihrer Bestimmung zu übergeben. Es ist ein feierlicher Augenblick, der sowohl dem Rektor und dem Lehrkörper wie auch dem Ministerium für Allgemeinen Maschinenbau die außerordentlich hohe Verpflichtung auferlegt, die Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau so zu entwickeln, daß sie der deutschen Wissenschaft zu Ruhm und Ehre gereicht.

Das wird zunächst eine sehr schwere Aufgabe sein, denn noch besitzt die Hochschule erst wenige Räumlichkeiten und nur eine geringe Anzahl an Dozenten. Es sind somit schnellstens die materiellen und ideellen Voraussetzungen zur Durchführung der wissenschaftlichen Lehr- und Forschungsarbeit zu schaffen.

Der Beschluß der Regierung sieht vor, die Hochschule Ilmenau so auszubauen, daß 1960 ca. zweitausend Studenten hier ihre Ausbildung finden. Das erfordert die Realisierung eines umfangreichen Bauprojektes, das die Errichtung von Vorlesungsgebäuden, Instituten und Laboratorien und vor allem auch den großzügigen Bau von Wohnheimen für die Studenten und die Lehrkräfte sowie die Errichtung der entsprechenden kulturellen Einrichtungen umfaßt.

Die zur Zeit in Ilmenau befindliche Fachschule für Maschinenbau und Elektrotechnik wird im Zuge der Verwirklichung des Hochschulprojektes nach einem anderen Orte verlegt werden.

Die erforderlichen Mittel für die Durchführung aller dieser Aufgaben werden von unserer Regierung zur Verfügung gestellt. Der neue Kurs unserer Regierung, der sich gerade in solchen Vorhaben mit ausdrückt, ist nicht nur eine Magenfrage, sondern sicht im Interesse der maximalen Befriedigung der ständig wachsenden materiellen und kulturellen Bedürfnisse besonders auch derartige umfangreiche Bildungsstätten vor. Diese haben über ihre wissenschaftliche Arbeit hinaus die Aufgabe, gleichzeitig allgemeine Kulturzentren zu werden. Das trifft auch in vollem Maße für die Hochschule in Ilmenau zu.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Hochschule für Elektrotechnik hat gerade hier große und ehrenvolle Traditionen zu erfüllen, hat doch in dieser Stadt der größte Dichter des deutschen Volkes, Goethe, gelebt und gewirkt. Hier sind einige seiner herrlichen Gedichte entstanden, die zu den besten Schätzen des deutschen Volkes gehören. Die Vertreter der Stadt und der gesellschaftlichen Organisationen sowie die Hochschule müssen es als eine ihrer besonderen Aufgaben ansehen, dieses große Kulturerbe zu hüten und zu pflegen.

Verehrte Anwesende!

Es ist einleuchtend, daß der materielle Aufbau der Hochschule, daß die Aufgabe der Schaffung neuer Gebäude, Institute, Laboratorien, Studenten- und Professorenwohnungen nicht in 1 ··2 Jahren gelöst werden kann. Wir werden sehr wahrscheinlich etwas länger brauchen, um diese Hochschule zu einer vorzüglichen Bildungsstätte in bezug auf Gebäude und Ausrüstungen zu gestalten.

In diesen Jahren ist jedoch die weitaus wichtigere Aufgabe ebenfalls mit aller Energie in Angriff zu nehmen, die darin besteht, durch harte wissenschaftliche Erziehungs- und Forschungsarbeit der Hochschule einen Namen und das Ansehen zu geben, das ihrer Bedeutung entspricht.

Das ist eine sehr schwere Aufgabe, denn Wissenschaft und wissenschaftliches Ansehen kann man nicht so aufbauen, wie man Gebäude aufbaut. Wissenschaft und Ansehen müssen durch harte Arbeit erkämpft werden. Karl Marx sagte einmal: „Es gibt keine Landstraße für die Wissenschaft, und nur diejenigen haben Aussicht, ihre hellen Gipfel zu erreichen, die die Ermüdung beim Erklettern ihrer steilen Pfade nicht scheuen." Das gilt für die Studenten ebenso wie für die Professoren und Mitarbeiter der Hochschule.

Wichtig wird sein, daß der Lehrkörper und auch die Studenten der Hochschule zur Fakultät für Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden eine enge Verbindung halten. Dort haben so bedeutende Professoren wie Herr Obenaus, Herr Frühauf, Herr Freitag, Herr Pommer und andere, die in den vergangenen Jahren außerordentliche Leistungen vollbrachten, nicht nur zur Entwicklung hochqualifizierter Kader beigetragen, sondern auch im gleichen Maße auf die Entwicklung der Produktion durch wichtige Forschungsarbeiten Einfluß genommen.

Ich möchte hier an dieser Stelle Sie, verehrte Herren Professoren und Dozenten der Technischen Hochschule Dresden und der anderen Universitäten und Hochschulen, ganz besonders bitten, dieser neuen, sich rasch entwickelnden Bildungsstätte ihre vollste Unterstützung zu geben. Denn nur — und das möchte ich betonen — in gemeinsamer Arbeit mit Ihnen, gestützt auf Ihre umfangreichen und so wertvollen Erfahrungen, werden wir die Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau zu einem bedeutenden Faktor für die Entwicklung unseres wissenschaftlichen Nachwuchses machen.

Eine Besonderheit der Hochschule für Elektrotechnik ist, daß sie einem Fachministerium, dem Ministerium für Maschinenbau, unterstellt wird. Das hat eine sehr große Bedeutung für die Verwirklichung des Prinzips der engen Verbindung von Theorie und Praxis.

Es wird unsere Aufgabe sein, sehr schnell dieses Prinzip zu verwirklichen.

Ich richte von dieser Stelle aus die Bitte an alle Werkdirektoren der Betriebe des Ministeriums, die Hochschule für Elektrotechnik in jeder Hinsicht zu unterstützen und ihr alle Hilfe angedeihen zu lassen, die einem Neugeborenen zukommt, sei es in der Zurverfügungstellung von Lehrkräften oder der Bereitstellung von Lehrmaterial und Ausrüstungen für die Laboratorien.

Liebe Einwohner Ilmenaus!

Die Eröffnung der Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau hat für Sie und für die wirtschaftliche und kulturelle Entwicklung Ihrer Stadt und des ganzen Bezirkes eine große Bedeutung. Mit dem Aufbau einer solchen Hochschule werden sich wichtige ökonomische Veränderungen ergeben. Die Hochschule, die in der Perspektive bis 2000 Studenten fassen wird, stellt praktisch eine kleine Stadt dar, die das Gebiet Ilmenaus wesentlich erweitern wird. Aus dieser Tatsache ergeben sich viele Perspektiven in wirtschaftlicher, aber auch ganz besonders in kultureller Hinsicht.

Ich habe mich sehr darüber gefreut, als ich davon hörte, daß die Bevölkerung und die Stadt-, Kreis- und Bezirksverwaltung sowie die gesellschaftlichen Organisationen an der neuen Hochschule für Elektrotechnik großen Anteil nehmen. Ich danke Ihnen dafür und bitte Sie, weiterhin alle Kräfte dafür einzusetzen, daß Studierende und Wissenschaftler aus dem In- und Auslande in Zukunft den Namen der Hochschulstadt Ilmenau mit Achtung aussprechen.

Meine Damen und Herren!

Die Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau wird zu einem Zeitpunkt gegründet, in dem unser Vaterland noch in zwei Teile gespalten ist.

Im Westen unserer Heimat gibt es ebenfalls Hochschulen, studieren ebenfalls Studenten und lehren auch Professoren. Doch ein sehr großer Unterschied besteht zwischen den Hochschulen unserer Republik, der bei uns betriebenen Forschungsarbeit und der wissenschaftlichen Entwicklung in Westdeutschland.

Bei uns dient die Wissenschaft einer friedlichen Entwicklung zur schnellen, sichtbaren Hebung des Wohlstandes unseres Volkes. Bei uns werden neue Schulen, neue Hochschulen in wenigen Jahren errichtet, die dem menschlichen Fortschritt dienen. Bei uns nimmt die Wissenschaft, die ja nur im Frieden gedeiht und sich entwickelt, daher einen großen Aufschwung. Alle Erleichterungen, die nur irgend denkbar sind, wurden und werden den wissenschaftlichen Fachkräften durch Gesetze und Verordnungen der Regierung gewährleistet. Das Lernen an unseren Schulen macht sehr viel Freude, denn die Regierung unterstützt unsere Studenten durch Stipendien und andere Maßnahmen fürsorglich.

In Westdeutschland wird zum größten Teil die Wissenschaft in den Dienst der Kriegsvorbereitungen gestellt. Eine Wissenschaft aber, die nicht dafür arbeitet, daß dem Menschen das Leben leichter und schöner gemacht wird, sondern dem Tod und der Zerstörung von Produktivkräften dient, hört auf, Wissenschaft zu sein.

Es ist eine allgemein bekannte und unbestreitbare Tatsache, daß in den kapitalistischen Ländern, so auch in Westdeutschland, die Hochschulen in der Regel nur von den Söhnen und Töchtern der herrschenden Klassen und begüterten Schichten besucht werden können. Dort ist wenig Platz für das Studium von Arbeiter- und Bauernkindern. Bei uns studieren dagegen die besten Söhne und Töchter unserer Arbeiter, Bauern und Intelligenz an den Hochschulen. — Unter den heute zu immatrikulierenden Studenten befinden sich 64% Arbeiter- und Bauernkinder, 14% Kinder der schaffenden Intelligenz und 22% Söhne und Töchter aus den übrigen Kreisen der Bevölkerung.

Es ist notwendig, die Hochschule Ilmenau besonders auch zu einer Bildungsstätte im Kampf um die Schaffung eines einheitlichen und friedliebenden Deutschlands zu machen. Entsprechend den guten Traditionen der deutschen Wissenschaft ist deshalb eine enge Verbindung mit all den Wissenschaftlern in Westdeutschland zu erstreben und zu pflegen, die eine solche friedliche Wiedervereinigung unseres Vaterlandes auf demokratischer Grundlage als ihre höchste patriotische Pflicht ansehen. Diese Pflege gesamtdeutscher Beziehungen auf wissenschaftlichem Gebiet wird ohne Zweifel zu einer Befruchtung der wissenschaftlichen Lehre und Forschung und einer schnelleren Verständigung der deutschen Menschen untereinander beitragen.

Liebe Studenten!

Die Regierung der Deutschen Demokratischen Republik hat Ihnen Ihr Studium und die freie Entwicklung all Ihrer Fähigkeiten ermöglicht. Betrachten Sie es als Ihre Hauptaufgabe, ausgezeichnete Studienleistungen zu erzielen und die Wissenschaften der Sowjetunion für Ihre Arbeit auszuwerten. Damit werden Sie die Voraussetzungen dafür schaffen, daß Sie bereits schon während des Studiums in Ihrer gesellschaftlichen und fachlichen Arbeit und ganz besonders nach dem Studium die Regierung der Deutschen Demokratischen Republik bei der Lösung ihrer vielseitigen Aufgaben unterstützen können.

Sehr geehrter Herr Prof. Dr. Stamm!

Verehrte Dozenten!

Die Regierung der Deutschen Demokratischen Republik schenkt Ihnen auf Grund Ihrer außerordentlichen Verdienste, die Sie sich in den vergangenen Jahren erworben haben, das große Vertrauen, junge Kader mit Hochschulbildung für unsere sozialistische Wirtschaft auszubilden. Gestalten Sie die neue Hochschule für Elektrotechnik zu einer Bildungsstätte, an der die Traditionen der fortschrittlichen Wissenschaften Deutschlands und auch des Auslandes, insbesondere der Sowjetunion, gepflegt werden. Erziehen Sie Ihre Studenten zu aufrechten Menschen, die anderen friedliebenden Völkern Achtung entgegenbringen. Erziehen Sie die Ihnen anvertrauten jungen Studenten zu ausgezeichneten Fachleuten auf ihrem Gebiet, die selbstbewußt und in Liebe zur Heimat ihre ganze Kraft für die Entwicklung eines neuen und schöneren, einheitlichen, demokratischen und friedliebenden Deutschlands einsetzen.

1*

Sehr geehrter Herr Prof. Dr. Stamm!

Ich beglückwünsche Sie zu Ihrer Berufung als Rektor der neuen Hochschule für Elektrotechnik, die ich hiermit eröffne. Ich bin gewiß, daß Sie die Wissenschaft an dieser Hochschule zur vollen Blüte entfalten werden und wünsche Ihnen dazu vollen Erfolg.

Ansprache des Hauptabteilungsleiters im Staatssekretariat für Hochschulwesen Herrn Franz Wohlgemuth

(Gekürzte Wiedergabe)

Ich habe die Ehre und die Freude, diese festliche Versammlung im Namen und im Auftrag des Staatssekretariats für Hochschulwesen zu begrüß...

Dieser Tag hat eine große Bedeutung für die Entwicklung der deutschen Hochschulen allgemein und für die Entwicklung des wissenschaftlichen Lebens in der Deutschen Demokratischen Republik im besonderen.

Für unsere gesellschaftliche Entwicklung ist die Wissenschaft und sind die wissenschaftlich ausgebildeten Fachleute die erste Voraussetzung. Ohne wissenschaftliche Erkenntnisse und ohne Wissenschaftler könnten wir auf keinem Gebiet unseres Lebens, sei es in der Industrie, in der Landwirtschaft, in der Wirtschaft, dem Gesundheitswesen und der Politik, nennenswerte Fortschritte zum Wohle des Volkes erzielen. Je besser die Menschen verstehen, die Gesetze der Natur zu erkennen und zu beherrschen, um so leichter werden sie es verstehen, die Kräfte der Natur und der Gesellschaft zum Wohle der Menschheit planvoll und für friedliche Zwecke anzuwenden, d. h. sich diese Kräfte dienstbar zu machen.

Diese Feststellung Wirklichkeit werden zu lassen, arbeitet und kämpft die Regierung der Deutschen Demokratischen Republik unermüdlich. Aus kleinen Anfängen des Jahres 1945 sind unsere alten Universitäten und Hochschulen zu Verbildern echter wissenschaftlicher Erfolge geworden. Unermüdlich ist die Fürsorge der Regierung für ihre Wissenschaftler, die uns helfen, die Pläne zur Hebung des Wohlstandes unseres Volkes zu verwirklichen. Unser Volk achtet und ehrt in seinen Nationalpreisträgern die besten Patrioten.

Unermüdlich ist auch die Sorge unserer Regierung für ihre Studenten. Ein gesichertes Studium in zweifacher Hinsicht ist ihnen garantiert. Materiell ohne Sorge können sie sich dem Studium widmen. Ohne Sorge auch für eine gesicherte Arbeit können sie ihr Studium beenden und ausgerüstet mit bestem Fachwissen ins Leben treten.

Von den Kaisern, den Päpsten und den Fürsten haben vor vielen Jahrhunderten die Universitäten ihre Gründungsurkunden erhalten. In diesen alten Universitäten wurden die Beamten der Herrscher und die Geistlichen ausgebildet. Es war ein wichtiger Schritt in der Geschichte der Wissenschaft, als durch das junge Bürgertum den modernen Naturwissenschaften der Weg geebnet wurde und die Söhne der Bourgeoisie die Universitäten besetzten. Die Geschichte ist weitergegangen. Unsere Universitäten und Hochschulen erhalten heute ihre Legitimation zur wissenschaftlichen Arbeit von unserer Arbeiter-und-Bauern-Macht.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Unter der sicheren Führung der Partei der Arbeiterklasse hat unsere Regierung die Universitäten zu wirklichen Hohen Schulen des Volkes gestaltet.

Heute studieren in den vielen wissenschaftlichen Instituten unseres Landes die Kinder von Arbeitern und Bauern, deren Eltern nie von einer Hochschulbildung zu träumen gewagt hätten. Sie studieren in großer Zahl, und ihre Erfolge sind unser Stolz so sehr, wie unsere Fürsorge für sie ihnen die Verpflichtung zu ernsthaftem Studium und großen Leistungen selbstverständlich macht.

Welche Entwicklung die Hochschulbildung in unserer Republik dank der Hilfe der Regierung genommen hat, zeigt schon die Tatsache, daß in Westdeutschland auf 1000 Bürger 2,6 Studierende entfallen, während unsere Deutsche Demokratische Republik auf 1000 Menschen bereits 4,1 Studierende aufzuweisen hat.

Zu einem der wesentlichsten Probleme der Verwirklichung des neuen Kurses unserer Regierung, der den Frieden, die Einheit Deutschlands und den Wohlstand des Volkes zum Inhalt hat, gehört die rasche Heranbildung von Wissenschaftlern. Daher hat der Ministerrat den Beschluß zur Bildung neuer Hochschulen und zur Erweiterung der bestehenden Universitäten und Hochschulen gefaßt. Je rascher es uns gelingt, die Zahl der Wissenschaftler in allen Zweigen des gesellschaftlichen Lebens zu vergrößern, desto rascher werden wir unser weitgestecktes Ziel erreichen.

Diese heute eröffnete Hochschule für Elektrotechnik ist die jüngste Hochschule im Kreis der altehrwürdigen wissenschaftlichen Institutionen. Sie ist eine der ersten Hochschulen, die nach dem Plan der Regierung gegründet ist.

Es kann daher nicht verschwiegen werden, daß besondere Anerkennung denen zu gehen ist, die sich so ernsthaft und leidenschaftlich für die große Aufgabe eingesetzt haben. Der Dank gebührt Ihnen, Herr Minister Wunderlich, und Ihren Mitarbeitern, er gebührt den Herren Professoren der Technischen Hochschule Dresden, die sich beratend mit bemühten, er gebührt Ihnen, Herr Professor Dr. Stamm, dem die Geschäfte eines Rektors übertragen sind. Der Dank gebührt den Verwaltungsorganen und den Bürgern aus Ilmenau, die ihren Stolz darin sehen, diese neue Hochschule zu ihrer Hochschule zu machen.

Es heißt, an die Arbeit gehen! Noch vieles wird zu tun sein, bis die Hochschule als Ganzes steht. Wir wünschen Ihnen allen Glück bei diesem großen Vorhaben.

Wir sind überzeugt, daß durch die gemeinsame Arbeit der Professoren, der Wissenschaftler und der Studenten der Tag schneller aufgehen wird, an dem die Menschen das alte Kampflied der unterdrückten Arbeiter verwirklicht haben, in dem es heißt:

„Ist die letzte Schlacht geschlagen, Waffen aus der [Hand,
schlingt um die befreite Erde brüderliches Band.
Hört ihr froh die Sichel rauschen in dem Erntefeld?
Arbeit, Brot und Völkerfrieden, das ist unsre Welt."

Ich habe die Ehre, Ihnen Herr Professor Dr. Stamm, an diesem feierlichen Tage als dem ersten Rektor der neugebildeten Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau das Amtszeichen des rector magnificus, die Kette, zu übergeben, die Sie von Rektor zu Rektor weitergeben werden als Ausdruck der hohen akademischen Verantwortung.

Mögen Sie diese Kette tragen zum Ruhme der fortschrittlichen deutschen Wissenschaft!

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 1
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 517.5 : 517.131 : 519.52
Eingang: 21. 9. 1954

Die Struktur der stetigen Funktionen einer Veränderlichen

Von Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel

Die vorliegende Abhandlung ist der Extrakt aus einer größeren Arbeit, welche demnächst im Druck erscheinen wird. Sie gibt die wesentlichen Ergebnisse, aber ohne Beweise, wieder.

Herr *O. Haupt* [1] hat den folgenden Strukturatz für ebene stetige Kurven aufgefunden:

„Jeder stetige Kurvenbogen $x = x(t), y = y(t)$ setzt sich aus höchstens abzählbar vielen Strecken, primitiven Bogen zweiter Ordnung („Konvexbogen") und primitiven Bogen der Ordnung Unendlich sowie den Häufungspunkten dieser Teilstücke zusammen."

Implizite enthält dieser Satz die Aussage, daß diejenigen Parameterwerte t, welche zu Kurvenpunkten der endlichen Ordnungen $n \geq 2$ gehören, im Variabilitätsbereich von t nirgends dicht liegen.

Die nachstehenden Ergebnisse wurden vom Verfasser in Unkenntnis des schönen Hauptschen Satzes erreicht; sie ergänzen diesen Satz für den Spezialfall der stetigen Funktionen $y = f(x)$ in einem wesentlichen Punkte, indem sie die Feinstruktur der Kurve in den Bogenstücken der Ordnung Unendlich klarstellen.

Darüber hinaus ergibt sich aus ihnen eine einheitliche Konstruktionsmethode, welche sämtliche stetigen Funktionen liefert, und schließlich folgen aus ihnen auch die Einschränkungen, die man dieser Konstruktionsmethode auferlegen muß, um stetige nichtdifferenzierbare Funktionen zu erhalten.

§ 1. *Die Struktursätze*

In dem Begriff des Punktes zweiter Ordnung ist die Forderung enthalten, daß eine gewisse Umgebung dieses Punktes nur Streckenpunkte oder Punkte zweiter Ordnung enthält. Dieser Begriff ist also vom Charakter der Punkte einer Umgebung abhängig.

Wir ersetzen ihn durch den Begriff des „*Hauptpunktes*". Wir nennen einen Punkt x_0 des Definitionssegmentes von $f(x)$ dann einen Hauptpunkt von $f(x)$, wenn es eine Umgebung U von x_0 und eine lineare Funktion $L(x) = f(x_0) + m(x - x_0)$ gibt derart, daß entweder

für alle Punkte $\begin{cases} x \subset U \\ x \neq x_0 \end{cases}$ auf der einen Seite von x_0

die Ungleichung

$$f(x) < L(x),$$

auf der anderen Seite wenigstens

$$f(x) \leq L(x),$$

oder

für alle Punkte $\begin{cases} x \subset U \\ x \neq x_0 \end{cases}$ auf der einen Seite von x_0

die Ungleichung

$$f(x) > L(x),$$

auf der anderen Seite wenigstens

$$f(x) \geq L(x)$$

gilt.

Im ersten Fall nennen wir x_0 einen *konkaven* Hauptpunkt (Konkavpunkt), im zweiten Fall einen *konvexen* Hauptpunkt (Konvexpunkt) der Funktion $f(x)$. Die beiden Fälle schließen sich offensichtlich gegenseitig aus. Gilt in einer Umgebung U von x_0 die Identität $f(x) = L(x)$, so heiße x_0 ein *Linearpunkt* der Funktion $f(x)$.

Ist x_0 weder Hauptpunkt noch Linearpunkt der Funktion $f(x)$, so heiße x_0 ein *Restpunkt* dieser Funktion.

Nun sei $J = [a, b]$ das Definitionssegment [1]) von $f(x)$. Dann setzen wir fest, daß die beiden Randpunkte $x = a$ und $x = b$ als Hauptpunkte mitgezählt werden, aber als gewissermaßen „*neutrale*" Hauptpunkte, die weder Konkav- noch Konvexpunkte sind.

Wir bezeichnen jetzt mit

$$(1)\quad \begin{cases} H(f, J) \text{ die Menge der Hauptpunkte von } f \text{ in } J, \\ \mathcal{L}(f, J) \text{ die Menge der Linearpunkte von } f \text{ in } J, \\ R(f, J) \text{ die Menge der Restpunkte von } f \text{ in } J, \\ H^+(f, J) \text{ die Menge der Konvexpunkte von } f \text{ in } J, \\ H^-(f, J) \text{ die Menge der Konkavpunkte von } f \text{ in } J. \end{cases}$$

Diese fünf Mengen sind für jede endliche Funktion $f(x)$ wohldefiniert, und zwar gehört jeder Punkt $x \subset J$ einer und nur einer der vier Mengen $\mathcal{L}$, R, H^+, H^- an. Über ihre Strukturen läßt sich, wenn wir nur Endlichkeit der Funktion $f(x)$ voraussetzen, im allgemeinen nichts aussagen. Nur für die Menge $\mathcal{L}(f, J)$ gilt stets der

Struktursatz 1. „Die Menge $\mathcal{L}(f, J)$ ist stets offen."

Engen wir aber die Voraussetzung dahingehend ein, daß $f(x)$ in J stetig ist, so erhalten wir

Struktursatz 2. „Ist $f(x)$ in J stetig, so ist

$H(f, J)$ eine F_σ-Menge auf J,

$R(f, J)$ eine G_δ-Menge auf J."

Die drei in Tabelle (1) an letzter Stelle stehenden Mengen sind durch eine eigenartige Beziehung aneinander gekoppelt: jeder Restpunkt ist Häufungspunkt sowohl von Konvex- als auch von Konkavpunkten. Es ist also

(2) $R(f, J) \subset [H^+(f, J)]' \text{ und } R(f, J) \subset [H^-(f, J)]'$.

[1] *O. Haupt*, Über die Struktur reeller Kurven. J. f. d. reine u. angew. Math. **164** (1931) S. 60.

[1]) Wir verstehen unter J stets offene Intervalle, unter J Segmente (abgeschlossene Intervalle).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Unter der sicheren Führung der Partei der Arbeiterklasse hat unsere Regierung die Universitäten zu wirklichen Hohen Schulen des Volkes gestaltet.

Heute studieren in den vielen wissenschaftlichen Instituten unseres Landes die Kinder von Arbeitern und Bauern, deren Eltern nie von einer Hochschulbildung zu träumen gewagt hätten. Sie studieren in großer Zahl, und ihre Erfolge sind unser Stolz so sehr, wie unsere Fürsorge für sie ihnen die Verpflichtung zu ernsthaftem Studium und großen Leistungen selbstverständlich macht.

Welche Entwicklung die Hochschulbildung in unserer Republik dank der Hilfe der Regierung genommen hat, zeigt schon die Tatsache, daß in Westdeutschland auf 1000 Bürger 2,6 Studierende entfallen, während unsere Deutsche Demokratische Republik auf 1000 Menschen bereits 4,1 Studierende aufzuweisen hat.

Zu einem der wesentlichsten Probleme der Verwirklichung des neuen Kurses unserer Regierung, der den Frieden, die Einheit Deutschlands und den Wohlstand des Volkes zum Inhalt hat, gehört die rasche Heranbildung von Wissenschaftlern. Daher hat der Ministerrat den Beschluß zur Bildung neuer Hochschulen und zur Erweiterung der bestehenden Universitäten und Hochschulen gefaßt. Je rascher es uns gelingt, die Zahl der Wissenschaftler in allen Zweigen des gesellschaftlichen Lebens zu vergrößern, desto rascher werden wir unser weitgestecktes Ziel erreichen.

Diese heute eröffnete Hochschule für Elektrotechnik ist die jüngste Hochschule im Kreis der altehrwürdigen wissenschaftlichen Institutionen. Sie ist eine der ersten Hochschulen, die nach dem Plan der Regierung gegründet ist.

Es kann daher nicht verschwiegen werden, daß besondere Anerkennung denen zu gehen ist, die sich so ernsthaft und leidenschaftlich für die große Aufgabe eingesetzt haben. Der Dank gebührt Ihnen, Herr Minister Wunderlich, und Ihren Mitarbeitern, er gebührt den Herren Professoren der Technischen Hochschule Dresden, die sich beratend mit bemühten, er gebührt Ihnen, Herr Professor Dr. Stamm, dem die Geschäfte eines Rektors übertragen sind. Der Dank gebührt den Verwaltungsorganen und den Bürgern aus Ilmenau, die ihren Stolz darin sehen, diese neue Hochschule zu ihrer Hochschule zu machen.

Es heißt, an die Arbeit gehen! Noch vieles wird zu tun sein, bis die Hochschule als Ganzes steht. Wir wünschen Ihnen allen Glück bei diesem großen Vorhaben.

Wir sind überzeugt, daß durch die gemeinsame Arbeit der Professoren, der Wissenschaftler und der Studenten der Tag schneller aufgehen wird, an dem die Menschen das alte Kampflied der unterdrückten Arbeiter verwirklicht haben, in dem es heißt:

„Ist die letzte Schlacht geschlagen, Waffen aus der [Hand,
schlingt um die befreite Erde brüderliches Band.
Hört ihr froh die Sichel rauschen in dem Erntefeld?
Arbeit, Brot und Völkerfrieden, das ist unsre Welt."

Ich habe die Ehre, Ihnen Herr Professor Dr. Stamm, an diesem feierlichen Tage als dem ersten Rektor der neugebildeten Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau das Amtszeichen des rector magnificus, die Kette, zu übergeben, die Sie von Rektor zu Rektor weitergeben werden als Ausdruck der hohen akademischen Verantwortung.

Mögen Sie diese Kette tragen zum Ruhme der fortschrittlichen deutschen Wissenschaft!

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 1
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel

Als Manuskript gedruckt! DK 517.5 : 517.131 : 519.52
Eingang: 21. 9. 1954

Die Struktur der stetigen Funktionen einer Veränderlichen

Von Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel

Die vorliegende Abhandlung ist der Extrakt aus einer größeren Arbeit, welche demnächst im Druck erscheinen wird. Sie gibt die wesentlichen Ergebnisse, aber ohne Beweise, wieder.

Herr *O. Haupt* [1] hat den folgenden Struktursatz für ebene stetige Kurven aufgefunden:

„Jeder stetige Kurvenbogen $x = x(t), y = y(t)$ setzt sich aus höchstens abzählbar vielen Strecken, primitiven Bogen zweiter Ordnung („Konvexbogen") und primitiven Bogen der Ordnung Unendlich sowie den Häufungspunkten dieser Teilstücke zusammen." Implizite enthält dieser Satz die Aussage, daß diejenigen Parameterwerte t, welche zu Kurvenpunkten der endlichen Ordnungen $n \geqq 2$ gehören, im Variabilitätsbereich von t nirgends dicht liegen.

Die nachstehenden Ergebnisse wurden vom Verfasser in Unkenntnis des schönen Hauptschen Satzes erreicht; sie ergänzen diesen Satz für den Spezialfall der stetigen Funktionen $y = f(x)$ in einem wesentlichen Punkte, indem sie die Feinstruktur der Kurve in den Bogenstücken der Ordnung Unendlich klarstellen.

Darüber hinaus ergibt sich aus ihnen eine einheitliche Konstruktionsmethode, welche sämtliche stetigen Funktionen liefert, und schließlich folgen aus ihnen auch die Einschränkungen, die man dieser Konstruktionsmethode auferlegen muß, um stetige nichtdifferenzierbare Funktionen zu erhalten.

§ 1. *Die Struktursätze*

In dem Begriff des Punktes zweiter Ordnung ist die Forderung enthalten, daß eine gewisse Umgebung dieses Punktes nur Streckenpunkte oder Punkte zweiter Ordnung enthält. Dieser Begriff ist also vom Charakter der Punkte einer Umgebung abhängig.

Wir ersetzen ihn durch den Begriff des „*Hauptpunktes*". Wir nennen einen Punkt x_0 des Definitionssegmentes von $f(x)$ dann einen Hauptpunkt von $f(x)$, wenn es eine Umgebung U von x_0 und eine lineare Funktion $L(x) = f(x_0) + m(x - x_0)$ gibt derart, daß entweder

für alle Punkte $\left\{\begin{matrix} x \subset U \\ x \neq x_0 \end{matrix}\right\}$ auf der einen Seite von x_0

die Ungleichung

$$f(x) < L(x),$$

auf der anderen Seite wenigstens

$$f(x) \leq L(x),$$

oder

für alle Punkte $\left\{\begin{matrix} x \subset U \\ x \neq x_0 \end{matrix}\right\}$ auf der einen Seite von x_0

die Ungleichung

$$f(x) > L(x),$$

auf der anderen Seite wenigstens

$$f(x) \geq L(x)$$

gilt.

Im ersten Fall nennen wir x_0 einen *konkaven* Hauptpunkt (Konkavpunkt), im zweiten Fall einen *konvexen* Hauptpunkt (Konvexpunkt) der Funktion $f(x)$. Die beiden Fälle schließen sich offensichtlich gegenseitig aus. Gilt in einer Umgebung U von x_0 die Identität $f(x) \equiv L(x)$, so heiße x_0 ein *Linearpunkt* der Funktion $f(x)$.

Ist x_0 weder Hauptpunkt noch Linearpunkt der Funktion $f(x)$, so heiße x_0 ein *Restpunkt* dieser Funktion.

Nun sei $J = [a, b]$ das Definitionssegment [1] von $f(x)$. Dann setzen wir fest, daß die beiden Randpunkte $x = a$ und $x = b$ als Hauptpunkte mitgezählt werden, aber als gewissermaßen „*neutrale*" Hauptpunkte, die weder Konkav- noch Konvexpunkte sind.

Wir bezeichnen jetzt mit

$$(1)\quad \left|\begin{matrix} H(f, J) \text{ die Menge der Hauptpunkte von } f \text{ in } J, \\ \mathcal{L}(f, J) \text{ die Menge der Linearpunkte von } f \text{ in } J, \\ R(f, J) \text{ die Menge der Restpunkte von } f \text{ in } J, \\ H^+(f, J) \text{ die Menge der Konvexpunkte von } f \text{ in } J, \\ H^-(f, J) \text{ die Menge der Konkavpunkte von } f \text{ in } J. \end{matrix}\right.$$

Diese fünf Mengen sind für jede endliche Funktion $f(x)$ wohldefiniert, und zwar gehört jeder Punkt $x \subset J$ einer und nur einer der vier Mengen $\mathcal{L}$, R, H^+, H^- an. Über ihre Strukturen läßt sich, wenn wir nur Endlichkeit der Funktion $f(x)$ voraussetzen, im allgemeinen nichts aussagen. Nur für die Menge $\mathcal{L}(f, J)$ gilt stets der

Struktursatz 1. „Die Menge $\mathcal{L}(f, J)$ ist stets offen."

Engen wir aber die Voraussetzung dahingehend ein, daß $f(x)$ in J stetig ist, so erhalten wir

Struktursatz 2. „Ist $f(x)$ in $\bar{J}$ stetig, so ist

$H(f, \bar{J})$ eine F_σ-Menge auf $\bar{J}$,

$R(f, J)$ eine G_δ-Menge auf J."

Die drei in Tabelle (1) an letzter Stelle stehenden Mengen sind durch eine eigenartige Beziehung aneinander gekoppelt: jeder Restpunkt ist Häufungspunkt sowohl von Konvex- als auch von Konkavpunkten. Es ist also

(2) $R(f, J) \subset [H^+(f, J)]'$ und $R(f, J) \subset [H^-(f, J)]'$.

[1] *O. Haupt*, Über die Struktur reeller Kurven. J. f. d. reine u. angew. Math. **164** (1931) S. 60.

[1]) Wir verstehen unter J stets offene Intervalle, unter $\bar{J}$ Segmente (abgeschlossene Intervalle).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Enthält die Funktionskurve $y = f(x)$, was nach dem Hauptschen Satze möglich ist, einen primitiven Bogen zweiter Ordnung, so sind alle zu diesem Bogen gehörigen Abszissenwerte x entweder Konvexpunkte oder sie sind alle Konkavpunkte. Ist J_1 das von diesen Abszissen gebildete Intervall, so ist demnach

(3) entweder $H^+(f, J_1) = J_1$
oder $H^-(f, J_1) = J_1$.

In jedem dieser beiden Fälle nennen wir die Funktion $f(x)$ „*in J_1 einwendig*".

Nun enthalte die Funktionskurve einen primitiven Bogen der Ordnung Unendlich; die zugehörigen Abszissen bilden dann ein Teilintervall $J_1 = (a_1, b_1)$ des Segmentes J. In diesem Falle gelten stark eingengende Strukturverhältnisse, nämlich der

Struktursatz 3. „Ist die Funktionskurve $y = f(x)$ im Intervall J_1 von der Ordnung Unendlich, so ist

(4a) jede der beiden Mengen $H^+(f, J_1)$ und $H^-(f, J_1)$ auf J_1 einerseits überall dicht, andererseits von der ersten Kategorie,

(4b) die Menge $R(f, J_1)$ eine Residualmenge (also a fortiori überall dicht),

(4c) die Menge $\mathcal{A}(f, J_1)$ leer."

Eine derartige Funktion f (x) heiße „*in J_1 überall doppelwendig*".

Der Hauptsche Satz besagt dann:

„Ist f (x) in $\overline{J}$ stetig, so gibt es eine auf $\overline{J}$ dichte offene Menge M von folgender Beschaffenheit: ist J_1 eine Komponente von M, so ist f (x)
entweder in J_1 linear ($J_1 = \mathcal{A}(f, J_1)$)
oder in J_1 einwendig ($J_1 = H^+(f, J_1)$ bzw. $J_1 = H^-(f, J_1)$)
oder in J_1 überall doppelwendig (Strukturen gemäß Struktursatz 3)".

§ 2. *Vorbereitung für die einheitliche Konstruktion der stetigen Funktionen*

1. Ist $\overline{J} = [a, b]$ ein beliebiges Segment, so verstehen wir unter

$C(J)$ die Menge aller in J stetigen Funktionen f (x),
$C_0(J)$ die Menge derjenigen zu C (J) gehörigen Funktionen f (x), für welche

(5) $f(a) = f(b) = 0$

ist,
$C_1(\overline{J})$ die Menge derjenigen zu $C_0(\overline{J})$ gehörigen Funktionen f (x), für welche

(6) $f(x) \geqq 0$

ist.

Dann läßt sich die Konstruktion aller zu $C(\overline{J})$ gehörigen Funktionen mit Hilfe zweier elementarer Schritte auf die Konstruktion aller zu $C_1(J)$ gehörigen zurückführen.

Ist nämlich $f(x) \in C_1(J)$, so sei N die Menge der in J vorhandenen Nullstellen von f (x). Diese Menge ist nicht leer, weil sie mindestens die beiden Punkte $x = a$, $x = b$ enthält; sie ist außerdem abgeschlossen auf J, weil f (x) stetig ist. Die Komplementärmenge $E = J \setminus N$ ist offen und besteht (wenn sie nicht leer ist) aus abzählbar vielen Komponenten. Für $x \in E$ ist $f(x) > 0$.

Ersetzen wir in einer oder mehreren oder allen Komponenten von E die Funktionswerte f (x) durch die Werte $-f(x)$, so erhalten wir alle diejenigen Funktionen $\varphi(x) \in C_0(J)$, für welche

(7) $|\varphi(x)| = f(x)$

ist; die Stetigkeit der Funktionen $\varphi(x)$ ist dabei durch die Stetigkeit von f (x) gesichert.

Man erhält auf diese einfache Weise, wie man sich leicht überzeugt, aus allen Funktionen der Klasse $C_1(J)$ alle Funktionen der Klasse $C_0(J) \supset C_1(J)$.

Ebenso einfach erhält man aus den Funktionen der Klasse $C_0(J)$ diejenigen der Klasse C (J). Ist nämlich $\varphi(x) \in C_0(J)$ und ist l (x) eine beliebige lineare Funktion, so gehört die Funktion

(8) $\psi(x) = \varphi(x) + l(x)$

zu C (J). Läßt man in (8) die Funktion $\varphi(x)$ die Menge $C_1(J)$, die Funktion l (x) die Menge aller linearen Funktionen durchlaufen, so durchläuft $\psi(x)$ die Menge C (J) genau einmal. Das folgt daraus, daß es für jede Funktion $\psi(x) \in C(J)$ eine eindeutige Zerlegung (8) gibt, wobei

(9) $l(x) = \psi(a) + (x - a)\,\dfrac{\psi(b) - \psi(a)}{b - a}$

ist.

2. Nach Struktursatz 2 ist H (f, J) stets eine F_σ-Menge auf J, welche definitionsgemäß die Randpunkte von J enthält.

Aber auch die Umkehrung ist richtig:

Satz 1. „Ist F eine F_σ-Menge auf $J = [a, b]$, und ist $a \in F$, $b \in F$, so existieren stets Funktionen $f(x) \in C_1(J) \subset C(J)$, für welche

(10) $F = H(f, J)$

gilt."

Wir können also einer zu konstruierenden Funktion $f(x) \in C_1(J)$ die Menge ihrer Hauptpunkte innerhalb der Bedingungen, daß diese Menge eine F_σ-Menge sei und die beiden Randpunkte $x = a$, $x = b$ enthalte, beliebig vorschreiben.

3. Für jede derartige F_σ-Menge gilt

Satz 2. „Es sei F eine F_σ-Menge auf $\overline{J} = [a, b]$, und es sei $a \in F$, $b \in F$. Dann läßt F Darstellungen von der Form

(11) $F = \bigcup_{n=0}^{\infty} S_n$

zu, die folgenden vier Bedingungen genügen:

(12a) S_0 besteht aus den beiden Punkten $x = a$, $x = b$;

(12b) jede Menge S_n ist auf $\overline{J}$ abgeschlossen;

(12c) $S_n \subseteq S_{n+1}$ $(n > 0)$.

Zur Formulierung der vierten Bedingung sei E_n die (offene) Komplementärmenge von S_n; sie besteht, wenn sie nicht leer ist, aus einer abzählbaren Reihe von Komponenten $\{J_{n,s}\}$ $(s = 1, 2, \ldots)$.

Für jede Komponente $J_{n,s}$ lautet dann die vierte Bedingung:

(12d) es ist $S_{n+1} \cap J_{n,s}$, dann und nur dann leer, wenn $F \cap J_{n,s}$ leer ist."

Eine Darstellung (11) der F_σ-Menge F, welche den Bedingungen (12a)···(12d) genügt, nennen wir eine „*kanonische*" Darstellung von F.

4. Nun sei $A \subseteq J$ abgeschlossen, und es sei $a \in A$, $b \in A$. Die Komplementärmenge von A sei E. Dann ist es ein leichtes, solche Funktionen $f(x) \in C_1(J)$ zu konstruieren, für welche

(13a) $H^-(f, J) = A$
(13b) $\mathcal{A}(f, J) = E$

ist.

Man nehme beispielsweise eine nur aus Konkavpunkten bestehende Funktion $\varphi(x)$, für welche

(14) $\varphi'(a) = \varphi'(b) = 0$

ist (etwa den Halbkreis über J) und setze

(15a) $f(x) = \varphi(x)$ für $x \in A$.

(15b) f (x) linear in jeder Komponente von E.

Dabei können wir noch der Funktion f (x) die Größe ihres Maximalwertes in J vorschreiben.

Alle Funktionen $f(x) \in C_1(J)$, welche den Bedingungen (13a) und (13b) genügen und einen gemeinsamen Maximalwert $m > 0$ haben, fassen wir zu einer Menge zusammen, die wir mit

(16) $\Phi(J, A, m)$ bezeichnen.

Es gibt einen Sonderfall dieser Konstruktion: besteht A nur aus den beiden Punkten $x = a$, $x = b$, so ist notwendig $m = 0$.

Die Menge Φ enthält dann nur eine Funktion f (x), nämlich $f(x) \equiv 0$.

5. Schließlich führen wir noch einen weiteren leicht zu konstruierenden Funktionstypus aus $C_1(\overline{J})$ ein. Es seien $S_{n-1} \subseteq S_n$ zwei abgeschlossene Mengen auf $J = [a, b]$, und es sei $a \in S_{n-1}$, $b \in S_{n-1}$.

Die Komplementärmenge von S_{n-1} sei E_{n-1}, ihre Komponenten seien $J_{n-1,s}$. Dann ist der Durchschnitt $\overline{J}_{n-1,s} \cap S_n$ auf $\overline{J}_{n-1,s}$ abgeschlossen; wir bezeichnen diesen Durchschnitt mit $S_{n,s}$. Nun konstruieren wir alle Funktionen f (x), die folgenden Bestimmungen genügen:

(17) $f(x) = 0$ für $x \in S_{n-1}$

(18) $f(x) \in \Phi(J_{n-1,s}, S_{n,s}, m_{n,s})$ auf $J_{n-1,s}$.

Ist die Anzahl der Komponenten $J_{n-1,s}$ endlich, so lassen sich die Werte $m_{n,s}$ innerhalb der Bedingung $m_{n,s} > 0$ beliebig wählen.

Ist aber die Anzahl der Komponenten $J_{n-1,s}$ unendlich, so tritt zu (18) aus Stetigkeitsgründen noch die Forderung

(19) $\lim_{s \to \infty} m_{n,s} = 0$

hinzu.

Alle die den Forderungen (17), (18) und — wenn nötig — auch (19) genügenden Funktionen fassen wir zu einer Menge

(20) $X(J, S_{n-1}, S_n, m_{n,s})$

zusammen.

§ 3. *Die einheitliche Konstruktion aller Funktionen* $f(x) \in C_1(J)$

Die Konstruktion jeder Funktion $f(x) \in C_1(J)$ vollzieht sich nunmehr in folgenden Schritten:

1. Wir wählen eine beliebige F_σ-Menge F auf $J = [a, b]$, welche die Punkte $x = a$, $x = b$ enthält.
2. Wir wählen nach § 2, Satz 2 eine kanonische Darstellung der Menge F.
3. Wir wählen irgendeine positive, monoton nicht zunehmende Nullfolge $\{m_n\}$. Es sei also

(21a) $m_n > m_{n+1} > 0$
(21b) $\lim_{n \to \infty} m_n = 0$ $\Big\}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$.

4. Jedem festen Wert n ordnen wir eine positive Nullfolge $\{m_{n,s}\}$, $(s = 1, 2, 3, \ldots)$ zu, die den Bedingungen

(22a) $m_{n,1} = m_n$
(22b) $0 < m_{n,s} < m_n$ $(n > 2)$
(22c) $\lim_{s \to \infty} m_{n,s} = 0$

genügt.

5. Wir wählen eine Funktionenfolge $\{f_n(x)\}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$, die folgenden Bedingungen genügt:

(23a) $f_1(x) \in \Phi(J, S_1, m_1)$
(23b) $f_n(x) \in X(J, S_{n-1}, S_n, m_{n,s})$ für $n > 2$.

6. Dann ist

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} f_n(x)$$

eine Funktion aus $C_1(J)$; und jede Funktion aus $C_1(\overline{J})$ läßt sich auf diesem Wege erzeugen.

Bemerkung 1. Für die so erhaltene Funktion f (x) ist

(24a) $H(f, \overline{J}) = F$.

Darüber hinaus ist aber — unter Verwendung der Bezeichnung H_n in (13) — noch genauer

(24b) $H^-(f, J) = \bigcup_{r=1}^{\infty} H_{2r-1}$

(24c) $H^+(f, J) = \bigcup_{r=1}^{\infty} H_{2r}$.

Bemerkung 2. Eine in J überall doppelwendige Funktion f (x) erhalten wir dann und nur dann, wenn F von erster Kategorie auf $\overline{J}$ und überall dicht auf J ist. Es ist in diesem Falle jede der abgeschlossenen Mengen S_n nirgends dicht auf $\overline{J}$.

Bemerkung 3. Ist speziell eine bestimmte Funktion $f(x) \in C_1(J)$ gegeben, so sind in ihrer Konstruktion sowohl die Menge F als auch die kanonische Darstellung von F, als auch schließlich die Funktionenfolge $\{f_n\}$ eindeutig bestimmt. Die Konstruktion von f (x) ist also vollkommen eindeutig.

Beispiel 1. Es sei $f(x) = 1 - x^2$ im Segment $\overline{J} = [-1, +1]$. Dann ist

$S_n = \overline{J}$ für $n \geqq 1$, also $E_n = \overline{J} \setminus S_n$ leer für $n \geqq 1$;
$f_1(x) = 1 - x^2$; $f_n(x) = 0$ für $n > 1$.

Beispiel 2.

Es sei $f(x) = 1 - x^3$ im Segment $\overline{J} = [-1, +1]$.

Dann gilt:

S_1 besteht aus den Punkten $x = -1$, $x = 0$, $x = +1$;
E_1 besteht aus den beiden Intervallen $(-1, 0)$ und $(0, +1)$;
$S_n = \overline{J}$ und E_n leer für $n \geqq 2$;
$f_1(x) = x + 1$ für $x \in [-1, 0]$;
$f_1(x) = -x + 1$ für $x \in [0, +1]$;
$f_2(x) = -x - x^3$ für $x \in [-1, 0]$;
$f_2(x) = x - x^3$ für $x \in [0, +1]$;
$f_n(x) = 0$ für $n > 3$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wir geben noch ein einfaches Beispiel, in welchem keine der Mengen E_n leer und daher keine der Funktionen $f_n(x)$ identisch Null ist:

Beispiel 3. Es sei $f(x) = 3x^3 - 4x + \frac{1}{9}$ im Segment $J = [-1, +1]$. Diese Funktion hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt, der — wie jeder Wendepunkt — zu der Menge $R(f, J)$ gehört.

Das Auftreten eines einzigen Restpunktes hat aber (wie sich beweisen läßt) sofort zur Folge, daß keine der Mengen E_n leer ist, und daß keine der Funktionen $f_n(x)$ identisch verschwindet.

In unserem Falle besteht

S_1 aus dem Segment $[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}]$ und dem Punkte $x = \frac{2}{3}$;

S_n für ungerade Indizes $n \geq 3$ aus den beiden Segmenten $\left[-\frac{1}{3}, -\frac{4}{3 \cdot 2^{n+1}}\right]$ und $\left[\frac{4}{3 \cdot 2^n}, \frac{2}{3}\right]$;

S_n für gerade Indizes $n \geq 2$ aus den beiden Segmenten $\left[-\frac{1}{3}, -\frac{4}{3 \cdot 2^n}\right]$ und $\left[\frac{4}{3 \cdot 2^{n+1}}, \frac{2}{3}\right]$.

Es ist somit

$$E_1 = (-\tfrac{1}{3}, 1).$$

Für ungerade Indizes $n \geq 1$ ist

$$E_n = \left(-\frac{4}{3 \cdot 2^{n+1}}, +\frac{4}{3 \cdot 2^n}\right),$$

für ungerade Indizes $n \geq 2$ aber

$$E_n = \left(-\frac{4}{3^{2n}}, +\frac{4}{3 \cdot 2^{n+1}}\right).$$

Schließlich ist

$f_1(x) = f(x)$ für $x \in S_1$;

$f_1(x)$ linear auf E_1, und für $n > 2$:

$f_n(x) = 0$ für $x \in S_{n-1}$;

$f_n(x) = f(x) - f_{n-1}(x)$ für $x \in S_n \setminus S_{n-1}$;

$f_n(x)$ linear auf E_n.

Übrigens ist jeder Wendepunkt, da er ja zu $R(f, J)$ gehört, ein handgreifliches Beispiel für die Beziehung (2).

§ 4. *Die einheitliche Konstruktion aller Funktionen* $f(x) \in C(J)$

Man konstruiere nach der Methode von § 3 eine beliebige Funktion $\varphi(x) \in C_1(J)$. Die Menge N ihrer Nullstellen ist abgeschlossen auf J, auf der offenen Komplementärmenge $E = J \setminus N$ ist $\varphi(x) > 0$.

Nun konstruiere man $\psi(x) \in C_0(\bar{J})$, indem man auf einer beliebigen (eventuell leeren) Auswahl von Komponenten der Menge E setzt $\psi(x) = -\varphi(x)$, überall sonst aber $\psi(x) = \varphi(x)$.

Schließlich addiere man zu $\psi(x)$ eine beliebige lineare Funktion $l(x)$, so ist $\psi(x) + l(x) = f(x) \in C(J)$; und jede Funktion $f(x) \in C(J)$ läßt sich auf diesem Wege konstruieren.[2])

[2]) Während des Druckes gelang es dem Verfasser, die in den §§ 3 und 4 enthaltene Konstruktion noch weiter zu vereinfachen. Diese vereinfachte Konstruktion wird in dem angekündigten größeren Bericht enthalten sein.

§ 5. *Die Bedingungen für die Nichtdifferenzierbarkeit*

Soll $f(x) \in C_1(J)$ in $J = (a, b)$ nirgends differenzierbar sein, so ist notwendig, daß $f(x)$ in J *überall doppelwendig* ist. Würde ein Linearitätsabschnitt $J_1 \subset J$ existieren, so wäre $f(x)$ überall in J_1 differenzierbar; würde ein Abschnitt J_1 existieren, in welchem $f(x)$ überall einwendig wäre, so würde $f(x)$ fast überall in J_1 differenzierbar sein.

Ist $f(x) \in C_1(J)$ in J nirgends differenzierbar, so gilt daher für die Struktur der Mengen S_n die Bemerkung 2 des § 3.

Jede Menge S_n ist auf $\bar{J}$ abgeschlossen und nirgends dicht, jede Menge E_n offen und überall dicht auf J. Nun sei F eine überall dichte F_σ-Menge erster Kategorie auf J, mit $a \notin F$, $b \notin F$, und es sei $\bigcup_n^{\infty} S_n$ eine kanonische Darstellung von F. Dann ist jede Menge S_n in der Tat nirgends dicht auf $\bar{J}$.

Nun konstruieren wir nach dem Verfahren des § 3 mit Hilfe dieser nirgends dichten Mengen S_n eine Funktion $f(x) \in C_1(J)$. Um zu erreichen, daß diese Funktion nirgends differenzierbar in J ist, müssen wir den Nullfolgen $\{m_s\}$ und $\{m_{s,n}\}$ bestimmte Bedingungen auferlegen.

Die (endliche oder unendliche) Folge $J_{n,s}$ $(s = 1, 2, \ldots)$ bedeutete die Folge der Komponenten der offenen Menge E_n. Das Maß von $J_{n,s}$ (also die Länge dieses Intervalls) bezeichnen wir mit $\mu_{n,s}$.

Für jeden festen Index n gibt es mindestens einen Index $s(n)$, für welchen $\mu_{n,s}$ ein Maximum ist.

Wir bezeichnen dieses Maximum mit $\mu_n > 0$. Weil F dicht auf $\bar{J}$ ist, ist

$$\lim_{n \to \infty} \mu_n = 0. \tag{25}$$

Nunmehr bilden wir für jede Komponente $J_{n,s}$ den Quotienten

$$q_{n,s} = \frac{m_{n,s}}{\mu_{n,s}};$$

alle diese Quotienten sind wegen $m_{n,s} > 0$, $\mu_{n,s} > 0$ positiv.

In einem Falle können wir nun für die Nichtdifferenzierbarkeit eine einfache Bedingung angeben: wenn nämlich jede der offenen Mengen E_n nur aus endlich vielen Komponenten $J_{n,s}$ $(s = 1, 2, \ldots t(n))$ besteht, dann gibt es bei festgehaltenem Index n unter den Quotienten $q_{n,s}$ einen kleinsten Wert, den wir mit $q_n > 0$ bezeichnen. Die Bedingung für die Nichtdifferenzierbarkeit von $f(x)$ lautet in diesem Falle

$$\liminf_{n \to \infty} q_n > 0. \tag{26}$$

Ist aber die Anzahl der Komponenten von E_n für $n > N$ unendlich, oder — was dasselbe ist — besteht die Menge S_n für $n > N$ aus unendlich vielen Punkten, so hängen die Bedingungen für die Nichtdifferenzierbarkeit vom Maß der Menge F ab; sie verschärfen sich, wenn F positives Maß besitzt.

Im einzelnen sei die Wiedergabe der Bedingungen dem späteren Bericht vorbehalten.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 2
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 532.612.4: 517.919
Eingang: 9. 8. 1954

Kapillare Erscheinungen an der Kugel

(zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten[1]))

Von Dr. phil. Karl Lattermann

Herr *B. Hartmann* [1] hat kapillare Erscheinungen mit dem Ziel der Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten an verschiedenen Körpern untersucht, unter anderem an einem horizontal hängenden Kreiszylinder. Diese Arbeiten legen es nahe, den besonders geeigneten Fall der Kugel in den Bereich der Betrachtungen einzubeziehen.

Fragen der Anwendungen, insbesondere Schmierungsprobleme, fordern den mathematischen Ausbau dieses Wissenschaftszweiges. Früher bemühte man sich vergeblich um geschlossene Lösungen der auftretenden Differentialgleichungen (z. B. *Gauß*). Heute bedeutet es einen Fortschritt, wenn die Ergebnisse als Reihen erscheinen, bzw. wenn sich an geschlossene Hauptglieder Korrektionsglieder in Gestalt von Reihen anschließen. Wie man sehen wird, unterscheiden sich die auf die Kugel bezogenen Lösungen von denen bezüglich eines Kreiszylinders durch solche Korrektionsreihen.

Für die notwendig werdenden Messungen (des Wulstmaximums, s. u.) existiert eine eigens für diesen Zweck konstruierte Waage. Diese Messungen führen beim horizontal hängenden Kreiszylinder naturgemäß wegen der Unbestimmtheit der Wulstmasse an den Zylinderenden zu Ungenauigkeiten. Diese fallen bei der Kugel fort, so daß durch die hier aufgestellten Formeln erst eine genaue Bestimmung der Oberflächenspannung möglich wird.

Es handelt sich im einzelnen darum, die Differentialgleichungen für die Meridiankurve der Oberfläche des durch eine Kugel infolge der Kapillarität gehobenen Flüssigkeitswulstes aufzustellen, diese Gleichungen unter Berücksichtigung der Randbedingungen zu integrieren, die Masse des Wulstes für den Fall zu berechnen, daß die Kugel eine (weit ausgedehnte) Flüssigkeitsoberfläche berührt, das Maximum der Wulstmasse für den Fall der Senkung des Flüssigkeitsspiegels festzustellen und aus diesem Maximalwert die Größe der Oberflächenspannung der Flüssigkeit zu bestimmen.

Bekanntlich lautet die erste Hauptgleichung der Kapillarität

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{\varrho}{\alpha} z, \tag{1}$$

wobei R_1 und R_2 die beiden Hauptkrümmungsradien der Wulstoberfläche und ϱ die Dichte der Flüssigkeit bedeuten.

[1]) Forschungsauftrag des DAMG, Berlin.

[1] *B. Hartmann*, Ann. Physik 4 (1949) S. 359···370.

Weiter ist

$$\alpha = \frac{\gamma}{g}; \tag{2}$$

γ ist die Oberflächenspannung der Flüssigkeit gegen Luft, g die Schwerebeschleunigung. Die Gleichung (1) geht für die Kugel als wulsterzeugenden Körper in eine spezielle Gestalt über. Nimmt der Tangentenwinkel τ [2]) einen bestimmten Wert an, so sind dadurch die Größen z und x als Koordinaten des Berührungspunktes von Meridiankurve und Tangente im cartesischen X-Z-Achsenkreuz, dessen X-Achse in den Flüssigkeitsspiegel fällt und dessen Nullpunkt im Berührungspunkt von Kugel und Flüssigkeit liegt, festgelegt. Demnach ist τ unabhängige Veränderliche, und z und x sind Funktionen von τ, so daß gilt:

$$z = z(\tau): \quad x = x(\tau) \text{ und für den Variabilitätsbereich von } \tau \tag{3}$$

$$-\pi < \tau < 0. \tag{4}$$

Diese negativen Werte von τ ergeben sich aus der Gestalt der Kurve (Bild 1). Aus ihr ist auch ersichtlich, daß die gesamte Betrachtung auf den I. Quadranten beschränkt werden kann, da sich der II. aus dem I. durch Spiegelung an der Z-Achse gewinnen läßt.

Da z und x Koordinaten des Berührungspunktes von Meridiankurve und Tangente sind und die Lage der letzteren wiederum durch den oben erwähnten Winkel τ bestimmt ist, gilt bezüglich z, x, τ die Beziehung

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{dz}{dx} \quad \text{oder} \tag{5}$$

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dz}{d\tau} \operatorname{ctg} \tau. \tag{6}$$

Die beiden Hauptkrümmungsradien verlaufen bekanntlich in orthogonalen Ebenen. Ist s die Bogenlänge der Kurve, so kann für einen der beiden Hauptkrümmungsradien gefolgert werden:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{d\tau}{ds} = \frac{d\tau}{dx} \cdot \cos \tau = \frac{d}{dx} \sin \tau. \tag{7}$$

Hierbei ist zu beachten, daß τ nur negative Werte durchläuft. Da der Wulst ein Rotationskörper ist, da die Krümmung des Kreises konstant ist und da das Verhältnis $x : R_2$ bei Rotationskörpern immer den gleichen Wert hat, ergibt sich für den anderen

[2]) d. i. der Winkel zwischen der positiven X-Achse in einem cartesischen Achsenkreuz und der positiven Richtung der Tangente der Meridiankurve der Oberfläche des durch eine eine Flüssigkeitsoberfläche berührende Kugel gehobenen Wulstes.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

der beiden Hauptkrümmungsradien, wenn k das Maß der konstanten Krümmung bedeutet, aus

$$\sin\tau = \frac{x}{R_2} \text{ und } x = \frac{\sin\tau}{k}$$

$$\frac{l}{R_2} = \frac{\sin\tau}{x}. \tag{8}$$

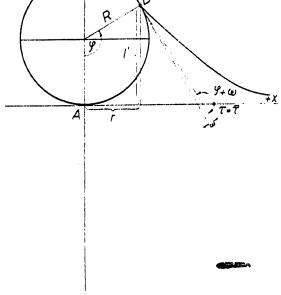


Bild 1

Zur Abkürzung kann man noch eine konstante Größe c folgendermaßen einführen: es sei

$$c = \sqrt{\frac{2\alpha}{\varrho}} \quad \text{oder} \quad \alpha = \frac{1}{2}c^2\varrho. \tag{9}$$

Unter Beachtung von (2) bis (9) nimmt (1) die Gestalt an:

$$x\frac{d}{dx}\sin\tau + \sin\tau = \frac{2}{c^2}xz \text{ bzw. } \frac{d}{dx}(x\sin\tau) = \frac{2}{c^2}xz \text{ oder} \tag{10}$$

$$\frac{2}{c^2}z - \frac{\sin\tau}{x} - \frac{\sin\tau}{\frac{dz}{d\tau}} = 0 \text{ bzw. } 2\left(\frac{z}{c}\right) - \frac{\sin\tau}{\left(\frac{x}{c}\right)} - \frac{\sin\tau}{\frac{d\left(\frac{z}{c}\right)}{d\tau}} = 0. \tag{11}$$

Die beiden problembestimmenden Gleichungen sind nun (11) und (6). Man kann sie noch in anderer Gestalt schreiben. Zunächst sei aber der Maßstab im Achsenkreuz so bestimmt, daß

(12) $c = 1$ ist.

Man hätte ebensogut in (11) und (6) $\frac{z}{c}$ und $\frac{x}{c}$ durch etwa z^* und x^* ersetzen können, nachdem man (5) mit $\frac{1}{c}$ multipliziert hätte.

Eine leichte Rechnung ergibt jetzt aus (11) und (6) unter Berücksichtigung von (12) das System der beiden gewöhnlichen nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{x\cdot\sin\tau}{2xz - \sin\tau}; \quad \frac{dx}{d\tau} = \frac{x\cdot\cos\tau}{2xz - \sin\tau}. \tag{13}$$

Es seien noch folgende Bezeichnungen erklärt: R heiße der Radius der Kugel. Es sei immer

(14) $R > 0$. $\bar\tau$ bedeute die Werte von τ, für die die Kurve an der Kugel endet; die zu $\bar\tau$ gehörige Wulstrandbreite heiße η; der Scheitel von η liegt im Kugelmittelpunkt; ein Schenkel ist der Radius zum Berührungspunkt A von Kugel und Flüssigkeitsoberfläche, solange sich beide berühren, anderenfalls zum tiefstgelegenen Kugelpunkt, der andere ist der Radius zum Berührungspunkt B von Kugel und Kurve. Da aus physikalischen Gründen [wegen (14)] $\eta = 0$ und $\eta = \pi$ ausgeschlossen sind, ist das Intervall von η:

(15) $0 < \eta < \pi$. Der Randwinkel ω ist im Fall völliger Benetzung durch die Flüssigkeit null, im anderen Falle vermindert er $\bar\tau$ konstant dem Betrage nach. l' ist der Abstand zwischen B und der Parallelen zur X-Achse durch den am tiefsten gelegenen Kugelpunkt; r ist die X-Koordinate von B; l ist der Abstand der Kugel von der Flüssigkeitsoberfläche; l ist anfangs null.

Weiter sei bemerkt, daß die physikalischen Gegebenheiten [s. (14)] zeigen, daß τ den Wert $-\pi$ nicht annehmen kann, weil schon vorher eine Lamellenbildung ansetzen oder der Wulst abreißen muß. Der Wert $\tau = 0$ soll zunächst von der Betrachtung ausgeschlossen werden, so daß gilt:

(16) $-\pi < \tau < 0$.

x ist im I. Quadranten positiv; null wird es nur, wenn sich die beiden Meridiankurven des I. und II. Quadranten berühren. In diesem Falle sind die rechten Seiten der beiden Gleichungen (13) gleich null. Ist $l = 0$, so muß [wegen (14)] immer $x > 0$ sein; allgemein hat man also im I. Quadranten:

(17) $x > 0$.

Man sieht ferner, daß z im Endlichen nicht verschwinden kann, d. h. für $\tau < 0$ [s. (16)]. Da z auch nicht negativ sein kann, gilt im Bereich (16):

(18) $z > 0$.

Ehe an die Integration der Differentialgleichungen gegangen wird, seien noch folgende Beziehungen, die später gebraucht werden, angegeben:

Die Lösungen von (13) sollen (vgl. Bild 1) folgenden Randbedingungen genügen:

(19) $\tau = 0$; $z = 0$; $x \to +\infty$ und

(20) $\bar\tau = \eta + \omega - \pi$, $\omega = \text{const}$; $x = r$.

Aus der Figur ersieht man nämlich, daß für den negativ zu rechnenden Winkel ε gilt:

(21) $\bar\tau = -\pi + \eta + \omega$. Weiter erkennt man die Relationen:

(22) $l' = R - R\cos\varphi$ für $l = 0$ bzw. wegen

(23) $z(\bar\tau) = l' + l$

(24) $z(\bar\tau) = R - R\cos\eta + l$ für $l = 0$ oder

(25) $l = z(\bar\tau) - R(1 - \cos\eta)$ und, da

(26) $x(\bar\tau) = r$,

(27) $r = R\cdot\sin\eta$.

Die Differentialgleichungen (13) kann man nun nach der Methode der sukzessiven Approximationen auflösen, da die rechten Seiten der Gleichungen (13) im I. Quadranten mit Ausnahme des unendlich fernen Punktes und seiner Umgebung stetig und beschränkt sind. Wegen (16), (17), (18) hält man nämlich

(28) $2xz - \sin\tau = 2xz + \sin|\tau| > 0$, woraus sich die verlangten Bedingungen unmittelbar ergeben.

Die allgemeinen Lösungen des Systems (13) sind nun gegeben durch

$$\begin{aligned}
&z_n(\tau) = z_n;\quad z_n(\tau) = z_n + \\
&\quad + \int_{\tau_n}^{\tau} \frac{x_{n-1}(t)\sin t\,dt}{2x_{n-1}(t)z_{n-1}(t) - \sin t} + C_z; \\
&z(\tau) = \lim_{n\to\infty} z_n(\tau);\ n = 1, 2, 3\ldots; \\
&x_n(\tau) = x_n;\quad x_n(\tau) = x_n + \\
&\quad + \int_{\tau_n}^{\tau} \frac{x_{n-1}(t)\cos t\,dt}{2x_{n-1}(t)z_{n-1}(t) - \sin t} + C_x; \\
&x(\tau) = \lim_{n\to\infty} x_n(\tau);\ n = 1, 2, 3\ldots.
\end{aligned} \tag{29}$$

Der Konvergenzbeweis für das Lösungssystem (29) des Systems (13) ist allgemein bekanntlich von *Lindelöf* 1894 sichergestellt worden [2].

Es sollen nun die erste und die zweite Approximation von (19) ausgeführt werden. Wie sich zeigen wird, genügt es, die Glieder anzugeben, die in τ, $\sin\tau$, $\cos\tau$ höchstens quadratisch sind, um eine Vorstellung von den Reihen zu haben, die die Lösung von (13) darstellen.

Um zu sukzessiven Approximationen zu gelangen, ist es, wie man sehen wird, zweckmäßig, von

(30) $z_0 = x_0 = 1$ auszugehen. Dann ist nach (29) und (30) für $n = 1$ mit τ_0 als einer willkürlichen Konstanten

(31) $z_1(\tau) = 1 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\sin t\,dt}{2 - \sin t}$; $x_1(\tau) = 1 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\cos t\,dt}{2 - \sin t}$.

Beide Integrale stimmen überein in dem Ausdruck $\frac{1}{2 - \sin t}$. Entwicklung nach dem Binomischen Satz ergibt:

(32) $\frac{1}{2 - \sin t} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{4}\sin^2 t + \ldots\right)$.

Man hat nun

(33) $z_1(\tau) = 1 + \frac{1}{2}\int_{\tau_0}^{\tau}\sin t\,dt + \frac{1}{4}\int_{\tau_0}^{\tau}\sin^2 t\,dt + \ldots$

$= 1 - \frac{1}{2}\cos\tau + \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau + \ldots$;

(34) $x_1(\tau) = 1 + \frac{1}{2}\int_{\tau_0}^{\tau}\cos t\,dt + \frac{1}{4}\int_{\tau_0}^{\tau}\sin\tau\cos\tau\,dt + \ldots$

$= 1 + \frac{1}{2}\sin\tau + \frac{1}{8}\sin^2\tau + \ldots$.

Weiter ergibt sich aus (29), (30), (33), (34) für $n = 2$ wieder mit einem willkürlichen Anfangswert τ_0:

(35) $z_2(\tau) = 1 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{x_1(t)\sin t\,dx}{2x_1(t)z_1(t) - \sin t}$.

Die Ausrechnung von (35) gestaltet sich im einzelnen wie folgt:

$$z_2(\tau) = 1 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{(1 + \frac{1}{2}\sin\tau + \frac{1}{8}\sin^2\tau)\sin\tau\,d\tau}{2(1 + \frac{1}{2}\sin\tau + \frac{1}{8}\sin^2\tau)(1 - \frac{1}{2}\cos\tau + \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau) - \sin t} + \ldots, \tag{36}$$

$$z_2(\tau) = 1 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{(\sin\tau + \frac{1}{2}\sin^2\tau)\,d\tau}{2 + \frac{1}{4}\sin^2\tau - \cos\tau - \frac{1}{2}\sin\tau\cos\tau + \frac{1}{4}\tau + \frac{1}{8}\tau\sin\tau - \frac{1}{4}\sin\tau\cos\tau} + \ldots, \tag{37}$$

(38) $N = 2 - \cos t + \frac{1}{4}\tau + \frac{1}{4}\sin^2\tau - \frac{3}{4}\sin\tau\cos t + \frac{1}{8}\tau\sin\tau + \ldots$,

(39) $N = 2\left(1 + \left\{-\frac{1}{2}\cos\tau + \frac{1}{8}\tau + \frac{1}{8}\sin^2\tau - \frac{3}{8}\sin\tau\cos\varepsilon + \frac{1}{16}\tau\sin\tau\right\}\right) + \ldots$;

man sieht leicht, daß der Inhalt der geschweiften Klammer — er heiße K — < 1 ist.

[2] *Lindelöf*, Journal de mathématiques pures et appliquées **4** (1894) H. 10.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

(40) $\frac{1}{N} = \frac{1}{2}(1+K)^{-1} + \ldots = \frac{1}{2}(1 - K + K^2) + \ldots,$

(41) $Z_2(\tau) = 1 + \frac{1}{2}\int_{\tau_a}^{\tau}(\sin\tau + \frac{1}{2}\sin^2\tau)\ (1 + \frac{1}{2}\cos\tau -$
$- \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin^2\tau + \frac{3}{8}\sin\tau\cos\tau -$
$- \frac{1}{16}\tau\sin\tau)\,d\tau + \ldots,$

(42) $z_2(\tau) = 1 + \frac{1}{2}\int_{\tau_a}^{\tau}(\sin\tau + \frac{1}{2}\sin^2\tau + \frac{1}{2}\sin\tau\cos\tau -$
$- \frac{1}{8}\tau\sin\tau)\,d\tau + \ldots.$

Um zu einer Annäherung von $z(\tau)$ und $x(\tau)$ unter Berücksichtigung der Randbedingungen **(19)** und **(20)** zu gelangen, werden gewisse in **(42)** durch $+\ldots$ angedeuteten Restglieder vernachlässigt, nachdem vorher das willkürliche τ_a durch 0 ersetzt war unter Hinzufügung einer zunächst ebenfalls willkürlichen Integrationskonstanten C. Streng genommen müßte man wegen **(16)** erst $\tau_a = \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, beliebig klein, setzen und dann einen Grenzübergang $\lim \varepsilon > 0$ vornehmen. Da aber, wie man sehen wird, keinerlei Schwierigkeiten auftreten, kann man auf die Durchführung dieser Rechnung verzichten und sofort $\tau_a = 0$ ansetzen.

Man erhält so aus **(42)** in Annäherung

(43) $z(\tau) = -\frac{1}{2}\cos\tau + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau +$
$+ \frac{1}{8}\sin^2\tau + \frac{1}{16}\tau\cos\tau - \frac{1}{16}\sin\tau$

und auf gleiche Weise, wenn man von $\eta + \omega - \pi$ an integriert,

(44) $x(\tau) = \frac{1}{2}\sin\tau + \frac{1}{2}\sin(\eta+\omega) + \frac{1}{8}\sin^2\tau -$
$- \frac{1}{8}\sin^2(\eta+\omega) +$
$+ \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}(\varphi+\omega-\pi) + \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau -$
$- \frac{1}{8}\sin(\eta+\omega)\cos(\eta+\omega) -$
$- \frac{1}{16}\tau\sin\tau - \frac{1}{16}(\eta+\omega-\pi)\sin(\eta+\omega) -$
$- \frac{1}{16}\cos\tau -$
$- \frac{1}{16}\cos(\eta+\omega) + R\sin\eta.$

Für manche Zwecke wird es vorteilhaft sein, **(43)** und **(44)** noch eine andere Gestalt zu geben. Aus **(42)** kann man zuerst gewinnen

(45) $z_2(\tau) = 1 - \frac{1}{2}\cos\tau + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau +$
$+ \frac{1}{8}\sin^2\tau + \frac{1}{16}\tau\cos\tau - \frac{1}{16}\sin\tau + C + \ldots.$

Beachtet man, daß gilt:

(46) $\pm\sqrt{2}\sin\frac{\tau}{2} = \sqrt{2\sin^2\frac{\tau}{2}} = \sqrt{1-\cos\tau} =$
$= (1-\cos\tau)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}\cos\tau - \frac{1}{8}\cos^2\tau + \ldots$

($\pm$, je nachdem τ positiv oder negativ ist), so geht **(45)** über in

(47) $z_2(\tau) = 1 - \frac{1}{2}\cos\tau + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\cos^2\tau + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\tau -$
$- \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau + \frac{1}{16}\tau\cos\tau - \frac{1}{16}\sin\tau + C + \ldots$

bzw.

(48) $z_2(\tau) = -\sqrt{2}\sin\frac{\tau}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau +$
$+ \frac{1}{16}\tau\cos\tau - \frac{1}{16}\sin\tau + C + \ldots,$

wenn man noch bei der Wurzel das negative Vorzeichen den physikalischen Gegebenheiten entsprechend gewählt hat. Das Hauptglied von $z(\tau)$ lautet demnach $-\sqrt{2}\sin\frac{\tau}{2}$.

Man sieht leicht, daß die $z_n(\tau)$, $n = 3, 4, 5, \ldots$, Glieder mit $\cos^n\frac{\tau}{2}$ enthalten, wie dies durch **(46)** verlangt wird.

Die Annäherung von $z(\tau)$ nimmt unter Berücksichtigung der Randbedingungen *und* des Hauptgliedes jetzt [statt **(43)**] die Gestalt an:

(49) $z(\tau) = -\sqrt{2}\sin\frac{\tau}{2} + \frac{1}{8}\tau - \frac{1}{8}\sin\tau\cos\tau +$
$+ \frac{1}{16}\tau\cos\tau - \frac{1}{16}\sin\tau.$

Für $x(\tau)$ findet man einen Annäherungswert, der der Randbedingung genügt, aus der Formel **(6)**, indem man also **(48)** oder **(49)** differenziert, mit $\operatorname{ctg}\frac{\tau}{4}$ multipliziert und dann von $\varphi + \omega - \pi$ bis τ integriert und schließlich die Integrationskonstante in gleicher Weise wie bei $z(\tau)$, hier zu $r = R\cdot\sin\varphi$, bestimmt. Man erhält:

(50) $x(\tau) = R\cdot\sin\eta + \frac{1}{\sqrt{2}}\log\frac{\operatorname{ctg}\frac{\tau}{4}}{\operatorname{ctg}\frac{\eta+\omega-\pi}{4}} -$
$- \sqrt{2}\,(\cos\frac{\tau}{2} - \sin\frac{\eta+\omega}{2}) +$
$+ \frac{1}{8}\sin^2\tau - \frac{1}{8}\sin^2(\eta+\omega) - \frac{1}{16}\tau\sin\tau -$
$- \frac{1}{16}(\eta+\omega-\pi)\sin(\eta+\omega) -$
$- \frac{1}{16}\cos\tau - \frac{1}{16}\cos(\eta+\omega)\,|3|.$

Es handelt sich nunmehr darum, die Randwerte von z und x, d. h. die Werte $z(\tau)$, $x(\tau)$, $z(0)$, $x(0)$ anzugeben.

[3] Vgl. wegen der Hauptglieder die eingangs zitierte Arbeit von *B. Hartmann*.

Man kann jetzt den Winkel η bestimmen, für den die Kurve an der Kugel endet, die ihrerseits wieder die Flüssigkeitsoberfläche berührt. Dann ist $l = 0$ und aus **(22)** bis **(24)** oder **(25)** folgt unter Berücksichtigung von **(21)**

(51) $z(\eta+\omega-\pi) = R(1-\cos\eta)$. Hieraus ist η errechenbar.

Ausführlicher lautet **(51)** wegen **(49)**

(52) $+\sqrt{2}\cos\frac{\eta+\omega}{2} + \frac{1}{8}(\varphi+\omega-\pi) -$
$- \frac{1}{8}\sin(\eta+\omega)\cos(\eta+\omega) -$
$- \frac{1}{16}(\eta+\omega-\pi)\cos(\eta+\omega) + \frac{1}{16}\sin(\eta+\omega) -$
$- R(1-\cos\eta) = 0,$

und man kann η mittels eines der bekannten Näherungsverfahren finden.

Man sieht, daß η – außer vom Randwinkel ω, der bei vollständiger Benetzung ja verschwindet – von der Größe der Kugel abhängt. Mit φ bzw. R und ω sind dann natürlich wegen **(49)**, **(50)** und **(21)** auch $z(\tau)$ und $x(\tau)$ bekannt. Offenbar ist $x(\tau) = R\cdot\sin\eta$.

Man sieht weiter, daß man aus der Formel **(25)** wegen **(49)** und **(21)** für jedes beliebige bekannte l (> 0) das dazugehörige φ und umgekehrt, für jedes beliebige bekannte η das dazugehörige l berechnen kann. Um zu den Randwerten $z(0)$, $x(0)$ zu gelangen, müssen jetzt die Forderungen **(16)** und **(18)** aufgehoben werden. Es sollen also jetzt z und τ auch null sein können. Wegen **(49)** ist offenbar $z(0) = 0$ und man sieht aus **(50)** sofort, daß $x(0) \to \infty$ geht.

Jetzt kann das Volumen der an der Kugel über das Flüssigkeitsniveau hinaus gehobenen Flüssigkeitsmasse bzw. diese selbst bestimmt werden; denn es ist **(53)** $m = \varrho\cdot V$. m bedeutet die Masse, V das Volumen, ϱ die Dichte der Flüssigkeit des Wulstes; ϱ ist eine Konstante.

Zuerst sei der Ausdruck betrachtet:

(54) $L = \lim_{\Delta z \to 0}\sum_{0}^{z(\tau)}\pi\,x^2\,\Delta z = \pi\int_{0}^{z(\tau)}x^2\,dz =$
$= \pi\int_{0}^{\varphi+\omega-\pi}x^2\frac{dz}{d\tau}\cdot d\tau.$

L gibt das Volumen des Wulstes an zwischen der Flüssigkeitsoberfläche und einer dieser parallelen Ebene im Abstand $z(\tau)$. Dieses Volumen ist zum Teil mit Flüssigkeit, zum Teil mit der Kugelmasse angefüllt. Man erkennt nun, daß das Volumen der Flüssigkeit dargestellt wird durch

(55) $V = L - \frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\pi h^2\ (3R - h)$. Die Integrationsgrenzen in L ergeben sich daraus, daß wegen der Randbedingungen $z = 0$ für $\tau = 0$ und ferner $z = z(\tau)$ für $\tau = \varphi + \omega - \pi$ ist. Es ist weiter für $l = 0$

(56) $2R = h + l'$ oder $h = 2R - l'$.

Ist $l > 0$, so folgt $l + 2R = l + l' + h$ und wieder **(56)**. Mit Rücksicht auf **(22)** folgt aus **(54)** bis **(56)**

(57) $V = \pi\int_{0}^{\varphi+\omega-\pi}x^2\frac{dz}{d\tau}d\tau - \frac{4}{3}\pi R^3 +$
$+ \frac{1}{3}\pi(2R - R + R\cdot\cos\varphi)^2(3R - 2R + R - R\cos\varphi)$

oder

(58) $V = \pi\int_{0}^{\varphi+\omega-\pi}x^2\frac{dz}{d\tau}d\tau - \frac{4}{3}\pi R^3 +$
$+ \frac{1}{3}\pi(R + R\cdot\cos\varphi)^2(2R - R\cdot\cos\varphi).$

Das Integral in **(58)** ist ohne weiteres auswertbar, da z und x, also auch $\frac{dz}{dx}$ durch **(43)** und **(44)** als Funktionen von τ bestimmt sind. Durch die Integration verschwindet τ. In **(58)** tritt dann außer Zahlenwerten und den als gegeben anzuschenden Werten R und ω nun noch φ auf. φ kann jetzt in **(58)** als neue unabhängige Variable angesehen werden. Dies bedeutet, daß nun $l > 0$ wird, bzw. eine Senkung des Flüssigkeitsspiegels eintritt [4].

Nach **(53)** und **(58)** hat man für die bei der Senkung des Flüssigkeitsspiegels veränderliche Wulstmasse

(59) $m(\varphi) = \varrho\pi\int_{0}^{\varphi+\omega-\pi}x^2(\tau)\frac{dz(\tau)}{d\tau}d\tau - \frac{4}{3}\pi\varrho R^3 +$
$+ \frac{1}{3}\pi\varrho(R + R\cos\varphi)^2(2R - R\cos\varphi).$

Es war bereits erwähnt, daß jedes zu einem beliebigen Wert der Variablen φ gehörige l aus **(25)** wegen **(21)** berechnet werden kann.

Es ist

(60) $l(\varphi) = z(\varphi+\omega-\pi) - R(1-\cos\eta)$.

Für den Fall, daß sich die beiden Kurven des I. und II. Quadranten berühren, ist $\tau = -\frac{\pi}{2}$ und $x(-\frac{\pi}{2}) = 0$ [5].

Dann ist – man beachte **(21)** –, $x(\varphi+\omega-\pi) - x(-\frac{\pi}{2}) = R\cdot\sin\varphi$, und wegen $x(-\frac{\pi}{2}) = 0$ ist

(61) $x(\varphi+\omega-\pi) = R\sin\varphi$, aus welchem Sachverhalt φ berechnet werden kann. Ausführlich lautet die Gleichung für φ in diesem Fall

(62) $R\sin\varphi + \frac{1}{\sqrt{2}}\log\left|\frac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{8}}{\operatorname{ctg}\frac{2\pi-\varphi-\omega}{4}}\right| +$
$+ \sqrt{2}\sin\frac{\varphi+\omega}{2} -$

[4] *B. Hartmann* a. a. O. S. 363 Fig. 2 u. 3.

[5] *B. Hartmann* a. a. O. S. 363 Fig. 3.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$$-\frac{1}{8}\sin^2(\eta+\omega)-\frac{1}{16}(\eta+\omega-\pi)\sin(\eta+\omega)-$$

$$-\frac{1}{16}\cos(\eta+\omega)-\frac{7}{8}-\frac{\pi}{32}=0.$$

Nur solange η von dem aus **(51)** berechneten Wert bis zu dem aus **(61)** berechneten variiert, ist ein Wulst vorhanden. Da m (η) nicht konstant sein kann, muß es in dem angegebenen Bereich einschließlich seiner Grenzen Extremwerte haben.

Man kommt also nun zur Berechnung des Maximums des Volumens bzw. der Masse des Wulstes. Dieses ist bekanntlich durch die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\eta}\,\mathrm{m}\,(\eta)=0 \tag{63}$$

bestimmt. Aus **(63)** ist der Wert von η für das gesuchte Maximum berechenbar. Die Formeln **(58)** bzw. **(59)** ergeben in Verbindung mit **(63)** das maximale Volumen bzw. die maximale Masse des Wulstes.

Die zweite Ableitung von m (η) zu bilden ist nicht notwendig, da aus physikalischen Gründen nur ein Maximum auftreten kann, das hier interessiert.

Jetzt erinnere man sich, daß mit Gleichung **(12)** $c=1$ gesetzt war bzw. daß statt $\frac{z}{c}$ und $\frac{x}{c}$ z und x geschrieben war. Diese Maßnahme wird jetzt wieder aufgehoben. Dann figuriert mit $\frac{z}{c}$ und $\frac{x}{c}$ neben z und x auch c in den Gleichungen. Nach **(9)** war $c=\sqrt{2\,\frac{\alpha}{\varrho}}$ oder es galt $\alpha=\frac{1}{2}\,c^2\,\varrho$.

Wenn nun das Maximum von m experimentell bestimmt wird und ferner R und ω bekannt sind, ebenso ϱ, so ist wegen **(63)**, das den Wert von η für das Maximum der Wulstmasse liefert, aus **(59)** c bestimmbar, damit auch α bzw. die Oberflächenspannung γ der Flüssigkeit.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 3
Institut für Physik, mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt: Dozent Dr. rer. nat. Helmut Winkler
Als Manuskript gedruckt! DK 621.3.078 : 517.934 : 621.385.6
Eingang: 23. 6. 1954

Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik

Von Dozent Dr. rer. nat. Helmut Winkler

Einführung

Die mathematischen Methoden reichen vielfach nicht aus, bestimmte Forschungsprobleme der Naturwissenschaften, der Technik und der Volkswirtschaft zu lösen. Die exakte Lösung in geschlossener Form ist in den meisten Fällen unmöglich, Näherungsmethoden sind bei hohen Genauigkeitsforderungen langwierig und teilweise praktisch kaum durchführbar, die Genauigkeit von graphischen Verfahren ist vielfach unzureichend.

Diese aus der Notwendigkeit heraus geborene Erkenntnis führte zu der anfangs an ganz spezielle Zwecke geknüpften Entwicklung von Rechenmaschinen nach dem geometrischen Verfahren, von Analogiemaschinen [13], die alle auf praktisch nicht oder schwierig bzw. zu ungenau lösbare Differentialgleichungen führende wissenschaftliche Probleme befriedigend meistern. Einige Spezialzwecke, für die derartige Maschinen entwickelt wurden, seien hier genannt: Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung in verzweigten Wasserstraßen, Gezeitenberechnungen, Ergiebigkeitsuntersuchungen von Erdölquellen, Untersuchungen von Störungen in Regelkreisen (z. B. inwieweit ein Regelkreis bzw. Netzwerk infolge aufklingender Schwingungen instabil wird), bestimmte Probleme der Wärmeübertragung, der Ökonomie, der Akustik, Ausbreitungsuntersuchungen elektrischer Störwellen usw. [1, 4, 8, 11]. Allgemein ermöglichen die elektronischen Analogiemaschinen die Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen beliebig hoher Ordnung, aber auch die Lösung partieller Differentialgleichungen [5].

Den gleichen Zweck wie die elektronischen Rechenmaschinen nach dem geometrischen Verfahren (*Analog Computer*) verfolgen die auf dem algebraischen Verfahren aufgebauten elektronischen programmgesteuerten Ziffernrechenmaschinen (*Digital Computer*).

Die erste größere dieser Art mit der Bezeichnung ENIAC [3], von den Physikern *Mauchly* und *Eckert* zunächst für die Berechnung von Geschoßflugbahnen entwickelt, ist seit 1945 im Einsatz und arbeitet sehr schnell. So beträgt hierbei die Additionsdauer für zwei zehnstellige Zahlen etwa 0,2 Millisekunden [16]. Eine ähnliche Entwicklung in der Deutschen Demokratischen Republik von *N. J. Lehmann*, Dresden, steht im Musterbau vor dem Abschluß.

Die vorliegende Arbeit berichtet von den wissenschaftlichen Grundlagen und den wesentlichen Konstruktionsmerkmalen einer elektronischen Analogiemaschine mit der Kurzbezeichnung EAM, die zunächst als kleinere, erweiterungsfähige Anlage in der Deutschen Demokratischen Republik in Gemeinschaftsarbeit des Physikalischen Institutes der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau mit dem Institut für angewandte Mathematik und Mechanik der Universität Jena entwickelt wird. Die Anwendungsmöglichkeiten der Analogiemaschine sind vielseitiger als die der programmgesteuerten Ziffernmaschinen, ihre Genauigkeit ist jedoch durch die Meßgenauigkeit der zur Analogie benutzten elektrotechnischen Bauelemente begrenzt, während die der zweiten Art durch Hinzunahme einer genügend großen Zahl von Dezimalstellen beliebig gesteigert werden kann. Praktisch reicht jedoch die erzielbare Genauigkeit der elektronischen Analogiemaschinen von $< 1\%$ für die Behandlung der meisten Probleme in den Naturwissenschaften und der Technik völlig aus. Ihre Arbeitsgeschwindigkeit ist außerordentlich hoch, der Aufwand allgemein geringer als der der numerischen Anlagen.

Überblick über die bisherige Entwicklung der Analogiemaschinen

1876 gab *William Thomson* [12] als erster das allen automatischen Behandlungen von Differentialgleichungen zugrunde liegende Rückkopplungsprinzip an, wobei eine berechnete Zwischenfunktion sofort wieder als gegebene Funktion neu eingeht. Während bei den mechanisch und auch bei den elektromechanisch arbeitenden Analogiemaschinen die Zahlenwerte allgemein durch Drehwinkel dargestellt werden, die entweder durch Achsen und Zahnradgetriebe miteinander gekoppelt sind oder bei denen die Drehwinkelübertragung durch elektrische FÜ-Systeme erfolgen, werden bei den rein elektronisch arbeitenden Maschinen Spannung und Zeit als Variable verwendet. Die bisher größte Anlage auf elektromechanischer Basis wurde in den Jahren 1935···1942 von *Bush* und *Caldwell* [2] an der Harvard-Universität mit anfänglich 18 Integratoren gebaut. Die darin enthaltenen mehreren Tausende Relais und Röhren und mehreren Hunderte Elektromotoren kennzeichnen ihr Bauvolumen. Für Forschungslaboratorien brauchbare kleinere Integrieranlagen mit geringerer Integratorenzahl und etwa gleicher Genauigkeit sind auf elektromechanischer Basis neuerdings von der Schweizer Firma *Amsler* und von *E. Weinel* und *Jakobi* an der Universität Jena entwickelt worden. *J. M. Jackson*

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

veröffentlichte 1945 [6] eine von ihm während des zweiten Weltkrieges konstruierte rein elektronische Analogiemaschine (*Analog Computer*), wobei er erstmalig statt der bis dahin ausschließlich verwendeten mechanischen Getriebeteile elektrische Konstruktionselemente, insbesondere Elektronenröhren, Widerstände und Kondensatoren verwendete. Mit dieser rein elektrisch arbeitenden Anlage erzielte er Genauigkeiten von etwa 5%. *McCann*, *Wills* und *Bennet* steigerten bei ihrem im California Institute of Technology 1947 gefertigten Muster eines Electric Analog Computer [9] die Genauigkeit auf fast 1%. Auf der Berliner Industrieausstellung 1951 stellte die englische Rundfunk- und Fernsehgerätefirma *Ferranti Limited*, Hollinwood, den elektronischen Analogie-Rechner „Nimrod" aus, der — allerdings mit geringerer Leistung — ähnlich einer 1950 für die Universität Manchester gefertigten Anlage gestaltet war. 1953 baute die *Boeing Airplane Company* einen Electric Analog Computer mit 12 elektronischen Rechnern für die Lösung von Differentialgleichungen bis zur siebenten Ordnung, von denen weiterhin mehrere hiervon je nach dem Typ der vorgegebenen Differentialgleichung elektrisch zusammengeschaltet werden können [7].

Bei allen genannten elektronisch arbeitenden Analogiemaschinen der verschiedenen Entwickler sind die einzelnen aus der Elektrophysik bzw. der allgemeinen Elektrotechnik übernommenen elektrischen Konstruktionselemente bzw. -baugruppen im wesentlichen gleich. Auch der hier vorliegenden Arbeit liegen sie zugrunde und werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

C. A. Meneley [10] vom Institute of Radio Engineers hat neuerdings eine Zusammenfassung der wesentlichen Merkmale der elektronischen Differentialanalysatoren in ihrer Verwendung für Probleme der Technik gegeben, die die eminente Bedeutung derartiger Anlagen für den technischen Fortschritt und ihre dringende Notwendigkeit darstellt.

Grundlagen der elektronischen Bauelemente

Als elektronischer *Integrator* wird eine Elektronenröhre (Triode) als Spannungsverstärker, ein Kondensator mit der Kapazität C in der Rückführung und ein vorgeschalteter Widerstand R_1 benutzt (Bild 1)[1]. Der Stromfluß durch den Kondensator ist proportional dem Quotienten aus Spannungsänderung und Zeitänderung,

$$i_2 = -C \cdot \frac{du_2}{dt}, \tag{1}$$

wobei i_2 die Rückführungsstromstärke und u_2 die Ausgangsspannung ist.

Der Rückführungsstrom i_2 ist dem Hauptstrom i_1 entgegen gerichtet; der vernachlässigbar klein regulierbare Röhrengitterstrom i_g berechnet sich zu

$$\lim i_g = \lim (i_1 - i_2) = 0.$$

Mit genügender Annäherung folgt hieraus

$$i_1 = i_2. \tag{2}$$

Ferner ist

$$i_1 = \frac{u_1}{R_1}. \tag{3}$$

Durch Kombination der Gleichungen (1), (2) und (3) folgt

$$\frac{u_1}{R_1} = -C \cdot \frac{du_2}{dt}$$

oder

$$u_2 = -\frac{1}{R_1 C} \int u_1 \, dt + u_0. \tag{4}$$

Die Integrationskonstante u_0 ist die Anfangsspannung zur Zeit t = 0 am Kondensator.

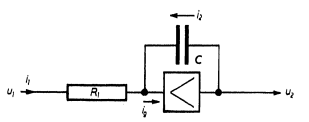


Bild 1 Integrator

Mithin ist die Arbeitsformel des Integrators

$$y(t) = -a/x(t)\,dt + u_0, \tag{5}$$

wobei x (t) die Eingangsfunktion und y (t) die Ausgangsfunktion, t die Zeit und u_0 die Anfangsspannung des Kondensators ist.

Beim Multiplikator mit konstantem Faktor b ist der Kondensator durch einen Widerstand R_2 ersetzt (Bild 2).

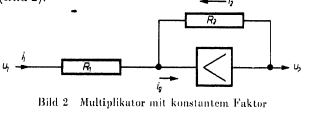


Bild 2 Multiplikator mit konstantem Faktor

Für einen vernachlässigbar kleinen Gitterstrom i_g gilt

$$i_g = i_1 - i_2$$

oder

$$i_1 = i_2. \tag{6}$$

Aus $i_1 = \frac{u_1}{R_1}$ und $i_2 = -\frac{u_2}{R_2}$ folgt nach Einsetzung in Gleichung (6)

$$u_2 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_1. \tag{7}$$

Mithin lautet die allgemeine Arbeitsformel für den Multiplikator mit konstantem Faktor b

$$y(t) = -b \cdot x(t), \tag{8}$$

wobei x (t) die Eingangsfunktion, y (t) die Ausgangsfunktion, t die Zeit und $b = \frac{R_2}{R_1}$ den konstanten Multiplikationsfaktor darstellt. b kann durch Verändern des Drehwiderstandes R_2 beliebig eingestellt werden.

Der *Vorzeicheninverter* ist ein Multiplikator mit dem konstanten Faktor b = 1. Dieses bedeutet, daß die Widerstände R_1 und R_2 in Bild 3 gleich groß gewählt werden müssen.

[1] Das in vorliegender Arbeit für den Spannungsverstärker verwendete Symbol wurde in Anlehnung an das mathematische Zeichen < gewählt und entspricht dem nach DIN 40700 vorgeschriebenen Schaltzeichen für allgemeine Verstärker .

Die Arbeitsformel für den Vorzeicheninverter hat dann die Gestalt

$$y(t) = -x(t), \tag{9}$$

wobei x (t) die Eingangsfunktion und y (t) die Ausgangsfunktion darstellt.

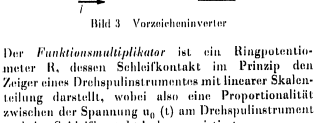


Bild 3 Vorzeicheninverter

Der *Funktionsmultiplikator* ist ein Ringpotentiometer R, dessen Schleifkontakt im Prinzip den Zeiger eines Drehspulinstrumentes mit linearer Skalenteilung darstellt, wobei also eine Proportionalität zwischen der Spannung u_0 (t) am Drehspulinstrument und der Schleifkontaktdrehung existiert.

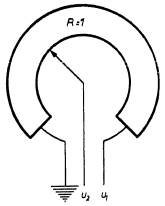


Bild 4 Funktionsmultiplikator

Aus Bild 4 ergibt sich $u_2(t) = u_0(t) \cdot u_1(t)$, wenn der zwischen dem Schleifkontakt und der Erde liegende Potentiometerteil dem Faktor u_0 (t) proportional ist.

Die allgemeine Arbeitsformel für den Funktionsmultiplikator lautet dann

$$y(t) = f(t) \cdot x(t). \tag{10}$$

Die Arbeitsweise der *Additoren* ist aus Bild 5 ersichtlich. Hierbei sind die Eingangswiderstände R_1, R_2, R_3, R_4 usw. den einzelnen Summanden proportional. Es gilt die Beziehung

$$u = -R\left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} + \ldots\right). \tag{11}$$

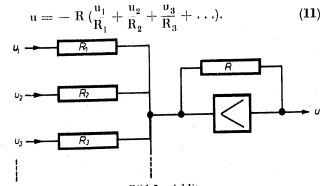


Bild 5 Additor

Die Kombination von Additor und Multiplikator für die Bildung der Funktion

$$y(t) = a + b \cdot t$$

zeigt Bild 6. Aus $i_1 = \frac{50}{R_1}$ und $i_2 = \frac{1}{R_2} \cdot x$ folgt

$$i_1 + i_2 = i = \frac{50}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdot x$$ für den Summationsstrom.

Hierbei ist $\frac{50}{R_1} = a$ und $\frac{1}{R_2} = b$.

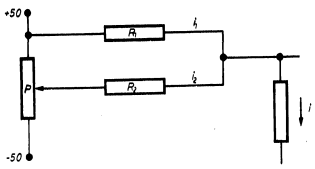


Bild 6 Multiplikator und Additor

Die Arbeitsformel für den Additor lautet dann allgemein:

$$y(t) = c_1 \cdot x_1(t) + c_2 \cdot x_2(t) + c_3 \cdot x_3(t). \tag{12}$$

Hierin sind y (t) die Ausgangsfunktion, x_1 (t), x_2 (t) usw. die Eingangsfunktionen und $c_1 = -\frac{R}{R_1}$, $c_2 = -\frac{R}{R_2}$, $c_3 = -\frac{R}{R_3}$ ... usw. die Koeffizienten des Polynoms.

Differentiatoren lassen sich in ähnlicher Weise entwickeln. Jedoch müßte der vorgeschaltete Widerstand R_0, der zur Beruhigung praktisch unerläßlich ist, theoretisch den Widerstand null haben. Die aus dieser Tatsache resultierenden Fehler sind jedoch, im Vergleich zu den sonstigen Ungenauigkeiten der Anlage, relativ groß, so daß bewußt auf Differentiationen im Rechengang der Lösungsschemen verzichtet wird. Aus Bild 7 ist folgende Beziehung ableitbar, sofern $R_0 = 0$ gesetzt wird.

$$u_2(t) = -R \cdot C \frac{du_1(t)}{dt}$$

oder

$$y(t) = -\text{const} \frac{dx(t)}{dt}$$ in allgemeiner Schreibart.

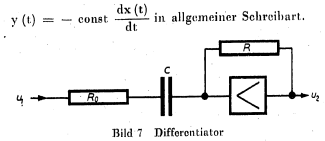


Bild 7 Differentiator

Grenzspannungsautomaten sind in dem Gesamtschaltplan dort erforderlich, wo erst von einer bestimmten Eingangsspannung u_1 an eine Ausgangsspannung u_2 auftreten soll. Sie bestehen aus einer Elektronenröhre (Diode), die erst Ströme liefert, wenn die dem Rechenwert proportionale veränderliche Spannung u_1 die an der Röhre liegende einstellbare, konstante Anodenspannung u_0 übersteigt (Bild 8 und 9).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

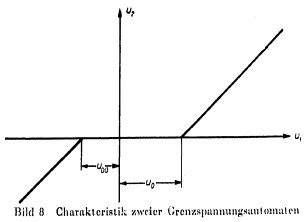


Bild 8 Charakteristik zweier Grenzspannungsautomaten

Zweckmäßig werden mehrere dieser Grenzspannungsautomaten in einer Baugruppe vereinigt.

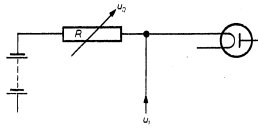
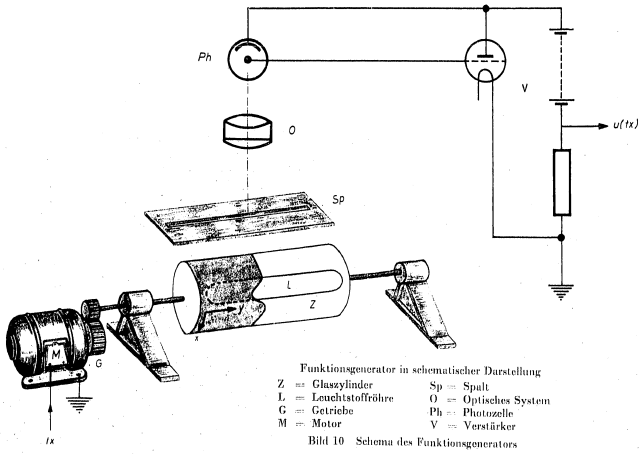


Bild 9 Prinzipschaltbild des Grenzspannungsautomaten

Der *Funktionsgenerator* (Bild 10) ist ein Kurvenabtaster, wobei die zu analysierende Kurve $y = f(x)$ ein Stück undurchsichtiges Papier berandet, das um einen Opalglaszylinder gewickelt ist. Die Ordinatenrichtung der Kurve verläuft parallel der Zylinderachse. In der Zylinderachse liegt eine Glühfadensoffittenlampe bzw. Leuchtstoffröhre. Der Zylinder wird mittels eines speziellen Gleichstrommotors, dessen Drehzahl mit hinreichender Genauigkeit der angelegten Spannung proportional ist, über ein Getriebe in Rotation versetzt. Das Licht der Leuchtstoffröhre fällt durch den teilweise lichtundurchlässigen Opalglaszylinder auf einen Spalt, der mit der Trommelachse und Ordinatenachse der abzutastenden Kurve gleich orientiert ist. Der dabei auf einem scharf begrenzten Teil seiner Länge leuchtende Spalt wirkt über ein Zylinderlinsensystem auf die Kathode einer Photozelle. Ist das Feld der Photozelle stark genug, daß alle Elektronen zu deren Anode gelangen, dann entsteht ein der Lichtintensität proportionaler Sättigungsstrom, der als Gitterstrom in eine Triode als Verstärkerröhre abfließt.

Hierbei wird letzten Endes die Funktion $y = f(x)$ über die Proportionalität der auf die Photozelle fallenden Lichtintensität — proportional einer Verstärkerausgangsspannung $u = f(t)$, wobei der Abszissenwert x bzw. t die Funktion einer anderen Veränderlichen t_x darstellen oder sich gleichmäßig verändern kann entsprechend den Drehzahlen des antreibenden Tachomotors. Der Spannungsausgangsbereich des Verstärkers beträgt etwa ± 50 V, die Spannungsänderungsgeschwindigkeit etwa 10 kV/sec. Eine Fehlerermittlung des Funktionsgenerators liegt noch nicht vor.

Vance und *Haas* [14] haben bei ihrem Funktionsgeber ebenfalls das Trommelsystem mit Servomotor zugrunde gelegt, benutzen aber an Stelle der photoelektrischen Abnahme eine Kontaktabnahme mittels Potentiometerplatte von der leitfähig aufgetragenen Kurvenform (Bild 11).



Funktionsgenerator in schematischer Darstellung

Z	= Glaszylinder	Sp	= Spalt
L	= Leuchtstoffröhre	O	= Optisches System
G	= Getriebe	Ph	= Photozelle
M	= Motor	V	= Verstärker

Bild 10 Schema des Funktionsgenerators

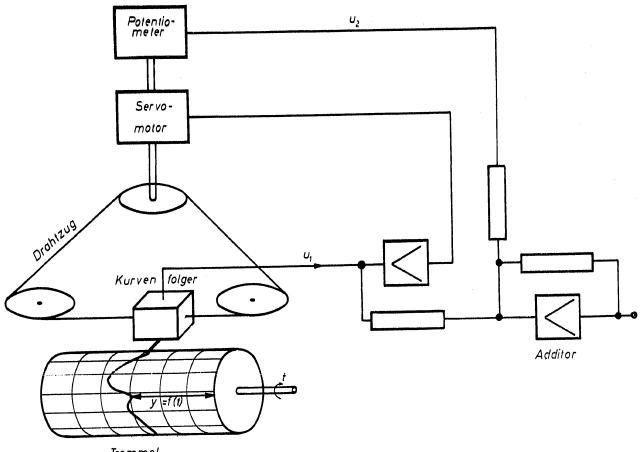


Bild 11 *Vereinfachtes Schema des elektrischen Kontakt-Kurvenfolgesystems*

Der *Funktionsempfänger* besteht in wesentlichen aus einer Braunschen Röhre mit Photoeinrichtung, mit Hilfe deren die auf dem Bildschirm entstehende Resultatfunktion $y = f(x)$ gemeinsam mit einer transparenten rechtwinkligen Koordinateneinteilung auf einer photographischen Schicht festgehalten wird. In der Röhre wird durch Konzentrierung und Ausblendung ein feines Kathodenstrahlbündel erzeugt. Die Zeitablenkungsplatten werden genau proportional der Zeit aufgeladen, und zwar durch Aufladung eines Kondensators über eine vorgeschaltete Elektronenröhre mit konstantem Sättigungsstrom, d. h. durch gleichmäßige Kondensatoraufladung. Die Spannung — und somit die Ablenkung des Elektronenstrahlbündels in der x-Richtung — steigt dann proportional der Zeit an. Eine parallel zum Kondensator liegende Funkenstrecke wird bei Erreichung des Endwertes für x durchschlagen, und die Kondensatorspannung nimmt wieder den Anfangswert an.

An die Vorgangsablenkungsplatten der Braunschen Röhre wird die von den entsprechend der Aufgabenstellung zusammengeschalteten elektronischen Rechenaggregaten erzielte veränderliche Ausgangsspannung $u = y = f(x)$ gelegt.

Zweckmäßig wird als Funktionsempfänger ein entsprechend abgewandelter handelsüblicher Kathodenstrahl-Oszillograph mit Photoeinrichtung eingesetzt.

Untersuchungen, inwieweit für den *Funktionsgeber* das elektrodynamische Oszillographenprinzip (Schleifenoszillograph) fehlermäßig günstiger ist, liegen noch nicht vor.

Als *zweite Bauart eines Funktionsempfängers* wird das Prinzip eines Spannungsschreibers mit einem Drehspulsystem mit einem der Spannung u proportionalen Ausschlag in Anwendung gebracht.

Die Entscheidung, welchem der beiden Bautypen eines Funktionsempfängers der Vorrang zu geben ist, werden die weiteren Untersuchungen ergeben.

Zusammenstellung der elektronischen Elemente für Analogiemaschinen

Bild 12 vermittelt einen Überblick über sämtliche Schaltelemente, die bei den nach dem geometrischen Verfahren arbeitenden elektronischen Anlagen verschiedener Bautypen in zweckentsprechenden Kombinationen Verwendung finden.

Kombination der Rechenelemente zum elektronischen Universalrechner mit Operationswähler

Da die Rechenelemente Integrator, Multiplikator mit konstantem Faktor, Vorzeicheninverter und Additor im Prinzip einen ähnlichen Aufbau haben und der Funktionsmultiplikator in seinem Aufbau dem Multiplikator mit konstantem Faktor gleichartig gestaltet werden kann — das Ringpotentiometer (Bild 4) wird in diesem Falle an Stelle des Widerstandes R_2 in Bild 2 geschaltet —, so liegt es nahe, aus Zweckmäßigkeitsgründen diese 5 Rechenelemente zu einem elektronischen Universalrechner zu vereinigen, wie es hier geschieht. Schalter bzw. Drehknöpfe für Operations-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Eingabe-Elemente	Lineare Analogieelemente	Nichtlineare Analogieelemente	Ausgabe-Elemente
F(t)	Konstantmultiplikator	Multiplikator	f(t)
	Additor	Funktionsgenerator	Funktionsempfänger
	Integrator	Komparator (nur für spez. Bauarbeiten)	
	Differentiator		

Bild 12 Elektronische Schaltelemente

wahl und für die Einstellung der Rechengrundgrößen ermöglichen dann, den Universalrechner wahlweise für Addition, Multiplikation mit — 1, einer beliebigen konstanten Zahl oder einer Funktion als Faktor oder für Integration verwenden zu können (Bild 13, 14 und 15).

Dadurch besteht die gesamte Analogiemaschinenanlage grundsätzlich nur aus drei verschiedenen Typen von Baugruppen:

elektronischer *Funktionsgenerator*,
elektronischer *Universalrechner*,
elektronischer *Funktionsempfänger*.

Hinzu kommt ferner ein aus Transformatoren, Gleichrichterröhren und Stabilisatoren aufgebautes *Netzanschlußgerät* als Spannungsversorgung und eine als geschlossene Baueinheit gestaltete *Kombination mehrerer Grenzspannungsautomaten*.

Durch Hinzunahme von Funktionsgeneratoren und Universalrechnern läßt sich die Gesamtanlage nach dem Baukastenprinzip beliebig erweitern, um so alle vorkommenden Typen von Differentialgleichungen bearbeiten zu können. Dieses ist ein wesentlicher Vorteil der rein elektronisch arbeitenden Analogiemaschinen gegenüber der stark beschränkten und nur mit erheblichem Aufwand möglichen Konstruktionserweiterung der auf mechanischer bzw. elektromechanischer Basis entwickelten Typen.

Schaltbilder für die Lösung einiger einfacher Typen von Differentialgleichungen

Alle Bauelemente und alle einzugebenden und resultierenden Funktionen müssen der vorgelegten Aufgabe entsprechend geschaltet werden. Jedem Typ von Differentialgleichungen entspricht ein bestimmter Schaltplan. Die Entwicklung eines Schaltplanes sei am Beispiel einer Differentialgleichung, wie sie in verschiedenen Varianten bei allen elektro-mechanischen Analogiebetrachtungen auftritt, erläutert.

Die in Bild 16 verzeichneten drei Schwingungsgleichungen sind Sonderfälle der gewöhnlichen Differentialgleichung 2. Ordnung

$$\frac{d^2y}{dx^2} + f\left(\frac{dy}{dx}\right) + g(y) = h(x)$$

oder

$$y'' + f(y') + g(y) = h(x).$$

Für die beiden erforderlichen Integrationen werden folgende Bauteile benötigt:

3 Funktionsgeneratoren, 2 Integratoren, 2 Additoren, 1 Vorzeicheninverter, 1 Funktionsempfänger.

Unter Benutzung der üblichen neueren Schaltungsschemata für Analogiemaschinen [15] ist der automatische Rechenablauf bei Lösung der Differentialgleichung $y'' + f(y') + g(y) = h(x)$ durch Bild 17 charakterisiert.

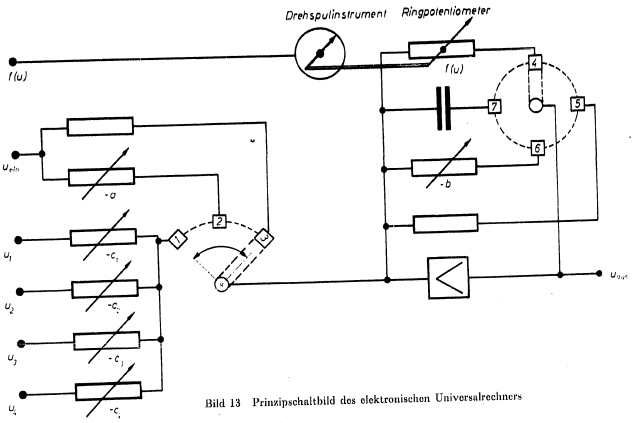


Bild 13 Prinzipschaltbild des elektronischen Universalrechners

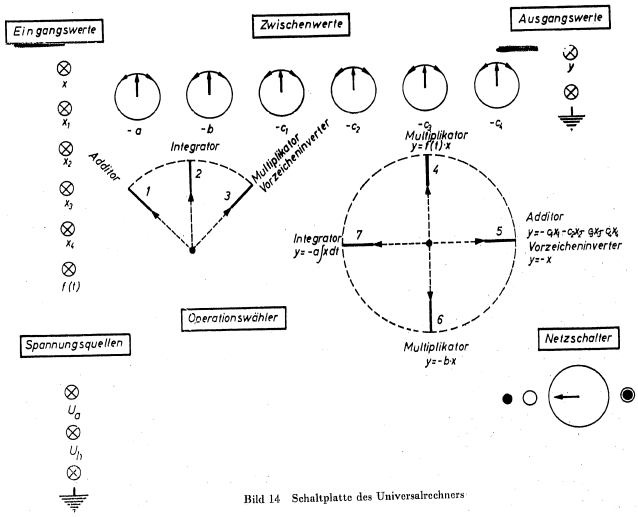


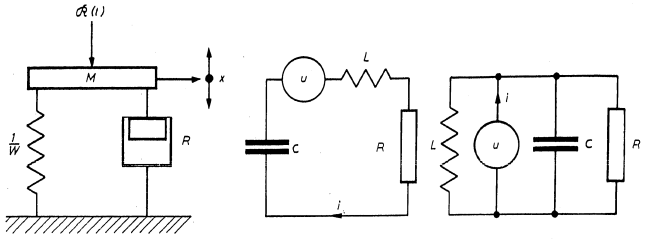
Bild 14 Schaltplatte des Universalrechners

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Operation	Eingänge	Einstellung der Wertewahl	Stellungen der beiden Wahlschalter	Ausgang
$y = -a\int x\,dt$	x	$-a$	2 | 7	y
$y = -b \cdot x$	x	$-b$	3 | 6	y
$y = -x$	x	keine	3 | 5	y
$y = -f(t) \cdot x$	x und f(t)	keine	3 | 4	y
$y = -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots$	x_2, x_2, x_3, x_4	$-c_1, -c_2, -c_3, \ldots c_4$	1 | 5	y

Bild 15 Bedienungsschema des elektronischen Universalrechners



$$M\frac{d^2x}{dt^2} + R\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{1}{W}\cdot x = R\,(t), \qquad L\frac{d^2q}{dt^2} + R\cdot\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}\cdot q = u\,(t), \qquad C\cdot\frac{du}{dt} + \frac{1}{R}\cdot u + \frac{1}{L}\int u\,dt = i\,(t)$$

Bild 16 *Erzwungene* mechanische und elektrische *Schwingungen*

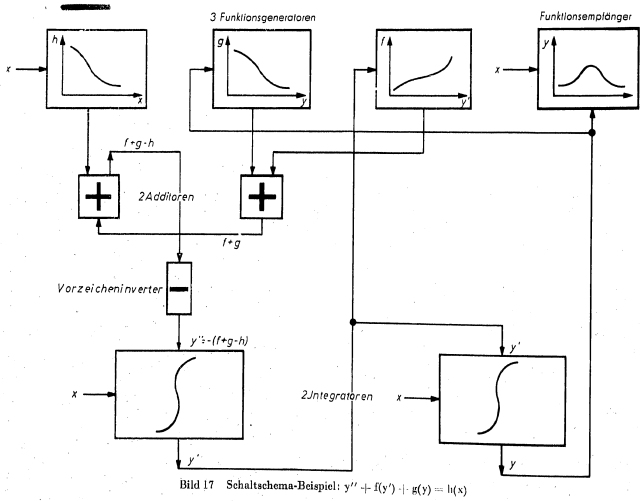
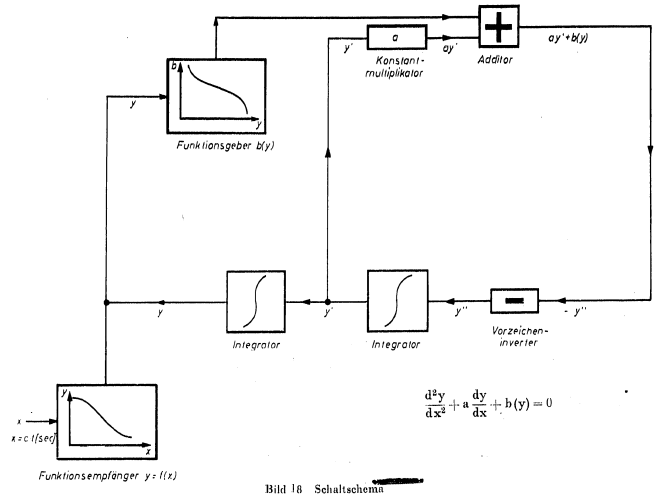


Bild 17 Schaltschema-Beispiel: $y'' + f(y') + g(y) = h(x)$



$$\frac{d^2y}{dx^2} + a\frac{dy}{dx} + b(y) = 0$$

Bild 18 Schaltschema

Das Wesentliche beim Entwurf des Schaltungsschemas ist die Rückkopplung, das Wiedereinführen einer berechneten Funktion als neue Ausgangsfunktion. Man ersieht aus Bild 17, daß für die Lösung dieser Differentialgleichung 3 Funktionsgeneratoren, 2 Additoren, 2 Integratoren, 1 Vorzeicheninverter und 1 Funktionsempfänger erforderlich sind. Die Eingabe der unabhängigen Variablen x erfolgt mit Elektromotoren konstanter Drehzahl, d. h. gleichmäßig proportional der fortschreitenden Zeit t.

Als *weiteres Beispiel* ist in Bild 18 das Schaltschema für die Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a\cdot\frac{dy}{dx} + b\,(y) = 0$$

angegeben.

Die gleiche Anlage als elektrischer Schaltplan für die elektrische Spannungsfunktion

$$\frac{d^2u}{dt^2} + a\cdot\frac{du}{dt} + b\,(u) = 0$$

zeigt Bild 19.

Berechnung der Dimensionierung und Schaltung der Bauteile

Für die Berechnung und Schaltung der Anlage soll von der bereits in Bild 19 bearbeiteten Differentialgleichung 2. Ordnung

$$\frac{d^2u}{dt^2} + a\frac{du}{dt} + b\,(u) = 0$$

ausgegangen werden. Aus Zweckmäßigkeitsgründen wählt man die für die *Integrationen* erforderlichen Kondensatoren zu $C = 1\,\mu F = 10^{-6}$ A · sec · V^{-1}. Da bei der Integration $y = -a\int x\,dt$ der Wert für $a = \frac{1}{RC}$ gewöhnlich gleich eins sein wird, nimmt man für die Größe der Eingangswiderstände der Integratoren die Werte $R = 1\,M\Omega = 10^6$ V · A^{-1}. Somit wird das Produkt $R \cdot C = 1$ sec.

Unter der Voraussetzung, daß der einzustellende konstante Faktor in den Grenzen zwischen 10^{-2} und 10^{+2} variieren kann, müßte der variable Widerstand des Konstantmultiplikators (Bild 20) 0 ··· 10 kΩ aufweisen, falls dessen konstanter Eingangswiderstand zu R = 100 Ω festgelegt wird. Zweckmäßigerweise werden jedoch zur Erhöhung der Einstellgenauigkeit beide variabel gewählt, und zwar beide für die Einstellbereiche von 10^{-2} MΩ bis 1 MΩ.

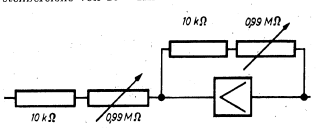


Bild 20 Multiplikator mit konstantem Faktor

Die Skalenteilung der beiden Drehwiderstände beträgt 1···100 für den Zähler bzw. 100···1 für den Nenner des Faktors a.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

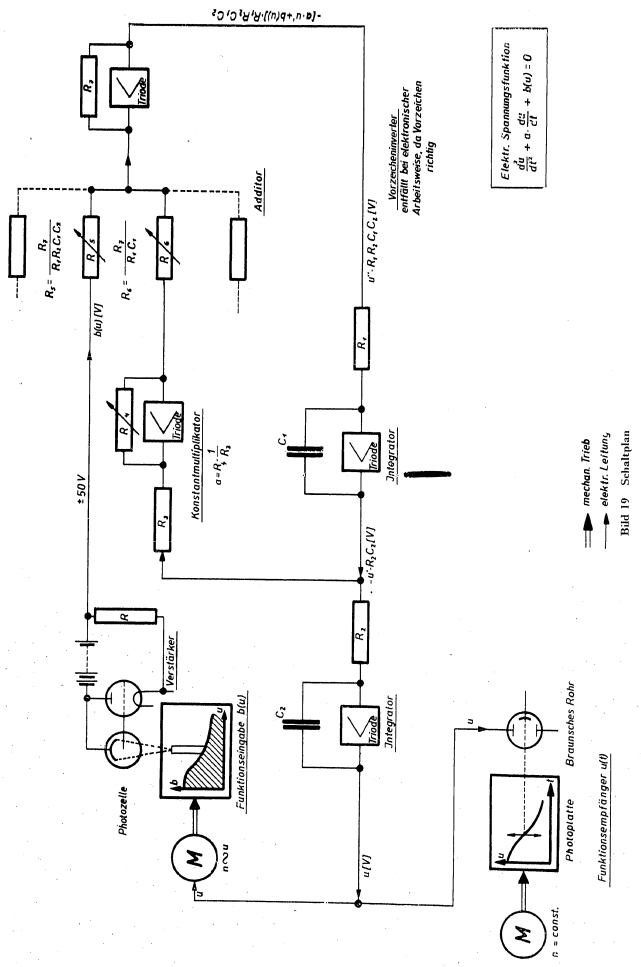


Bild 19 Schaltplan

Bei dem *Additor* wird der parallel dem Verstärker liegende Widerstand zu 1 MΩ gewählt. Dann müssen die Widerstände R_3 und R_6 ebenfalls je 1 MΩ betragen. Zur Lösung anderer Differentialgleichungstypen als der hier im Beispiel behandelten müssen die beiden Widerstände variabel sein.

Als Beispiel für eine für die Erprobung besonders geeignete Versuchsanlage wird zunächst die exakt lösbare homogene Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' + a y' + b\,(y) = 0$$

gewählt.

Exaktes Lösungsbeispiel (homogene Schwingungsgleichung):

$$y'' + 4\,y' + 3\,y = 0$$

Lösungsansatz:

$y = e^{\lambda x}$; $y' = \lambda e^{\lambda x}$; $y'' = \lambda^2 e^{\lambda x}$

$e^{\lambda x}(\lambda^2 + 4\lambda + 3) = 0$;

$\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0$;

$\lambda_1 = -1$; $\lambda_2 = -3$;

$y = c_1 \cdot e^{\lambda_1 x} + c_2 \cdot e^{\lambda_2 x}$

$y = c_1 \cdot e^{-x} + c_2\, e^{-3x}$ ist dann die allgemeine Lösung.

Für die Anfangsbedingungen

$x = 0$; $y = 0$ und $y' = 1$

betragen die Integrationskonstanten

$c_1 = +0{,}5$ und $c_2 = -0{,}5$.

Die Lösungskurve ist dann durch die folgenden Wertepaare dargestellt:

$(-1{,}0;\ -8{,}685)$, $(-0{,}5;\ -1{,}147)$, $(0;\ 0)$

$(+0{,}5;\ +0{,}192)$, $(+1{,}0;\ +0{,}159)$,

$(+1{,}5;\ +0{,}106)$, $(+2{,}0;\ +0{,}066)$, $(\infty;\ 0)$.

Auf dem Vergleich dieser exakten Lösung mit der analogen, maschinell erzeugten Lösungskurve beruht die erste grundsätzliche Genauigkeitserprobung.

Der Funktionsgenerator hat in diesem Falle die lineare Funktion $b\,(u) = 3\,u$ der Rechenanlage einzugeben.

Bild 21 zeigt *die Schaltung der zur Erprobung labormäßig aufgebauten Versuchsanlage* für die spezielle Lösung der Differentialgleichung $y'' + 4\,y' + 3\,y = 0$ mit den Anfangsbedingungen $x = y = 0$ und $\frac{dy}{dx} = 1$.

Das eingehende Studium dieser speziellen elektronischen Analogiemaschine soll die experimentellen Grundlagen für die endgültige Gestaltung einer universell einsetzbaren, nach dem Baukastenprinzip beliebig erweiterungsfähigen elektronischen Analogiemaschine schaffen, deren grundsätzlicher Aufbau in vorliegender Arbeit bereits beschrieben wurde.

Elektronische Analogieanlagen für Probleme der Regelungstechnik

Wird einem Regelkreis, der aus einer Anzahl zusammengeschalteter Regelkreisglieder aufgebaut ist, an irgendeiner Stelle eine Störung aufgezwungen, so kann diese als mehr oder weniger stark gedämpfte Schwingung abklingen oder aber die Stabilität der Regelung durch eine aufklingende Schwingung zur Instabilität bringen. Allgemein werden die hierbei auftretenden zu untersuchenden Probleme durch Differentialgleichungen höherer Ordnung dargestellt, deren Lösung zu erkennen gibt, wie sich die Abhängigkeit der geregelten Ausgangsgröße zu der Eingangsgröße des Regelkreises beim Einführen einer harmonischen Schwingung verhält. Sofern sich für einfachere Regelkreise die sie charakterisierende Differentialgleichung aufstellen läßt, kann die elektronische Analogiemachine für deren Lösung Verwendung finden. In den Fällen jedoch, wo der Regelkreis als Netzwerk verwickelterer Natur ist [3], kann man, ähnlich der in der Elektroakustik vielfach verwendeten elektro-mechanischen Analogiebetrachtung, diesen durch modellmäßige Zusammenschaltung von Gliedern der in vorliegender Arbeit behandelten elektronischen Rechenelemente (Verstärker, Kondensatoren und Widerstände) nachbilden. Hierbei kann die Aufstellung der Differentialgleichung äußerst schwierig werden, und an Stelle der mathematischen Untersuchungsmethode tritt die bequemere experimentell-physikalische.

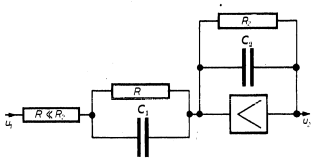


Bild 22 Elektronisches Modell eines Regelkreisgliedes

Als Beispiel sei das von *Kuhlenkampf* [7] zitierte Modell seines proportional wirkenden Regelkreisgliedes mit Differentialquotientenaufschaltung und Verzögerung 1. Ordnung in Bild 22 angegeben.

Zusammenfassung

Die elektronischen Analogiemaschinen haben gegenüber den automatischen programmgesteuerten Ziffernmaschinen die Eigenart, daß sie stetige Lösungen stetig verlaufender Vorgänge praktisch verzugszeitlos geben, die Genauigkeit aber durch die Produktionsgenauigkeit der Einzelteile begrenzt ist und nicht beliebig gesteigert werden kann. Die elektronische Bauweise der Analogiemaschinen hat gegenüber der elektromechanischen den wesentlichen Vorteil, daß sie mit handelsüblichen Erzeugnissen der Elektrotechnik als Einzelteilen durch geeignete Zusammenschaltung auskommt und im wesentlichen auf spezielle Fertigungen verzichten kann. Sie kann baukastenmäßig ohne Schwierigkeiten beliebig erweitert und so jeder Problemstellung angepaßt werden. Trotz der eingeschränkten Rechengenauigkeit sind ihre Anwendungsgebiete in Wissenschaft und Technik sehr zahlreich, und für die beachtlich fortschreitende Entwicklung der Forschung und Industrie ist der Bau einiger derartiger Anlagen in der Deutschen Demokratischen Republik ein dringendes Erfordernis geworden.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

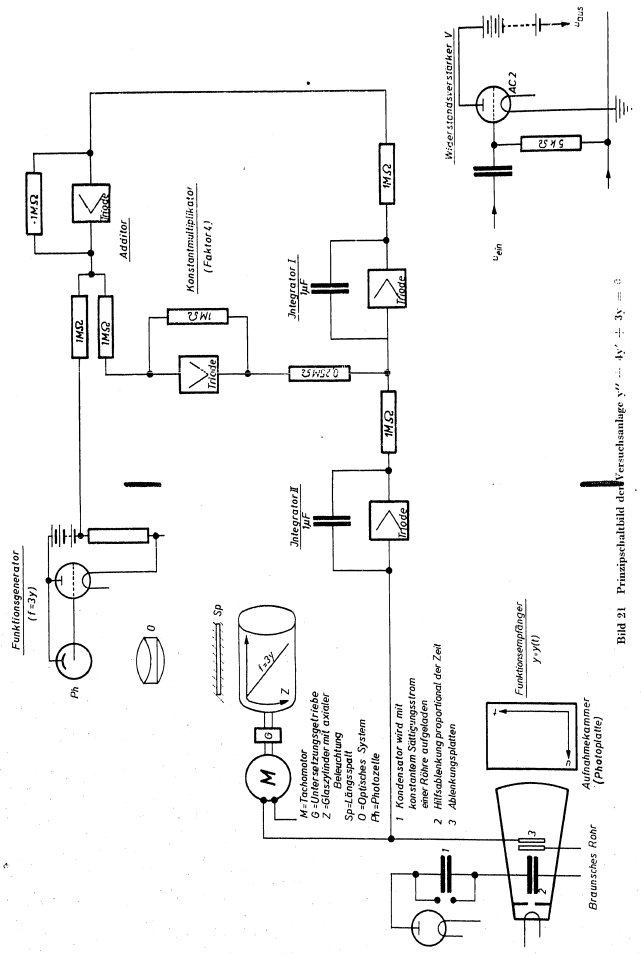


Bild 21 Prinzipschaltbild der Versuchsanlage $y'' + 4y' + 3y = 3$

Literatur

[1] *Benett, R. R.*, Analog Computing Applied to Noise Studies. Proc. I.R.E. **41** (1953). H. 10 S. 1509···1513.

[2] *Bush, V.*, and *Caldwell, S. D.*, A new type of differential Analyser. J. Franklin Institute **240** (1945) S. 255···326.

[3] *Hartree, D. R.*, The ENIAC, an electronic computing machine. Nature **158** (1946) S. 500···506.

[4] *Hoelzer, H.*, Anwendung elektrischer Netzwerke zur Lösung von Differentialgleichungen und zur Stabilisierung von Regelungsvorgängen. Diss. TH Darmstadt 1946.

[5] *Howe, R. M.*, and *Hanemann, V. S. jr.*, The Solution of Partial Differential Equations by Difference Methods Using the Electronic Differential Analyser. Proc. I.R.E. **41** (1953). H. 10 S. 1497···1508.

[6] *Jackson, J. M.*, An Electronic Differential Analyser. Navy Department Washington D. C. Office of Research and Inventions (1946) und J. Roy. naval sci. Serv. 1 Nr. 2 (1945) S. 53···64.

[7] *Kuhlenkampf, A.*, Elektronische Rechenanlagen nach dem geometrischen Verfahren (Analog Computer). Feinwerktechnik **58** (1954) S. 1···6.

[8] *McCann, G. D. jr.*, and *Wilts, C. H.*, Application of electric analog computers to heat-transfer and fluid-flow problems. J. appl. Mech. New York **16** (1949) S. 247···258f.

[9] *McCann, G. D.*, *Wilts, C. H.*, and *Bennet, R. R.*, The California Institute of Technology Electric Analog Computer — Math. Tables a. o. Aids to Computation III (1949) S. 501···513.

[10] *Mesely, C. A.*, and *Morill, C. D.*, Application of Elektronic Differential Analysers to Engineering Problems. Proc. I.R.E. **41** (1953). H. 10 S. 1487···1496.

[11] *Smith, O. J. M.*, Economic Analogs. Proc. I.R.E. **41** (1953). H. 10 S. 1514···1519.

[12] *Thomson, J.*, and *Thomson, W.*, On the integration machine having a new kinematic principle. Proc. Roy. Soc. London **24** (1876) S. 266···268.

[13] *Tompkins, C. B.*, *Stifler, Jr. W. W.*, and *Wakelin, J. H.*, High-Speed Computing Devices. McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto, London 1950.

[14] *Vance, P. R.*, and *Haas, D. L.*, An Input-Output Unit for Analog Computers. Proc. I.R.E. **41** (1953). H. 10 S. 1483···1486.

[15] *Willers, F. A.*, Mathematische Maschinen und Instrumente. Akademie-Verlag Berlin 1951.

[16] *Willers, F. A.*, Mathematische Maschinen. Wiss. Ann. **2** (1953) S. 280···298.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 4
Institut für Werkstoffkunde und zerstörungsfreie Werkstoffprüfung
mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt: Dr.-Ing. Eugen Hanke
Als Manuskript gedruckt! DK 621. 788.2
Eingang: 1. 11. 1954

Partielle Härtung durch Funkenentladung

Von Dr.-Ing. Eugen Hanke

Einleitung

Die Bestrebungen, die Standzeit von Schneidwerkzeugen zu erhöhen, führten zur Entwicklung der hierfür geeigneten Werkstoffe, der Schnellarbeitsstähle und Hartmetalle. Der Unterschied in der Standzeit zwischen den genannten Werkstoffgruppen ist so groß, daß es lohnend erschien, die Standzeit der Werkzeuge aus Schnellstahl ihrerseits durch zusätzliche Behandlungsverfahren zu erhöhen. Von diesen ist das der Badnitrierung gehärteter und geschliffener Werkzeuge aus Schnellstahl allgemein bekannt.

Eine weitere Methode ergab sich aus den bekannten elektro-erosiven Metallbearbeitungsverfahren, zu denen z. B. das *Elbo-Verfahren* [1] gehört. Bei diesen Verfahren, die sich im wesentlichen durch das Arbeitsmedium zwischen Werkstück und Werkzeug, das ein Dielektrikum, ein Elektrolyt oder ein Gas — also auch die Luft — sein kann, unterscheiden, wird versucht, durch Funkenentladung harte, metallische Werkstoffe, besonders Hartmetalle, zu trennen. Hierbei ergab sich, daß durch elektrische Befunkung eines gehärteten Werkzeuges eine beträchtliche Standzeiterhöhung erzielt wurde.

Technologie des Verfahrens

Der Befunkungsvorgang wird nach *Chudoba* [2] wie folgt durchgeführt (Bild 1): Durch eine Gleichstromquelle wird ein Kondensator über einen Widerstand, gegebenenfalls über mehrere einschaltbare Widerstände, aufgeladen. Parallel zum Kondensator liegt das zu behandelnde Werkzeug als Kathode. Die Befunkungselektrode, also die Anode, ist mit dem Anker eines Vibrators verbunden. Bild 2 zeigt das tschechische Gerät ZN88 und Bild 3a einen Vibrator, der die Form eines Schreibgriffels aufweist, womit bei der Befunkung (Bild 3b) die durch das Schreiben erlangte Handfertigkeit ausgenützt werden soll. Der Vibrator schwingt mit Netzfrequenz. Bild 4 zeigt die Ausbildung eines Vibrators in Pistolenform.

Das Werkzeug wird mit Hartmetall befunkt. Die harten Schichten werden immer an den dem maximalen Druck ausgesetzten Seiten der Werkzeuge erzeugt, z. B. bei Fräsern an der Rückseite, bei Messern auf der Spanseite der Schneide. Bei Stanzwerkzeugen werden die Oberflächen entlang der Schnittkante in einer Breite von 1,5 ··· 2 mm befunkt. Die elektrische Energie für 1000 Messer beträgt ungefähr 1,5 kWh; umgerechnet auf die Fläche, ergibt dies angenähert 0,6 kWh/dm². Der Verbrauch an Hartmetall beträgt etwa 0,2 ··· 0,3 g/dm². Mit diesem Verfahren wurde die Standzeit eines Bohrers zur Bearbeitung von Stahlguß um 450%, bei anderen Werkstoffen um

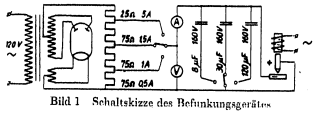


Bild 1 Schaltskizze des Befunkungsgerätes

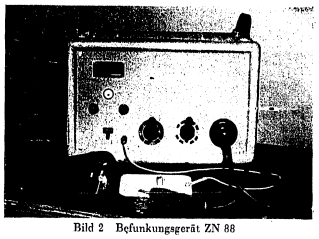


Bild 2 Befunkungsgerät ZN 88

Bild 3a Vibrator in Griffelform

Bild 3b Befunkung mittels Griffelvibrator

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Bild 4 Vibrator in Pistolenform

100···300% und von Scheiben- und Walzenfräsern um 100···200% erhöht. Nach dieser Methode behandelte Schneiden an Mähmaschinen brauchten während der Erntezeit erst nach 20···35 ha ausgewechselt zu werden, während im unbehandelten Zustand nur 4···5 ha bearbeitet werden konnten. Ebenso wurden ähnliche Standzeiterhöhungen bei Werkzeugen zur Holzbearbeitung erzielt.

Nach Angaben von *Jeremejew* [3] wurden die Laufflächen von Lokomotivrädern befunkt, wobei eine um 10···15000 km größere Laufstrecke als im unbefunkten Zustand erreicht wurde.

Nach Ansicht verschiedener Autoren soll bei dem Befunkungsvorgang mit Hilfe der Hartmetallanode auf dem Werkzeug eine bis zu 20 μ dicke Schicht von Hartmetall aufgetragen werden. *Degner* [4] gibt an, daß die Dicke der Hartmetallschicht im wesentlichen von der Auftragszeit, von der Auftragsspannung und der Stromstärke abhängig ist. Dabei soll bei einer Auftragszeit von 12···14 min/100 mm² ein Maximum der Auftragsdicke von 35 μ erzielt werden.

Nach längerer Auftragszeit nimmt die Dicke wieder ab. Die Untersuchungen *Degners* ergaben eine gute Bindung zwischen Hartmetall und Schnellstahl. Allerdings will er dabei festgestellt haben, daß die Hartmetallschicht als weißer Streifen im Schliffbild zu erkennen ist und der Übergang vom Hartmetall zum Schnellstahl an keiner Stelle eine Unterbrechung erfährt. Die Karbide des Schnellstahls sollen in der Hartmetallschicht liegen. *Degner* schließt hieraus, daß die Verbindung mit der Grundmasse des Schnellstahls erfolgt, während die Karbide des letzteren ungelöst im Hartmetall eingelagert bleiben. Daß sich dabei die angeblich aufgetragene Hartmetallschicht als heller Streifen ausbildet und somit von dem bekannten Gefüge des Hartmetalls abweicht, muß bei der Deutung dieser Schicht zur Vorsicht mahnen. Auch die vielfach spektralanalytisch festgestellte Übertragung von Anodenmaterial ist für die Behauptung einer aufgetragenen Hartmetallschicht nicht beweiskräftig.

Iwanow [5] führte Versuche mit 25 aus verschiedenen metallischen Werkstoffen hergestellten Anoden durch und zeigte, daß Ferro-Chrom, einige Hartmetallsorten und Feineisen die besten Ergebnisse aufweisen.

Schließlich haben Versuche vieler anderer Technologen gezeigt, daß ebenfalls annähernd gleichwertige Standzeiterhöhungen bei Verwendung von Kohle, Wolfram und Kupfer als Gegenelektrode erzielt wurden. Hierbei konnte natürlich keine Hartmetallauftragung als Ursache der Standzeiterhöhung angegeben werden.

Bei Anwendung von Graphitelektroden soll die harte, verschleißfeste Schicht hauptsächlich durch die Bildung von harten Karbiden verursacht werden, während bei Metallen, die selbst keine harte Schicht bilden können, eine Dissoziation der Luft im Funken angenommen wird und die Härtesteigerung durch eine keineswegs nachgewiesene Nitridbildung infolge Eindringens des Stickstoffes erzielt werden soll.

Es sei noch erwähnt, daß im VEB Motorenwerk Cunewalde die Befunkung mit einem in allen Werkstätten allgemein verwendeten elektrischen *Signiergerät* mit Wechselstrom durchgeführt und als „Beschriftung" bezeichnet wird.

Für die Durchführung dieses Verfahrens wird eine Spannung von 2,5···6 Volt benötigt, die einem Transformator entnommen werden kann. Als Befunkungselektrode wird ein kufenförmig gebogener Wolframstift benutzt. Nach *Kolkwitz* [6] muß das Material zum Fließen gebracht werden. Wie beim Schweißen entstehen dann am Rand der funkenbeeinflußten Zone harte Ränder, die der Träger höherer Verschleißfestigkeit sind. Diese wulstartigen Zonen können so hart sein, daß sie sich mit normalen Zerspanungswerkzeugen nicht mehr bearbeiten lassen. Auf die geschilderte Weise „beschriftete" Reibahlen arbeiten genau so sauber wie unbeschriftete, doch ist die Schneidleistung eine erheblich größere. In 250 gleiche Werkstücke sollten mit einer SS-Reibahle von 10 mm ∅ vorgebohrte Löcher gerieben werden. Nach 70 Löchern war die Reibahle abgenutzt, sie quetschte und rieb keine Späne mehr; außerdem waren die Bohrungen der letzten 30 Werkstücke zwar blank, jedoch kegelig und untereinander unterschiedlich. Nach dem „Beschriften" der gleichen Reibahle wurden von dieser ohne nachträgliches Wetzen zunächst die letztgenannten 30 Bohrungen maßhaltig und sauber nachgerieben sowie die restlichen 180 Bohrungen bei unbeanstandeter Güte der Bearbeitungsfläche durchgestanden.

Bei der Herstellung von Nutmuttern aus Flußstahl wurden zwei Werkstücke gleichzeitig in ein Dreibackenfutter gespannt und Gewinde M 55×1,5, 16 mm lang, im unterbrochenen Schnitt geschnitten, da eine Bohrung von 2,5 mm ∅ durch das Kernmaß ging. Nach der Fertigstellung von 8 Nutmuttern war der Stahl stumpf oder die Stahlspitze brach ab. Nach erfolgter Beschriftung wurden mit dem Stahl 33 Nutmuttern geschnitten, wobei der Stahl noch vollkommen scharf war und keinerlei Abnutzung zeigte.

Ein weiteres, nicht ganz zu den geschilderten Methoden gehörendes Verfahren beschreibt *Schmellenmeier* [7], der die Standzeiterhöhung an Werkzeugen dadurch bewirkte, daß er sie nach elektrolytischer Aufbringung eines Kobalt-Wolframüberzuges in einem besonderen Entladungsgefäß (Bild 5) einer Glimmentladung in einer Kohlenwasserstoffatmosphäre (Acetylen C_2H_2) aussetzte. In einem Vorversuch wurde eine Wendel aus 0,3 mm dickem Wolframdraht zunächst mit einer Entladungsspannung von 700 V und anschließend mit 1200 V behandelt, wobei die Gesamtentladungsdauer 330 min. betrug. *Schmellenmeier* nahm von vornherein Aufkohlung unter Bildung der Wolframkarbide WC und W_2C an. Die von ihm gemessene Widerstandsänderung entsprach einer Kohlenstoffaufnahme von 0,2···0,3%. Die Temperatur des Drahtes konnte durch Extrapolation aus der zeitlichen Widerstandsabnahme nach dem Löschen der Entladung zu 200° C bestimmt werden. Wegen dieser verhältnismäßig geringen Temperatur schließt der Forscher die Diffusion als Eindringungsmechanismus des Kohlenstoffs aus. Er nimmt vielmehr an, daß die in der Entladung gebildeten C-Ionen auf Grund ihrer durch das elektrische Feld erhaltenen Geschwindigkeit in die Oberflächenschicht des Wolframdrahtes eingeschossen werden. Die Theorie der Glimmentladung ergibt unter Berücksichtigung der thermischen Verteilung der Ionen eine statistische Verteilung der Energie der auf die Kathoden auftreffenden Ionen und damit schon eine erste Schwierigkeit der Deutung der gleichmäßigen Härte. Abgesehen davon müßte der Kohlenstoffgehalt exponentiell mit der Tiefe abnehmen. Das Versuchsergebnis zeigt aber eine gleichmäßige Härte bis zu einer Tiefe von 4 μ. *Schmellenmeier* sieht nur noch die Möglichkeit, daß in den oberflächennahen Schichten eine Sättigung eintritt, während in tieferen Schichten eine weitere Auffüllung durch die bis zu diesen Schichten eindringenden Ionen erfolgt. Dieser Deutungsversuch zeigt, daß die Erklärung des Aufnahmemechanismus des Kohlenstoffs noch Schwierigkeiten bereitet. Es ist schade, daß die Versuche nicht weitergeführt wurden, sondern nur die Mindesteindringungsgrenze festgestellt wurde, während die obere Eindringungstiefe weiteren Versuchen überlassen bleiben soll.

Die festgestellte Mindestgrenze veranlaßte *Schmellenmeier*, folgenden technischen Versuch durchzuführen: In einem elektrolytischen Bad, das hauptsächlich aus weinsteinsaurem Wolfram und einem Kobaltsalz bestand, schied er auf Spiralbohrern aus Werkzeugstahl eine Wolfram-Kobalt-Schicht ab und unterzog diese Bohrer dann der geschilderten Glimmentladung. Mit diesen Bohrern und anderen Vergleichswerkzeugen wurden an einer Keramikplatte Bohrversuche durchgeführt. Das Ergebnis ist in Bild 6 wiedergegeben. Es zeigt, daß mit dem behandelten Bohrer eine Standzeit erreicht wird, die zwischen der des Schnellstahls und des Widias liegt.

Die Veröffentlichung *Schmellenmeiers* ist aber doch für die Funkenentladung wertvoll, da die von ihm systematisch geordneten bekannten Vorgänge bei Glimmentladungen auch hier in Erwägung gezogen werden können. Diese sind:

1. reine Adsorptionsprozesse;
2. Bildung von Reaktionsprodukten, die mindestens im Augenblick der Entstehung gasförmig sind und gasförmig von der Oberfläche weg diffundieren;
3. Bildung von festen Reaktionsprodukten auf Oberflächen.

In der Aufzählung *Schmellenmeiers* ist aber nicht die Beeinflussung der Oberfläche von Anode und Kathode durch die Wärmewirkung aufgeführt. Es soll daher die Beeinflussung der Oberfläche des Werkzeuges untersucht werden.

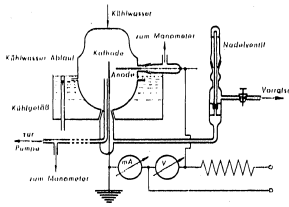


Bild 5 Entladungsgefäß nach Schmellenmeier

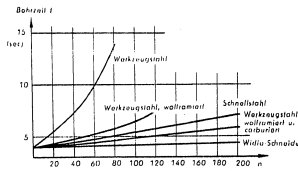


Bild 6 Ergebnisse der Bohrversuche an keramischen Werkstoffen nach Schmellenmeier

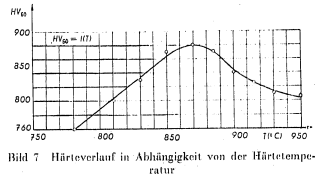


Bild 7 Härteverlauf in Abhängigkeit von der Härtetemperatur

Partielle Härtung

Jedem Stahl- bzw. Härtereifachmann sind die Umwandlungsvorgänge im Stahl bei den entsprechenden kritischen Temperaturen bekannt. Mißt man an Proben nach Abschreckung von verschiedenen Härtetemperaturen die Härte, so erhält man eine Kurve, wie sie in Bild 7 für einen Werkzeugstahl dargestellt ist. Aus dem genannten Bild ist ersichtlich, daß bei 870° C ein Härtemaximum auftritt und daß bei höheren Temperaturen die Härte wieder abfällt. Dieser Härteabfall ist auf den höheren Gehalt an Restaustenit zurückzuführen. *H. Krainer* [8] gab 1949 und in einem Diskussionsbeitrag zu einer Veröffentlichung von *Jellinghaus*, *Rose* und *Holetzko* [9] Mes-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

sungen des Restaustenitgehalts an Schnellstahl bekannt (Bild 8), aus denen hervorgeht, daß z. B. bei einer Härtetemperatur von 1300° C im gehärteten

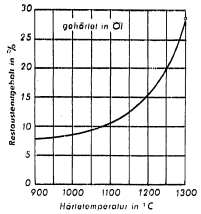


Bild 8 Restaustenitgehalt in einem Schnellstahl in Abhängigkeit von der Härtetemperatur (nach Krainer)

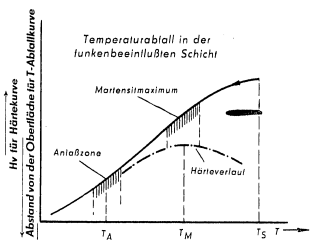


Bild 9 Temperaturabfall in der funkenbeeinflußten Zone

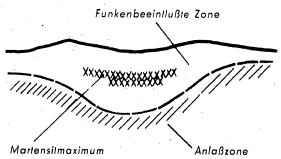


Bild 10 Schematische Darstellung der Zonen im befunkten Bereich

Stahl ein Austenitgehalt von 28% enthalten ist. Denkt man sich die *Krainer*sche Kurve in das Gebiet höherer Temperaturen fortgesetzt, so müßte der Austenitgehalt noch weiterhin bedeutend zunehmen. Bei der Annahme einer solchen höheren Temperatur, sogar der Schmelztemperatur an der Oberfläche der funkenbeeinflußten Zone, muß also nach der Befunkung in dieser Schicht ein hoher Austenitgehalt vorherrschen. Zeichnet man in das Bild 7 mit der Härtekurve schematisch den Verlauf der Temperaturabnahme von der Oberfläche der funkenbeeinflußten Zone bis in das Innere des Werkzeuges ein, so kann die Beeinflussung des Gefüges durch die Temperatur folgendermaßen charakterisiert werden (Bild 9): An der Oberfläche muß die funkenbeeinflußte Zone sehr viel Austenit enthalten, dann — entsprechend dem Höchstwert der Härtekurve — ein Martensitmaximum, an das sich schließlich im nicht umgewandelten Teil eine Anlaßzone anschließen wird. Bild 10 zeigt dies schematisch.

Sollte diese Überlegung richtig sein, muß sie durch das Schliffbild nachgewiesen werden können. Die Anlaßzone wird sich dabei in gehärtetem, noch nicht angelassenem Schnellstahl besonders deutlich zeigen. Zu diesem Zwecke wurde eine gehärtete, nicht angelassene Schnellstahlprobe mit einer Wolframelektrode befunkt und vom Querschnitt ein Schliffbild hergestellt (Bild 11). Auf diesem Bild ist deutlich die Austenitzone zu erkennen, die bislang vielfach als aufgetragene Hartmetallschicht angesprochen wurde. Darunter folgt das bei der Befunkung nicht umgewandelte Gefüge des Schnellstahls. Hieran anschließend ist deutlich die Anlaßzone zu erkennen. Wenn es sich nun bei dieser obersten hellen Zone tatsächlich um Austenit bzw. um ein Gemenge aus Austenit und Martensit handelt, so muß durch wiederholtes Anlassen der Martensit sichtbar werden. Zu diesem Zwecke wurde eine Reibahle nach dem *Kolkwitz*-Verfahren mit Hartmetall „beschriftet".

Die nächste Abbildung (Bild 12) zeigt deutlich die helle funkenbeeinflußte Zone.

Hierauf wurden die aus der Reibahle herausgetrennten Schliffproben angelassen. Bild 13 läßt einwandfrei in der unteren Hälfte der beeinflußten Zone Martensit erkennen, und man kann daher sagen, daß nach dieser kurzen Anlaßzeit die Ausscheidung des Kohlenstoffs im Martensitmaximum, also im Gebiet des größten Martensitgehalts, zuerst sichtbar wird.

Durch Bild 14 wird veranschaulicht, wie die Martensitbildung in Richtung der funkenbeeinflußten Oberfläche fortschreitet. Es ist auch hieraus ersichtlich, daß im obersten Teil der funkenbeeinflußten Zone der Martensit sehr spät in Erscheinung tritt. Diese Tatsache kann man einmal auf den hohen Austenitgehalt und zum anderen auf die erhebliche Stabilität des bei hoher Temperatur entstandenen Austenits zurückführen.

Bild 15 zeigt, daß nach weiterem Anlassen der Martensit bis zur Oberfläche sichtbar wird. Damit dürfte erwiesen sein, daß es sich bei der Beeinflussung der Oberfläche durch den Funken in erster Linie um einen durch die Wärme hervorgerufenen Umwandlungseffekt handelt. Durch die kalte Masse des übrigen Werkzeuges erfolgt die rasche Wärmeabfuhr (Abschreckung), so daß der Vorgang mit Recht als partielle Härtung bezeichnet werden kann.

Bei der Befunkung überhitzt gehärteten Werkzeugstahles mit Wolfram wurde noch festgestellt, daß eine Diffusion des Kohlenstoffs aus dem nicht umgewandelten Grundgefüge in Richtung der funkenbeeinflußten Zone stattfindet.

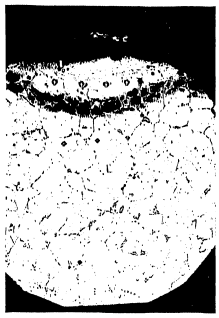


Bild 11 Anlaßzone in gehärtetem Schnellstahl nach Befunkung

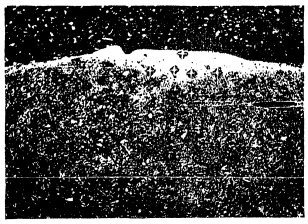


Bild 12 Helle funkenbeeinflußte Zone an einer Reibahle aus Schnellstahl

Bild 13 Beginnende Martensitbildung in der unteren Hälfte der Befunkungszone nach dem Anlassen

Bild 16 zeigt zwischen dem Grundgefüge und der Anlaßzone einen etwas helleren, kohlenstoffärmeren Gefügeteil. Es kann angenommen werden, daß dieser Kohlenstoffentzug infolge der in der Anlaßzone stärker erfolgten Ausscheidung des Kohlenstoffs stattfindet.

Bild 14 Weiterfortschreiten der Sichtbarmachung des Martensits nach wiederholtem Anlassen

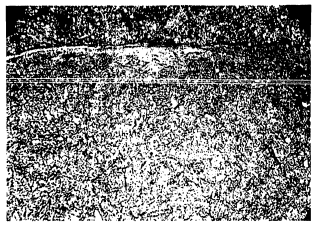


Bild 15 Fast völlige Martensitumwandlung in der funkenbeeinflußten Zone nach dreimaligem Anlassen

Bild 16 Hellerer Gefügeteil zwischen Anlaßzone und Grundgefüge

Daraufhin wurde eine Probe aus Armco-Eisen mit einer Elektrode des gleichen Materials befunkt, wobei sich ebenfalls eine Anlaßzone zeigte, so daß auch hier — trotz des geringen Kohlenstoffgehalts — die Diffusion des Kohlenstoffs nachgewiesen werden

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

konnte. Härtemessungen in der funkenbeeinflußten Zone ergaben hierbei eine Mikrohärte von H_M = 650···700 kp/mm². Man kann somit sagen, daß durch die Wärmebeeinflussung des Funkens und die damit zusammenhängende Wanderung und Anreicherung des Kohlenstoffs ebenfalls eine partielle Härtung von Armco-Eisen möglich ist.

Die während der kurzen Befunkungszeit auftretende Kohlenstoffdiffusion läßt auch darauf schließen, daß eine Entkohlung der funkenbeeinflußten Zone stattfindet, die möglicherweise mit dem Zerfall der z. B. im Schnellstahl enthaltenen Sonderkarbide verbunden sein kann. Zur Klärung der Frage, ob sich auf die Oberfläche des Werkzeuges Hartmetall überträgt, wurde dieselbe im Mikroskop beobachtet. Bild 17 zeigt deutlich helle Zonen, die zunächst den Anschein erwecken, als ob hier tatsächlich eine Auftragung stattgefunden hätte. Dabei wurde gehärteter Werkzeugstahl mit Hartmetall befunkt. Auch nach längerem Anlassen und anschließendem, leichtem Abpolieren sind dieselben Zonen festzustellen (Bild 18). Daraufhin wurde derselbe Werkzeugstahl mit einer Kupferelektrode befunkt; auch hier konnten die hellen Stellen in der beeinflußten Zone festgestellt werden (Bild 19). Das folgende Bild 20 zeigt eine Befunkung von kohlenstoffarmem Stahl mit einer Elektrode aus gleichem Material. Dieser kohlenstoffarme Stahl wurde ebenfalls mit Kupfer befunkt (Bild 21). Hier ist auch deutlich an den Härteeindrücken zu erkennen, daß gegenüber dem Grundmaterial in der befunkten Zone eine starke Härtesteigerung stattgefunden hat. Auch aus dieser Bildserie geht hervor, daß es sich bei den hellen Stellen in der funkenbeeinflußten Zone nicht um aufgetragenes Hartmetall, sondern um sehr stabilen Austenit handelt.

Deutungsversuche der Standzeiterhöhung

Nach den beiden Schliffbildserien und der sich daraus ergebenden Tatsache der Austenit- und Martensitbildung bleibt nun die Frage offen, warum hierdurch eine Standzeiterhöhung eintritt. Vielleicht läßt sich diese Frage mit der von *Collaud* [10] gegebenen Erklärung für die Standzeiterhöhung von gegossenem Schnellstahl, z. B. der Legierung Rollodur, lösen. Es ist allgemein bekannt, daß das im Schnellstahl in gegossenem Zustand auftretende Karbidnetz den Stahl versprödet, so daß er in diesem Zustande für Schneidwerkzeuge ungeeignet ist und folglich durch Schmieden das Karbidnetz erst zerstört werden muß. Dieser Tatsache widerspricht das Verhalten der Gußlegierung Rollodur. Ihr Gefüge zeigt ein deutlich ausgeprägtes Netz von Karbiden (Bild 22); gleichwohl besitzen die daraus gegossenen Fräser ausgezeichnete Schneideigenschaften. Diese werden durch Zulegierung von etwa 14% Chrom erreicht. Dadurch wird der Restaustenitgehalt stabiler und sein Zerfall durch Anlassen kann leichter gesteuert werden. Nach Angaben von *Collaud* [10] gibt nicht der höchste Martensitgehalt die besten Schneideigenschaften und höchste Standzeit, sondern die maximale Wirkung wird durch ein bestimmtes Verhältnis der Mengen von Restaustenit zu Martensit erzielt. Es ist möglich, daß sich in der funkenbeeinflußten Zone zunächst durch die Schnittemperatur und die von ihr bewirkte Anlaßwirkung dieses Verhältnis einstellt. Auf diese Art wird die maximale Schneidleistung und eine gegenüber dem üblichen Verhalten des Schnellstahl. erhöhte Standzeit erzielt.

Die von *Schmellenmeier* gegebene systematische Einteilung der Vorgänge bei Glimmentladung soll auf Grund der metallographischen Untersuchungen für den Befunkungsvorgang wie folgt abgeändert werden:

1. *Partielle Härtung*, also Wärmewirkung auf engstem Raum durch die im Funken erzeugte hohe Temperatur und damit verbundene Umwandlungsvorgänge, wodurch bei Anwendung der Erklärung *Collauds* sich ein die Schneidwirkung begünstigendes Verhältnis von Martensit zu Restaustenit einstellt und so neben dem erforderlichen Verschleißwiderstand auch eine notwendige Zähigkeit vorhanden ist.

2. *Diffusion.* Vorwiegend findet eine Kohlenstoffdiffusion aus der Umgebung der funkenbeeinflußten Zone statt. Hierdurch wird die Ausscheidung in der Anlaßzone begünstigt. Gleichzeitig dürfte bei Erreichung der Grenzfläche zum Luftraum ein Teil des Kohlenstoffs zu CO oder CO_2 oxydiert werden. Diese Oxydation wird aber auch in der Elektrode, z. B. im Hartmetall, stattfinden und den Zerfall der Karbide des Hartmetalls bewirken. Hierbei ist vorauszusetzen, daß der von *W. Kinna* und *O. Rüdiger* [11] an Titan-Karbid-Kristallen festgestellte Oxydationsvorgang des Kohlenstoffs im Langzeitversuch bis zu 1100° C auch hier in der kurzen Zeit der Funkenentladung vor sich geht. Das kann nach der von uns im Werkstück festgestellten Kohlenstoffdiffusion als berechtigt angenommen werden. Untersuchungen dieser Art, in die auch die Befunkungselektrode einbezogen wird, sind zur Zeit im Gange, so daß hierüber Endgültiges noch nicht berichtet werden kann. Dieser Zerfall der Hartmetallkarbide würde ebenfalls eine Hartmetallübertragung ausschließen.

3. *Adsorption.* Man versteht hierunter allgemein eine Anreicherung von Stoffen in flüssigen Grenzflächen oder an Oberflächen fester Körper, also allgemein an Phasengrenzflächen. Dabei wird Wärme frei, die in der Größenordnung von 10···100 Kcal/Mol liegt. Je nach Temperatur verläuft die Adsorption mit mehr oder weniger großer Geschwindigkeit, wobei sich schließlich ein Gleichgewichtszustand zwischen den an Grenzflächen adsorbierten und den im Phasenraum befindlichen Molekeln einstellt. Bei diesem Vorgang kann erwartet werden, daß die adsorbierten Teilchen der Gegenelektrode und des Arbeitsgases in der funkenbeeinflußten Zone in Lösung gehen und so mit Bestimmtheit die Zusammensetzung verändern. Nimmt man an, daß die Oberfläche der befunkten Zone geschmolzen ist, so wird ein eventuell hohes Lösungsvermögen verständlich. Durch eine bei Benutzung von Hartmetall mögliche Übertragung von Kobalt und Wolfram würde die Zusammensetzung des Austenits verändert werden.

4. *Bildung von Reaktionsprodukten auf und in der Oberfläche.* Bei diesem Vorgang dürfte vor allen Dingen die Bildung von Oxyden am Rande der funkenbeeinflußten Zone in Frage kommen. Dabei werden jene Legierungsbestandteile am schnellsten oxydieren, die die größte Affinität zum Sauerstoff besitzen. Dies ist — wie ebenfalls aus den Untersuchungen von

Bild 17 Funkenbeeinflußte Zone auf der Oberfläche gehärteten Werkzeugstahls (mit Hartmetall befunkt)

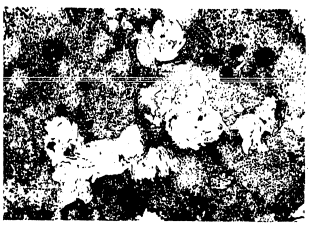


Bild 18 Werkzeugstahl mit Hartmetall befunkt, angelassen und abpoliert

Bild 19 Gehärteter Werkzeugstahl, mit Kupferelektrode befunkt

Bild 20 Kohlenstoffarmer Stahl mit einer Elektrode des gleichen Materials befunkt

Bild 21 Kohlenstoffarmer Stahl mit einer Elektrode aus Kupfer befunkt

Bild 22 Karbidnetz in gegossenem Schnellstahl

Kinna und *Rüdiger* [11] hervorgeht — bei Kobalt der Fall, so daß sich schließlich an der Oberfläche eine Schicht von Kobaltoxyd bilden kann. Das geschieht natürlich nur dann, wenn Kobalt im Grundmaterial vorhanden ist oder aber bei Benützung einer Hartmetallelektrode übertragen wird. Untersuchungen über die *Beilby-Schicht* haben ergeben, daß diese aus einem Gemisch von Metalloxyden und Metall besteht. Eine Zusammenstellung über die letzten Ergebnisse der Beilby-Schicht-Forschung gibt *Börge Lunn* [12]. Hiernach verhält sich eine intime Mischung von Metall mit Metalloxyd wie eine Legierung mit vergrößerter Härte und erhöhter Rekristallisationstemperatur. Diese Eigenschaft wurde praktisch ausgenützt, indem auf pulvermetallurgischem Wege technisch verwendbare „Legierungen" von reinem Aluminium und Aluminiumoxyd hergestellt wurden (*SAP-Metall*). Dieses SAP-Metall kann als eine *kompakte Beilby-Schicht* bezeichnet werden. Es ist so gelungen, einen Werkstoff herzustellen, der selbst bei

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Tabelle der Abtragungen in 10^{-4} *g/Entladung*

Kathode \ Anode	Pb	Sn	Zn	Cu	Al	Ni	Fe
Pb	50,5 41,3	52,2 22,7	10,0 35,0	12,2 24,4	8,8 15,2	6,5 22,8	3,9 28,2
Sn	28,2 59,5	19,4 15,2	6,4 33,0	8,3 14,5	7,1 9,8	6,2 11,5	4,0 12,5
Zn	41,8 8,4	22,5 1,5	8,7 6,9	6,4 1,2	5,9 0,4	2,0 0,6	2,2 1,7
Cu	21,9 6,1	9,7 1,6	2,8 1,1	0,3 0,6	0,9 0,9	0,2 0,8	0,2 0,9
Al	21,9 8,8	14,5 2,8	2,6 5,9	1,4 2,2	1,4 2,9	0,0 1,3	0,2 1,8
Ni	25,5 3,9	7,3 0,9	5,1 0,7	2,5 0,6	1,3 0,3	1,1 0,9	0,1 0,7
Fe	45,0 3,8	11,5 2,3	2,7 0,7	5,5 0,9	1,4 0,3	2 7 1,1	0,1 0,8

höheren Temperaturen günstigere Verschleißeigenschaften besitzt als die besten bisher bekannten Aluminiumlegierungen.

In unserem Falle ist anzunehmen, daß am Rande der funkenbeeinflußten Zone ebenfalls ein Gemenge von Metall und Metalloxyd entsteht und diese geschilderten guten Verschleißeigenschaften aufweist.

5. *Zerstäubung bzw. Verdampfung.* Durch diese beiden Vorgänge findet sowohl an der Anode als auch an der Kathode Materialabtragung statt. Eine von *Zitka* [13] veröffentlichte und nachstehend wiedergegebene Tabelle zeigt die Abtragungen pro Entladung verschiedener Metalle bei der Verwendung als Anode und als Kathode.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß mit zunehmendem Schmelzpunkt die Gewichtsverluste geringer werden. Durch diesen Vorgang sind auch die reinen Oberflächen in der befunkten Zone zu erklären, da sich hier entweder chemische Reaktionen nicht abspielen können oder bereits entstandene Zunderschichten wieder abgetragen werden. Dieser Abtragungsvorgang ist auch der Grundvorgang der elektro-erosiven Bearbeitungsverfahren, mit denen — wie in der Einleitung erwähnt — die Trennung harter Werkstoffe durchgeführt wird. Man versucht, den Abtragungsvorgang durch *drei Theorien* zu erklären:

Die erste besagt, daß durch den Funken die Atome der Oberfläche des am positiven Pol angeschlossenen Werkstückes durch Austritt von Elektronen ionisiert werden und so ein positiver Atomrumpf zurückbleibt, der von dem positiven Werkstück abgestoßen und von der Kathode angezogen wird.

Nach der zweiten Theorie, die besonders auf Hartmetalle angewandt wurde, sollen durch die Befunkung Spannungsveränderungen im funkenbeeinflußten Bereich des Werkstückes entstehen, wodurch kleine Hartmetallteilchen abplatzen.

Die dritte Theorie, nach neueren Untersuchungen wohl die richtige, nimmt an, daß durch die große Hitze im Brennfleck das zum Schmelzen gebrachte Material verdampft, was schließlich zu der durch mehrere Bilder belegten Kraterbildung führt. Bei dem Vorgang nehmen beide Elektroden ab, da die Krater an beiden Elektroden entstehen. Die Krater an der Anode sind wesentlich größer, weshalb die Abnahme an der Kathode in der Regel geringer ist, was ja aus der gezeigten Tabelle hervorgeht. Bild 23 zeigt zum Teil die Bildung solcher Krater in der funkenbeeinflußten Zone; auch dieser Vorgang läßt eine Hartmetallübertragung als unwahrscheinlich erscheinen.

Bild 23 Kraterbildung in der funkenbeeinflußten Zone

Die im wesentlichen aufgeführten Grundvorgänge treten natürlich nicht nacheinander, sondern nebeneinander auf, so daß noch nicht gesagt werden kann, welchem Prozeß die Hauptbedeutung für die Erhöhung der Standzeit zukommt. Doch ist zu hoffen, daß die zur Zeit darüber laufenden Untersuchungen eine Klärung bringen werden.

Zusammenfassung

Nach einer referierenden Behandlung bisheriger Veröffentlichungen über die Technologie der Befunkung gehärteter Schneidwerkzeuge wurde an Hand von metallographischen Schliffbildern gezeigt, daß als Grundvorgang eine durch die hohe Funkentemperatur hervorgerufene Wärmewirkung und die damit zusammenhängende Umwandlung des beeinflußten Gefüges anzusehen ist. Dabei enthält die umgewandelte Schicht neben Martensit sehr viel Restaustenit. Durch Anlaßvorgänge wurde der in der Schicht enthaltene bzw. sich bildende Martensit sichtbar gemacht. In anschließend durchgeführten Überlegungen wurde die Möglichkeit der Beeinflussung durch begleitende Vorgänge erörtert. Dabei ergab sich, daß eine vermeintliche Hartmetallauftragung auszuschließen ist. Die erhöhte Standzeit ist vielmehr auf ein günstiges Mengenverhältnis Restaustenit : Martensit bzw. auf ein am Rande der funkenbeeinflußten Zone sich bildendes Gemenge von Metall und Metalloxyd zurückzuführen.

Literatur

[1] *G. Ballhausen*, Die Bearbeitung von Hartmetall durch Funkenerosion (Elbo-Verfahren). Werkstatttechn. und Maschinenbau **43** (1953) S. 236···242.

[2] *J. Chudoba*, Elektro-erosive Metallbearbeitung (bearb. nach Referaten der 1. gesamtstaatl. Beratung über elektro-erosive Bearbeitung). VEB Verlag Technik, Berlin 1953.

[3] *Jeremejew, Shitinjew, Goldwarg*, Die Erreichung längerer Laufzeiten bei Radreifen. Gudok **34** (1953) Nr. 215 vom 11. 9. 1953.

[4] *W. Degner*, Standzeiterhöhung bei Zerspanungswerkzeugen durch elektro-erosives Auftragen von Hartmetall Fertigungstechnik **3** (1953) S. 241···244.

[5] *G. P. Iwanow*, Neue Technologie der Elektrobefunkung von Schneidwerkzeugen. Stanki i instrument (Werkzeugmaschinen und Werkzeuge). 1951 S. 20···22.

[6] *Kolkwitz*, Vergrößern und Nachhärten von bereits gehärteten und geschliffenen Werkzeugen zwecks Standzeiterhöhung mittels Elektrographen (aus einem Vertragsmanuskript des Technologen Kolkwitz im VEB Motorenwerk Cunewalde/Sa.).

[7] *Schmellenmeier*, Die Beeinflussung von festen Oberflächen durch eine ionisierte Gasatmosphäre. Exp. Techn. d. Phys. **1** (1953) H. 2 S. 49···68.

[8] *Krainer*, Die Umwandlungskurven der gangbarsten Bau- und Werkzeugstähle und ihre praktische Anwendung. Österreich. härtereitechn. Vorträge **2** (1949) S. 89···124.

[9] *Jellinghaus, Rose, Holetzko*, Der Austenitzerfall der übereutektoiden Manganstähle. Arch. Eisenhüttenwes. **25** (1954) S. 251···262.

[10] *Collaud*, Metallkundliche Grundlagen des Hochleistungs-Werkzeugstahles Rollodur. Werkstatt u. Betrieb **86** (1953) S. 393···398.

[11] *Kinna* und *Rüdiger*, Der Oxydationsvorgang bei Titankarbid-Kobalt-Hartmetallen. Arch. Eisenhüttenwes. **24** (1953) H. 11···12 S. 535···542.

[12] *Börge Lunn*, Die Beilby-Schicht. Z. Metallkunde **45** (1954) S. 92···93.

[13] *Zitka*, Vliv fysikalnich vlastnosti materialu elektrod na transport hmoty pri kratkich kondensovanich vybojich v dielektrikem prostredi. Čs. Čas. Fys. **3** (1953).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 5
Institut für Maschinenkunde, Direktor Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 531.133.33
Eingang: 23. 7. 1954

Konstruktionstafel zur Viergelenkkette

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

Vorbemerkung

Die Punkte der Koppelebene eines Gelenkvierecks beschreiben bei der Bewegung geschlossene Bahnen. Eine solche Bahn ist eine Kurve (Koppelkurve) auf einer festen Ebene (Stegebene). Die Bahn kann man sich augenblicklich durch ein Kreisbogenstück mit dem Krümmungsradius r ersetzt denken. Zu jedem Punkt der Koppelebene gehört in jeder Stellung ein Punkt der festen Stegebene, der Krümmungsmittelpunkt. Man kann das mathematisch auch ausdrücken, daß die Koppelebene auf die Stegebene *abgebildet* ist. Das mathematische Gesetz, das die Abbildung vermittelt, das gestattet, den zu einem Koppelpunkt gehörigen Krümmungsmittelpunkt zu finden, ist die *Euler-Savarysche Gleichung*. Ihre rechnerische Handhabung ersetzt der Konstrukteur gern durch geometrische Konstruktionen. Es sind eine Reihe solcher geometrischer Konstruktionen im Gebrauch. Die beliebtesten sind natürlich die, bei denen man mit den wenigsten Strichen auskommt und die universell anwendbar sind. Eine einfache Konstruktion ergibt sich mit Hilfe der *Inversion* am Einheitskreis, da die reziproke Form der *Euler-Savaryschen Gleichung* schon einen Zusammenhang vermuten läßt.

Bei dieser wird ein Punkt außerhalb eines Kreises auf das Innere abgebildet und umgekehrt. Während aber bei der Inversion *jeder* Punkt in das Innere *eines* Kreises abgebildet wird und umgekehrt, hat jeder Punkt der Koppelebene seinen eigenen Kreis, an dem abgebildet wird. Der Punkt selbst ist immer Inversionszentrum, wie sich zeigen wird.

Die Inversion [1] erfolgt in ganz elementarer Weise, indem man sich vom abzubildenden Punkt aus die Tangenten an den Einheitskreis und dazu die Berührungssehne gezogen denkt.

Dann ist nach dem Kathetensatz

$$r^2 = a \cdot b = 1,$$

wenn a die Entfernung des Punktes und b diejenige des Schnittpunktes der Sehne mit der Zentrale vom Inversionszentrum ist.

Zwischen a und b besteht also eine reziproke Beziehung

$$a = \frac{1}{b} \quad ; \quad b = \frac{1}{a} .$$

Die *Euler-Savarysche Gleichung* lautet

$$\frac{1}{\varrho_A} - \frac{1}{\varrho_{\mathfrak{P}}} = \frac{1}{d_w \sin \eta} ,$$

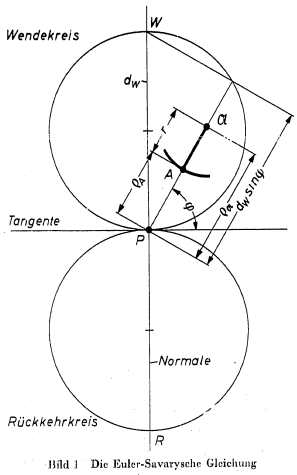


Bild 1 Die Euler-Savarysche Gleichung

worin (Bild 1)[1]

ϱ_A = der Polradius des Koppelpunktes,
$\varrho_{\mathfrak{P}}$ = der Polradius des Krümmungsmittelpunktes der Koppelkurve,
d_w = der Durchmesser des Wendekreises,
η = der Winkel, den der Polradius ϱ mit der positiven Richtung der Tangente einschließt,
$d_w \sin \eta$ = die Sehne des Polstrahles im Wendekreis = Wendekreissehne

ist.

Ihre Umformung ergibt mit $r = \varrho_{\mathfrak{P}} - \varrho_A$

$$\varrho_A^2 = r\,(d_w \sin \eta - \varrho_A)$$

oder

$$r = \frac{\varrho_A^2}{d_w \sin \eta - \varrho_A} .$$

[1]) Die Figuren sind in einem einheitlichen Maßstab gezeichnet und einheitlich verkleinert

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Damit erhält man die Form, die zur Inversion geeignet ist. Der Koppelpunkt wird damit Inversionszentrum mit dem Radius ϱ_A des Spiegelungskreises. Gespiegelt wird der Schnittpunkt des Polstrahles mit dem Wendekreis. Man erhält elementargeometrisch zwei Grundkonstruktionen, je nachdem der Punkt des Wendekreises innerhalb oder außerhalb des Spiegelungskreises liegt (Bild 2···4). Während aber bei der Inversion *alle* Punkte einer Ebene an *einem* (Einheits-) Kreis gespiegelt werden, hat man bei der Euler-Savaryschen Formel, die die Inversion vermittelt, *zu jedem Punkt* einen Inversionskreis, der durch den Momentanpol geht.

Bei der Inversion wird der ganze Punktvorrat außerhalb des Inversionskreises ins Innere abgebildet und

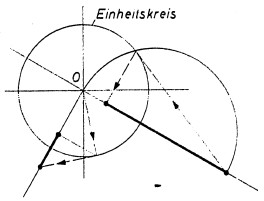


Bild 2 Die Inversion am Einheitskreis. Das Äußere des Einheitskreises wird auf das Innere abgebildet und umgekehrt. 0 = Inversionszentrum

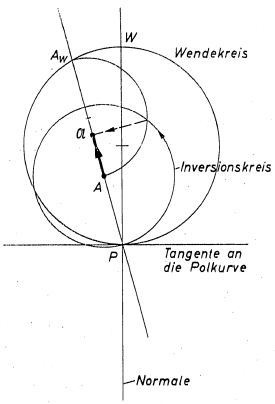


Bild 3 Anwendung der Konstruktion von inversen Punktepaaren auf die Konstruktion von zugeordneten Punkten nach der Euler-Savaryschen Gleichung. Die beiden Punkte liegen innerhalb des Wendekreises

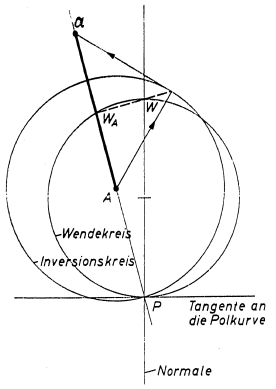


Bild 4 Anwendung der Konstruktion von inversen Punktepaaren auf die Konstruktion von zugeordneten Punktepaaren nach der Euler-Savaryschen Gleichung. Der Krümmungsmittelpunkt R zu A liegt außerhalb des Wendekreises

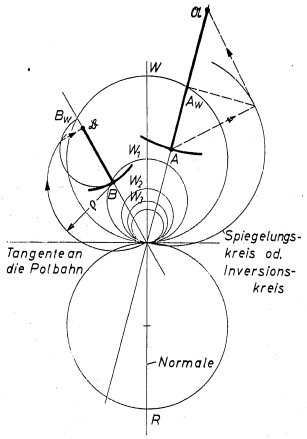


Bild 5 Die abbildungsgeometrisch zusammenhängenden Gebiete sind sichelförmige Flächen zwischen Kreisen, deren Mittelpunkte auf der Normalen liegen und die die Tangente in P berühren. Die Durchmesser bilden eine harmonische Reihe

umgekehrt. Bei der Euler-Savaryschen Gleichung sind es ganz bestimmte Gebiete, die abbildungsgeometrisch zusammenhängen (Bild 5). Hierbei werden die von *Meyer zur Capellen* ausgesprochenen Zusammenhänge [2] noch für das Innere des Wendekreises ergänzt werden müssen. Stellt man sich die Aufgabe, an die auf dem Wendekreis liegenden (Koppel-)Punkte weitere Punkte auf dem Polstrahl anzureihen, indem jeder Punkt zugleich in Richtung P Koppelpunkt und in umgekehrter Richtung Krümmungsmittelpunkt zum vorhergehenden ist, so erhält man mit $\eta = \frac{\pi}{2}$ und $d = 1$

$$r = \frac{\varrho_A^2}{d - \varrho_A}$$

$\varrho_A = 1 \quad ; \quad r = \infty$
$\varrho_A = \frac{1}{2} \quad ; \quad r = \frac{1}{2}$
$\varrho_A = \frac{1}{3} \quad ; \quad r = \frac{1}{3}$
$\varrho_A = \frac{1}{4} \quad ; \quad r = \frac{1}{4}$
usw..

d. h., Koppelpunkte und Krümmungsmittelpunkte bilden eine harmonische Reihe. Projiziert man sie auf einen beliebigen Polstrahl unter dem Winkel η zur positiven Tangentenrichtung, so erhalten alle Polradien den Faktor $\sin \eta$.

Die projizierte Punktreihe ist also wieder eine harmonische Reihe mit dem Faktor $\sin \eta$. Alle Projektionen liegen auf Kreisen mit den Durchmessern d, $\frac{d}{2}$, $\frac{d}{3}$, $\frac{d}{4}$, $\frac{d}{5}$, $\frac{d}{6}$, die die Tangente in P berühren (Bild 6). Zwischen ihnen liegen sichelförmige Gebiete, die abbildungsgeometrisch zusammenhängen, und zwar bildet sich jedes sichelförmige Gebiet von P aus auf das nächstäußere ab. Das letzte bildet sich auf das Gesamtgebiet diesseits der Tangente, die obere Halbebene, ohne das Innere des Wendekreises ab. Die obere und untere Halbebene ohne den Wendekreis können auch als sichelförmige Gebiete angesehen wer-

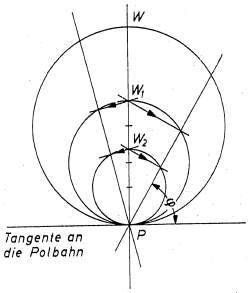


Bild 6 Die senkrechten Projektionen der Scheitel der harmonisch abgestuften Kreise auf Polstrahlen beliebiger Richtung bilden wieder eine harmonische Reihe mit dem Faktor $\sin \eta$

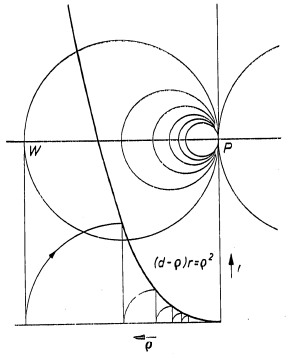


Bild 7 Die Gebiete zwischen den Kreisen geben ein Bild für die Ab- und Zunahme der Krümmungsradien

den, wenn man sich jedes Gebiet einmal vom Wende-, bzw. Rückkehrkreis begrenzt denkt, das andere Mal vom Kreis mit dem Radius ∞, dargestellt im Endlichen durch die Tangente. Der abbildungsgeometrische Zusammenhang setzt sich jenseits der Tangente in der unteren Halbebene fort, wobei die obere Halbebene ohne das Gebiet des Wendekreises sich auf die untere Halbebene ohne das Gebiet des Rückkehrkreises abbildet. Die Fortsetzung bilden die sichelförmigen Gebiete im Rückkehrhalbkreis, wobei die Kreise die Tangente in P berühren und ihre Durchmesser nach einer harmonischen Reihe abgestuft sind (Bild 7). Ein die Gebietskreise schneidender Polstrahl bildet mit drei aufeinanderfolgenden Schnittpunkten und dem Pol vier harmonische Punkte. Man braucht nur auf zwei von den drei Schnittpunkten die Euler-Savarysche Gleichung anzuwenden.

$$\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} = \frac{1}{d_w \sin \eta}$$

$$\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_3} = \frac{1}{d_w \sin \eta}$$

$$\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} = \frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_3}$$

$$\boxed{\frac{2}{\varrho_2} = \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_3}}$$

Die Konstruktionstafel

Zum Entwurf von Gelenkvierecken dient eine Konstruktionstafel, auf der Wende- und Rückkehrkreis in einem geeigneten Maßstab, etwa $d = 10$ cm, vorbereitet sind. Die gemeinsame Tangente und Normale gehen durch den Momentanpol P. Nach den vorangegangenen Bemerkungen ergeben sich einfache Kon-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

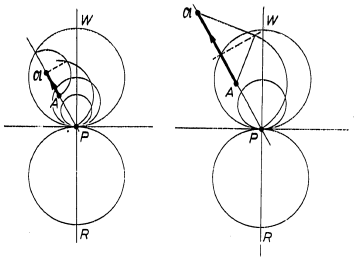


Bild 8

Bild 9

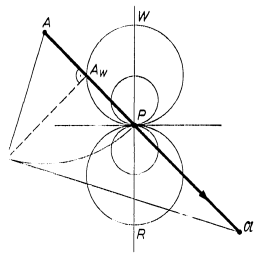


Bild 10

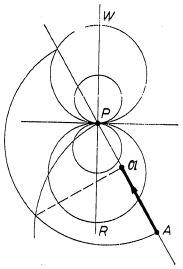


Bild 11

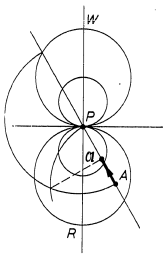


Bild 12

Bild 8—12 Konstruktion zugeordneter Krümmungsmittelpunkte in den zugeordneten Gebieten der Halbebenen. Gegeben sind die Bahnpunkte A

struktionen für die Krümmungsmittelpunkte bei gegebenen Bahnpunkten oder umgekehrt. Eine gute Hilfe geben hierbei die zugeordneten Abbildungsgebiete, die die Lage der gesuchten Punktlagen abzuschätzen und ohne vorgezeichnete Kurvenscharen (wie bei *Rauh* [3]) zu finden gestatten. Um eine Übersicht zu gewinnen, seien eine Anzahl Konstruktionen gezeigt, die die Anwendung der Spiegelungskonstruktion vorführen, angefangen vom Inneren des Wendekreises über die obere Halbebene nach der unteren Halbebene und nach dem Innern des Rückkehrkreises (Bild 8···12). Sind die Krümmungsmittelpunkte gegeben, dann gestattet die Umkehr der Bewegung dieselben Konstruktionen durchzuführen, weil dann der Rückkehrkreis zum Wendekreis wird und der Wendekreis zum Rückkehrkreis (Bild 13···17). Je nach der Lage der Bahnpunkte in den Halbebenen ergeben sich Gelenkvierecke in Viereckklage oder Überkreuzlage. Am viel herangezogenen Beispiel des Wippkranes soll die Anwendung gezeigt werden (Bild 18). Diese Abbildung zeigt den ersten Entwurf unter der Bedingung, daß die zwei Gelenke A und B und die Schnabelspitze in einer Geraden liegen. Die erhaltenen Gelenke $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ können durch geringes Schwenken der drei Strahlen von P und W aus den praktischen Anforderungen angepaßt werden. Hierbei ergibt sich von selbst der Maßstab der Konstruktionstafel

$$m_L = \frac{\text{Wirklichkeit}}{\text{Zeichnung}}.$$

Die kinematischen Zusammenhänge ergeben sich ebenfalls auf einfachste Weise und mit wenig Strichen. Durch Wahl der Winkelgeschwindigkeit ω_P und der Winkelbeschleunigung ε_P ergibt sich in der Konstruktionstafel sehr schnell das Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld (Bild 19). Man bildet den Wert

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\varepsilon_P}{\omega_P^2}$$

und trägt den Wert $90^0 - \psi$ an WP in W an. Sein freier Schenkel schneidet den Wendekreis im Beschleunigungspol G und die Tangente im Tangentialpol. Damit ist auch der Tangentialkreis gewonnen.

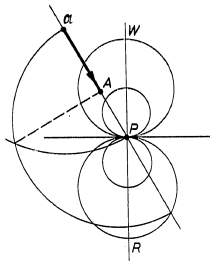


Bild 13

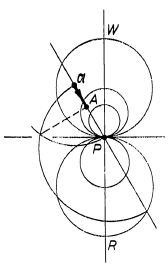


Bild 14

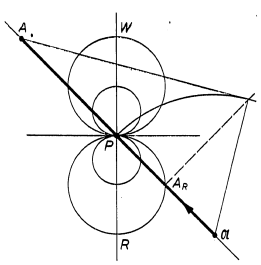


Bild 15

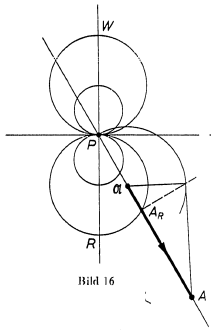


Bild 16

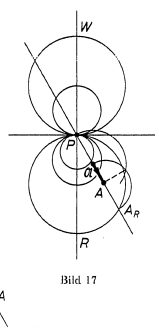


Bild 17

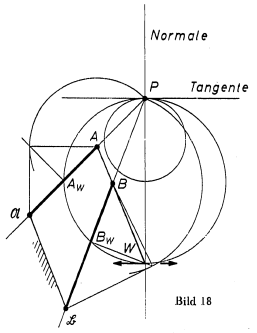


Bild 18

Bild 13—17 Konstruktion zugeordneter Bahnpunkte in den zugeordneten Gebieten der Halbebenen. Gegeben sind die Krümmungsmittelpunkte $\mathfrak{A}$

Bild 18 Rohentwurf eines Wippkranes mit der Bedingung, daß A, B und Schnabelspitze in einer Geraden liegen

Bild 19 Konstruktion des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeldes zu einem fertigen Entwurf eines Gelenkvierecks bei gegebener Winkelgeschwindigkeit und gegebener Winkelbeschleunigung um den Pol

Bild 20 Zahlenbeispiel. Festlegung des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeldes für $\omega = 0{,}5\ \frac{1}{s}$ und $\varepsilon = 0{,}2\ \frac{1}{s^2}$.

$\operatorname{tg}\psi = \frac{0{,}2}{0{,}25} = 0{,}8$; $v_w = 0{,}5 \cdot 10 = 5$ cm/s ; $u = 5$ cm/s ;

$b_p = \frac{u^2}{\alpha} = \frac{2{,}5}{10} = 2{,}5\ \frac{\text{cm}}{s^2}$ (siehe graph. Konstruktion)

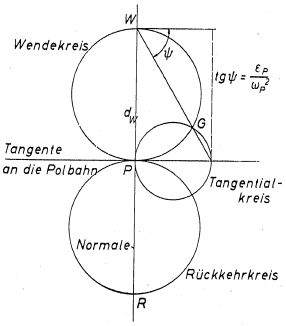


Bild 19

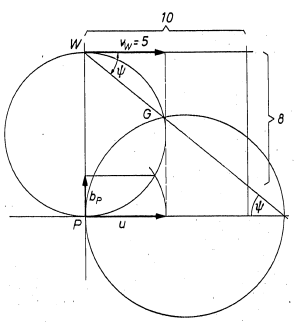


Bild 20

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$d_w \omega_P$ ergibt die Polwechselgeschwindigkeit u, und daraus folgt durch einfache Konstruktion b_P des Poles P als Punkt der Koppelebene (Bild 20). Mit der Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Punktes der Koppelebene und den beiden zugehörigen Polen sind aber diese Größen für alle Punkte der Koppelebene bekannt.

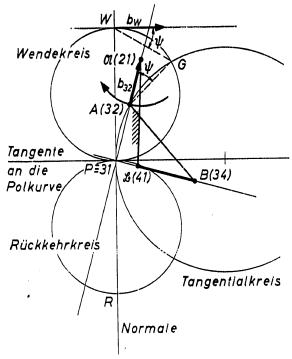


Bild 21 Die Konstruktion des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeldes, wenn die Kurbelwinkelgeschwindigkeit $\omega_{21} = \text{const.} = 1$ ist

Ganz besonders einfach ist der Aufbau des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeldes, wenn ein Punktpaar z. B. A und $\mathfrak{A}$ als Kurbel aufgefaßt wird, die sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \text{const} = 1$ dreht. Dann ist die Tangentialbeschleunigung von A null, somit A ein Punkt des Tangentialkreises. Durch das Mittellot auf AP erhält man auf der Tangente in P den Mittelpunkt des Tangentialkreises. Die Länge $A\mathfrak{A}$ ist zugleich umgeklappte Geschwindigkeit und Beschleunigung, somit sind diese Größen mit den beiden zugehörigen Polen für alle Punkte der Koppelebene konstruierbar (Bild 21).

Die Lage von G auf dem Wendekreis ist bestimmt durch die Winkelbeschleunigung ε_P. Nimmt sie ab, so wandert G auf den Wendepol zu. Seine Grenzlagen sind Wendepol und Geschwindigkeitspol.

Die Krümmungsradien der Polkurven

Sind 3 Punkte 1, 2 und 3 auf der Normalen in P so angeordnet, daß 1 und 2 und 2 und 3 zugeordnete Punkte sind, dann ergeben sich mit der Euler-Savaryschen Formel zwei Gleichungen

$$\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} = \frac{1}{d_\infty}$$

$$\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_3} = \frac{1}{d_\infty}$$

Ihre Gleichsetzung führt zu

$$\frac{2}{\varrho_2} = \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_3},$$

d. h., die 3 Punkte sind zusammen mit dem Pol P vier harmonische Punkte und der Polradius ϱ_2 ist das

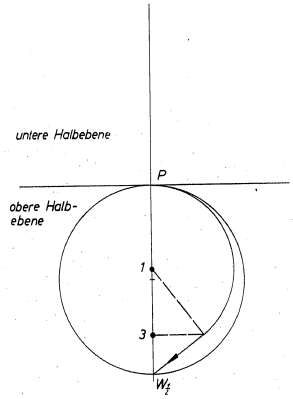


Bild 22 Konstruktion des Wendekreises zu 2 zugeordneten Punkten 1 und 3, zu denen der vierte harmonische Punkt 2 gesucht wird. P außerhalb 1···3. Wendekreisdurchmesser $= \frac{d_w}{2}$.

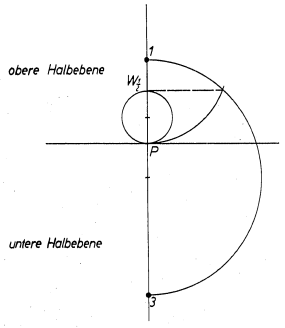


Bild 23 Konstruktion des Wendekreises zu 2 zugeordneten Punkten 1 und 3, zu denen der vierte harmonische Punkt 2 gesucht wird. P innerhalb 1···3. Wendekreisdurchmesser $= \frac{d_w}{2}$.

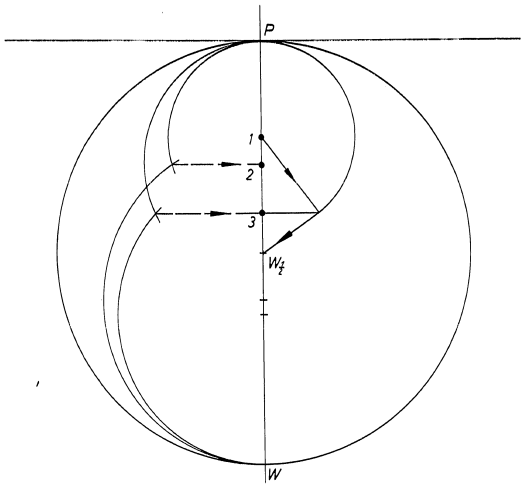


Bild 24 Konstruktion des vierten harmonischen Punktes als des harmonischen inneren Teilpunktes gemäß Bild 22 mit kinematischen Mitteln

1. Konstruktion von $W_{\frac{1}{2}}$ aus P, 1, 3
2. Konstruktion von 2 aus P_1, 1 und W am Inversionskreis 1···P
3. Kontrolle durch Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes 3 zu 2. Inversionskreis 2···P

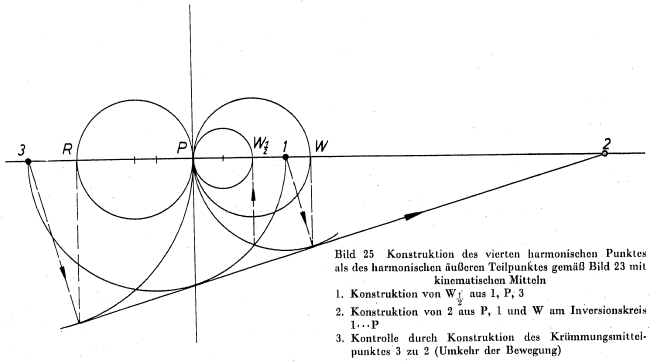


Bild 25 Konstruktion des vierten harmonischen Punktes als des harmonischen äußeren Teilpunktes gemäß Bild 23 mit kinematischen Mitteln

1. Konstruktion von $W_{\frac{1}{2}}$ aus 1, P, 3
2. Konstruktion von 2 aus P, 1 und W am Inversionskreis 1···P
3. Kontrolle durch Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes 3 zu 2 (Umkehr der Bewegung)

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

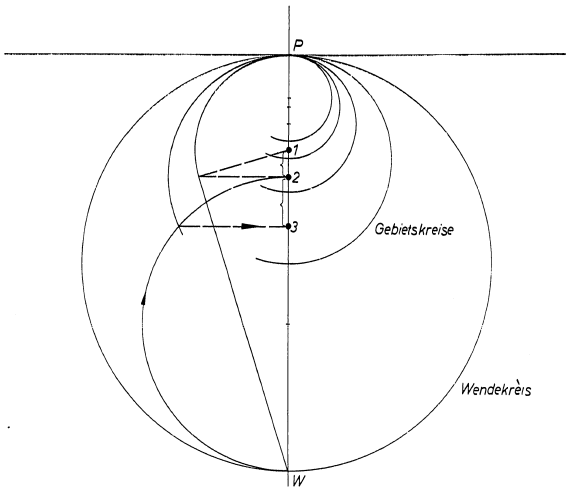


Bild 26 Harmonische Verlängerung der Entfernung der zugeordneten Punkte 1 und 2 in Richtung der oberen Halbebene (vom Pol P weg)

harmonische Mittel zu ϱ_1 und ϱ_3. Die Addition der zwei Gleichungen ergibt

$$\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_3} = \frac{1}{d_w/2},$$

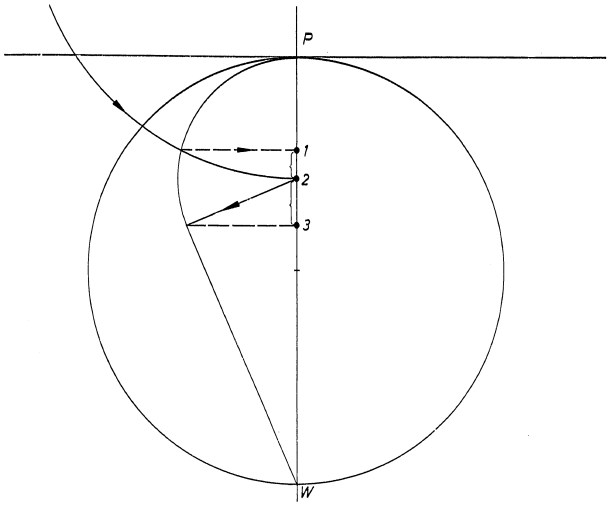
d. h., konstruiert man zu 1 und 3 als zugeordneten Punkten den Wendekreis, so ist er halb so groß wie der zu 1, 2 und 2, 3 gehörige. Will man also zu der Entfernung zugeordneter Punkte 1···3 den harmonischen Teilungspunkt 2 suchen, so konstruiert man zu 1···3 den Wendekreis Bild 22 (1 und 3 liegen auf derselben Seite der Tangente). Er ergibt sich (Bild 23), wenn die Punkte 1 und 3 auf verschiedenen Seiten der Tangente angeordnet sind.

Den vierten harmonischen Punkt erhält man dann nach Bild 24 durch Spiegelung am Inversionskreis mit dem Wendekreis $2 \cdot \frac{d_w}{2}$. Liegen die Punkte auf verschiedenen Seiten der Tangente, so erfolgt die Konstruktion in derselben Weise nach Bild 25. Bild 24 und 25 geben daher die graphische Konstruktion des vierten harmonischen Punktes auf kinematischer Grundlage wieder. Sind die Strecken 1···2 oder 2···3 gegeben, dann ergeben sich die harmonischen Verlängerungen nach Bild 26 und 27 in der einfachen bekannten Weise, wobei immer vorausgesetzt wird, daß gleichzeitig P als dritter harmonischer Punkt mitgegeben ist. Bei der Anwendung auf die Bestimmung der Krümmungskreise der Polbahnen für den Punkt P als System- und Festpunkt ergeben sich interessante Zusammenhänge durch Anwendung der Spiegelung am Inversionskreis. Bei der Bewegung eines Systempunktes A gibt es Bahnpunkte, die einen 4-punktig berührenden Krümmungsradius besitzen. Der geometrische Ort dieser Punkte ist die *Kreisungspunktkurve*. Die zugehörigen Krümmungsmittelpunkte $\mathfrak{M}$ liegen auf der *Angelpunktkurve*. Zur Zeichnung dieser beiden Kurven benötigt man die Hilfsstrecken m (auf der Tangente) und l und l_* (auf der Normalen) [4]. Damit ergeben sich von P aus abgetragen die Punkte M', L, L_*. L und L_* sind zugeordnete Punkte. Ihre Konstruktion erfolgt nach Bild 28. Man kann auch in derselben Weise nur L konstruieren und L_* als Krümmungsmittelpunkt zu L durch Spiegelung am Inversionskreis gewinnen (Bild 29) oder umgekehrt durch Konstruktion von L_* und L als Bahnpunkt zum Krümmungsmittelpunkt L_* (Bild 30).

Als zugeordnete Punkte ergeben L und L_* nach Euler-Savary die Gleichung

$$\frac{1}{l} - \frac{1}{l_*} = \frac{1}{d_w}.$$

Sind R und $\mathfrak{R}$ die Krümmungsradien von P als Punkt der bewegten Gangpolbahn c_g und der ruhenden Rastpolbahn c_r, so gelten die Gleichungen [5]



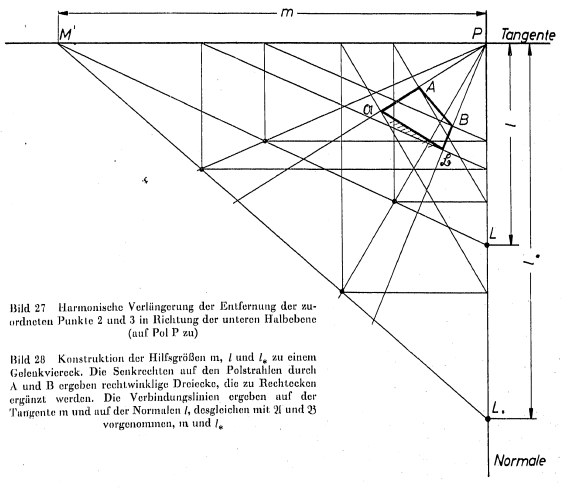


Bild 27 Harmonische Verlängerung der Entfernung der zugeordneten Punkte 2 und 3 in Richtung der unteren Halbebene (auf Pol P zu)

Bild 28 Konstruktion der Hilfsgrößen m, l und l_* zu einem Gelenkviereck. Die Senkrechten auf den Polstrahlen durch A und B ergeben rechtwinklige Dreiecke, die zu Rechtecken ergänzt werden. Die Verbindungslinien ergeben auf der Tangente m und auf der Normalen l, desgleichen mit $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ vorgenommen, m und l_*

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{l_*} + \frac{2}{l} \text{ bzw. } \frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{l} + \frac{2}{l_*}.$$

Sie lassen sich auf die Form für das harmonische Mittel bringen, wenn man l_* und l negativ macht,

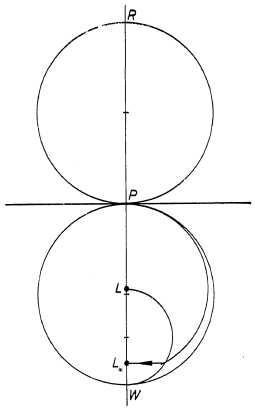


Bild 29 Konstruktion von L und L_* durch gemischte Konstruktionen

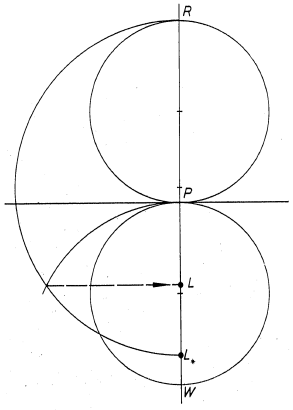


Bild 30 Konstruktion von L und L_* durch gemischte Konstruktionen

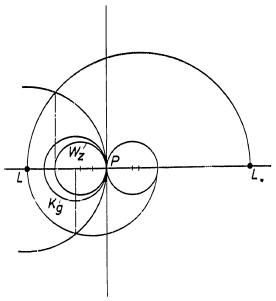


Bild 31 Konstruktion von R mit Hilfe der Spiegelung am Inversionskreis, wenn L und L_* ursprünglich auf derselben Seite der Tangente liegen

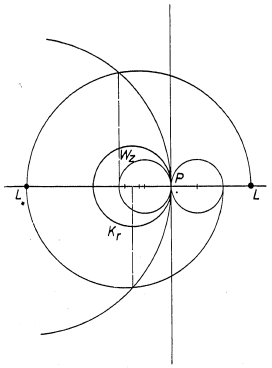


Bild 32 Konstruktion von $\mathfrak{R}$ mit Hilfe der Spiegelung am Inversionskreis, wenn L und L_* ursprünglich auf derselben Seite der Tangente liegen

geometrisch also auf die andere Seite der Tangente bringt.

Man erhält hierdurch

$$\frac{2}{l} = \frac{1}{R} + \frac{1}{l_*} \text{ bzw. } \frac{2}{l_*} = \frac{1}{\mathfrak{R}} + \frac{1}{l}.$$

Es ist also zur Konstruktion von R und $\mathfrak{R}$ die Konstruktion für das harmonische Mittel heranzuziehen. Es ist hierbei praktisch, zum Vergleich die Reihenfolge der Punkte 1, 2 und 3 unter die Formel zu schreiben. l und l_* sind die harmonischen Mittel.

Bestimmt man zu beiden Gleichungen rückwärts die Gleichungen, die durch Gleichsetzen auf obige Gleichungen führen, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{R} - \frac{1}{l} &= \frac{1}{d_z} \\ \frac{1}{l} - \frac{1}{l_*} &= \frac{1}{d_z} \end{aligned}\right\}$$

bzw.

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\mathfrak{R}} - \frac{1}{l_*} &= \frac{1}{d_z} \\ \frac{1}{l_*} - \frac{1}{l} &= \frac{1}{d_z} \end{aligned}\right\}.$$

Hierbei ist d_z Durchmesser eines Wendekreises W_z, der durch die Umkehrung des Vorzeichens von l_* und l entsteht und mit dem eigentlichen Wendekreisdurchmesser nichts zu tun hat. Er ist eine reine Konstruktionsgröße. Die Krümmungsradien gewinnt man dann in einfacher Weise, indem man L und L_* als Krümmungsmittelpunkte ansieht und R und $\mathfrak{R}$ durch kinematische Umkehr gewinnt (Bild 31 und 32). In Bild 33 ist die Konstruktion der Krümmungskreise zum Vergleich nach *Beyer* [6] durchgeführt, wobei die harmonische Beziehung durch die Polareigenschaften am Kreis mit Pol und Antipol hergestellt wird.

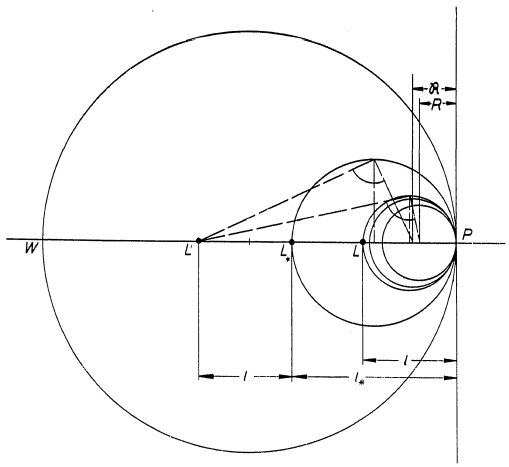


Bild 33 Konstruktion von R und $\mathfrak{R}$ mit Hilfe der Polareigenschaften am Kreis, Pol und Antipol

Literaturhinweise

[1] Siehe z. B.: *Wicke*, Konforme Abbildungen, Mathematisch-Physikalische Bibliothek Teubner, Leipzig und Berlin 73. (1927), ferner: *Knopp*, Elemente der Funktionentheorie, Sammlung Göschen. Walter de Gruyter & Co., Berlin und Leipzig **1109** (1937).

[2] *Meyer zur Capellen*, Nomogramme zur Euler-Savuryschen Formel. Getriebetechnik. Reuleaux-Mitteilungen **9** (1941) S. 489···492.

[3] *Rauh*, Praktische Getriebelehre. Springer-Verlag, 2. Aufl. 1 (1951), S. 72.

[4] z. B. nach *Beyer*, Kinematische Getriebesynthese. Springer-Verlag, Berlin 1953, S. 124.

[5] z. B. *Beyer* a. a. O. S. 130.

[6] z. B. *Beyer* a. a. O. S. 132.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

II. Fakultät für Starkstromtechnik
Institut für Hochspannungstechnik, Direktor Prof. Dr. phil. nat. H. Stamm / Publ. Nr. 1
Als Manuskript gedruckt! DK 621. 315. 61
Eingang: 23. 11. 1954

Elektrische Isolierstoffe in Hochspannungsapparaten

Von Prof. Dr. phil. nat. H. Stamm

Übersicht: Betrachtungen über den Fortschritt im Bau von Hochspannungsapparaten werden immer eng mit der Entwicklung auf dem Gebiete der elektrischen Isolierstoffe verbunden sein. Den Konstrukteuren der Apparate stehen heute Isolierstoffe in mannigfacher Auswahl zur Verfügung. Es wird daher der Versuch gemacht, über die hauptsächlichsten elektrischen Isolierstoffe eine Übersicht zu geben.

1. Einleitung

Auf dem Gebiete der Isolierstoffe und der Isolierstofftechnik sind Wissenschaft und Technik besonders eng verbunden. Gerade in der Elektrotechnik ist jeder Fortschritt eng verknüpft mit neuen und besseren Eigenschaften der Isolierstoffe. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten, entweder eine zweckmäßigere Gestaltung und Anwendung der Isolierstoffe oder das Beschreiten grundsätzlich neuer Wege in der Herstellung von Isolierstoffen.

Jeder Fortschritt in der Konstruktion und im Bau von elektrischen Apparaten beabsichtigt letzten Endes eine Verbesserung der elektrischen Eigenschaften der Geräte. Daraus resultieren die Anforderungen, die grundsätzlich an die verwendeten Isolierstoffe gestellt werden müssen. Alle elektrischen Isolierstoffe sind mechanischen, thermischen und elektrischen Beanspruchungen, in manchen Fällen auch chemischen bzw. elektrolytischen Angriffen ausgesetzt. Sieht man von wenigen Sonderfällen ab, so ist kein Isolierstoff allein in der Lage, die an ihn gestellten Forderungen zu erfüllen. Man wird in der Mehrzahl der Fälle bestimmte Kombinationen aus Isolierstoffen verwenden müssen. Die Wahl jeweils einer Kombination aus bestimmten Isolierstoffen hängt wesentlich davon ab, wie man die einzelnen Beanspruchungen einschätzt, bzw. welche Intensität die Beanspruchungen im gegebenen Falle haben. Dabei ist in Anbetracht der vielen heute zur Verfügung stehenden Isolierstoffe die Zahl der möglichen Kombinationen so groß, daß bei der Anordnung und Bemessung der Isolierung sowohl eingehende Kenntnisse der physikalischen und elektrischen Eigenschaften der Isolierstoffe selbstverständliche Voraussetzung sind, als auch bei dem Konstrukteur die Fähigkeit vorhanden sein muß, in jedem Falle das Zusammenwirken der einzelnen Faktoren zu übersehen und die beste Lösung herauszufinden.

Durch die große Zahl der Isolierstoffe, vor allem der neuentwickelten, stellen sich dem Konstrukteur große Schwierigkeiten bei der Bemessung der Isolierwege und bei der Auswahl der richtigen Isolierstoffe in den Weg. Es muß deshalb der Versuch gemacht werden, die Menge der im Schrifttum veröffentlichten Daten über die vorhandenen Isolierstoffe zusammenzufassen und über ihre Anwendungsmöglichkeiten konkrete Unterlagen aufzustellen. Desgleichen muß eine Fehlerstatistik über Schäden an elektrischen Apparaten geführt werden, damit im Sinne einer Großzahlforschung erfaßt werden kann, welchen betrieblichen Beanspruchungen die verwendeten Isolierstoffe und Isolationsanordnungen gewachsen sind. Hand in Hand müssen natürlich laufend eingehende Untersuchungen über physikalische und elektrische Eigenschaften der verschiedensten Isolierstoffe gehen. Das ist eine Aufgabe, die sich das Institut für Hochspannungstechnik der Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau vorzugsweise gestellt hat, um den Anforderungen der Praxis Rechnung zu tragen. Aus einer 1941 in Amerika erschienenen Statistik über 3439 Ausfälle an elektrischen Maschinen und Geräten geht hervor, daß 84,4% aller Schadensfälle auf das Versagen der Isolation zurückzuführen sind [1]. Bei Spannungen bis etwa 30 kV werden die mechanische Festigkeit und die Wärmebeständigkeit der verwendeten Isolierstoffe ausschlaggebend sein. Es ist dabei anzunehmen, daß die elektrischen Eigenschaften den Beanspruchungen genügen. Vorausgesetzt muß natürlich werden, daß die Herstellung und Verarbeitung der Isolierstoffe ordnungsgemäß durchgeführt wird und daß die Isolierung konstruktiv richtig ausgeführt ist. Auch bei niedrigeren Spannungen kann mangelnde Sorgfalt in dieser Hinsicht sehr schwerwiegende Folgen haben.

Wie bereits erwähnt, sind die elektrischen Isolierstoffe großen Beanspruchungen ausgesetzt und müssen diesen standhalten. Diesen Anforderungen versuchen Chemiker und Physiker durch die Entwicklung und Bereitstellung immer neuer Isolierstoffe mit verbesserten Eigenschaften zu entsprechen. Zur Zeit ist noch nicht endgültig geklärt, welchen Einfluß die chemische Zusammensetzung auf die elektrische Festigkeit hat. Für uns sind die physikalischen Eigenschaften der Stoffe maßgebend, denn dadurch werden die elektrischen Daten bestimmt. Wenn es der Technik gelingt, ganz einwandfreie Isolierstoffe herzustellen ohne Verunreinigungen und ohne Lufteinschlüsse, dann kann man darangehen, den unmittelbaren Einfluß der chemischen Zusammensetzung zu studieren [2]. Es gibt eine ganze Reihe von Isolierstoffen, bei denen es möglich sein müßte, auf rein chemischem Wege die elektrische Festigkeit beliebig zu beeinflussen. Die Forschung versucht bereits diese Probleme zu lösen und den Molekülaufbau zu ergründen, der für die Isoliereigenschaften der Stoffe maßgebend ist. Auf dem Gebiete der Kriechwegfestigkeit hat die Oberflächenchemie durch derartige molekulartheoretische Forschungsarbeiten bereits Bedeutendes geleistet. Im folgenden soll nun versucht werden, eine kurze Zusammenfassung der Ansichten über den elektrischen Durchschlag von Isolierstoffen zu geben, soweit dies in Anbetracht vieler noch offener Fragen möglich ist.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

2. Der elektrische Durchschlag von Isolierstoffen

Über die Vorgänge beim elektrischen Durchschlag liegen eine große Menge von Einzeluntersuchungen vor, die fast durchweg auf spezielle technische Bedürfnisse zugeschnitten sind. Sie sind daher größtenteils zum Nachweis von Gesetzmäßigkeiten wenig geeignet. Bei den durchgeführten Untersuchungen überwiegt die technische Bedeutung, weshalb letzten Endes eine Rückwirkung auf die physikalische Grundlagenforschung in den meisten Fällen unterblieb. Es interessierte in diesem Zusammenhang nur die Beantwortung der Frage, welche elektrische Spannung ein Isolierstoff aushält, bis ein Durchschlag erfolgt. Es war dabei vollkommen gleichgültig, ob der zugrunde liegende physikalische Vorgang einfach oder kompliziert war.

Bei den Untersuchungen über den Durchschlagsmechanismus fester Isolierstoffe durch angelegte elektrische Felder unterscheiden wir heute *zwei* Durchschlagsarten. Das Verdienst, als erste darauf hingewiesen zu haben, daß die Temperatur und die Dauer der Belastung für die Höhe der Durchbruchsfeldstärke maßgebend sind, gebührt *Inge*, *Semenoff* und *Walther* [3]. Die beiden Durchschlagsarten sind der *Wärmedurchschlag* und der *Felddurchschlag*.

Der *Wärmedurchschlag* ist besonders von *K. W. Wagner* untersucht worden [4, 5]. Nach *K. W. Wagner* ist der Durchschlag die Folge eines labilen Zustandes des thermisch-elektrischen Gleichgewichtes. Liegt an einem Isolierstoff eine weit unterhalb der Durchschlagsspannung liegende Spannung an, so wird die erzeugte Wärmemenge ohne Temperaturerhöhung abgeführt. Steigt jedoch die Spannung an, dann nimmt die erzeugte Wärmemenge mit dem Quadrat der Spannung zu. Es wird dann ein Zustand erreicht, bei dem die erzeugte Wärmemenge größer wird als die abgeführte, und die betreffende Stelle im Isoliermaterial wird so heiß, daß der Durchschlag erfolgt. Nach der Theorie von *K. W. Wagner* reicht die bei der Untersuchungstemperatur vorhandene Ladungsträgerkonzentration aus, damit der untersuchte Isolierstoff durch den bei dem angelegten Feld fließenden Strom erwärmt wird. Durch diese Erwärmung tritt eine weitere Vergrößerung der Ladungsträgerkonzentration als Folge thermischer Anregung ein. Das hat eine Steigerung der Leitfähigkeit zur Folge, was wiederum zu einem Stromanstieg führt. Der Vorgang schaukelt sich auf und letzten Endes bildet sich ein Durchschlag mit dem typischen Durchschlagskanal aus.

Die andere Art des Durchschlages ist der *Felddurchschlag*, mit dessen theoretischer Klärung sich vorwiegend *Franz* [6], *v. Hippel* [7], *Zener* [8], *Fröhlich* [9], *Callen* [10] und *Seitz* [11] beschäftigten. An sich müßte es nach der *Wagner*schen Theorie möglich sein, den Wärmedurchschlag durch die Anwendung tiefer Temperaturen auszuschalten. Der Wärmedurchschlag kann dann nicht eintreten, da bei tiefen Temperaturen die elektrische Leitfähigkeit nicht ausreicht, als daß sich die Wärmeentwicklung durch den Strom bemerkbar machen könnte. Es zeigt sich aber nun, daß es Stoffe gibt, bei denen die Durchbruchsfeldstärke nur ganz schwach von der Temperatur abhängt oder unter Umständen mit steigender Temperatur größer wird. In solchen Fällen spricht man vom Felddurchschlag.

Wir sind heute in den Erkenntnissen des elektrischen Durchschlages so weit gediehen, daß wir die ursprünglichen Vorstellungen über den Durchschlagsmechanismus als überholt betrachten können. Nach der *mechanischen Theorie* sollte z. B. bei Kristallen das mechanische Zerreißen des Kristallgefüges die Ursache für den Durchschlag sein. Die Feldstärken, die diesen Vorgang ermöglichen, müssen in der Größenordnung der Bindungskräfte des Gitters liegen. Da diese einige Volt/Atomabstand betragen, muß die Feldstärke Werte annehmen von ca. 10^8 V/cm. Die tatsächlich beobachteten Feldstärken betrugen etwa 10^6 V/cm. *Rogowski* erklärte diesen Unterschied durch Fehler im Kristallbau. Danach sollten die Ionen im Kristallinnern Spalten durchfliegen und dabei so viel Energie gewinnen, daß weitere Ionen aus dem Gitterverband gelöst werden können [12]. Würde diese Annahme zutreffen, dann dürften keine reproduzierbaren Werte der Durchschlagsfeldstärken am gleichen Material auftreten. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen sprechen jedoch eindeutig gegen diese Theorie.

Joffé hat die beim Durchschlag auftretenden Erscheinungen mit der *Stoßionisationstheorie* erklärt [13]. Hierbei wird angenommen, daß die in einem Isolator stets frei beweglich vorhandenen *Ionen* bei genügend hoher Feldstärke derart beschleunigt werden, daß sie weitere im Gitter gebundene Ionen auslösen, wodurch letzten Endes eine Ionenlawine entsteht, die zum Durchschlag führt. Derartige Vorstellungen sind vom Durchschlag der Gase bekannt. Sie sind nicht ohne weiteres auf die Vorgänge bei festen Stoffen zu übertragen. Nach der Stoßionisationstheorie müßte ebenso wie bei der mechanischen Theorie die Durchschlagsfeldstärke etwa 10^8 V/cm betragen. Dieser Wert resultiert aus der Überlegung, daß die zur Ionisation benötigte Energie einige Volt beträgt, was bei einer freien Weglänge der Ionen in der Größenordnung von einigen 10^{-8} cm den vorerwähnten Wert ergibt.

Debye geht grundsätzlich von anderen Betrachtungen aus. Diese zieht er zur Erklärung der dielektrischen Verluste und des Verlaufes der Dielektrizitätskonstanten als Funktion der Temperatur und Frequenz heran. *Debye* stellte die Hypothese auf, daß es Moleküle gibt, die ein dauerndes elektrisches Moment besitzen im Gegensatz zu solchen Molekülen, in denen das elektrische Moment erst durch ein angelegtes elektrisches Feld hervorgerufen wird. Man nennt solche Moleküle *polare Moleküle* [14], und nach *Debye* befinden diese sich in idealer Unordnung. An einem solchen Dielektrikum tritt die Tatsache, daß polare Moleküle vorhanden sind, wenn kein Feld angelegt ist, nicht in Erscheinung. Bei Vorhandensein eines Feldes stellen sich diese Moleküle in Feldrichtung ein. Daraus resultiert eine zusätzliche Polarisation, die sich in einer Zunahme der Dielektrizitätskonstanten des Dielektrikums bemerkbar macht. *Debye* hat weiterhin eine Größenberechnung der Verluste durchgeführt, wie sie sich infolge der Bewegung der Dipolmoleküle ergeben. Die *Debye*schen Annahmen, aus denen man einige wertvolle Beziehungen über die genannten Zusammenhänge ableiten kann, sind experimentell teils bestätigt, teils widerlegt worden. Ein abschließendes Urteil kann heute noch nicht gegeben werden. Um endgültige Klarheit zu gewinnen, müssen noch viele Versuche mit peinlich exakten Versuchsbedingungen durchgeführt werden, damit störende Nebeneinflüsse weitgehendst ausgeschlossen werden.

Aus dem Versagen der beiden erstgenannten Theorien schloß man, daß die Träger des elektrischen Durchschlages überhaupt keine Ionen, sondern *Elektronen* sind. Geht man von dieser Annahme aus und berücksichtigt die größere Beweglichkeit der Elektronen im Gitter, nämlich ihre gegenüber den Ionen etwa hundertmal größere freie Weglänge, dann kann man die sich ergebenden Werte der Durchschlagsfeldstärke von etwa 10^6 V/cm verstehen. Diesen Hinweis gab zuerst *v. Hippel*. Er führte den Durchschlag auf eine *Elektronenstoßionisation* zurück. Auch der nach diesen Erklärungen aufgebaute Mechanismus des Durchschlages ist noch nicht mit Sicherheit geklärt. Es ist allerdings durch ein Experiment, das *v. Hippel* durchführte, erwiesen, daß bei einem Durchschlag freie Elektronen auftreten [15].

Man neigt heute immer mehr der Ansicht zu, daß der Vorgang des Durchschlagsmechanismus von Elektronen getragen wird. Bei den Erklärungen über die Theorie der Stoßionisation durch Elektronen war nicht geklärt, woher die Primärelektronen kommen, die den Vorgang zur Auslösung bringen. Es sind lediglich die Bedingungen untersucht worden, die es ermöglichen, daß die Elektronenenergie auf Werte anwächst, die für die Anregung weiterer Elektronen genügen. Man müßte das Auftreten von Elektronen im Leitungsband mit viel höheren Geschwindigkeiten erklären können, als der Geschwindigkeit der Elektronen im thermischen Gleichgewicht mit dem Gitter entspricht. In einer neueren Arbeit hat *Fröhlich* auf die Möglichkeit hingewiesen, daß durch die große Wechselwirkung der Elektronen untereinander sich eine Temperatur der Elektronen ausbilden kann, die die Werte der Gittertemperatur übersteigt, wenn eine hohe Feldstärke angelegt wird [16].

Zener gab eine von der Elektronenionisationstheorie abweichende Erklärung [8]. Seiner Auffassung liegen folgende Gedanken zugrunde. Zur Auslösung eines Elektrons aus dem gebundenen Zustand ist eine Energie von einigen Volt erforderlich. Diese Energie muß nicht durch Stoßionisation von einem Elektron übertragen werden, sondern kann direkt aus dem Feld aufgenommen werden. Die dazu notwendige Elektronenbewegung im Feld, die in der Größenordnung von etwa 10^{-6} cm liegt, ist zu erklären durch den wellenmechanischen „Tunneleffekt". Dieser Effekt tritt bei Feldstärken in der Größenordnung von 10^6 V/cm auf und bewirkt, daß ein kleiner Bruchteil von Elektronen einige hundert Atomabstände aus der Bindung, in der der Hauptteil der Elektronenwelle durch Totalreflexion gehalten ist, in das Gebiet eindringt, in dem die Elektronen frei beweglich sind. Dadurch entsteht innerhalb kürzester Zeit, etwa 10^{-12} sec, eine Anzahl von Leitungselektronen, die zum elektrischen Durchschlag führen. Der Name „*Feldemissionstheorie*" ist deshalb gewählt, weil der ganze Vorgang in einer Feldemission aus dem gebundenen in den freien Zustand besteht. Zu beachten ist, daß es sich hierbei um einen *inneren* Feldemissionsvorgang handelt.

Von anderen Voraussetzungen geht *Böning* aus [17]. Seiner Ansicht nach müssen alle Isolierstoffe, unabhängig von ihrem chemisch-molekularen Aufbau, etwas Gemeinsames aufweisen. Die von ihm vertretene Theorie knüpft an die Ergebnisse der Kolloidforschung an. Ausgehend von der Diaphragma-Natur der Isolierstoffe, was durch elektroosmotische Versuche nachgewiesen wird, können die beim elektrischen Durchschlag auftretenden Phänomene durch das Vorhandensein von Gleit- und Haftionen erklärt werden. Aus den experimentellen Untersuchungen von *Böning* lassen sich verschiedene Eigentümlichkeiten im Verhalten der Isolierstoffe unter elektrischen Beanspruchungen deuten. Die Erscheinung, daß ein Isolierstoff z. B. bei kurzzeitiger Beanspruchung eine höhere Durchschlagsspannung aushält, wird dadurch erklärt, daß der Durchschlagsvorgang identifiziert wird mit dem Abreißen der Haftionen, wenn die Kräfte des elektrischen Feldes die Adsorptionskräfte übersteigen. Auch die Fragen, weshalb die Durchschlagsspannung nicht proportional der Dicke des Stoffes ist, und weshalb die Durchschlagsspannung bei Wechselspannung bedeutend niedriger ist als bei Gleichspannung, finden durch die *Diaphragma-Theorie* eine, wie es scheint, befriedigende Lösung. Weiterhin beschäftigt sich diese Theorie mit dem Fragenkomplex der Abhängigkeit der Durchschlagsspannung vom Leitwert und den dielektrischen Verlusten im Isolierstoff.

Die erstgenannten Effekte, der Wärme- und der Felddurchschlag, unterscheiden sich in wesentlichen Dingen, so durch die Temperaturabhängigkeit, die Zeitkonstante und das Aussehen des Durchschlagskanals. Während die Theorie des Wärmedurchschlages sich durch ihre Geschlossenheit auszeichnet, sind die bisher zum Felddurchschlag geäußerten Meinungen noch nicht geschlossen genug, um hierüber Endgültiges aussagen zu können. Bei beiden Theorien ist noch nicht geklärt die Frage nach dem eventuellen Zusammenhang zwischen dem Ablauf des Spannungsdurchbruches in beiden Fällen. Hierüber sind eingehendé Untersuchungen von *Boer*, *Kümmel* und *Rompe* durchgeführt worden [18, 19, 20]. Versucht wurde, den Übergang zwischen den beiden Effekten unter definierten Verhältnissen — wie konstanter Temperatur und Zusammensetzung des Stoffes — zu finden. Die Versuche wurden durchgeführt an photoleitenden CdS-Einkristallen. Dabei ist es möglich, durch variable Lichteinstrahlung bei konstanter Temperatur die primär verfügbare Stromträgerkonzentration zu beeinflussen. Aus den Untersuchungen ergab sich, daß ein Wärmedurchschlag immer im Bereich hoher Elektronenkonzentrationen eintrat, wobei sich der von der jeweiligen Temperatur abhängige Durchschlagspunkt mit abnehmender Konzentration der Stromträger nach höheren Feldstärken hin verschob. Unterschreitet jedoch die Stromträgerkonzentration ein gewisses Maß, dann ist keine weitere Verschiebung der Durchschlagsfeldstärke mehr festzustellen. In diesem Stadium beginnt der Bereich des Felddurchschlages. Die Autoren trennen den elektrischen Durchschlag in zwei Prozesse, den Anregungs- und den Zerstörungsprozeß. Als Wesentlichstes ist aus den Untersuchungen zu entnehmen, daß es gelungen ist nachzuweisen, daß es zweifellos möglich ist, Elektronen aus Haftstellen durch das Anlegen hoher Felder anzuregen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Untersuchungen sind noch nicht abgeschlossen. Sie zeigen jedoch den Weg, der gegangen werden muß, um weitere Klarheit in die noch offenen Fragen zu bringen.

Zur Zeit ist es so, daß eine klare Entscheidung, welche Auffassung die richtige ist, noch nicht getroffen werden kann. Dafür ist es notwendig, sehr zuverlässige Messungen durchzuführen ohne irgendwelche Störeinflüsse, was bis jetzt allerdings noch nicht einwandfrei gelungen ist. Bei einer ganzen Reihe von Stoffen ist der Durchschlag als Folge innerer Feldemissionen wahrscheinlich. Bei allen Stoffen tritt eine Abnahme der Isolationsfestigkeit mit steigender Temperatur auf. Hierfür liegen bis jetzt nur einige qualitative Erklärungsversuche vor, denn an sich widerspricht dieses Verhalten der Isolierstoffe allen Theorien.

Wir verwenden heute in der Elektrotechnik vorwiegend organische Isolierstoffe. Diese befinden sich durchaus nicht in einem stabilen Gleichgewichtszustand. Es finden, wenn sich auch über Jahre erstreckend, dauernd Oxydations-, Polymerisations- und Zersetzungsvorgänge statt. Diese genannten Vorgänge werden durch höhere Temperaturen außerordentlich beschleunigt. Eine Möglichkeit zur eingehenden Untersuchung dieser sogenannten Alterungserscheinungen im Laboratorium ist bestimmt sehr lohnend. Das Ergebnis wird eine sichere Voraussage sein über die Lebensdauer von Isolierstoffen bei den Temperaturen, denen sie im Betrieb ausgesetzt sind. Man nimmt an, daß ein Isolierstoff, der bei bestimmten Temperaturverhältnissen eine bestimmte Lebensdauer hat, nur halb solange hält, wenn die Betriebstemperatur um 10 ... 12° C erhöht wird.

Neuerdings sind eingehende Untersuchungen über die Wärmebeständigkeit von Isolierstoffen von *Ehlers* durchgeführt worden [21]. Hierbei ist im Gegensatz zu den meist üblichen Untersuchungsverfahren mit dem Zweck, die Zeit zu bestimmen, in der ein Isolierstoff bei einer bestimmten Temperatur noch verwendungsfähig ist, ein Verfahren durchgeführt worden, um die Temperatur festzulegen, bei der ein Isolierstoff nach Ablauf einer bestimmten Beanspruchungszeit noch verwendbar ist. Mit anderen Worten, es ist die Frage gestellt worden nach der *Dauerwärmebeständigkeit* eines Isolierstoffes. Dabei ist hierunter nicht der Zeitraum von einigen hundert Stunden, sondern von einigen Jahren fortgesetzter Belastung mit Spitzentemperaturen zu verstehen. Das vom Verfasser angewendete Prüfverfahren erfaßt die Primärvorgänge bei der Alterung durch Bestimmung der Gewichtsänderungen der geglühten Isolierstoffe. Es ist bekannt, daß die unter bestimmten thermischen Bedingungen auftretende Gewichtsänderung ein Anzeichen erfolgter chemischer Umsetzungen ist. Diese chemischen Zustandsänderungen werden sich auch in der Änderung der mechanischen und dielektrischen Eigenschaften bemerkbar machen. Der Hauptversuch wurde mit 80 verschiedenen Isolierstoffen durchgeführt und erstreckte sich über insgesamt 90 Tage. Dabei sind Messungen nach 3, 30, 60 und 90 Tagen durchgeführt worden. Auch aus diesen Messungen ergibt sich unter anderem, daß die Halbwertszeit der Lebensdauer eintritt, sofern die Stoffe in Temperaturbereichen verwendet werden, die im Mittel 10 ... 12° C über der normalen Betriebstemperatur liegen. Aus den sich für 3 ... 90tägige Erwärmung ergebenden zulässigen Grenztemperaturen kann auf die kritische Zersetzungstemperatur bei Langzeitbeanspruchung geschlossen werden. Es ergibt sich ganz allgemein, daß, abgesehen von Fluorkohlenstoffen und Silikonen, kaum Stoffe auf organischer Basis vorhanden sind, deren kritische Zersetzungstemperatur über 120° C liegt.

In der Hochspannungstechnik wird allgemein angenommen, daß eine Abnahme der Isolationsfestigkeit hervorgerufen wird durch die Einwirkung von äußeren Entladungen und Glimmererscheinungen. Dabei kann das Glimmen auch durch Lufteinschlüsse innerhalb des Isolierstoffes verursacht werden. Die Erklärung hierfür ist folgende: Durch die Entladungen wird das Material chemisch angegriffen, was eine Verschlechterung der Isolationsfestigkeit zur Folge hat. Unabhängig davon treten örtlich mikroskopische Zerstörungen auf, die letzten Endes zum Durchschlag führen. Trotzdem wird der eigentliche Durchschlag durch örtliche Einwirkungen ausgelöst, unabhängig von der allmählichen Veränderung der dielektrischen Verluste und der chemischen Veränderungen. Der Durchschlag tritt nach *Thomas* zu einem Zeitpunkt auf, der nicht durch die eintretenden mikroskopischen Veränderungen bedingt ist [22]. Im allgemeinen kann man eine gute Übereinstimmung zwischen Lebensdauer der Isolation und der Spannung, bei der der Glimmeinsatz erfolgt, feststellen.

Sehr wichtig ist es auch, auf die Isolationsschäden hinzuweisen, die durch die Ausbildung von Kriechwegen verursacht werden. Unter der Ausbildung von Kriechwegen versteht man die Entstehung elektrisch leitender Wege an der Oberfläche von festen Isolierstoffen, die durch die gemeinsame Einwirkung der Tangentialkomponente des elektrischen Feldes und der durch äußere Einflüsse bedingten Verschlechterung des elektrischen Widerstandes verursacht werden.

Man beginnt jetzt, sich mit verschiedenen Verfahren zum Vergleichen des Widerstandes der Isolierstoffe gegen die Bildung von Kriechwegen zu beschäftigen. Man kann die Verfahren in zwei Gruppen aufteilen, je nachdem, ob zur Beschleunigung der Zerstörungen an der Oberfläche elektrische Entladungen oder Lichtbögen auf die Oberfläche einwirken, oder ob die Oberflächen mit einer Schicht aus Wasser bzw. wäßriger Salzlösung bedeckt und gleichzeitig einem tangentialen elektrischen Feld ausgesetzt werden. Bis jetzt hat sich jedoch keine dieser Untersuchungsmethoden voll bewährt.

Nach dieser Übersicht über den Stand der theoretischen Betrachtungen über den Durchschlagsmechanismus sollen nachfolgend einige der wichtigsten Isolierstoffe für den Hochspannungsapparatebau kritisch untersucht werden.

3. Feste Isolierstoffe

Der Einsatz fester Isolierstoffe erfolgt überall da, wo spannungsführende Teile mechanisch festgelegt werden müssen. Man muß hierzu feste Isolierstoffe verwenden, trotzdem sie einige Vorteile der flüssigen und gasförmigen Isolierstoffe nicht aufweisen. Hierzu gehört besonders die Selbstheilung nach Durchschlägen. Weiterhin wirken flüssige und gasförmige Isolierstoffe als Kühlmittel und haben größtenteils wesentlich geringere dielektrische Verluste.

3.1 *Keramische Isolierstoffe*

Keramische Isolierstoffe werden seit langen Jahren in der Elektrotechnik verwendet und haben sich entsprechend dem möglichen Verwendungszweck gut bewährt. Die Entwicklung auf diesem Gebiet ist längst noch nicht abgeschlossen. Es werden vielmehr beständig Versuche unternommen, das Anwendungsgebiet zu vergrößern.

Das in der Elektrotechnik verwendete Porzellan besteht hauptsächlich aus: 50% Kaolin, 25% Quarz, 25% Feldspat. Im übrigen gehören in das Gebiet der keramischen Isolierstoffe außerdem noch Steatite, Steinzeuge, Gläser und Quarzglas. Die kennzeichnenden Eigenschaften sind: Wetterbeständigkeit, sehr hohe mechanische Wärmefestigkeit bis etwa 1400° C, Beständigkeit gegen Feuchtigkeitseinflüsse, gute mechanische Eigenschaften, wobei allerdings auf eine gewisse Sprödigkeit und Schlagempfindlichkeit bei der Verwendung Rücksicht zu nehmen ist, sowie Unempfindlichkeit gegen chemische Einflüsse und eine Anpassung an gewünschte Formen, wie z. B. bei Hochspannungsdurchführungen und Querlochporzellankörpern. Die dielektrischen Eigenschaften bei Niederfrequenz und Hochspannung sind sehr gut. Bei Hochfrequenz lassen allerdings bei Porzellan die Isoliereigenschaften stark nach. Hier setzt das Gebiet der keramischen Sondermassen ein. Eins ist jedoch bei der Verwendung von Porzellan zu beachten, nämlich, daß die elektrische Festigkeit bei Temperaturen von über 100° C stark abnimmt. Der Verlustwinkel und die Dielektrizitätskonstante wachsen mit der Temperatur rasch an. Es tritt also unter Umständen sehr schnell ein Wärmedurchschlag ein.

Interessant ist noch das Gebiet der *Hochtemperaturkeramik*. Normalerweise sind die für hohe Temperaturen bestimmten Keramiksorten porös, da sie durch Mischen von Steatit und Ton hergestellt werden. Man bemüht sich zur Zeit um die Herstellung von Cordierit ($5\,SiO_2 \cdot 2\,Al_2O_3 \cdot 2\,MgO$), einem Mineral mit sehr kleinem Ausdehnungskoeffizienten. Aber auch dieser Stoff wird porös sein und damit hygroskopisch. Es werden daher die Versuche fortgesetzt, dichte Produkte zu erzeugen. Man schätzt durch Zusatz von Lithiumkarbonat eine Qualität mit negativem Ausdehnungskoeffizienten herstellen zu können. Diese Entwicklung steht allerdings erst am Anfang, und man darf in der nächsten Zeit auf diesem Gebiet noch wesentliche Verbesserungen erwarten.

3.2 *Papiere und Hartpapiere*

Papier ist im Hochspannungsapparatebau als Isolationsmittel nicht wegzudenken. Es wird meist nicht allein, sondern derart imprägniert verwendet, daß die Luftzwischenräume zwischen den Fasern im Falle des Hartpapieres durch feste, im übrigen durch flüssige Stoffe ausgefüllt werden. Wegen seiner hygroskopischen Eigenschaften ist es nicht ratsam, Papier ohne Imprägnierung zu verwenden, es sei denn, es wird in einem anderen flüssigen Dielektrikum untergebracht. Papier, imprägniert mit Mineralöl, gehört in der Hochspannungstechnik zu den besten, zuverlässigsten und auch meist verwendeten Isolationsanordnungen. Die Durchschlags- und Stoßspannungsfestigkeit auch bei dickeren Schichten ist außerordentlich hoch und beträgt bei 50periodischer Wechselspannung ca. 400 kV eff/cm und ca. 850 kV/cm bei Stoßspannung mit der Wellenform 1/50. Die Grenztemperatur beträgt etwa 100° C. Eins ist bei der Verwendung von Papier zu beachten. Isolierpapier, das vor der Tränkung mit Öl nicht sorgfältig evakuiert ist, dem also vor dem Imprägnierungsprozeß nicht die enthaltene Feuchtigkeit entzogen ist, gibt diese auch bei dem Kochprozeß im Vakuum nicht ab. Derartige schlecht behandelte Isolierungen sind schon oft die Ursache von Spannungsüberschlägen in Apparaten gewesen.

Eine gegenüber dem üblichen Isolierpapier wesentlich geringere Feuchtigkeitsaufnahme hat das sogenannte *Isocel*. Das ist ein Papier, dessen Zellulose verhältnismäßig stark mit Essigsäure gebunden ist. Durch die geringere Feuchtigkeitsaufnahme sind bei dem Isocel die elektrischen Verluste wesentlich geringer als bei dem normalen Papier. Seine Durchschlagsfestigkeit ist allerdings etwas geringer.

Beim Papier führen, ebenso wie bei anderen elektrischen Isolierstoffen, die dielektrischen Verluste zu einer für sich allein betrachtet nur geringfügigen, aber in ihrer Auswirkung doch sehr bedeutungsvollen Erwärmung des Dielektrikums. Die dielektrischen Verluste nehmen mit der Temperatur zu, und demzufolge ist die Erwärmung um so größer, je höher das Temperaturniveau ist. Ist die Wärmeabfuhr zu gering, dann steigert sich aus den genannten Gründen die Temperatur bis zur Verkohlung des Materials, was dann einen Spannungsdurchbruch zur Folge hat. Diese Erscheinung tritt bei einer bestimmten Grenzspannung, der sogenannten Kippspannung, auf. Ist die Güte des Isoliermaterials bekannt, so ist die Kippspannung eine Konstante. *Berger* hat exakt nachgewiesen, daß bei einer quadratischen Abhängigkeit der dielektrischen Verluste von der Spannung jede Vergrößerung der Schichtdicke durch eine verschlechterte Wärmeabfuhr ausgeglichen wird. Das hat zur Folge, daß der Dauerwert der Durchschlagsspannung durch die Verwendung dickeren Materials nicht erhöht werden kann [23]. Es ist einleuchtend, daß die Kippspannung von der Größe der dielektrischen Verluste und damit vom Verlustwinkel $\operatorname{tg}\delta$ bei der Ausgangstemperatur abhängig ist. Maßgebend ist aber das Anwachsen des $\operatorname{tg}\delta$ mit der Temperatur. Und hierbei spielt der Temperaturkoeffizient σ bei der Auswahl des Materials eine bedeutende Rolle. Der Temperaturkoeffizient σ ist hierfür der entscheidende Faktor, da er als maßgebende Materialkonstante in die Formel eingeht, die für die Bestimmung des dielektrischen Verlustwinkels in Abhängigkeit von der Temperatur mit der Übertemperatur zusammen Gültigkeit hat. Es ist:

$$\operatorname{tg}\delta_{(\vartheta)} = \operatorname{tg}\delta_0 \cdot e^{\sigma\,\vartheta}$$

Haben wir zwei Platten 1 und 2 mit einem Verlustwinkel $\operatorname{tg}\delta_1 = 0{,}003$ und $\operatorname{tg}\delta_2 = 0{,}007$ und mit einem Temperaturkoeffizienten von $\sigma_1 = 0{,}02$ und $\sigma_2 = 0{,}005$, so beträgt die Kippspannung der Platte 1 etwa 900 kV und die der zwar dielektrisch schlechteren, aber wärmemäßig wesentlich besseren Platte 2 etwa 1170 kV.

Es ist für die Verwendung in Hochspannungsapparaten sehr sinnvoll, die Ausgangsmaterialien Papier und Öl so zu wählen, daß der Verlustwinkel und der Temperaturkoeffizient ein Optimum werden. Es ist allerdings so, daß sich die Güte einer bestimmten

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Ausführung nicht nur auf Grund von Verlustwinkel und Temperaturkoeffizienten beurteilen läßt, denn außer diesen Materialkonstanten sind die konstruktiven Maßnahmen von bedeutendem Einfluß auf die Eigenschaften der Apparate. — Wir haben bis jetzt ausschließlich Öl als Imprägnierungsmittel genannt. Nun kann man natürlich in entsprechend druckfesten Behältern auch Preßluft, Stickstoff oder andere isolierende Stoffe (Flüssigkeiten) unter Druck verwenden. Versuche haben ergeben, daß die Durchschlagsfestigkeit von Papier in Preßgas bei einem Druck von 1 atü auf das Doppelte, von 10 atü auf das $2\frac{1}{2}$-fache und bei 15 atü auf das Dreifache ansteigt. Haben wir z. B. eine Isolationsanordnung mit einer Glimmstrecke, die bei Atmosphärendruck bei 30 kV zu glimmen beginnt, so ist bei etwa 3 atü jegliches Glimmen beseitigt, da die Glimmeinsatzspannung mit steigendem Druck ebenfalls steigt.

Andere Spezialisoliermaterialien sind *Samica* und *Thermalastic*. Beim Samica oder auch Mica-Papier wird nach einem von dem französischen Chemiker *Bardet* entwickelten Verfahren Glimmer zu einem papierähnlichen Gebilde auf einer Papiermaschine verarbeitet. *Bardet* hatte festgestellt, daß einige Glimmersorten nach gewissen chemischen und thermischen Behandlungen nicht, wie beabsichtigt, ein Pulver ergaben, sondern ein Isolierpapier. Als Ausgangsstoff werden heute in der fabrikationsmäßigen Herstellung Glimmerabfälle benutzt. Über die Art der Herstellung hat *de Senarclens* Näheres angegeben [24]. Durch den Zusatz von Melaminharzen wird das Glimmerblatt wasserunempfindlicher und entspricht etwa dem geleimten Papier. Man kann heute derartige Folien in Dicken von einigen Hundertsteln bis zu einigen Zehntel Millimetern herstellen. Das Papier wird zur Herstellung von Mica-Produkten verwendet.

Eines davon ist das *Samicanit*, das durch Aufeinanderstapeln vorlackierter Blätter und Pressen, ähnlich wie bei der Hartpapierherstellung, gewonnen wird. Dieser Isolierstoff ist temperaturbeständig bis 250° C.

Wenn wir den Maschinenbau betrachten, dann ist es hierbei die Nutenisolation, bei der alle Probleme der Isolationstechnik auftreten. Eine derartige Isolation muß eine große Festigkeit aufweisen in mechanischer, wärmemäßiger und dielektrischer Hinsicht. Weiterhin wird noch verlangt, daß sie homogen und maßhaltig ist und nach Möglichkeit noch eine gute Wärmeleitfähigkeit besitzt. Der Einfluß der Isolation macht sich besonders bei großen Maschinen für hohe Spannungen bemerkbar. Bei einem Generator für 10 kV werden rund 55% des Nutvolumens für die Isolation benötigt. Hat man einen Isolierstoff, bei dem man 1 mm an Isolationsstärke einsparen kann, so bedeutet das letzten Endes eine Leistungserhöhung um 20%.

Das bisherige Verfahren zur Isolierung von Stäben einer Maschine sieht zwei Varianten vor, einmal das Verfahren des Umwickelns mit Micafolium und zum anderen das kontinuierliche Verfahren des Umwickelns mit Bändern. Im ersten Falle werden die geraden Teile der Stäbe mit Micafolium umwickelt und die gebogenen Teile und die Wickelköpfe mit Micabändern. Diese Art der Isolation ist nicht ideal, da sehr oft bei dem Übergang vom geraden zum gebogenen Teil Isolationsschwierigkeiten auftreten. Bei dem zweiten Verfahren werden alle Teile über ihre ganze Länge mit Micabändern halbüberlappt gewickelt. Die Dicke der Isolationsschicht wird durch die Betriebsspannung festgelegt. Die derart isolierten Wicklungen werden unter Vakuum entgast und mit einem Asphalt-Kompound imprägniert. Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß eine vollkommen homogene Isolierung ohne Lufteinschlüsse erreicht wird. Als Bindemittel für die Micabänder wird ein auf Asphaltbasis hergestellter Lack verwendet.

Ein neuentwickelter Stoff, das sogenannte *Thermalastic*, bietet gegenüber den bisher verwendeten Micabändern erhebliche Vorteile. Die zum Verkleben des Glimmers und zur Imprägnierung verwendeten Lacke sind in Styrol gelöste Polyester, wobei das Styrol die Hauptkomponente ist. Der Glimmer wird zwischen zwei Schichten aus Glasgewebe verklebt. Diese Art der Isolierung hat den Vorteil, daß sie nicht thermoplastisch ist, wie die bisherigen Isolationen, sondern steif, aber nachgiebig bei der Betriebstemperatur.

Die Thermalastic-Isolation unterscheidet sich von den bisherigen Verfahren erheblich. Die Elastizität ist wesentlich größer, und das hat zur Folge, daß die Deformation nach der zyklischen Erwärmung und Abkühlung erheblich geringer bleibt. Sie bleibt nach 300 Wechseln in der Größenordnung von 0,5 mm. Die Wärmeausdehnung beträgt nur ein Viertel von der der Asphaltisolation, und die Zugfestigkeit ist in kaltem Zustand dreimal und in warmem Zustand dreißigmal größer. Die bei einer bestimmten Spannungsbeanspruchung resultierende Lebensdauer ist bedeutend höher.

Weiterhin kann wegen der höheren Durchschlagsfestigkeit die Isolationsstärke gegenüber der Glimmer-Asphalt-Isolation um 10% verringert werden. Das technologische Verarbeitungsverfahren ist zudem noch wesentlich einfacher. Es ist nur noch eine Imprägnierung unter Vakuum und dann unter vollkommen trockenem Stickstoff notwendig. Während des Wickelvorganges selbst ist kein Einstreichen mit Lack mehr erforderlich, und bei guter Durchführung des Vakuumprozesses ist es dadurch möglich, sämtliche Hohlräume in der Isolation zu vermeiden.

Im gleichen Ausmaß werden in der Fertigung von Hochspannungsapparaten *Hartpapiere* in Form von Platten, Rohren und Ringen verwendet. Hartpapiere werden aus Isolierpapieren in Verbindung mit Isolierlack hergestellt. Dadurch besitzen sie eine geschichtete Struktur, und die elektrische Spannungsfestigkeit ist in starkem Maße von der Richtung abhängig. Während quer zur Schichtrichtung die Durchschlagsfestigkeit bei 50periodischer Wechselspannung etwa 220 kV cm beträgt, geht dieser Wert längs der Schichtrichtung auf etwa 30 kV cm zurück. Man muß also bei dielektrisch hoch beanspruchten Teilen, die aus Hartpapier gefertigt sind, bei der Verarbeitung genau auf die Schichtrichtung achten. Hartpapier besitzt eine Reihe sehr guter Eigenschaften, die seine häufige Anwendung verständlich machen. Es hat z. B. eine sehr gute Wärmebeständigkeit, denn seine kritische Zersetzungstemperatur bei Langzeitbeanspruchung liegt bei etwa 110° C. Es verfügt fernerhin über Ölbeständigkeit und, was sehr wichtig ist, es läßt sich mit spanabhebenden Werkzeugen sehr gut bearbeiten. Beim Schneiden von Hartpapier mit der Kreissäge darf man die Schnittgeschwindigkeit nicht zu groß wählen, da sonst örtliche Überhitzungen auftreten, die Verkohlungen des Materials zur Folge haben. Diese sind dann später im Betrieb unter Spannungsbeanspruchungen die in vielen Fällen unerklärliche Ursache von Kriechwegen.

Gut imprägniertes Hartpapier bietet so viel Feuchtigkeitsschutz, daß es ohne Porzellanüberwurf in Räumen bis etwa 60% rel. Luftfeuchtigkeit für Durchführungen, Wandler- oder Prüftransformatorengefäße usw. verwendet werden kann.

Bis vor etwa 20 Jahren verwendete man für Zwecke der Draht- und Kabelisolierung ausschließlich Naturkautschuk, heute zum großen Teil synthetischen *Gummi* oder *Thermoplaste*. Unter den letzteren sind zu verstehen: Polyvinylchlorid (PVC) mit entsprechenden Weichmachern versetzt, Polyäthylen, Silikone, Teflon und andere. Diese neuen Isolierstoffe auf organischer Grundlage werden als Einzel- oder Mehrschicht-Isolationen angewendet.

Der Naturkautschuk ist ersetzt worden, weil er zwei wesentliche Nachteile aufweist: einmal eine Alterung an der Luft, was sich durch Rissigwerden bemerkbar macht, zum anderen seine Empfindlichkeit gegen Öleinwirkung und andere Lösungsmittel. Bei dem Polyvinylchlorid kommt es auf große Reinheit des Materials an. In der ersten Zeit wurde beobachtet, daß mit Polyvinylchlorid isolierte Leitungen unter der Einwirkung von Gleichspannungen innerhalb weniger Monate zum Teil zerstört wurden. Diese Zerstörung wurde durch einen elektrolytischen Prozeß zwischen zwei nebeneinanderliegenden Leitungen hervorgerufen. Eingehende Untersuchungen haben ergeben, daß die Schuld hieran Elektrolyte und Emulgatorreste im PVC-Pulver trugen. Stellt man dagegen die PVC-Leitungen mit sehr hohem Reinheitsgrad her, dann ist die Gewähr für die Betriebssicherheit auch bei Gleichstrombeanspruchungen gegeben. Die Entwicklung von Polyäthylen ist bei uns noch in vollem Gange. Dieser Stoff eignet sich sehr gut für die Ummantelung von Kabeln, wobei die Undurchlässigkeit des Materials gegen Feuchtigkeit von ausschlaggebender Bedeutung ist. Die bisher bei diesem Stoff beobachtete Empfindlichkeit gegen den kombinierten Einfluß von Licht, Feuchtigkeit und Temperaturschwankungen, die sich in kleinen Rissen zeigte, konnte durch Erhöhung des Molekulargewichtes und Zusatz einiger spezieller Stabilisatoren behoben werden.

Die Tendenz in der Entwicklung im Elektromaschinenbau geht zu einer laufenden Erhöhung der Betriebstemperatur. Das ist mit ein Grund, warum dauernd auf der Seite der Hersteller von Isolierstoffen neue Entwicklungen durchgeführt werden, um diesen Wünschen gerecht zu werden. Sehr bekannt sind in den letzten Jahren die *Silikone* geworden. Sie enthalten in ihrem chemischen Aufbau neben Kohlenstoff und Wasserstoff auch Silicium-Atome. Die Silikone weisen vor allem eine erhöhte Temperaturfestigkeit auf. Silikone ist eigentlich nur ein Sammelbegriff für eine Reihe von verschiedenartigen Stoffen wie Silikon-Öle, Silikon-Fette, Silikon-Kautschuk, Silikon-Harze und -Lacke usw. Für die Elektrotechnik von Bedeutung sind Silikon-Harze und Silikon-Lacke [25]. Die Silikonharze beginnen sich jetzt in der Elektrotechnik durchzusetzen. Es laufen bereits eine größere Anzahl von silikonisolierten Motoren mit gutem Erfolg. Das Silikonharz wird auf Glas- oder Glasseidengewebe aufgebracht. Damit wird dann das Leitungsmaterial isoliert. Es ist auch gelungen, Silikonharz ohne Zwischenträger unmittelbar auf Kupfer aufzubringen. Seine Dauertemperaturbeständigkeit liegt bei etwa 180° C. Seine Feuchtigkeitsbeständigkeit ist ebenfalls ausgezeichnet [26, 27, 28].

Auch der *Silikongummi* findet in steigendem Maße Eingang in die Elektrotechnik. Silikongummi behält seine Eigenschaften praktisch unverändert zwischen $-90°$ ... $+250°$ C. Die elektrischen Eigenschaften sind in diesem Temperaturbereich fast konstant. Es betragen der tg δ zwischen 0,001 und 0,002, die Dielektrizitätskonstante ε etwa 3, der Oberflächenwiderstand etwa $10^{12}\,\Omega$ und die Durchschlagsfestigkeit im Mittel etwa 325 kV/cm. Man stellt heute Silikongummipasten her, umspritzt damit die Leiter und vulkanisiert sie dann. Die Schnittflächen derart hergestellter Spulen haben dann das Aussehen eines Vollgummireifens, in den Drähte eingebettet sind. Man verwendet diese Isolationsart bei Feldspulen größerer Motoren und Spulen von Trockentransformatoren. Hier bewährt sich im Betrieb besonders die gute Wärmeleitfähigkeit des Silikongummis. Silikongummipaste, auf Glasgewebeband gestrichen und eingebrannt, eignet sich vorzüglich zum Umwickeln von Drähten und Spulen.

Eine andere Entwicklungsrichtung beschäftigt sich mit den Polymeren des Tetrafluoräthylens, bei uns bekannt unter dem Namen „*Teflon*“. Teflon ist gekennzeichnet durch hervorragende Eigenschaften, von denen seine chemische Widerstandsfähigkeit, sein äußerst geringer Verlustfaktor und eine hohe Durchschlagsfestigkeit hervorstechen. Hinzu kommt noch, daß das Teflon geeignet ist für Gebrauchstemperaturen bis 300° C.

Ein ähnlicher Isolierstoff ist das *Kol-F*, seiner chemischen Herkunft nach ein Tetrachlorofluoräthylen. Auch dieser Isolierstoff besitzt gute elektrische Eigenschaften und eine hohe Temperaturbeständigkeit. Es ist als Preßmaterial erhältlich.

Ein bisher noch weniger bekannter Isolierstoff ist das *Mylar*, ein Polyesterfilm [29]. Mylar besitzt gute dielektrische Eigenschaften, hohe mechanische Festigkeit und eine Alterungsbeständigkeit bis etwa 150° C. Mylar hat ein ε von = 3,2, tg δ = 0,003 und eine Durchschlagsspannung von 1800 V/0,1 mm. Bei genaueren Messungen hat man festgestellt, daß die dielektrischen Verluste in Abhängigkeit von der Frequenz und Temperatur nicht den üblichen Verlauf nehmen. Hierüber müssen allerdings noch eingehende Untersuchungen durchgeführt werden.

Ein neuer Typ eines synthetischen Kautschuks ist das *Polybutadien*. Es wird in Emulsion polymerisiert, und das dann entstandene polymere Pulver wird unter Luftabschluß getrocknet. Dann wird es unter einem Druck von etwa 30 kg/cm² bei 220° C gepreßt. Die Aushärtung erfolgt während 12 ··· 16 Stunden bei etwa 260° C. Das auf diese Weise hergestellte Polybutadien wird vorzugsweise als Bindemittel für Schichtpreßstoffe verwendet. Man hat damit neue Isolierstoffe mit Dauertemperaturbeständigkeiten von 200° C hergestellt. Polybutadien ist in der Lage, eine

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

ernsthafte Gefahr für die Silikone zu werden, da bei besserer Klebkraft die gleiche Beständigkeit gegen Feuchtigkeitseinflüsse vorhanden ist. Gegen seine Verwendung spricht seine Brennbarkeit und die technologisch verhältnismäßig schwierige Fabrikation.

Eine neue bereits in der Praxis eingeführte Isolationsart sind die sogenannten *Niederdruckharze* [30, 31, 32, 33]. Diese zuerst flüssigen Grundstoffe gehen in einen festen Baustoff über, der in diesem Zustand verbleibt. Während Phenol- oder Bakelitharze beim Verfestigen flüchtige Bestandteile abgeben, ist dies beim Polymerisationsvorgang der Niederdruckharze nicht der Fall, so daß hiermit Gießstücke ohne Blasen hergestellt werden können. Die Aushärtung vollzieht sich dabei ohne Anwendung von Druck. Die Einführung in der Praxis stieß zuerst auf Schwierigkeiten, da der lineare Ausdehnungskoeffizient dreimal so groß ist als der der Metalle. Das führte natürlich im Betrieb bei schwankenden Erwärmungen zur Rissebildung. Dieser Nachteil wurde durch die Anwendung von Streckmitteln, wie Schiefermehl und Quarzsand, beseitigt. Dadurch wurde sogar noch eine Verbesserung der Eigenschaften erzielt. Die Wärmeleitfähigkeit wurde fast dreimal größer als beim Reinharz. Der lineare Ausdehnungskoeffizient war ähnlich dem der Metalle. Die von der Fa. Ciba, Basel, hergestellten Niederdruckharze werden *Araldite* genannt und sind unter diesem Namen in der Technik bekannt. Das Araldit hat im Vergleich zum Hartpapier eine bessere Wärmeleitfähigkeit, höhere Kriechstromfestigkeit und kleinere dielektrische Verluste. Außerdem ist die Brennbarkeit, besonders durch das anorganische Füllmaterial, wesentlich geringer. Durch die Porenfreiheit und die Dichte des Materials ergeben sich sehr hohe Durchschlagsfestigkeiten.

Man muß allerdings darauf bedacht sein, Entladungen an der Oberfläche zu vermeiden, da die Gießharze gegen derartige Beanspruchungen recht empfindlich sind. Im Bau von Stromwandlern werden für Betriebsspannungen von 10 kV bei Prüfspannungen von 42 kV Schichten von 3 mm Dicke und für 50 kV bei Prüfspannung von 130 kV Schichten von 20 mm Dicke verwendet.

Strom- und Spannungswandler mit Gießharzisolation werden bis zu Betriebsspannungen von 60 kV seit 1952 in großen Stückzahlen hergestellt. Der Erfolg in der Praxis ist erwiesen. Auch vorläufig nur als Erprobungsmuster hergestellte Freiluftwandler sind mit gutem Erfolg seit drei Jahren bei wechselnder Witterung in Betrieb. Andere Anwendungsgebiete sind Isolatoren für Innenraum sowie Bauteile für Überspannungsableiter und Leistungsschalter.

Auch im Bau von Transformatoren und Prüftransformatoren ergeben sich noch viele Anwendungsmöglichkeiten.

Den Abschluß der Betrachtungen über die Isolierstoffe soll eine Zusammenstellung geben, die einen übersichtlichen Vergleich zwischen den verschiedenen Isolierstoffen gestattet. (S. Tab. nächste Spalte.)

	Reinharz	Gießharz m. Quarz	Hartpapier	Porzellan
Linearer Ausdehnungskoeffizient 10^{-4} cm °C	60···65	25···30	25···30	3,5···4,5
Wärmeleitfähigkeit Cal. 10^{-4} cm sec °C	5	14···20	6	3,75
Wasseraufnahmefähigkeit, Sättigungswert %	0,8	0,5···0,7	2···5	0
Dielektrizitätskonstante ε	3,7	5,9	4	6
Dielektrischer Verlustfaktor %	0,7	1	2···4	1,7···2,5
Durchschlagsfestigkeit KV cm	350	300	300	350

4. Gasförmige Isolierstoffe

Die Elektrotechnik ist interessiert an Stoffen, die als Füllgase, z. B. für van de Graaff-Generatoren in Drucktanks, dienen können. Hier sind besonders erwünscht Stoffe, die inert sind und gute dielektrische Eigenschaften aufweisen. Ein derartiger Stoff ist das *Schwefelhexafluorid* SF_6, das durch Verbrennung von Schwefel in Fluor entsteht. Dieses Gas wird als Hochspannungsisolator mit Erfolg verwendet. Auch das Kältmittel *Freon*, ein Dichlordifluormethan CCl_2F_2, ist an Stelle von Luft als Isolator besonders bei erhöhtem Druck zu verwenden. Freon hat folgende Eigenschaften: Es ist geruchlos, nicht giftig, farblos und chemisch sehr stabil. Sein Siedepunkt liegt bei 28° C. Bei seiner Verwendung ist allerdings darauf zu achten, daß es mit offenen Flammen nicht in Berührung kommt wegen der Bildung von Rhosgen. Bei einem Druck von 14 Atmosphären wird bei Freonfüllung eine Durchschlagsfestigkeit erreicht, die die von Stickstoff bei 1 Atmosphäre um das 15fache übersteigt.

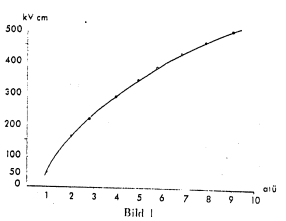


Bild 1

Bild 1 gibt ein Bild, in welchem Maße bei der Verwendung von Freon mit steigendem Druck die Durchschlagsfestigkeit ansteigt.

5. Zusammenfassung

Faßt man die Betrachtungen über die hauptsächlichsten Isolierstoffe zusammen, so kommt man zu dem Schluß, daß unbedingt in der Zukunft eine noch engere Zusammenarbeit zwischen dem Chemiker, Physiker und Elektroingenieur stattfinden muß, damit alle möglichen Vorteile in der weiteren Entwicklung der Isolierstoffe, vorwiegend auf organischer Basis, auch restlos ausgenutzt werden können.

Literaturhinweise

[1] *Miner, D. F.*, Isolierung elektrischer Apparate, McGraw Hill, New York 1941.
[2] *Stamm*, Chem. Techn. 1952 H. 5 S. 228.
[3] *Inge, Somenoff, Walther*, Z. Physik 1925 S. 273.
[4] *Wagner, K. W.*, Arch. Elektrotechn. 1948 S. 215.
[5] *Perlick*, Elektrotechn. Z-A 1953 H. 6 S. 169.
[6] *Franz*, Z. Physik 1939 S. 607.
— Z. angew. Physik 1951 S. 72.
[7] *v. Hippel*, Ergebn. exakt. Naturwiss. 1935 S. 104.
[8] *Zener*, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A 1934 S. 523.
[9] *Fröhlich*, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A 1937 S. 230.
[10] *Callen*, Physic. Rev. 1949 S. 1394.
[11] *Seitz*, Physic. Rev. 1949 S. 1376.
[12] *Rogowski*, Arch. Elektrotechn. 1927 S. 123.
[13] *Joffé*, Physik. Z. 1927 S. 911.
— Physik. Z. 1932 S. 775.
[14] *Debye*, Polare Molekeln, Hirzel, Leipzig 1929.
[15] *v. Hippel*, Z. Physik 1936 S. 580.
[16] *Fröhlich*, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A 1947 S. 521.
[17] *Büning*, Elektro-Post 1954 S. 146 u. S. 160.
[18] *Boer, Kümmel, Rompe*, Z. physik. Chemie 1952 S. 180.
[19] *Boer, Kümmel*, Z. physik. Chemie 1952 S. 193.
[20] *Boer, Kümmel*, Ann. Phys. 1954 S. 341.
[21] *Ehlers*, Elektrotechn. Z-A 1954 S. 369.
[22] *Thomas*, J. Instn. electr. Engr. 1954 S. 349.
[23] *Berger*, Brown Boveri-Mitt. 1926 S. 115.
[24] *de Senarclens*, Scientia electr. 1954 S. 83.
[25] *Nitzsche*, Kunststoffe 1952 S. 311.
[26] *Nowak*, Kunststoffe 1950 S. 177.
[27] *Kallus*, Elektro-Anz. 1953 S. 481.
[28] *Ehlers*, Elektrotechn. Z-A 1953 S. 553.
[29] *Hudson*, Brit. Plastics 1953 S. 6.
[30] *Meyerhans*, Kunststoffe 1953 S. 387.
[31] *Imhof*, Bull. schweiz. elektrotechn. Ver. 1952 S. 508.
[32] *Gantenbein*, Elektrotechn. u. Maschinenbau 1953 S. 237.
[33] *Koller* und *Ernst*, Bull. Oerlikon 1952 S. 39.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

III. Fakultät für Schwachstromtechnik / Publ. Nr. 1
Institut für elektromedizinische Apparate und Röntgentechnik, mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt: Dr. phil. Friedrich Blüthgen

Als Manuskript gedruckt! DK 616—073.7
Eingang: 12. 11. 1954

Probleme und Methoden der Pulsfrequenzmessung

Von Dr. phil. Friedrich Blüthgen

1. Einleitung

Die Pulsfrequenz als Mittel für Indikationen am allgemeinen und speziellen Kreislaufverhalten gewinnt heute immer mehr an Bedeutung. Besonders durch Arbeiten von *E. A. Müller* [1; 2] und *K. Matthes* [3] wird offenbar, was für ein außerordentlich empfindliches Reagenz die Pulsfrequenz bei Regulationsvorgängen ist.

Neben der Messung der absoluten Höhe der Pulsfrequenz ist die Registrierung ihres relativen Schwankungsverlaufes nach Einflüssen oder Störungen motorischer, medikamentöser oder psychischer Art von besonderer Bedeutung. Das Einschwingen einer gestörten Pulsfrequenz auf ihren dem funktionellen biologischen Gleichgewicht entsprechenden individuellen Normalwert kann geradezu als Maß für die Güte des kardialen Regulationsmechanismus des betreffenden Individuums angesehen werden.

Ihre exakte Messung und Registrierung gehört deshalb zu den akuten Bedürfnissen aller Kreislaufforscher, Arbeitsphysiologen, Sportmediziner sowie Chirurgen und wird aller Voraussicht nach auch in der allgemeinen Diagnostik in Zukunft zu den verfeinerten Methoden spezieller Untersuchungen gezählt werden müssen.

So einfach die Problemstellung der Pulsfrequenzmessung auf den ersten Blick zu sein scheint, birgt ihre meßtechnische Lösung einige Schwierigkeiten, die erheblich werden können, wenn es sich beispielsweise darum handelt, die Pulsfrequenz am sich bewegenden Menschen exakt zu registrieren.

Die vorliegende zusammengefaßte Übersicht über die wesentlichsten Methoden der Pulsfrequenzmessung und die aus der Praxis gewonnenen Hinweise für ihre Anwendungsmöglichkeiten mögen dazu dienen, dem Praktiker die Auswahl des Verfahrens für einen bestimmten vorliegenden Zweck zu erleichtern.

2. Die Bestimmung der mittleren Pulsfrequenz vermittels Palpation

Nach der ältesten, einfachsten und auch heute vielfach noch geübten Methode der Pulsfrequenzmessung werden durch Auflegen des Fingers auf eine oberflächig gelegene Arterie die Fluktuationen der Pulswellen ertastet und über einen bestimmten Zeitraum gezählt. Der Quotient $\frac{\text{Pulszahl}}{\text{Zeit}}$ ergibt den mittleren Wert der Pulsfrequenz während des gewählten Zeitraumes. Unter Pulsfrequenz wird üblicherweise die Anzahl der Pulsschläge pro Minute verstanden. Aus Zeitersparnisgründen wird meist über ein Zeitintervall von 15 sec gezählt und die erhaltene Zahl mit 4 multipliziert.

Das palpative Verfahren ist äußerst ungenau. Statistische Versuche ergaben eine Fehlerbreite von 3 Pulsen pro 0.25 min, wobei verschiedene Personen die gleiche Zählung zur gleichen Zeit am gleichen Objekt vornahmen.

> Die Versuche wurden mit mehreren Schwestern einer Poliklinik durchgeführt, die gleichzeitig an einem mit pulsähnlichen Schwingungen angeregten Schlauch die Frequenz der gegebenen Druckwellen zu bestimmen hatten. Die Zählung wurde meist mit der Zahl 1 begonnen, anstatt mit der Zahl Null. Als Zeitmesser wurde, wie in der Praxis üblich, die Armbanduhr benutzt, deren ungenaue Ablesung eine weitere Fehlerquelle darstellt. Die Meßergebnisse verbesserten sich nach einer kleinen Schulung.

Bezogen auf eine Minute, ergibt sich aus obiger Schwankungsbreite der Zählungen ein Fehler von 12 Pulsen, d. h. diese Art der Pulsmessung ist mit einem Fehler von etwa 20% behaftet. Der Fehler sinkt auf 5%, wenn die Zählungen über eine Minute ausgedehnt werden. Es ist erstaunlich, wie wenig bei der gewöhnlichen Pulsmessung auf diese einfachen Verhältnisse geachtet wird, die auf die Güte der Messung von so entscheidendem Einfluß sind. Der geäußerte Einwand, daß es sich bei der gewöhnlichen Pulsmessung doch nur um einen mittleren Wert der Pulsfrequenz während einer Minute handele, rechtfertigt nicht, daß dieser Mittelwert selbst ungenau bestimmt wird.

Zusätzlich zu der durch ein mangelhaftes Zähl- und Ableseverfahren von außen in die Messung hineingebrachten Ungenauigkeit wird die palpative Bestimmung der mittleren Pulszahl selbst bei genauer Zählmethode noch durch eine „innere", nicht so ohne weiteres eliminierbare Ungenauigkeit beherrscht. Sie ist durch die ständige Arhythmie des Pulses bedingt. Außer rein pathologischen Umständen verursacht auch schon die normale Atembewegung eine frequenzgleiche Änderung der einzelnen Pulszeiten von individueller Verschiedenheit. Die Frequenz des Pulses kann innerhalb einer Atemphase unter Umständen Schwankungen bis zu 100% unterliegen.

Die Größe des arithmetischen Mittelwertes einer Pulsfrequenzbestimmung hängt infolgedessen von der Phasenlage ab, bei welcher die Pulszählung begonnen und beendet wird.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Zur Erläuterung diene Bild 1.

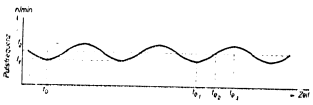


Bild 1 Einfluß des Meßzeitintervalles auf den Wert der mittleren Pulsfrequenz.

Die gezeichnete Kurve stelle schematisch den Verlauf einer periodischen Pulsfrequenzschwankung dar, die der Eintuchheit halber als sinusförmig angenommen werde. Die Pulsfrequenz schwanke zwischen den Werten f_1 und f_2. Der Übersichtlichkeit halber sind nur 3 Perioden gezeichnet, was auch etwa der üblichen Messung über 0,25 min entspricht. Der Zeitpunkt t_0 sei der Beginn der Pulszählung. Die Pulsfrequenz habe zur Zeit t_0 ihr Minimum[1]).

Aus der Darstellung ist folgendes ersichtlich: wenn im gezeichneten Beispiel der Zeitpunkt t_{01} in unserem Beispiel das Ende der Pulszahlmessung, mit einem Minimum t_{e1} oder einem Maximum t_{e2} der Pulsfrequenzschwankungen zusammenfällt, dann ist das arithmetische Mittel der Pulsfrequenz $\frac{f\min + f\max}{2}$.

Bei nicht sinusförmigem, jedoch periodischem Verlauf der Frequenzschwankungen ergäbe sich im allgemeinen ein anderer, aber bei Messungen über ganzzahlige Perioden ebenfalls konstanter Mittelwert von $\frac{1}{n}\sum f_n$, wobei n die Anzahl der in das Meßzeitintervall fallenden Pulsschläge ist. Liegt der zeitliche Endpunkt der Messung jedoch um Bruchteile einer Periode verschoben, dann tritt je nach Phasenlage von t_0 eine verschieden große Mittelwertsverschiebung ein. Wird in unserem Beispiel die Zählung der Pulse bei t_{e2} beendet, dann ergäbe sich als Mittelwert für die Pulszahl ein Wert, der kleiner ist als $\frac{f\min + f\max}{2}$. Die Fehlerbreite bei der Bestimmung der mittleren Pulsfrequenz wird natürlich auch hier um so kleiner, über je mehr Perioden die Zählung stattfindet.

2.1 *Die automatische Pulszählung*

Um die subjektiven Fehler bei der palpativen Bestimmung der mittleren Pulszahl zu vermeiden, wurde die automatische Zählung der Einzelpulse eingeführt. So entwickelte *Jungmann* [4] einen Pulszähler, der unabhängig von der Qualität der Impulse ihre Anzahl z. B. während einer Minute summiert. Ein ähnliches Prinzip wird bei der Arbeitsschauuhr von *Poppelreuter* [5] verwendet. Wir wollen uns jedoch mit diesen Methoden zur Ermittlung der mittleren Pulsfrequenz nicht näher befassen, da deren Bedeutung gegenüber den Verfahren zur fortlaufenden Aufzeichnung der Pulsfrequenz in den Hintergrund tritt.

3. Die fortlaufende Registrierung der Pulsfrequenz

3.1 *Indirekte Methoden*

Zu den indirekten Methoden sollen solche gezählt werden, die auf dem Wege der sphygmographischen, plethysmographischen, optischen oder elektrischen Erfassung arterieller Druck- bzw. Volumenschwankungen oder Aktionsspannungen eine pulsfrequente Aufzeichnung irgendwelcher Art vornehmen. Es handelt sich um die Geräte zur Aufzeichnung einer fortlaufenden Pulskurve oder eines Elektrokardiogramms.

3.11 Bestimmung der Pulsfrequenz aus Pulskurven

Der erste Pulsschreiber wurde vor 100 Jahren von dem Tübinger Physiologen *Vierordt* [6] konstruiert, der kurz darauf durch *E. J. Marey* [7] in Paris wesentlich verbessert wurde.

Seit dieser Zeit ist eine Fülle der verschiedenartigsten Konstruktionen auf den Markt gekommen mit ebenso verschiedenartiger Kurvengüte, auf die im einzelnen nicht eingegangen zu werden braucht, da für unser Problem die Güte der Wiedergabe der Pulskurve ohne Bedeutung ist. Sie ist es nur insofern, als die Darstellung der Pulswelle keiner so starken Verzeichnung unterworfen sein darf, daß die Kurve keine markanten Punkte mehr enthält. Einigermaßen sauber registrierte Pulskurven (Bild 2) ergeben jedoch besonders durch

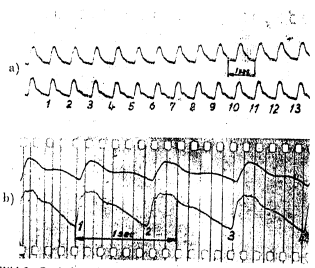


Bild 2 Optisch registrierte Pulskurven:
a) durch fehlerhaften Fühler verzerrte Wiedergabe;
b) nicht verzerrte Wiedergabe. 1, 2, 3, ... sind in beiden Fällen zur Auszählung geeignete markante Punkte.

den Fußpunkt ihres anakroten Teiles eine sehr gute Möglichkeit, durch Abzählen der Pulsperioden sowohl einen exakten Mittelwert, als auch durch Ausmessen jeder einzelnen Periode die bezogene Frequenz für jeden einzelnen Pulsschlag zu bestimmen. Alle diese Verfahren, die den Vorteil der einfachen Handhabung mit einfachen Apparaturen besitzen, eignen sich jedoch nur zu Messungen am ruhenden Menschen und

[1]) Der Begriff „Pulsfrequenz zum Zeitpunkt t_i" werde so verstanden, daß eine Pulszeitbestimmung vorgenommen, d. h. der zeitliche Abstand zweier Pulsschläge gemessen, und der erhaltene Wert auf die Minute bezogen als Pulsfrequenz dieses Pulses angesprochen wird. t_0 sei ein beliebiger, aber definierter Zeitpunkt des Pulsintervalles, beispielsweise sein Endpunkt.

über kurze Zeiträume. Das Auswerteverfahren an Pulskurven von zeitlich ausgedehnten Messungen ist sehr zeitraubend.

Es würde zum Beispiel die Pulsregistrierung über eine Stunde bei 20 mm Länge für eine Pulszeitschreibung, die zur exakten Ausmessung mindestens erforderlich ist, eine Gesamtlänge des Schreibstreifens von 80 m ergeben, wenn eine durchschnittliche Pulsfrequenz von 67/min angenommen wird. Zur Ermittlung der einzelnen Pulszeiten müßten etwa 4000 Einzelstrecken genau ausgemessen werden.

3.12 Bestimmung der Pulsfrequenz aus dem EKG

Das gleiche gilt auch für jene Verfahren, die eine markante Zacke des Elektrokardiogramms, z. B. die R-Zacke, für die Zwecke der Pulszeit- bzw. Pulsfrequenzmessung heranziehen (Bild 3). *Boas* und *Goldschmidt* [9] benutzten den R-Impuls des EKG, um über einen Röhrenverstärker ein elektromagnetisches Zähl- bzw. Registrierwerk in Gang zu setzen.

Hier muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß es sich bei diesem Impuls um den Innervationsstrom eines Herzmuskels handelt, dessen Auftreten durchaus nicht immer mit dem Auftreten einer pulsverursachenden Herzmuskelkontraktion gekoppelt zu sein braucht. Es kann im lückenlosen Ablauf der Reizfolge vorkommen, daß keine Kontraktion des Herzens und damit keine Ausbildung eines Pulsschlages stattfindet. Es kann aber ebensogut auch ein lückenloser Puls auftreten, während im EKG zeitweilig die R-Zacke nicht verzeichnet wird, weil durch elektrische Summationsvorgänge im Organ die spezifische Spannungskomponente nach außen hin verschwindet. Die Auszählung der Innervationsimpulse ist also nicht immer mit der Auszählung synchron aufgenommener Pulse identisch. Bei der Anwendung eines EKG-Impulses zur Pulsfrequenzbestimmung ist hierauf besonders zu achten.

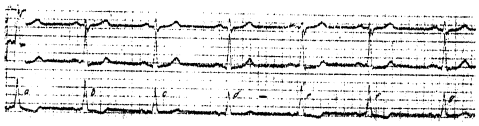


Bild 3 Elektrokardiogramm: a, b, c, ... sind zur Auszählung geeigneten Ausschläge, sogenannte R-Zacken.

3.2 *Direkte Methoden*

Hierunter werden die Methoden verstanden, die den Puls selbst als Impuls für die Messung verwenden und als Ergebnis unmittelbar die Pulsfrequenz anzeigen oder registrieren. Bei der Darstellung dieser Methoden, die heute als die wesentlichsten für eine exakte Pulsfrequenzmessung erscheinen, beschränken wir uns ebenfalls nur auf die hauptsächlichsten und ihrem Charakter nach typischsten.

3.21 Resonanzverfahren

Bereits im Jahre 1926 versuchten *Goldschmidt* [10] und seine Mitarbeiter die direkte Pulsanzeige durch eine Art Resonanzverfahren zu erreichen.

Beim Pulsresonator von *Goldschmidt* setzt der Puls über einen Fühl-Hebel oder eine Hg-Säule einen elektrischen Kontakt im Rhythmus seiner Frequenz in Tätigkeit. Durch den Kontakt wird ein im Stromkreis liegender kräftiger Elektromagnet erregt, in dessen Feld 24 Eisen-Pendelchen verschiedener Eigenfrequenz frei schwingen können. Von dem sich jeweils mit der Pulsfrequenz in Resonanz befindlichen maximal schwingenden Pendelchen wird ein weiterer Kontakt geschlossen, wodurch schließlich ein entsprechender Schreibstift auf das ablaufende präparierte Papier gedrückt wird. Es wäre also möglich, mit dieser Anwendung grundsätzlich 24 diskrete und voneinander verschiedene Pulsfrequenzen direkt zu registrieren.

Vom Zungenfrequenzmesser, dem das gleiche Prinzip der Resonanzschwingungen zugrunde liegt, ist aber bekannt, daß auch die benachbarten Resonatoren in gewissem Maße mit ins Schwingen geraten. An der Amplitude der Ausschläge läßt sich zwar leicht erkennen, an welcher Stelle das Resonanzmaximum liegt. Aus der Registrierung der kontaktauslösenden Pendelchen hingegen läßt sich das nicht mehr feststellen. Hinzu kommt eine erhebliche Trägheit der Pendelkörper, welche schnellen Pulsschwankungen nicht genügend rasch zu folgen vermögen. Der Apparat konnte sich aus diesen und anderen Gründen nicht bewähren.

Wir erwähnten diese Methode, weil sie mit besonderer Eindringlichkeit die Notwendigkeit der Zusammenarbeit von Medizinern und Ingenieuren bei der Lösung auch bescheidener medizintechnischer Probleme vor Augen führt.

Das Verfahren erhärtet die bekannte Tatsache, daß die Anwendung des gleichen physikalischen Prinzips in der Technik durchaus nicht immer auch den gleichen Erfolg haben muß. Das Prinzip der Resonanz eignet sich vornehmlich zur Messung hoher Frequenzen, und zwar um so besser, je höher diese liegen. Dagegen versagt das Prinzip als technische Lösung für solche Frequenzen, die in der Größenordnung der Pulsfrequenzen von ca. 1 Hz liegen.

3.22 Ordinatenschreibung

Im Gegensatz zum *Goldschmidt*schen Verfahren gestattet der sogenannte Ordinatenschreiber von *Fleisch* [11] in Verbindung mit einer vom gleichen Autor konstruierten Pulsplotte eine sehr genaue und kontinuierliche Pulsfrequenzregistrierung. Wesentlich an dieser Anordnung ist, daß hier zum ersten Male eine klare Trennung der Apparatur in die beiden Bauteile Pulsfühler und Registrierwerk durchgeführt wird, die kennzeichnend für alle weiteren Verfahrenswege geblieben ist.

Das Prinzip des *Pulsfühlers* von *Fleisch* ist aus Bild 4 ersichtlich. In einem System kommunizierender Röhren befindet sich Quecksilberflüssigkeit, die am

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

unteren, erweiterten Ende des Systems durch eine abschließende Gummimembrane am Ausfließen gehindert wird. Durch das Gefäß 1 ragt ein Platindraht als Stromführung bis wenige Millimeter über den Quecksilberspiegel, während durch das zwecks Einstellung des Hg-Kuppenabstandes vertikal bewegliche

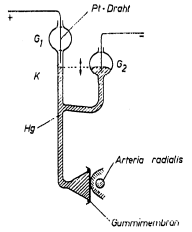


Bild 4 Pulsfühler nach *Goldschmidt*.

Gefäß 2 der andere Pol des Stromkreises in die Quecksilberflüssigkeit geführt wird. Der Apparat wird mit seiner Gummimembrane auf die Arteria radialis gelegt, so daß sich deren pulsatorische Volumenschwankungen auf das Quecksilber übertragen. Durch Verdrängung des Hg im Kapillarsystem wird bei K ein Kontakt im pulsfrequenten Rhythmus geschlossen, der im Stromkreis eines Schreibers liegt.

Daß diese Art der Pulsabtastung in ihrer Anwendung gewissen Einschränkungen unterliegt, wird vom Autor selbst zugegeben. So ist die Anordnung z. B. sehr empfindlich gegen rasche Bewegungen der Hand, wie überhaupt gegen alle willkürlichen Relativbewegungen der Abtaststelle gegen das System. Eine gute Fixierung der Meßstelle durch Anlegen von Schienen ist unerläßlich. Bei allgemein schwachen Pulswellen oder frustranen Ventrikelkontraktionen muß der Kontaktabstand so klein gehalten werden, daß das Störspiegelverhältnis äußerst ungünstig wird. Damit ist diese Art der Pulsabtastung ebenfalls nur für Messungen verwendbar, bei denen sich die Meßstelle in größter Ruhe befindet, eine Bedingung, die nicht immer erfüllt werden kann. Der Anwendungsbereich dieser wie aller auf mechanischer oder pneumatischer Abtastung beruhenden Pulsfühler beschränkt sich also auf starke Pulsationen und ruhende Objekte.

Von besonderem Interesse ist die *Registriervorrichtung* nach *Fleisch*. Sie ist ein Ordinatenschreiber, der die Zeitintervalle zwischen den einzelnen Pulsschlägen als Ordinaten auf einem ablaufendem Streifen aufzeichnet. Das Prinzip ist an sich sehr einfach: ein Schreibhebel wird mit konstanter Geschwindigkeit über eine Magnetkuppelung von einem drehzahlgeregelten Motor in die Höhe gezogen. Jeder Pulskontakt löst für einen kurzen Augenblick die Kupplung, wodurch der Zeiger wieder in seine Ausgangslage zurückfällt. Jede geschriebene Ordinate bildet somit das zugehörige Pulszeitintervall als Strecke ab, die auch als Abbild der auf die Minute bezogenen Pulsfrequenz gedeutet werden kann. So einfach dieses Prinzip ist, verlangt es doch in seiner praktischen Durchführung eine sehr präzise Konstruktion und Ausführung aller Teile, wenn dem Anspruch auf Genauigkeit der Messungen wirklich Rechnung getragen werden soll. Unter Beachtung aller die Genauigkeit beeinflussenden Faktoren läßt sich nach Angaben von *Fleisch* eine Fehlergrenze von ± 0,003 sec pro Hub erreichen bei einer Hubgeschwindigkeit des Zeigers von 100 mm/sec. Die Rücklaufzeit des Zeigers beträgt 0,12 sec und wird für alle Ordinatenhöhen konstant gehalten, so daß sie eine durch die Wahl der Basislinie eliminierbare Apparatekonstante darstellt.

Ein ähnliches rein elektrisches Verfahren der Pulszeitregistrierung wurde von *Starm* und *Wood* [12] angegeben. Letztere benutzen in Verbindung mit einem Ordinatenschreiber die R-Zacke des EKG's als Pulsindikator, auf deren eingeschränkte Anwendung für die Pulsregistrierung bereits hingewiesen wurde. Im übrigen bereitet die Umformung des EKG-Impulses zu einem starken Schaltimpuls keine besonderen Schwierigkeiten, sofern der eigentliche EK-Verstärker elektrisch genügend von dem leistungsschaltenden Impulsverstärker entkoppelt ist.

3.23 Die photoelektrische Pulszählung

Während die bisher beschriebenen Methoden sich im wesentlichen nur zur Pulsfrequenzmessung am ruhenden Objekt eignen, läßt das Verfahren von *E. A. Müller* [13] erstmalig auch Registrierungen am nicht ortsgebundenen und sich bewegenden Menschen zu. *E. A. Müller* greift ein im Jahre 1941 von *Matthes* [14] veröffentlichtes Prinzip der photoelektrischen Abtastung des Pulses auf. Nach diesem wird Licht durch ein Ohrläppchen auf ein Photoelement geschickt, wobei die durch die pulsbedingten Durchblutungsschwankungen im Ohrläppchen hervorgerufenen Absorptionsschwankungen des Lichtes frequenzgleiche Spannungsschwankungen am Photoelement hervorrufen. Der Effekt ist minimal gegenüber dem konstanten Wert des Lichtstromes durch das Ohrläppchen. Die Helligkeitsschwankungen betragen nur etwa $1 \cdots 2\%$, deshalb ist eine mehrstufige Verstärkung der Photospannungsschwankungen erforderlich.

Nach der Leistungsstufe, beim *Müller*schen Gerät ein Thyratron, werden die verstärkten Impulse einem Zählwerk (Gesprächszähler) zugeführt. Die fortlaufende Registrierung geschieht so, daß vermittels einer angebauten Kamera nach jeder halben oder ganzen Minute eine Aufnahme des Zählerstandes gemacht wird oder die Zahlen des letzteren vermittels eines Druckwerkes auf einen ablaufenden Papierstreifen gedruckt werden.

Als Batteriegerät kann ein solcher Pulsfrequenzzähler sehr klein und leicht gehalten werden. Die gesamte Einrichtung (Verstärker, Batterie und Registriereinrichtung) wiegt etwa 3 kg; sie kann also von der Versuchsperson während der Messungen bequem auf dem Rücken getragen werden.

So elegant die Idee und die Ausführung des *Müller*schen Pulszählers ist — der photoelektrische Abgriff wiegt nach Angaben des Autors samt Aufhängevorrichtung am Ohr nur 1,2 Gramm —, so wenig vorteilhaft erscheint die Methode der Aufzeichnung von Zählerständen vermittels Kamera oder Druckwerk.

Das Verfahren wurde daher im Jahre 1953 auf Anregung des Institutes für landwirtschaftliche Betriebslehre an der Universität Halle/Saale von *F. Blüthgen* weiterentwickelt. Das Ziel der Entwicklung war, ein möglichst empfindliches, aber gleichzeitig auch robustes Gerät zu schaffen, wie es die Untersuchung landwirtschaftlicher Arbeitsvorgänge erfordert. Es war zunächst die fortlaufende Aufzeichnung der mittleren Pulsfrequenz vorgesehen, da dies für grobe arbeitsphysiologische Untersuchungen hinreichend ist. Der *Photoabgriff* wurde gegenüber der Ausführung nach *Müller* mit einem an Fläche größerem Photoelement versehen. Während beim *Müller*schen Gerät die wirksame Fläche des Photoelementes mit 0,3 cm² aus Gewichtsgründen bewußt klein gehalten wurde, verwendet *Blüthgen* solche mit 1,0 ··· 1,5 cm² wirksamer Fläche, wodurch sich eine wesentlich bessere Ausnutzung des Streulichts im Ohrläppchen ergab. Die Kurven (Bild 5) zeigen das Anwachsen der am Photoelement entstehenden Spannungen bei Vergrößerung der wirksamen Fläche von 0,3 cm² auf 1,5 cm². Entsprechend der günstigeren Lichtausbeute wachsen auch die pulsbedingten Spannungsänderungen um Beträge, die der Gesamtspannungserhöhung proportional sind, was durch einzelne testende Versuche bestätigt wurde. Außerdem wurde das Beleuchtungslämpchen zusätzlich mit einem kleinen Reflektor aus Aluminium zur besseren Lichtausbeute versehen. Die genannten Vorteile wurden allerdings gegen ein größeres Gewicht des Angriffs eingetauscht. Es hat sich jedoch erwiesen, daß eine Fixierung des Abgriffs am Schädel durch eine geeignete Halterung in einer Weise möglich ist, daß eine Störung durch Kopfmuskelbewegungen nicht eintritt. Außerdem hat die Fixierung noch den Vorteil, daß selbst bei heftigen Kopfbewegungen ein einwandfreier Sitz des Abgriffs am Ohrläppchen gewährleistet ist.

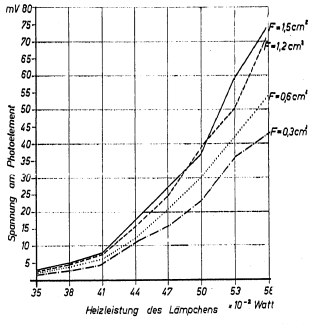


Bild 5 Photozellenspannung in Abhängigkeit von der Fläche des Photoelementes und der Heizleistung des Lämpchens am durchleuchteten Ohrläppchen.

Der *Verstärker* wurde als stromarmer RC-Verstärker ohne Rücksicht auf eine lineare Frequenzcharakteristik so dimensioniert, daß er einen Eingangsspannungsstoß von Bruchteilen von mV, wie ihn das Photoelement liefert, als Stromstoß von genügender Energie für ein polarisiertes Relais abgibt. Die Verwendung eines zusätzlichen Thyratrons, welches *Müller* zur Vermeidung von Doppelschlägen benutzt, ließ sich durch die anodenseitige Auskopplung der Impulse über einen Kondensator auf ein polarisiertes und abfallverzögertes Relais einsparen.

Durch den Kontakt des polarisierten Relais wird ein Schrittschaltwerk betätigt, welches einen über Wachspapier laufenden Zeiger bei jedem Puls um einen halben Millimeter senkrecht in die Höhe führt. Ein Uhrwerkskontakt bewirkt, daß alle halbe Minute der Zeiger auf die Basislinie zurückfällt und dabei das Papierband um die Strecke von 1 mm weitergeschoben wird. Die so entstehenden Registrierungen (Bild 6) geben mit ihren Ordinaten jeweils die Anzahl der Pulse pro 0,5 min an.

Für Messungen, bei denen die Zeit jeder einzelnen Pulsdauer interessiert, ließe sich ein entsprechender Ordinatenschreiber, z. B. der nach *Goldschmidt*, an Stelle des Summierwerkes anschließen.

3.24 Die photoelektrische Pulsfrequenzmessung

Die lichtelektrische Methode der Pulsfrequenzmessung erfuhr schließlich durch die auf Anregung von *Matthes* [3] erfolgte Entwicklung der Fa. Dr. *W. Hensel* in Leipzig insofern eine Erweiterung, als nach der *Hensel*schen Methode die Pulsfrequenz an einem Anzeigegerät direkt abzulesen ist und gleichzeitig auch als Punktkurve registriert wird.

Die Abtastung der Pulse erfolgt vermittels Photozelle am durchleuchteten Finger. Nach entsprechender Verstärkung werden die zeitlichen Abstände der einzelnen Pulse in einer Relais-Widerstand-Kondensator-Anordnung gemessen und nacheinander als Spannungswerte an den Eingang eines Röhrenvoltmeters gelegt. Die

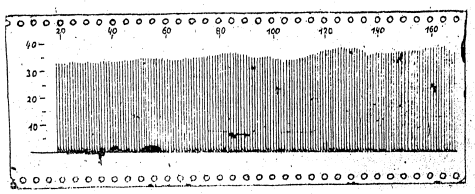


Bild 6 Wachsstreifen-Registrierung der mittleren Pulsfrequenz vermittels Summierwerkes. Die Ordinaten entsprechen der Anzahl der Pulsschläge während je einer halben Minute.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

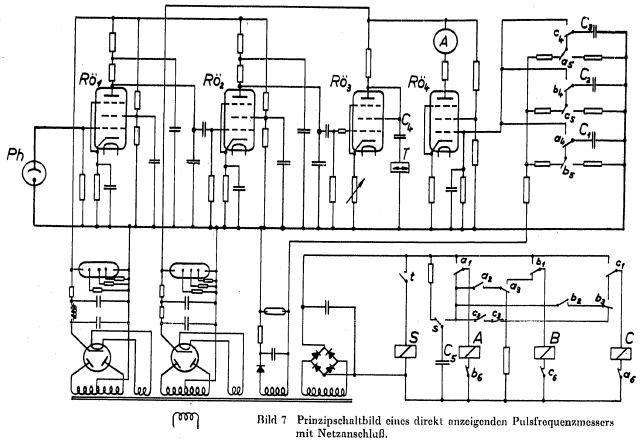


Bild 7 Prinzipschaltbild eines direkt anzeigenden Pulsfrequenzmessers mit Netzanschluß.

Messung der einzelnen Zeiten erfolgt nach dem bekannten Verfahren der Kondensatorauf- bzw. -entladung. Um aus Gründen eines klaren Kurvenbildes nur die Maxima der Ordinaten als Punkte zu registrieren, verwendet *Hensel* eine Relaisschaltung in der Weise, daß die Spannung des während einer Pulsperiode jeweils auf einen bestimmten Wert geladenen Meßkondensators nach beendeter Ladung zunächst auf einen Hilfskondensator übertragen wird. Die Spannung dieses Hilfskondensators wird zur Messung an das Röhrenvoltmeter gelegt und verbleibt dort so lange, bis der in der Umschaltphase der Relais wieder auf volle Spannung geladene Meßkondensator sich über die Zeit des nächsten Pulsintervalles entsprechend entladen hat. Auf diese Weise zeigt das Anzeigegerät während der Zeit einer Pulsperiode konstant die Pulszeit der jeweils vorhergegangenen Periode an. Beim Umschalten springt der Zeiger auf den Wert der nächsten Periode, und so entsteht durch das Aneinanderreihen der Meßwerte der einzelnen Pulszeiten eine kontinuierliche Anzeige der Pulsfrequenz für jeden einzelnen Pulsschlag.

Die Anordnung setzt ein sehr konstantes Arbeiten der Schaltglieder voraus, denn alle Relaisverzögerungen müssen in der Apparatur als Konstante in den Meßwert einbezogen werden.

Eine andere Schaltung wurde von *Blüthgen* (1953) entwickelt, die dadurch gekennzeichnet ist, daß durch drei Relais drei abgestimmte Meßkondensatoren im Pulsrhythmus so geschaltet werden, daß jeder von ihnen nacheinander die Phasen Aufladen — Messen — Entladen durchmacht. Der Vorgang vollzieht sich in der Reihenfolge, daß, während der erste Kondensator aufgeladen wird, der zweite bereits aufgeladene Kondensator zur Messung am Gitter der Meßröhre liegt und der dritte Kondensator sich im Zustande der Entladung befindet. Der Vorteil dieser Schaltung ist, daß wegen der genügend langen Zeit von mindestens 0,3 sec, die bei der höchsten Pulsfrequenz während jeder Phase zur Verfügung steht, die Auflade- und Entladewiderstände der Meßkondensatoren groß gewählt werden können, so daß die Kontaktbelastungen auf ein Minimum reduziert werden. Durch die sich ergebende Kontaktschonung steigen Betriebssicherheit und Lebensdauer. Außerdem besitzt diese Schaltung nur eine geringe Störwellenerzeugung, so daß sie besonders in Verbindung mit empfindlichen Eingangsverstärkern betrieben werden kann. Bild 7 zeigt das Gesamtprinzipschaltbild einer netzgespeisten photoelektrischen Pulsfrequenzmeßeinrichtung höchster Empfindlichkeit bei geringster Störanfälligkeit.

Die Wirkungsweise des Meßvorganges ist folgende: Die durch $Rö_1$ und $Rö_2$ etwa 100000fach spannungsverstärkten Photoimpulse werden in $Rö_3$ leistungsverstärkt und erregen über den Kondensator C_4 das polarisierte Relais T. Ein Schütz S überträgt die Schaltimpulse des polarisierten Relais auf den Wechselkontakt s. Durch den im Rhythmus der Pulse arbeitenden Wechselkontakt s kommen der Reihe nach die Relais A, B und C zum Ansprechen. Angenommen, der Apparat sei bereits in Betrieb, dann wird bei einem Schaltimpuls von s die Kondensatorladung C_4 das Relais A mit seinem Selbsthaltekontakt a_1 zum Ansprechen bringen. Über den Kontakt a_4 wird der während der vorangegangenen Pulsphase aufgeladene Meßkondensator C_1 an das Gitter der Meßröhre $Rö_4$ gelegt. Eine Entladung über den Gitterwiderstand findet praktisch innerhalb der Meßzeit nicht statt, da dieser sehr groß (10 MΩ) ist. Relais A hält sich über a_1 selbst und bereitet über a_2 und a_3 den Weg zum Ansprechen des Relais B zum nächsten Impuls vor. a_2 entlädt in dieser Phase den Kondensator C_3. Der nächste Impuls, also der Beginn des nächsten Pulsintervalles, bewirkt, daß die Kondensatorladung C_3 jetzt über a_2, a_3 und b_1 das Relais B zum Ansprechen bringt, das sich nach dem Schalten über b_3 selbst hält. b_2 trennt den Kondensator C_1 vom Gitter und entlädt C_1, dafür legt nunmehr b_4 den Kondensator C_2 ans Gitter, dessen Spannung des dem nächstfolgenden Pulszeitintervall verhältnisgleich ist. b_5 trennt A und bringt damit sowohl C_1 zur Entladung wie auch den bis dahin entladenen Kondensator C_3 zur Aufladung. Analog wird beim dritten Schaltimpuls von s C_3 in Meßstellung, C_1 in Aufladestellung und C_2 in Entladestellung gebracht. Das Spiel wiederholt sich fortlaufend.

Zusammenstellung der gebräuchlichsten Methoden zur Pulsfrequenzbestimmung

Pulsfühler	Verstärkung oder Ausschlagvergrößerung	Zähl-/Registrierwerk	Verwendbarkeit	Erreichbare Genauigkeiten
Finger	–	Stoppuhr	schnelle Bestimmung einer intervallgebundenen mittleren Pulsfrequenz	± 2%
mech. Fühlhebel	Hebelübersetzung	Registriertrommel, Ruß oder Tintenschreiber	einfache Pulszeitbestimmung am ruhenden Objekt	± 5% bis ± 2%
Pelotte (Frankesche Kapsel) od. Manschette	pneumatisch	Registriertrommel, Tintenschreiber	Auswertung durch Einzelausmessung, zeitraubend	
tangierender Lichtstrahl (Venenpuls)	–	optische Registrierung	Pulsbestimmung am ruhenden Objekt, völlig rückwirkungsfrei, aber umständlich	± 5% bis ± 2%
Pelotte od. Manschette	Lichtzeigerweg	optische Registrierung	sehr genaue Pulszeitbestimmung am ruhenden Objekt durch Einzelausmessung, zeitraubend	0,1%
Manschette, mech. Hebel, Hg.-Pelotte + elektr. Kontakt	elektromagnetisch (Relais)	Ordinatenschreiber	genaue direkte Pulszeitregistrierung am ruhenden Objekt	bis ± 0,3%
„EKG-Elektroden"	elektronisch	Ordinatenschreiber	Bestimmung der Innervationsimpulszeiten, ortsgebunden, nur bedingt zur Pulsfrequenzmessung geeignet	bis ± 0,3%
Piezoelektrischer Kristall, kapazitive, induktive Druckgeber	elektronisch	Kurvenschreiber, Ordinatenschreiber	Pulszeitbestimmung am ruhenden Objekt	bis ± 0,3%
Photozelle, Photoelement, „Impedanz-Elektroden"	elektronisch	Summierwerk, Ordinatenschreiber, direkte Anzeige bzw. Registrierung	mittlere Pulsfrequenz und Pulszeitregistrierung am bewegten Objekt	± 2%, ± 0,5%, ± 1—2%

Die in der Zusammenstellung angegebenen Kombinationen zwischen Pulsfühler und Registrierverfahren sind nicht die einzig möglichen. Die zweckmäßigste Anordnung wird sich jeweils aus der speziellen Aufgabenstellung ergeben.

Es scheint, als ob bei dieser Ausführung dem Prinzip der geringsten Schaltmittelzahl nicht genügend Rechnung getragen sei. Es kommt aber auch hier, wie bei der Lösung jeder Aufgabe, nicht auf die absolut kleinste Zahl von Schaltmitteln, sondern auf das Verhältnis von verlangter Genauigkeit und Sicherheit zum Umfang der Mittel an.

Ohne auf weitere technische Einzelheiten einzugehen (sie erscheinen in einer besonderen Arbeit), sollen im Anschluß an die vorliegende Übersichtsdarstellung über das Gebiet der Pulsfrequenzmessung noch einige Hinweise für die praktische Nutzanwendung gegeben werden.

Das Wesentlichste bei der photoelektrischen Pulsfrequenzmessung ist die sinnvolle Handhabung des Abgriffteiles. Er ist die empfindlichste Stelle der ganzen Meßmethode. Seine Aufgabe ist, die geringfügigen Lichtänderungen der Durchblutungsschwankungen auch bei heftigen Bewegungen der Versuchsperson störungsfrei als elektrische Impulse weiterzu-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

geben. Nach Messungen von *E. A. Müller* und eigenen Versuchen betragen die Lichtschwankungen durch den Puls am Ohr und anderen lichtdurchlässigen, durchbluteten Körperteilen nur 1%···2% des gesamten durchfallenden Lichtes. Es ist klar, daß Störungen des konstanten Lichtstromes, die nicht von Pulsschwankungen herrühren, tunlichst eine Größenordnung niedriger gehalten werden müssen.

Dazu ist erforderlich, daß die *Lichtquelle* keinen plötzlichen Schwankungen unterworfen ist. Trockenbatterien sind zur Speisung des Lämpchens gegenüber Kleinstakkus auf jeden Fall vorzuziehen, da letztere bei Bewegungen und Erschütterungen infolge von Flüssigkeitsverschiebungen einen schwankenden inneren Widerstand aufweisen, der die Lampenhelligkeit um einige Größenordnungen mehr als der Nutzeffekt beeinflußt. Ein allmähliches Absinken der Batteriespannung ist dagegen unschädlich, da der zweckmäßigerweise stets zu verwendende RC-Verstärker verschwindende Werte von $\frac{dU}{dt}$ unterdrückt.

Bei Messungen im *Tageslicht* muß die photoelektrische Angriffsstelle und ihre Umgebung unbedingt durch eine Lichtschutzkappe abgedeckt werden. Bewegungen des Kopfes im Tageslichtfeld bewirken am Photoelement Beleuchtungsänderungen, die unter Umständen größer sind als die gewünschten Durchleuchtungsschwankungen.

Es ist selbstverständlich, daß sämtliche *Kontaktstellen* einwandfrei sind. Stecker und Buchsen werden am besten vermieden, Klemmen sind besser. Wo irgend angängig, sind elektrisch einwandfreie Lötverbindungen allen anderen Verbindungsarten vorzuziehen.

Als lichtempfindliches Abtastorgan ist das *Photoelement* der gasgefüllten Photozelle vorzuziehen. Es ist gegen mechanische Einwirkungen unempfindlicher, an Masse und Volumen kleiner und benötigt vor allem keine besondere, die Versuchsperson unter Umständen gefährdende hohe Betriebsspannung wie die Photozelle.

Photoelement und Lichtquelle, die zu beiden Seiten des Ohrläppchens angelegt werden, werden zweckmäßigerweise mit je einem Deckgläschen abgeschlossen. Dadurch liegt das Ohrläppchen zwischen zwei planen Flächen, und die Erfassung des nutzbaren diffusen Lichtes wird begünstigt[2]).

Besondere Sorgfalt ist auf guten und *sicheren Sitz* des Abgriffs am Ohr zu legen. Die Vielgestaltigkeit der Ohrläppchen erfordert bei jeder Versuchsperson bzw. jedem neuen Patienten auf jeden Fall eine mehrfache individuelle Erprobung, ehe die eigentliche Messung beginnt.

3.25 Die Pulsfrequenzmessung vermittels Impedanzplethysmographie

Eine weitere Möglichkeit der Pulsfrequenzmessung wäre durch die Methode der sogenannten „Impedanzplethysmographie" gegeben. Bei diesem neuerdings in den USA entwickelten Verfahren handelt es sich um die fortlaufende Messung des Scheinwiderstandes zwischen zwei an ein Fingerglied angelegten HF-Elektroden. Der Impedanzwert der Meßstrecke variiert im Verhältnis der Blutfüllung des durchströmten Fingergliedes. Nach Mitteilung des Verfassers ist auf diese Weise eine Registrierung des peripheren Pulsstromes möglich. Ob sich dieses Abtastverfahren auch zur Pulsfrequenzmessung am bewegten Objekt eignet, darüber liegen zur Zeit noch keine Erfahrungen vor. Aussichten hierfür scheint diese Methode jedoch zu bieten.

4. Zusammenfassung

Als Ergebnis einer Übersichtsdarstellung der wesentlichsten Methoden der Pulsfrequenzmessung wird festgestellt:

1. Subjektive Methoden eignen sich nur zur ungefähren Ermittelung einer mittleren Pulsfrequenz. Das Meßzeitintervall soll nicht kleiner als 1 min gewählt werden, damit der Fehler < 5% bleibt. Messungen mehrfach wiederholen!
2. Von den objektiven Methoden ermöglichen die mechanischen, optischen oder elektrischen Pulskurvenschreiber durch Ausmessen der einzelnen Pulszeitintervalle die genaueste Bestimmung der Pulsfrequenz. Diese indirekten Verfahren sind jedoch nur für kurzzeitige Messungen und für ruhende Objekte geeignet.
   Großer Registrieraufwand und zeitraubende Auswertungen!
3. Die direkte und fortlaufende Messung bzw. Registrierung der Pulsfrequenz über längere Zeiträume ist nur mit Hilfe elektrischer Verfahren durchführbar. Von diesen erscheint zur Zeit das photoelektrische Meßverfahren am geeignetsten, weil es die Messung auch am bewegten Objekt ermöglicht. Ein wesentlicher Vorteil der elektrischen Verfahren ist die Möglichkeit der apparativen Trennung zwischen sehr klein und leicht zu haltendem Pulsfühler, Verstärker und Registriereinrichtung. Die Genauigkeit der direkten und elektrischen Pulsfrequenzmessung wird durch die Güteklasse des im Ausgang verwendeten Meßinstrumentes begrenzt.

5. Literaturnachweis

[1] *E. A. Müller*, Arbphysiol. **12** (1942) S. 92.
[2] *E. A. Müller*, Ref. Physiol.-Tagung Bonn 1947.
[3] *K. Matthes*, Kreislaufuntersuchungen am Menschen mit fortlaufend registrierenden Methoden. Thieme 1951.
[4] *K. Jungmann*, Arch. f. exp. Path. u. Pharm. **120** (1927) S. 313
[5] *W. Poppelreuter*, Zeitstudie u. Betriebsüberwachung im Arbeitsschaubild. München-Berlin 1929.
[6] *K. Vierordt*, Die Lehre vom Arterienpuls. Braunschweig 1855.
[7] *E. J. Marey*, Recherches sur le pouls au moyen d'un nouveau appareil enregisteur: Le Sphygmograph. Paris 1860.
[8] *H. v. Recklinghausen*, Blutdruckmessung und Kreislauf in den Arterien des Menschen. Steinkopf 1940.
[9] *E. P. Boas* u. *R. Goldschmidt*, Arch. f. Int. Med. **41** (1928) S. 403.
[10] *F. Kraus*, *R. Goldschmidt* u. *S. Seelig*, Z. ges. exp Med. **53** (1926) S. 243.
[11] *A. Fleisch*, Z. ges. exp. Med. **72** (1930) S. 384.
[12] *R. E. Sturm* u. *E. H. Wood*, Rev. Sci. Instruments **18** (1947) S. 771.
[13] *E. A. Müller* u. *J. J. Rech*, Arbphysiol. **14** (1950) S. 137.
[14] *K. Matthes*, Klin. Wschr. **1** (1941) S. 295.

[2]) Geeignete Se-Photoelemente sind von der Firma VEB Optik Carl Zeiss Jena, zu beziehen.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 1 (1954/55) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

IV. Fakultät für Feinmechanik und Optik / Publ. Nr. 1
Institut für Vakuumtechnik, mit der Wahrnehmung der Geschäfte der Direktor beauftragt: Dozent Dr. phil. nat. Siegfried Buch
Als Manuskript gedruckt! DK 535.391.5/.6: 620.178.162.42
Eingang: 12. 11. 1954

Mechanische Festigkeitsprüfungen an dünnen optisch wirksamen Schichten

Von Dozent Dr. phil. nat. Siegfried Buch

Zunehmend wendet die optische Industrie dünne optisch-wirksame Schichten auf Trägergläsern in ihren optischen Instrumenten an. Diese Schichten werden entweder zur Reflexionsminderung [1···3], Reflexionserhöhung [4] oder Lichtteilung [5] eingesetzt. Sind solche Schichten sowohl labor- oder fertigungsmäßig auf ihre Träger aufgebracht, so sollen sie eine optimale optische Wirksamkeit aufweisen und außerdem haltbar sein. Ihre optische Wirksamkeit kann photometrisch gemessen werden [6]. Haltbar bedeutet z. B., daß die Schichten sich nicht chemisch zersetzen dürfen, daß sie sich im Wasser nicht auflösen, daß sie hitzebeständig sind und daß sie fest auf dem Trägerglas haften müssen. Korrosions- und Hitzebeständigkeit sowie Wasserlöslichkeit sind bereits tabellarisch erfaßte Eigenschaften des Schichtmaterials, die sich auch durch den Herstellungsprozeß, das Aufdampfen der dünnen Schichten nicht verändern und deshalb nicht laufend geprüft zu werden brauchen. Anders ist es mit der Härte und der Haftfähigkeit der Schichten auf den Trägergläsern. Sie sind für ein einheitliches Herstellungsmaterial weitestgehend von der Sauberkeit der Trägergläser beim Aufdampfen, den Bedingungen des Aufdampfprozesses, dem Härten der Schichten usw. abhängig.

Als vor ungefähr 20 Jahren die industrielle Entwicklung der reflexionsmindernden Schichten im Zeisswerk begann, wurde bereits die verlangte optische Wirksamkeit der Schichten erreicht. Diese waren jedoch zunächst so weich, daß man sie mit einem Haarpinsel wegpinseln konnte. Der nächste Stand der Haltbarkeit wurde dadurch charakterisiert, daß nach einer alten Werkprüfvorschrift „der Belag nicht beschädigt werden durfte, wenn man mit einem spitzen Messingstift mit einem Auflagedruck wie beim Schreiben über den Belag strich". Diese Prüfanordnung ist sehr unbestimmt, da jeder Mensch beim Schreiben einen anderen Auflagedruck hat. Um diese Unbestimmtheit auszuschalten, wurde zunächst eine kleine Vorrichtung (Bild 1) gebaut, mit der sowohl ein mit einer Spitze versehener Messing- wie auch Stahlstift oder eine kleine Achatkugel mit durch Gewichte veränderlichem, meßbarem Auflagedruck bei senkrechter Stellung der Stifte zur Prüflingsebene geradlinig über den Prüfling hinweggeführt werden kann. Die Stifte liegen dabei nur in der Bewegungsrichtung vom Zentrum des Prüflings nach dem Rande zu auf ihm auf. Da die Schichten je nach Zweck nur $\lambda/4$, $\lambda/2$ oder ganze Vielfache dieser Größen der mittleren Wellenlänge (550 mμ) des sichtbaren Lichtes dick sind, sind sie für die Methode, die einer Ritzhärteprüfung gleichkommt, viel zu dünn. Mit ihr konnten leider keine reproduzierbaren Prüfungsergebnisse erreicht werden.

Bild 1

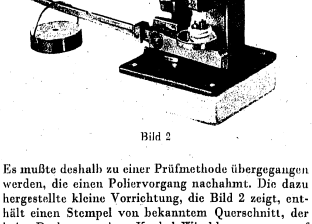


Bild 2

Es mußte deshalb zu einer Prüfmethode übergegangen werden, die einen Poliervorgang nachahmt. Die dazu hergestellte kleine Vorrichtung, die Bild 2 zeigt, enthält einen Stempel von bekanntem Querschnitt, der beim Drehen an einer Kurbel Wischbewegungen auf dem Prüfling ausführt, die an einem Zählwerk gezählt werden. Zur Beanspruchung der Prüflinge ist der Stempel mit gewaschenem Leinen überzogen. Die Prüflinge, für Entwicklungszwecke Plangläser, werden dabei mit durch Gewichte einstellbarem Druck gegen den Stempel gedrückt. In der Literatur [7] sind ähnliche Geräte beschrieben worden und sollen im Zeisswerk früher bereits vorhanden gewesen sein. Mit ihnen wird bei einem Anfangsauflagedruck eine bestimmte Anzahl von Wischbewegungen auf dem Prüfling ausgeführt. Wenn bei der Besichtigung keine Wisch-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

spuren festgestellt worden, so wird der Wischvorgang bei erhöhtem Auflagedruck wiederholt und das so oft, bis Wischspuren zu erkennen sind. Die letzte Belastung vor dem Auftreten der Wischspuren wird als Charakteristikum für die Haltbarkeit der dünnen Schichten angegeben. Mit dieser Methode können schon recht gut die besser haltbaren von den weniger gut haltbaren Schichten unterschieden werden. Sie eignet sich für Haltbarkeitsprüfung in der Fertigung, ist aber doch etwas zu überschlägig. Sollen jedoch für Entwicklungszwecke feiner differenzierte Ergebnisse ermittelt werden, so hat sich eine vom Verfasser angegebene, mit etwas mehr Aufwand betriebene Methode als sehr günstig erwiesen. Mit dem Photometer wird zunächst die Reflexion der z. B. mit reflexionsmindernder Einfachschicht beschichteten Prüflinge festgestellt, dann werden sie mit dem gleichen Gerät

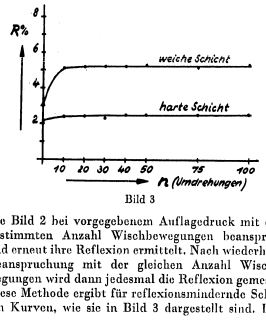


Bild 3

wie Bild 2 bei vorgegebenem Auflagedruck mit einer bestimmten Anzahl Wischbewegungen beansprucht und erneut ihre Reflexion ermittelt. Nach wiederholter Beanspruchung mit der gleichen Anzahl Wischbewegungen wird dann jedesmal die Reflexion gemessen. Diese Methode ergibt für reflexionsmindernde Schichten Kurven, wie sie in Bild 3 dargestellt sind. Diese Kurven wurden als typische aus einer großen Anzahl ausgewählt.

Die Meßpunkte dazu sind Mittelwerte aus Messungen an zehn gleichzeitig hergestellten Prüflingen. Zu bemerken ist, daß zwischen den beiden typischen Kurven für „weichere" und „härtere" Schichten viele Zwischenzustände ermittelt worden sind. Bei der vor einigen Jahren vom Verfasser durchgeführten Ausarbeitung der Härtung des reflexionsmindernden Belages im Jenaer Zeisswerk hat sich diese Meßmethode als sehr wertvoll erwiesen. Ohne daß dabei die Schichten zerstört werden, kann mit ihr viel genauer die Haltbarkeit ermittelt werden als mit der zuvor angegebenen überschlägigen Meßmethode. Bei Festigkeitsprüfungen an reflexionserhöhenden Schutzschichten auf Spiegeln sowie an lichtteilenden Schichten werden analoge Kurven gefunden, wie sie in Bild 3 für reflexionsmindernde Einfachschichten dargestellt sind.

Literaturangaben

[1] *A. Smakula*, Über die Erhöhung der Lichtstärke optischer Geräte. Z. Instrumentenkunde **60** (1940) S. 33 ··· 36.

[2] *A. Hiesinger*, Entspiegelung von Glasoberflächen. Optik **3** (1948) H. 5/6.

[3] *S. Buch*, Verminderung von Lichtverlusten und Kontraststörungen bei optischen Geräten. Feingerätetechnik **3** (1954) H. 6 S. 251 ··· 254.

[4] *R. Meßner*, Die Bedeutung der Interferenz für die Steigerung der Metallreflexion und ihre praktische Verwertung in der Optik. Optik **2** (1947) S. 228 ··· 234.

[5] *R. Meßner*, Die Bedeutung der Interferenz für die Herstellung verlustfreier Strahlenteilungen in optischen Geräten. Zeiss-Nachr. **4** (1943) S. 253 ··· 263.

Die vorgenannten Arbeiten enthalten umfangreiche Literaturangaben.

[6] *S. Buch*, Optische Messungen an aufgedampften reflexionsmindernden Einfachschichten. Jenaer Jb. 1951 S. 137 ··· S. 143.

[7] *R. Weiß*, Härteprüfgerät für dünne Schichten. Foto-Kino-Techn. 1950 H. 3 S. 76.

Auswahlliste
aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek

Normung

Kienzle, Otto: Normungszahlen. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8⁰ 248

Riedel, Max: Normzahlen, Normmaße. Berlin 1951. 1.8⁰ 130

Allgemeine Meßtechnik

Jakovlev, K. P.: Mathematische Auswertung von Meßergebnissen (Matematičeskaja obrabotka rezul'tatov izmerenij [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 385

Mathematik

Blaschke, Wilhelm: Einführung in die Differentialgeometrie. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8⁰ 256

Bückner, Hans: Die praktische Behandlung von Integral-Gleichungen. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1952. 1.8⁰ 322

Collatz, Lothar: Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen. Leipzig 1949. 1.8⁰ 56

Jung, Heinrich Wilhelm Ewald: Einführung in die Theorie der algebraischen Funktionen zweier Veränderlicher. Berlin 1951. 1.8⁰ 81

Kommerell, Karl: Vorlesungen über analytische Geometrie der Ebene. Leipzig 1953. 1.8⁰ 359

Levin, V. I., und I. **Grosberg:** Differentialgleichungen der mathematischen Physik (Differencial'nye uravnenia matematičeskoj [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 376

Lösch, Friedrich, und Fritz **Schoblik:** Die Fakultät ⟨Gammafunktion⟩ und verwandte Funktionen. Leipzig 1951. 1.8⁰ 171

Neiß, Fritz: Determinanten und Matrizen. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1948. 1.8⁰ 87

Pickert, Günter: Analytische Geometrie. Leipzig 1953 1.8⁰ 445

Schwank, Friedrich: Randwertprobleme und andere Anwendungsgebiete der höheren Analysis für Physiker, Mathematiker und Ingenieure. Leipzig 1951. 1.8⁰ 162

Vogel, Alfred: Klassische Grundlagen der Analysis. Leipzig 1952. 1.8⁰ 396

Winkelfunktionen, Sechsstellig. Schnell-Rechentafel. Berlin 1953. 1.8⁰ 413

Physik

Altenkirch, Edmund: Verzögerungsfunktion. Berlin 1952. 1.8⁰ 342

Barkhausen, Heinrich: Einführung in die Schwingungslehre nebst Anwendungen auf mechanische und elektrische Schwingungen. Leipzig 1951. 1.8⁰ 64

Bergmann, Ludwig: Schwingende Kristalle und ihre Anwendung in der Hochfrequenz- und Ultraschalltechnik. Leipzig 1951. 1.8⁰ 127

Blochincev, D. I.: Grundlagen der Quantenmechanik (Osnovy kvantovoj mechaniki [dt.]). Berlin 1953. 1.8⁰ 501

Cremer, Lothar: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik. Bd 3. Stuttgart 1950. 1.8⁰ 198

Dankwortt, Peter Walter: Lumineszenz-Analyse im filtrierten ultravioletten Licht. Leipzig 1949. 1.8⁰ 83

Eckert, Ernst: Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1949. 1.8⁰ 86

Gerlach, Walter: Die chemische Emissions-Spektralanalyse. T. 3. Leipzig 1949. 1.8⁰ 297

Henning, Friedrich: Temperaturmessung. Leipzig 1951. 1.8⁰ 319

Hoffmann, Georg: Einführung in die Hydraulik. Berlin 1953. 1.8⁰ 401

Houwink, Roelof: Elastizität, Plastizität und Struktur der Materie (Elasticity, plasticity and structure of matter [dt.]). Dresden, Leipzig 1950. 1.8⁰ 94

Kaufmann, Walther: Einführung in die technische Mechanik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1949. 1.8⁰ 316

Kornfeld, M.: Elastizität und Festigkeit der Flüssigkeiten (Uprugost'i procnost zidkostej [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 348

Leonhard, Adolf: Die selbsttätige Regelung. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1949. 1.8⁰ 1

Levin, V. I., und I. **Grosberg:** Differentialgleichungen der mathematischen Physik (Differencial'nye uravnenija matematičeskoj [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 376

Moeller, Hans Georg: Behandlung von Schwingungsaufgaben mit komplexen Amplituden und mit Vektoren. Leipzig 1950. 1.8⁰ 509

Pflüger, Alf: Stabilitätsprobleme der Elastostatik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.4⁰ 5

Schmidt, Harry: Einführung in die Schwingungslehre. Berlin 1952. 1.8⁰ 519

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Schrödinger, Erwin: Statistische Thermodynamik (Statistical Thermodynamics [dt.]). Leipzig 1952. 1.8° 362

Umstätter, Hans: Strukturmechanik. Dresden, Leipzig 1948. 1.8° 253

Zdanov, G. S.: Röntgenstrahlen (Rentgenovye luči [dt.]). Berlin (1952). 1.8° 532

Zweiling, Klaus: Gleichgewicht und Stabilität. Berlin 1953. 1.8° 502

Chemie, Elektrochemie und Galvanotechnik

Ageenkov, V. G., und I. A. **Kakovskij:** Elektrometallurgie der wäßrigen Lösungen (Elektrometallurgija vodnych rastvorov [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 357

Dankwortt, Peter, Walter: Lumineszenz-Analyse im filtrierten ultravioletten Licht. Leipzig 1949. 1.8° 83

Gerlach, Walther, und Else **Riedel:** Die chemische Emissions-Spektralanalyse. T. 3. Leipzig 1949. 1.8° 297

Henglein, Friedrich August: Grundrisse der chemischen Technik. Weinheim/Bergstr., Berlin 1949. 1.4° 6

Hunyar, Andreas: Chemie der Silikone. Berlin 1952. 1.8° 356

Jahrbuch der Galvanotechnik. Berlin 1951. 1.8° 285

Krönig, Walter: Die katalytische Druckhydrierung von Kohlen, Teeren und Mineralölen. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8° 59

Langenbeck, Wolfgang: Einführung in die organisch-technische Chemie. Dresden, Leipzig 1951. 1.8° 90

Langenbeck, Wolfgang: Lehrbuch der organischen Chemie. Dresden, Leipzig 1953 1.8° 406

Medicus, Ludwig — Walter **Poethke:** Kurze Anleitung zur Gewichtsanalyse. Dresden, Leipzig 1951. 1.8° 92

Medicus, Ludwig — Walter **Poethke:** Kurze Anleitung zur Maßanalyse. Dresden, Leipzig 1952. 1.8° 474

Medicus, Ludwig — Margot **Goehring:** Kurze Anleitung zur qualitativen Analyse. Dresden, Leipzig 1952. 1.8° 309

Medicus, Ludwig: Kurze Anleitung zur technisch-chemischen Analyse. Dresden, Leipzig 1951. 1.8° 79

Probleme, Aktuelle, der physikalischen Chemie. Berlin 1953. 1.8° 395

Reiner, Stefan: Laboratoriumsbuch für die Gummi-, Kabel- und deren verwandte Industrien. Halle ⟨Saale⟩ 1953. 1.8° 640

Remsen, Ira: Einleitung in das Studium der Chemie (An Introduction of the study of chemistry [dt.]). Dresden, Leipzig 1953. 1.8° 515

Rummel, Theodor: Hochspannungsentladungschemie und ihre industrielle Anwendung. München 1951. 1.8° 472

Scheller, Heinrich: Einführung in die angewandte spektrochemische Analyse. Berlin 1953. 1.8° 95

Schiemann, Günther: Die organischen Fluorverbindungen in ihrer Bedeutung für die Technik. Darmstadt 1951. 1.8° 84

Taschenbuch für Galvanotechnik. Berlin 1952. 1.8° 286

Werkstoffkunde, Werkstoffprüfung

Ageenkov, V. G., und I. A. **Kakovskij:** Elektrometallurgie der wäßrigen Lösungen (Elektrometallurgija vodnych rastvorov [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 357

Awetissjan, Ch. K.: Grundlagen der Metallurgie. Halle ⟨S.⟩ 1951. 1.8° 857

Belov, K. P.: Erscheinungen in ferromagnetischen Metallen (Uprugie, teplovye i élektričeskie javlenija v ferromagnitnych metallach [dt.]). Berlin 1953. 1.8° 369

Dröge, Wilhelm, und Kurt **Bansen:** Die Eigenschaften der Thomas-, Siemens-Martin- und Elektro-Stähle. Berlin 1952. 1.8° 191

Eisenkolb, Fritz: Das Tiefziehblech. Leipzig 1951. 1.8° 238

Föppl, Ludwig, und Ernst **Mönch:** Praktische Spannungsoptik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8° 73

Glocker, Richard: Materialprüfung mit Röntgenstrahlen unter besonderer Berücksichtigung der Röntgenmetallkunde. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1949. 1.8° 255

Goederitz, August Hermann Fritz: Metallguß. Halle/Saale 1950. 1.8° 644

Häussler, Fritz: Reversible Zähigkeitsänderungen von Schmierflüssigkeiten bei mechanischer Beanspruchung. Berlin 1951. 1.8° 85

Houwink, Roelof: Elastizität, Plastizität und Struktur der Materie (Elasticity, plasticity and structure of matter [dt.]). Dresden, Leipzig 1950. 1.8° 94

Hunyar, Andreas: Chemie der Silikone. Berlin 1952. 1.8° 356

Jasnogorodskij, I. Z.: Elektrolytisches Härten (Nagrev metallov i splavov v élektrolite [dt.]). Berlin 1951. 1.8° 206

Kieffer, Richard, und Werner **Hotop:** Sintereisen und Sinterstahl. Wien 1948. 1.8° 63

Klemm, Heinz: Die Gefüge des Eisen-Kohlenstoff-Systems. Berlin 1951. 1.8° 3

Kornfeld, M.: Elastizität und Festigkeit der Flüssigkeiten (Uprugost'i procnost' zidkostej [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 348

Lüder, Erich: Elektrolytkupfer. Berlin 1953. 1.8° 36

Machu, Willi: Die Phosphatierung. Weinheim/Bergstr. 1950. 1.8° 163

Meincke, Hermann: Beziehungen der Zugfestigkeit und Streckgrenze zur Brinellhärte. Berlin 1952. 1.8° 35

Mineral- und Silikon-**Öle** als Schmiermittel. Berlin 1953. 1.8° 37

Nagel, Adolf: Herstellung von Temperguß. Berlin (1950). 1.8° 180

Ohlenschläger, Werner: Die Aufarbeitung gebrauchter Industrieöle. Dresden, Leipzig 1952. 1.8° 475

Okorokov, N. V.: Elektrische Schmelzöfen für die Eisenmetallurgie (Elektroplavil'nye peči černoj metallurgii [dt.]). Berlin 1953. 1.8° 377

Orlicek, A. F., und H. Johannes **Pöll:** Hilfsbuch für Mineralöltechniker. Bd 1. Wien 1951. 1.4° 7

Pawlek, Franz: Magnetische Werkstoffe. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1952 1.8° 449

Poetter, Heinrich: Hartguß und Walzenguß. Berlin 1953. 1.8° 555

Poetter, Heinrich: Die Werkstoffprüfung im Maschinenbau und in der Elektrotechnik. Berlin 1952. 1.8° 338

Rapatz, Franz: Die Edelstähle. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1951. 1.8° 169

Roll, Franz: Entwicklung, Stand und Zukunft des Gußeisens. Berlin 1951. 1.8° 2

Sommer, Franz, und Hans **Pollack:** Elektrostahlerzeugung. Düsseldorf 1950. 1.8° 61

Schulze, Alfred: Metallische Werkstoffe der Elektrotechnik. Berlin (1950). 1.8° 257

Trubin, K. G.: Der Siemens-Martin-Prozeß. Berlin 1953. 1.8° 755

Verfahren, Neue, zur Prüfung der Metalle auf Kriechfestigkeit und Erholung. Berlin 1952. 1.8° 196.

Walther, Horst: Zerstörungsfreie Materialprüfungen. Berlin 1953. 1.8° 628

Werkstoff und Schweißung. Berlin 1951. 1.8° 270

Zollinger, Rudolf: Die mineralischen Baustoffe. Bd 1. Berlin 1949. 1.8° 149

Technologie

Bogačev, I. N., und V. G. **Permjakov:** Das Anlassen von gehärtetem Stahl (Otpusk zakalennoj stali [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 855

Bogatyrev, Ju. M.: Das Anlassen oberflächengehärteter Konstruktionsstähle (Otpusk poverchnostno-zakalennoj konstrukcionnoj stali [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 854

Czempiel, August: Über das Pressen der Metalle. Berlin 1951. 1.8° 236

Kopecky, Alfred, und Rudolf **Schamschula:** Mechanische Technologie. Wien 1951. 1.8° 65

Kretzschmar, Eberhard: Das Metallspritzverfahren und seine Anwendung in unserer Wirtschaft. Halle ⟨Saale⟩ 1953. 1.8° 635

Lüder, Erich: Handbuch der Löttechnik. Berlin 1952. 1.8° 617

Mantai, Felix: Automatisches Schweißen unter einem Schlackenpulver. Berlin 1952. 1.8° 611

Maslov, E. N.: Grundlagen der Theorie des Metallschleifens (Osnovy teorii šlifovanija metallov [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 852

Oehme, Kurt: Stanzerei-Technologie. Berlin 1953. 1.8° 304

Preuß, Bernhard: Schmiedetechnologie. Berlin 1953. 1.8° 632

Rauzin, Ja. R.: Warmbehandlung von Chromstahl (Termičeskaja obrabotka chromistoj stali [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 853

Schimpke, Paul — Hans August **Horn:** Praktisches Handbuch der gesamten Schweißtechnik. Bd 2. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8° 69

Werkstoff und Schweißung. Berlin 1951. 1.8° 270

Zinin, M. V.: Zahnradbearbeitungsmaschinen (Stanka dlja obrabotki zubčatych koles [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 381

Konstruktion, Maschinenelemente

Bischoff, Werner, und Friedrich **Hansen:** Rationelles Konstruieren. Berlin 1953. 1.8° 282

Bloch, S. Sch.: Angenäherte Synthese von Mechanismen (Približennyj sintez mechanizmov [dt.]). Berlin 1951. 1.8° 442

Dobrogurskij, S. O.: Berechnungen der Einzelteile und Mechanismen von Präzisionsgeräten (Rasčety detalej i mechaniszmov točnych priborov [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 863

Konstruieren im Maschinen- und Gerätebau. Bd 1. Leipzig (1950). 1.8° 498

Leinweber, Paul: Gewinde. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1951. 1.8° 60

Levenson, L. B.: Kinematik und Dynamik der Getriebe (Teorija mechanizmov i mašin [dt.]). Berlin 1952. 1.8° 715

Schmierstoff- und Lager-**Fragen.** Berlin 1952. 1.8° 33

Kraftmaschinen, allgemeine Energietechnik

Cammerer, Josef Sebastian: Der Wärme- und Kälteschutz in der Industrie. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1951. 1.8° 68

Eßlinger, Maria: Statische Berechnung von Kesselböden. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1952. 1.4° 13

Gerstenberger, Gustav: Die Pumpspeicherung. Berlin 1952. 1.8° 411

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hauschild, A.: Die maschinelle und elektrische Ausrüstung von Wasserversorgungsanlagen. Bd 1. Berlin 1952. 1.8⁰ 314

Kremser, Hans: Das Triebwerk schnellaufender Verbrennungskraftmaschinen. Wien 1949. 1.4⁰ 1

Sorge, Erich: Schwingungstechnische Maschinenfundamentierung. Berlin 1952. 1.8⁰ 528

Uhthoff, Ernst: Schmierstoffe und Schmierung in Kraftwerksbetrieben. Halle ⟨Saale⟩ 1949. 1.8⁰ 642

Allgemeine und theoretische Elektrotechnik

Barkhausen, Heinrich: Einführung in die Schwingungslehre nebst Anwendungen auf mechanische und elektrische Schwingungen. Leipzig 1951. 1.8⁰ 64

Barkhausen, Heinrich: Lehrbuch der Elektronen-Röhren und ihrer technischen Anwendungen. Bd 1. 3. 4. Leipzig 1951. 1.8⁰ 123/170/202

Belov, K. P.: Erscheinungen in ferromagnetischen Metallen (Uprugie, teplovye i élektričeskie javlenija v ferromagnitnych metallach [dt.]). Berlin 1953. 1.8⁰ 369

Burstyn, Walther: Elektrische Kontakte und Schaltvorgänge. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8⁰ 144

Bychovskij, M. L.: Die Genauigkeit elektrischer Netze, die zur Lösung von Laplace-Gleichungen verwendet werden (Točnost' élektričeskich setok, prednaznačennych dlja rešenija uravnenij Laplasa [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 851

Gavrilov, M. A.: Relaisschalttechnik für Stark- und Schwachstromanlagen (Teorija relejno-kontaktnych schem [dt.]). Berlin 1953. 1.8⁰ 42

Goedecke, Werner: Mathematische Grundlagen der Wechselstromlehre. Bd 1. Berlin 1952. 1.8⁰ 355

Günther, Herbert: Eigenschaften des R-C-Doppel-T-Vierpols. Berlin 1953. 1.8⁰ 363

Henkler, Otto: Störspannungen in Übertragungseinrichtungen. Berlin 1952. 1.8⁰ 453

Hüttig, Gustav Franz: Die Beeinflussung der elektrischen Leitfähigkeit sehr dünner Metalldrähte durch das umgebende Medium, Berlin 1951. 1.8⁰ 80

König, Herbert Wilhelm: Laufzeittheorie der Elektronenröhren. T. 1. 2. Wien 1948. 1.8⁰ 54/55

Meinke, Hans Heinrich: Die komplexe Berechnung von Wechselstromschaltungen. Berlin 1949. 1.8⁰ 260

Pawlek, Franz: Magnetische Werkstoffe. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1952. 1.8⁰ 449

Strecker, Felix: Die elektrische Selbsterregung. Stuttgart 1947. 1.8⁰ 89

Starkstromanlagen und -geräte, elektrische Energietechnik, Hochspannungstechnik

Blitzschutz. Berlin 1951. 1.8⁰ 205

Kesselring, Fritz: Theoretische Grundlagen zur Berechnung der Schaltgeräte. Berlin 1950. 1.8⁰ 264

Kyser, Herbert: Die elektrische Kraftübertragung. Bd 1. Leipzig 1953. 1.8⁰ 261

Matthéka, Franz: Das Niederspannungs-Industrienetz. Bd 2. Berlin 1952. 1.8⁰ 504

Schendell, Gerhard: Einbau und Betrieb von Erdschlußlöschspulen. Berlin 1952. 1.8⁰ 448

Schwarz, Hans: Hochfrequenz-Meßverfahren bei der Hochspannungsprüfung von Freileitungsisolatoren. Berlin 1953. 1.8⁰ 455

Fernmelde- und Hochfrequenztechnik

Begrich, Hans: Die Verordnung über Hochfrequenzanlagen. Berlin 1952. 1.8⁰ 414

Bergmann, Ludwig: Schwingende Kristalle und ihre Anwendung in der Hochfrequenz- und Ultraschalltechnik. Leipzig 1951. 1.8⁰ 127

Boden, Christian und Gerhard **Walter:** Verstärkung bei Frequenzen über 1000 MHz. Berlin 1952. 1.8⁰ 479

Dobesch, Heinz, und Irmgard **Schlegel:** Einfluß des Abschlußwiderstandes auf die Breitbandeigenschaften von Filtern. Berlin 1952. 1.8⁰ 320

Domsch, Günter: Der Übertrager der Nachrichtentechnik. Leipzig 1953. 1.8⁰ 444

Grimm, Friedrich: Ortsamtstechnik. Bd 1. Berlin 1952. 1.8⁰ 312

Gundlach, Friedrich Wilhelm: Grundlagen der Höchstfrequenztechnik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8⁰ 47

Henkler, Otto: Anpassungs- und Differentialübertrager der Nachrichtentechnik. Berlin 1951. 1.8⁰ 165

Hennig, Kurt: Fernmeldeübertragungssysteme in Einzeldarstellungen. Halle ⟨Saale⟩ 1949. 1.8⁰ 183

Kaden, Heinrich: Die elektromagnetische Schirmung in der Fernmelde- und Hochfrequenztechnik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8⁰ 70

Krahmer, Gerhard: Hochfrequenzkabel. Berlin 1952. 1.8⁰ 527

Langer, Max: Studien über Aufgaben der Fernsprechtechnik. Bd 1. 2. 3. Berlin 1951. 1.8⁰ 121/122/72

Langer, Max: Studien über Aufgaben der Fernsprechtechnik. Bd 4. 6. Berlin 1952. 1.8⁰ 483/484

Langer, Max: Verzögerungsfreier Wählerschnellbetrieb im Fernsprech-Fernverkehr. Berlin 1951. 1.8⁰ 443

Model, Z. I., und I. Ch. **Nevjažskij:** Hochfrequenzsender (Radioperedajuščie ustrojstva [dt.]). Berlin 1953. 1.8⁰ 858

Žabotinskij, M. J., und M. L. **Levin,** S. M. **Rytov:** Die Telegraphengleichung für allgemeine Leitungsanordnungen mit geringen Verlusten. Berlin 1952. 1.8⁰ 496

Elektroakustik

Hecht, Heinrich: Die elektroakustischen Wandler. Leipzig 1951. 1.8⁰ 412

Reichardt, Walter: Grundlagen der Elektroakustik. Leipzig 1952. 1.8⁰ 701

Sonstige Anwendungsgebiete der Elektrotechnik

Gorelik, A. M., und M. P. **Sacharova:** Die Elektroschürfung bei ingenieur-geologischen Untersuchungen (Primenenie elektrorazvedki pri inženerno-geologičeskich izyskanijach na železnych dorogach [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 860

Krebs, Walter: Schiffbau. Schiffselektrik. Berlin 1952. 1.8⁰ 461

Optische Technik, Vakuumtechnik

Borchert, Rudolf, und Ernst **Neumann:** Licht und Beleuchtung. Berlin 1953. 1.8⁰ 446

Füppl, Ludwig, und Ernst **Mönch:** Praktische Spannungsoptik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950. 1.8⁰ 73

Harting, Hans: Photographische Optik. Leipzig 1952. 1.8⁰ 545

Holland-Merten, Erwin L.: Vakuum-Pumpen in der Verfahrenstechnik. Halle ⟨Saale⟩ 1951. 1.8⁰ 639

Lichte, Hugo, und Albert **Narath:** Physik und Technik des Tonfilms. Leipzig 1945. 1.8⁰ 650

Löwe, Fritz: Optische Messungen des Chemikers und des Mediziners. Dresden, Leipzig 1949. 1.8⁰ 166

Mahl, Hans, und Erich **Gölz:** Elektronen-Mikroskopie. Leipzig 1951. 1.8⁰ 126

Schendell, Gerhard: Prüfungen und Messungen am Mikroskop. Berlin 1952. 1.8⁰ 589

Suchorukich, W. S.: Mikroskop und Teleskop (Mikroskop i teleskop [dt.]). Berlin 1952. 1.8⁰ 429

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

INHALT

	Ansprachen anläßlich der Eröffnung der Hochschule	1
	I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften	
BÖGEL, KARL	Die Struktur der stetigen Funktionen einer Veränderlichen	5
LATTERMANN, KARL	Kapillare Erscheinungen an der Kugel (zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten)	9
WINKLER, HELMUT	Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik	15
HANKE, EUGEN	Partielle Härtung durch Funkenentladung	29
POSSNER, LOTHAR	Konstruktionstafel zur Viergelenkkette	39
	II. Fakultät für Starkstromtechnik	
STAMM, HANS	Elektrische Isolierstoffe in Hochspannungsapparaten	51
	III. Fakultät für Schwachstromtechnik	
BLÜTHGEN, FRIEDRICH	Probleme und Methoden der Pulsfrequenzmessung	61
	IV. Fakultät für Feinmechanik und Optik	
BUCH, SIEGFRIED	Mechanische Festigkeitsprüfungen an dünnen optisch wirksamen Schichten	69
	Auswahlliste aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek	71

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

JAHRGANG 2 1956 HEFT 1

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

WISS. Z. HOCHSCH. F. ELEKTROTECHN. ILMENAU 2 (1956) H. 1

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau
Herausgeber: Der Rektor der Hochschule, Professor Dr. phil. nat. H. Stamm

Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" der Universitäten und Hochschulen haben die Aufgabe, der breiten Entfaltung des wissenschaftlichen Lebens an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik zu dienen und das besondere Gepräge der wissenschaftlichen Tätigkeit an der jeweiligen Universität oder Hochschule widerzuspiegeln. Dieser Bestimmung entsprechend sind die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" ausschließlich der Veröffentlichung von wissenschaftlichen Arbeiten aller an den Universitäten und Hochschulen vertretenen Fachgebiete vorbehalten. Arbeiten von Wissenschaftlern, die nicht an der betreffenden Universität oder Hochschule tätig sind, sollen nur dann in die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" aufgenommen werden, wenn es sich um Gastvorlesungen oder Gastvorträge handelt. Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" sind für Persönlichkeiten und wissenschaftliche Einrichtungen außerhalb der Universitäten und Hochschulen, die sie herausgeben, nur auf dem Tauschwege erhältlich.

Die in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik mit dem Vermerk „Als Manuskript gedruckt" erschienenen Arbeiten dürfen an anderer Stelle nur mit Genehmigung des Autors abgedruckt werden.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956/ Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 16
Institut für Mathematik und Mechanik, Direktor: Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 512.393 (084.2)
Eingang: 14. 3. 1956

Über ein für Stabilitätsuntersuchungen geeignetes Normdiagramm der Gleichungen dritten Grades

Von Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel

1. Zur Lösung der Gleichungen dritten Grades von der Form

(1) $$\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

mit reellen Koeffizienten a_0, a_1, a_2 verwendet man im allgemeinen die Transformation

(2) $$\lambda = \mu - \frac{a_2}{3},$$

durch welche (1) übergeht in

(3) $$\mu^3 + p\mu + q = 0$$

mit

(4) $$p = a_1 - \frac{1}{3}a_2^2\,;\quad q = a_0 - \frac{a_1 a_2}{3} + \frac{2}{27}a_2^3.$$

Zur raschen Auflösung von (3) dient dann ein Normdiagramm, das alle Gleichungen der Form (3) als Punkte in einem ebenen rechtwinkligen Koordinatensystem (p, q) darstellt[1]).

2. Diese Lösungsmethode führt zwar immer zum Ziele, hat aber für die Praxis gewisse Nachteile. Erstens ist die Berechnung von p und q nach (4) recht schwerfällig; zweitens aber führt die Transformation (2) die Gleichung (1) stets in eine vom mechanischen Standpunkt aus gesehen „instabile" Gleichung über, nämlich in die Gleichung (3), die mindestens eine Wurzel mit nichtnegativem Realteil besitzt. In der vorliegenden Arbeit werden wir daher eine Transformation angeben, die

erstens, ebenso wie (2), die Gleichungen (1) in Gleichungen mit nur zwei Parametern überführt, wobei

zweitens die neuen Parameter sich einfacher berechnen lassen als p und q in (4), und

drittens stabile Gleichungen (1) in stabile Gleichungen übergeführt werden.

3. Die Bezeichnung „stabile" Gleichung für eine Gleichung, deren sämtliche Wurzeln negative Realteile besitzen, rechtfertigt sich bekanntlich durch den Zusammenhang der linearen Schwingungsgleichung n-ter Ordnung mit der zugehörigen charakteristischen Gleichung n-ten Grades.

Im Falle $n = 3$ sei

(5) $$\dddot{x} + a_2\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_0 = 0$$

die vorgegebene Schwingungsgleichung, wobei a_0, a_1, a_2 Konstanten sind (beispielsweise die Bewegungsgleichung eines Reglers ohne äußere Störungskraft). Dann ist die Bewegung des Reglers durch die Funktion

(6) $$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$$

beschrieben, wobei die (im allgemeinen komplexen) Parameter C_1, C_2, C_3 von den Randbedingungen abhängen, die drei Parameter $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ aber die Wurzeln eben der Gleichung (1) sind.

Der durch (6) beschriebene Vorgang heißt stabil, wenn er allmählich zur Ruhe kommt, wenn also

(7) $$\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$$

ist. Das ist offensichtlich dann und nur dann der Fall, wenn die Realteile von $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ negativ sind. Gleichzeitig ist (1) die zu (5) gehörige charakteristische Gleichung.

4. Die in Abschnitt 2 gesteckten Ziele erreichen wir mit Hilfe der Transformation

(8) $$\lambda = a_2 c$$

immer dann, wenn

(9) $$a_2 \neq 0$$

ist. Denn (8) führt (1) über in

(10) $$c^3 + c^2 + A_1 c + A_0 = 0$$

mit

(11) $$A_0 = \frac{a_0}{a_2^3}\,;\ A_1 = \frac{a_1}{a_2^2}.$$

Erstens enthält nämlich die Gleichung (10) nur zwei Parameter, und zwar A_0 und A_1;

zweitens sind A_0 und A_1 aus a_0, a_1, a_2 nach (11) leichter zu berechnen als p und q nach (4), und

drittens beweisen wir: ist (1) stabil, so auch (10). Ist nämlich (1) stabil, so sind die drei Koeffizienten a_0, a_1, a_2 positiv. Die Nullstellen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ von (1) gehen daher nach (8) in Nullstellen c_1, c_2, c_3 von (10) ohne Änderung des Vorzeichens der Realteile über.

Bemerkung: Der Sinn der Transformation (8) liegt darin, daß der Koeffizient des quadratischen Gliedes den vorgeschriebenen Wert 1 erhält. Es erfüllt aber jede andere Transformation, die einem der Koeffizienten einen beliebig vorgeschriebenen positiven Wert erteilt, ebenfalls die erste und die dritte Bedingung. Die von uns verwandte Transformation (8) ist unter ihnen die einfachste.

5. Das gewünschte Normdiagramm erhalten wir nun dadurch, daß wir die Gleichungen von der Form (10) als Punkte in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (A_0, A_1) auffassen. Betrachten wir in dieser Darstellung alle Gleichungen mit einer gemeinsamen reellen Wurzel $\bar{c}$, so sind diese Gleichungen durch die in A_0 und A_1 lineare Beziehung

(12) $$A_0 = -\bar{c}\,A_1 - \bar{c}^2(\bar{c} + 1)$$

bestimmt; ihre Bildpunkte liegen also auf einer Geraden. Wir nennen diese Gerade die $\bar{c}$-Gerade

[1]) Vgl. etwa: R. Rothe, Höhere Mathematik, Teil 1, 2. Aufl. (Leipzig 1953), S. 110.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

unseres Normdiagramms, das wir nun dadurch erhalten, daß wir eine große Anzahl von c-Geraden zeichnen und diese mit den zugehörigen Werten c beziffern (s. die Diagramme 1—4).

Es zeigt sich, daß ein Teil I der Ebene von diesen c-Geraden dreifach, der restliche Teil II einfach überdeckt wird; in Teil I liegen die Gleichungen mit drei reellen, in Teil II die Gleichungen mit einer reellen und zwei komplex konjugierten Wurzeln.

Die Grenzkurve zwischen beiden Bereichen wird durch die Gleichungen mit einer (stets reellen) Doppelwurzel gebildet: die Gleichung dieser Grenzkurve erhalten wir aus der Diskriminante von (10); sie lautet

(13) $4\,A_1^3 - A_1^2 - 18\,A_1 A_0 + 27\,A_0^3 + 4\,A_0 = 0.$

Diese Kurve bietet sich im Diagramm, ohne gezeichnet zu sein, dem Auge von selbst dar, da sie die Umhüllende der Geradenschar (10) mit c als Parameter ist. Sie hat im Punkte $A_0 = \frac{1}{27}$, $A_1 = \frac{1}{3}$ einen singulären Punkt (eine Spitze); dieser Punkt stellt die Gleichung $(c + \frac{1}{3})^3 = 0$ dar, die einzige Gleichung der Form (10) mit einer dreifachen Wurzel.

6. In der vorläufigen Form liefert das Normdiagramm nur die reellen Wurzeln der Gleichungen (10). Diejenigen Gleichungen (8), deren Bildpunkt in dem einfach überdeckten Teil II der (A_0, A_1)-Ebene liegen, haben außer einer reellen Wurzel c noch ein komplex konjugiertes Wurzelpaar $d \pm i\nu$. Mechanisch bedeutet dies eine gedämpfte ($d < 0$) oder eine aufschaukelnde ($d > 0$) oder eine stationäre ($d = 0$) Schwingung mit der Kreisfrequenz ν.

Nach den Koeffizientensätzen ist

(14) $c + 2\,d = -1$, also

(14a) $d = -\frac{1+c}{2}$.

Das bedeutet, daß im Bereich II längs einer c-Geraden auch die Dämpfung (Aufschaukelung) d konstant bleibt. Wir merken daher an jeder c-Geraden nicht nur den c-Wert, sondern auch den nach (14) zugehörigen d-Wert an; wir können diese Geraden im Bereich II auch als „Geraden konstanter Dämpfung (Aufschaukelung)" bezeichnen.

Zur Berechnung der Kreisfrequenz ν betrachten wir die aus den Koeffizientensätzen folgende Gleichung

(15) $2\,c\,d + d^2 + \nu^2 = A_1$,

also

(15a) $\nu^2 = A_1 - d\,(2\,c + d)$,

oder auch

(16) $-(d^2 + \nu^2)\,c = A_0$,

also

(16a) $\nu^2 = -\frac{A_0}{c} - d^2$.

Um die Kreisfrequenz auch unmittelbar aus dem Normdiagramm ablesen zu können, zeichnen wir in ihm die Linien konstanter Kreisfrequenz ν, die wir „die ν-Linien" nennen.

Ist $\overline{\nu}$ ein Festwert von ν, so erhalten wir die Linie $\nu = \overline{\nu}$ punktweise dadurch, daß wir auf einer (c, d)-Geraden den Punkt mit der durch (15) bestimmten Koordinate A_1 aufsuchen; zur Kontrolle dient dann, daß dieser Punkt auch die durch (16) bestimmte Koordinate A_0 besitzt.

Selbstverständlich verlaufen alle ν-Linien vollständig im Bereich II (s. die Diagramme 5—7).

7. Wir sind nunmehr in der Lage, in jedem Fall aus dem Normdiagramm alle drei Wurzeln der Gleichung (10) abzulesen, gleichgültig, ob alle drei reell sind oder ob sich zwei komplex konjugierte unter ihnen befinden. Die Wurzeln von (1) liefert uns sodann die Transformationsformel (2); ist $D + iN$ eine komplexe Wurzel von (1), so ist $D = a_2\,d$ und $N = a_2\,\nu$.

Das Rezept zur Auflösung einer Gleichung (1), in welcher $a_2 \neq 0$ ist, ergibt sich damit aus allem Vorhergehenden.

8. Auch der Fall $a_2 = 0$ läßt sich mittels des Normdiagramms lösen. Verschwindet außer a_2 auch noch a_1, so ist die Lösung von (1) ganz elementar. Es sei also $a_2 = 0$, $a_1 \neq 0$, $a_0 \neq 0$.

In diesem Falle setzen wir

(17) $\lambda = \frac{1}{x}$;

damit geht (1) allgemein in die Gleichung

(18) $x^3 + b_2 x^2 + b_1 x + b_0 = 0$

über, mit

(19) $b_0 = \frac{1}{a_0}$; $b_1 = \frac{a_2}{a_0}$; $b_2 = \frac{a_1}{a_0}$,

die sich wegen $b_2 \neq 0$ auf die Form

(20) $C^3 + C^2 + B_1 C + B_0 = 0$

transformieren und somit durch das Normdiagramm auflösen läßt.

Der Transformation (17) kommt noch eine andere praktische Bedeutung zu. Es sei in (1) nicht $a_2 = 0$ und mindestens einer der Parameter A_0 und A_1 der Gleichung (10) so groß, daß ihr Bildpunkt außerhalb des gezeichneten Teiles des Normdiagrammes fällt. Dann kann immerhin der Bildpunkt der Gleichung (20) in diesen gezeichneten Teil fallen.

9. Wir stellen nun fest, wo im Normdiagramm die stabilen Gleichungen der Form (10) zu finden sind. Die *Hurwitz*schen notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Stabilität sind in diesem Falle sehr einfach, sie lauten

(21) $0 < A_0 < A_1$.

Diesen Bedingungen genügen alle inneren Punkte des ersten Oktanten unseres (A_0, A_1)-Koordinatensystems, und nur diese Punkte. Wir sind daher berechtigt, diesen Oktanten als den „Stabilitätsoktanten" der Gleichungen (10) zu bezeichnen.

Wir können damit auch leicht über die Stabilität einer Gleichung von der Form (1) entscheiden: diese ist stabil, wenn

erstens $a_2 > 0$ ist,

zweitens der Bildpunkt der transformierten Gleichung (10) im Stabilitätsoktanten liegt.

10. In unserem Normdiagramm gehört, wie der erste Blick zeigt, der Stabilitätsoktant (bis auf einen kleinen Teil in der Nähe des Nullpunktes), zum Bereich II. Wir suchen nun die Gleichungen (10), für welche der Gesamtvorgang (6) am schnellsten

abklingt. Das ist offenbar dann der Fall, wenn die Realteile aller drei Wurzeln von (10) untereinander gleich, jeder also gleich $-\frac{1}{3}$ ist. Die drei Wurzeln haben dann die Form

(22) $c_1 = -\frac{1}{3}$; $c_{2,3} = -\frac{1}{3} \pm i\nu \quad (\nu \geqq 0)$,

woraus sich

(23) $A_0 = \frac{1}{3}(\frac{1}{9} + \nu^2)$,

(24) $A_1 = (\frac{1}{9} + \nu^2) + \frac{2}{9}$

ergibt, und hieraus die Gleichung

(25) $A_1 = 3\,A_0 + \frac{2}{9}$,

welch letztere eine durch die Spitze der Diskriminantenkurve gehende c-Kurve darstellt, die keinen Punkt im Bereich I enthält. Die Rücktransformation (8) wandelt (25) in Bedingungen für die Koeffizienten von (1) um:

(26) $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$; $a_1 a_2 = 3\,a_0 + \frac{2}{9}\,a_2^3$.

11. Haben wir im Stabilitätsoktanten eine Gleichung (10) mit großem Parameter A_1, so haben wir es nicht nötig, die Transformation (17) anzuwenden. Wie das Normdiagramm zeigt, sind die im Stabilitätsoktanten verlaufenden c-Geraden nahezu Nullpunktgeraden und lassen sich daher approximativ durch die Nullpunktsgeraden

(27) $A_1\,c + A_0 = 0$

ersetzen. Das ergibt als Näherungslösung von (10) für die reelle Wurzel c die Beziehung

(28) $c \sim -\frac{A_0}{A_1} = -\frac{a_0}{a_1 a_2}$

und für die beiden komplex konjugierten Wurzeln $d \pm i\nu$ zunächst die Beziehung

(29) $d = \frac{-1-c}{2} \sim -\frac{1}{2}(1 - \frac{A_0}{A_1}) = -\frac{1}{2}(1 - \frac{a_0}{a_1 a_2})$.

Die ν-Linien sind im Stabilitätsoktanten nahezu Geraden, die zur A_0-Achse im Abstand ν^2 parallel verlaufen, so daß wir

(30) $\nu^2 \sim A_1 = \frac{a_1}{a_2^2}$

erhalten. Vergleichen wir die approximativen Werte (28)—(30) mit den wahren Werten, so erhalten wir für c den Fehler

(31) $f_c = -\frac{A_0}{A_1} - c = \frac{cA_1 + c^2(1+c)}{A_1} - c = \frac{c^2(1+c)}{A_1}$,

also den prozentualen Fehler

(31a) $p_c = 100 \cdot \frac{c\,(1+c)}{A_1}$,

und auf ähnlichem Wege die prozentualen Fehler für d und ν^2:

(32) $p_d = 100\,\frac{c^2}{A_1}$,

(33) $p_{\nu^2} = 100\,\frac{d\,(2\,c+d)}{A_1 - d\,(2\,c+d)}$.

Die Formeln (31)—(33) gelten in allen Oktanten. Im Stabilitätsoktanten ist stets $-1 < c < 0$, woraus sich die Abschätzungen

(34) $|\,c\,(1+c)\,| < \frac{1}{4}$

und

(35) $|\,d\,(2\,c+d)\,| < 1\frac{1}{3}$

ergeben; verwendet man sie in (31a)—(33), so erhält man im ganzen Stabilitätsoktanten die Abschätzungen

(36) $|\,p_c\,| < \frac{25}{a_1}$

(37) $|\,p_d\,| < \frac{100}{A_1}$

(38) $|\,p_{\nu^2}\,| < \frac{100}{3\,A_1 - 1} \qquad (A_1 > \frac{1}{3})$.

Für $A_1 > 25$ ergibt das schon $|\,p_c\,| < 1\,\%$; $|\,p_d\,| < 4\,\%$; $|\,p_{\nu^2}\,| < 1{,}4\,\%$, also $|\,p_\nu\,| < 0{,}7\,\%$. Das sind für die Praxis in vielen Fällen schon hinreichende Genauigkeiten.

12. Schließlich wenden wir unsere Approximationsformeln zur näherungsweisen Lösung der Gleichung (1) unmittelbar an.

Es sei $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ und $a_1 a_2 > a_0$, also (1) stabil.

Die Lösungen von (1) seien λ, $D \pm iN$. Ist dann etwa

(39) $a_1 > 25\,a_2^2$,

so ist

(40) $\lambda \sim -\frac{a_0}{a_1}$ mit $|\,p_\lambda\,| < 1\,\%$

(41) $D \sim -\frac{1}{2}(a_2 - \frac{a_0}{a_1})$ mit $|\,p_D\,| < 4\,\%$

(42) $N^2 \sim a_1$ mit $|\,p_{N^2}\,| < 1{,}4\,\%$.

Die Herleitung dieser elementaren Näherungsformeln auf dem angegebenen Wege erscheint mir methodisch ganz interessant: eine im Diagramm gemachte visuelle Beobachtung wird arithmetisch ausgewertet.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 17
Institut für Betriebswissenschaften und Normung, Direktor: Prof. Dr. habil. Max Beck
Als Manuskript gedruckt! DK 621.9.004.6:658.58
Eingang: 7.11.1955

Werkzeugmaschinen-Reparaturen

Von Prof. Dr. habil. Max Beck

Die Frage der Maschinenreparaturbedürftigkeit sowie der Zeitpunkt, die wirtschaftliche Möglichkeit und der Umfang der Reparatur sind Probleme, die in vieler Beziehung noch ungeklärt sind. Es soll daher versucht werden, einen Überblick über das für die Praxis bedeutsame Gebiet zu geben.

Die Reparatur und die Neubeschaffung von Werkzeugmaschinen sind noch in vielen Betrieben von Zufälligkeiten abhängig.

Oft wird eine Maschine erst dann repariert bzw. neu beschafft, wenn sie unbrauchbar geworden ist. Ihr Wert ist dann meist auf den Schrottwert gesunken und stellt nur noch einen geringen Prozentsatz ihres Neuwertes dar. Auf diese Weise treten mitunter beträchtliche Verluste an produktiven Maschinenwerten ein. Von einer derartigen Willkür hinsichtlich des Zeitpunktes von Reparaturen uns zu befreien, ist die erste grundsätzliche Aufgabe. Eine Planung läßt sich jedoch niemals willkürlich durchführen. Bei jeder planenden Tätigkeit, auf welchem Gebiet es auch sei, wird sich ein Außerachtlassen der jeweiligen Umstände rächen und den Erfolg zunichte machen. Es ist daher die Frage zu klären, ob Gleichförmigkeiten im Betriebsgeschehen bestehen, die auf eine Kontinuität des Betriebsablaufes hindeuten und auf Grund deren eine gewisse Vorausbestimmbarkeit möglich ist.

Betrachten wir zunächst einmal die Arten der Reparaturen. Sie werden durch die Reparaturbedürftigkeit der einzelnen Konstruktionsteile bedingt, wobei die Betriebswichtigkeit und die Ermittelung des Zeitraumes der Abnutzung bzw. der dauernden oder stoßweisen Beanspruchung dieser Teile von besonderer Bedeutung sind.

In bezug auf die Reparaturbedürftigkeit einer Werkzeugmaschine lassen sich dem Umfang nach vier Gruppen bilden:

1. Leichtreparaturen,
2. Einzelteilreparaturen,
3. Gesamtbauteilreparaturen,
4. Grundreparaturen.

Leichtreparaturen können in der Werkstatt durch Bereithaltung entsprechender Geräte, Werkzeuge und Materialien selbst ausgeführt werden.

Bei den *Einzelteilreparaturen* handelt es sich meist um das Auswechseln zu Bruch gegangener, verschlissener oder auf sonstige Weise unbrauchbar gewordener Einzelteile, die z. B. das zulässige Toleranzmaß nicht mehr einhalten. Ein systematisches Erfassen ist hier außerordentlich schwer. Diese Reparaturen liegen jedoch in den Kosten, gemessen am Neu- oder Betriebswert der Maschine, nicht hoch, so daß auf eine Systematik verzichtet werden kann.

Anders verhält es sich hinsichtlich der Reparaturen kompletter Maschinen. Solche umfassenden Reparaturen der Maschinen können z. B. bei Fräsmaschinen im Auswechseln von Zahnrädern, bei Automaten in der Nacharbeit ganzer Elemente bestehen. Bei derartigen *Gesamtbauteilreparaturen* ist mit hohen Kosten und einem längeren Produktionsausfall der Maschine in der Fertigung zu rechnen. Aus diesem Grunde ist die Bereitstellung von Reservemaschinen notwendig. Sind mehrere Gesamtbauteilreparaturen an den Maschinen vorzunehmen, so kann dies zum Ausfall ganzer Fertigungsabteilungen und zum Absinken der Produktion des Betriebes führen. Es ist deshalb ein planmäßiges Erfassen der Gesamtbauteilreparaturen unerläßlich.

Grundreparaturen bezwecken eine systematische Reparatur *aller* Teile. Auch sie sind zu erfassen, um Schwierigkeiten jeglicher Art im Betrieb zu begegnen, zumal dieselben im allgemeinen eine bedeutend längere Reparaturzeit und höhere Kosten als die Gesamtteilreparaturen an Maschinen erfordern. Bei der Entscheidung über die Reparaturbedürftigkeit einer Maschine sind folgende Faktoren in Betracht zu ziehen:

die Art der zu reparierenden Maschinenelemente,
die kalkulierten Kosten der Reparatur,
der Umfang der Fertigung,
die Einschaltung der Maschine in die Fertigung,
die vorhandenen Vorrichtungen der Maschine,
der Reservewert der Maschine.

Der Zustand der reparierten Maschine hat in der Prüfgenauigkeit einwandfrei arbeitenden Werkzeugmaschinen zu entsprechen. (Werden konstruktive Verbesserungen bei der Reparatur an den Maschinen vorgenommen, wird der Betriebswert derselben naturgemäß über den Neuwert hinaus erhöht.)

Grundreparaturen sind im allgemeinen
a) wegen schlechter Behandlung oder
b) infolge Verschleißes erforderlich.
(Unfallbeschädigung ist verhältnismäßig selten.)

Zu a):
Überhöhte Arbeitsgeschwindigkeit, zu schwere Fertigungsteile, mangelhafte Maschinenfundamente, Überbeanspruchung der Maschine beim Anfahren, nachlässige Wartung, Schmierung und Reinigung, Bruch und stumpfe Werkzeuge führen in kurzer Zeit zu ausgedehnten Reparaturen. Auch die Verwendung des Hammers beim Einspannen und Richten zerstört die empfindlichsten Teile der Werkzeugmaschinen.

Zu b):
Unter oft rauhen Betriebsbedingungen hat die Maschine während einer angemessenen Lebensdauer zu arbeiten.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Es ist daher verständlich, daß ihre Bauteile dem Verschleiß unterworfen sind. Verschleißerscheinungen und Instandhaltungskosten hängen naturgemäß eng zusammen. Beides möglichst niedrig zu halten, ist somit eine vordringliche Aufgabe der Wirtschaftlichkeit.

Da Verschleiß nicht nur Verlust an Werkstoffen, sondern auch an aufgewendeter Arbeitskraft und -zeit bedeutet, sind seine Ursachen im Betrieb ständig zu überprüfen. Durch Verschleierung der Betriebsvorfälle wird einer ungenügenden Kontrolle Vorschub geleistet.

Es seien nur die zwei markantesten Formen des Verschleißes angeführt:

α) Geräusche wie Pfeifen, Singen u. ä. an Verspanungsmaschinen deuten auf zerstörende Schwingungen hin;

β) Drehspäne, Guß- und Schmirgelstaub verunreinigen bei der Zerspanung das Schmieröl. Ihre durch die Laufzeit, Drehzahl und Belastung bedingte Einwirkung ist an den Gleitflächen der Maschinen festzustellen. Auch die Schmierfähigkeit des Öles läßt im Laufe der Zeit nach.

Die Abnutzung ist vor allem ein Oberflächenvorgang. Dabei ist der Abnutzungswiderstand der einzelnen Bauteile kein eindeutiger Begriff. Seine Einheitsgröße ist vielmehr je nach der Art der Beanspruchung verschieden, wie überhaupt die Größe des Verschleißes vom Material, der Pflege der Maschinen und der Beschaffenheit der Schmierstoffe abhängt.

Die an den betreffenden Teilen bewirkten fortschreitenden Formveränderungen führen allmählich zu Störungen verschiedenster Art in ihrer Arbeitsweise. Für jedes Bauelement ist nur ein ganz bestimmtes Höchstmaß an Verschleiß zulässig, bei dessen Überschreitung seine ordnungsgemäße Funktion in Frage gestellt ist. Hochwertige, arbeitsintensive Maschinenelemente müssen eine längere Lebensdauer besitzen als Teile, deren Herstellung und Auswechselung keine langen Stillstandszeiten verursachen. Sobald ein einzelnes Maschinenelement das zulässige höchste Abnutzungsmaß erreicht hat, sind an ihm die erforderlichen Reparatur- oder Ersatzarbeiten vorzunehmen.

Jede Instandsetzung und Überholung bedeutet Stillstand der betreffenden Maschine und Produktionsausfall. Demontage- und Montagekosten ziehen außerdem Aufwendungen an Werkzeugen und Verlust an Hilfsmaterial nach sich und binden Arbeitskräfte, Werkzeuge und Einrichtungen.

Die Wirtschaftlichkeit einer Werkzeugmaschine wird durch die Anlage-, Betriebs- und Instandhaltungskosten sowie die Betriebssicherheit der Anlage durch die Ausnutzungsmöglichkeit im weitesten Sinne beeinflußt. Während die letzteren Umstände, obwohl sie für die Zweckmäßigkeit und Bewährung einer Anlage bestimmend sein können, sich ziffernmäßig kaum erfassen lassen, ist dies bei den Anlage-, Betriebs- und Instandhaltungskosten möglich. Diese Kosten sind sowohl zur Vorherbestimmung als auch zur Überwachung der Wirtschaftlichkeit der Anlage notwendig. Eine Wirtschaftlichkeitsberechnung wird für jede einzelne Maschine getrennt durchgeführt.

Die Höhe der auflaufenden Instandhaltungskosten wird nicht nur durch das Erfassen der Betriebseinwirkungen auf die einzelnen Bauteile beeinflußt; aufmerksame Überwachung und Beobachtung der Maschine, Prüfung der Beschaffenheit der Betriebsmittel und Verfolgen der Betriebsergebnisse sind ebenso wichtig. Neben den Kosten für Reparaturen, Ersatzteile und Nacharbeiten kommen noch die Kosten für die Demontage und Montage hinzu. Leichte Zugänglichkeit der erfahrungsgemäß häufig zu überholenden Teile und ein übersichtlicher Aufbau der Maschine ebenso wie der Gesamtanlage sind daher anzustreben und können sich auf den Ertrag der Anlage durch ihren Einfluß auf die Länge von Stillstandszeiten sehr fühlbar machen.

Stillstände der Anlage belasten die Gesamtwirtschaftlichkeit unmittelbar als Verluste (Bild 1).

Stillstandskosten

Maschine		A	B	C	D	E	F
Anschaffungswert	DM	17.000.–	10.000.–	3.200.–	1.800.–	800.–	1.900.–
Abschreibungssatz	%	10	10	10	10	10	10
Verschleißreparaturen	%	15	15	15	15	15	15
Projektierung	%	10	10	–	–	–	–
Kraft	kW/h	3,60	3,60	2,80	2,80	2,80	2,80
Stundenlohn	DM	1,75.–	1,75.–	1,75.–	1,75.–	1,75.–	1,75.–
Soziale Aufwendungen	%	18.–	18.–	18.–	18.–	18.–	18.–
Personal-Nebenkosten	%	6.–	6.–	6.–	6.–	6.–	6.–
Abschreibung	%	1700.–	1000.–	320.–	180.–	80.–	190.–
Verzinsung	%	25.–	25.–	8.–	5.–	2.–	5.–
Kraft + Heizung	%	39.–	23.–	19.–	13.–	19.–	13.–
Soziale Kosten	%	220.–	160.–	80.–	60.–	30.–	50.–
Direkte Kosten	DM	2154.–	1414.–	556.–	394.–	222.–	376.–
Indirekte Kosten	DM	1000.–	1000.–	586.–	586.–	224.–	724.–
Gesamtkosten	DM	3154.–	2414.–	1142.–	980.–	456.–	600.–
Stillstandskosten [1:2000]	DM/h	1,58	1,21	0,57	0,49	0,23	0,30

Bild 1

Statistiken enthalten meist eine Übersicht über die in verschiedenen Zeitabständen an den Maschinen vorzunehmenden Instandhaltungsarbeiten, aus denen die notwendigen Stillstandszeiten abgeschätzt werden können. Solche Unterlagen geben einen ersten Anhalt für die Überwachung der Maschine. Die Erfahrungen des Betriebes werden in jedem einzelnen Fall bald jene Zeitabstände erkennen lassen, innerhalb deren die einzelnen Bauteile einer Überprüfung bedürfen bzw. ihre Überholung notwendig wird. Im Interesse möglichst kurzer Stillstandszeiten werden die Bauteile in Gruppen von zeitlich gleichen Überholungsabständen zusammenzufassen sein, so daß sich ein genaues Programm für die Arbeiten aufstellen läßt.

Die Arbeiten selbst können entweder während der Betriebspausen oder während vorher festzulegender Stillstandszeiten ausgeführt werden.

Die Betriebssicherheit der Werkzeugmaschinen wird durch die Höhe der den Maschinen zuzumutenden Normalleistung und der zulässigen Überlastbarkeit begrenzt. Sie bestimmt auch die Zahl der zur Aufstellung gelangenden Reserveaggregate.

Die Organisation der Reparaturarbeiten

Die Zusammenfassung der Reparaturwerkstätten unter einer Leitung ist nicht nur wirtschaftlicher, sondern setzt auch die Betriebsleitung in die Lage, den Einfluß der Störungen auf den Gesamtbetrieb zu überblicken und danach die Maßnahmen zu treffen. In der Regel wird eine Zentralwerkstatt errichtet, die die laufenden Reparaturen aller Werkstätten auszuführen hat. Ihr stehen für den Außendienst fliegende Arbeitskolonnen zu Montagearbeiten u. dgl. zur Verfügung. Neben der Zentralwerkstatt bestehen Werkstätten, die in erster Linie die schnell zu beseitigenden Reparaturen zu bearbeiten haben. Diesen Werkstätten obliegen vor allen Dingen die Betriebswachen, die bei Störungen selbständig eingreifen, ehe die Werkleitung benachrichtigt ist und nähere Anweisung geben kann. Wenn auch die Reparaturwerkstätten mit guten Werkzeugmaschinen ausgerüstet werden sollen, so sind diese nur an solchen Stellen mit wirtschaftlichem Vorteil anzuwenden, wo sie genügend ausgenutzt werden können. Dieser Umstand zwingt vielfach zur Zusammenziehung der Reparaturwerkstätten.

Reparaturzeichnungen dienen der Instandsetzung von Einzelteilen, Baugruppen, Untergruppen und auch für die Anfertigung von neuen Einzelteilen mit den Reparaturabmessungen der einzelnen Elemente. Sie werden in den Fällen ausgearbeitet, wo der bei der Instandsetzung vorzunehmende Austausch eines abgenutzten Einzelteiles durch ein neues technisch nicht möglich, unwirtschaftlich oder unzweckmäßig ist. Um die Austauschmöglichkeit zu erhalten, sind die Einzelteile in ihren ursprünglichen Abmessungen wiederherzustellen, und nur in Sonderfällen, die z. B. durch technische oder wirtschaftliche Erwägungen bedingt werden, ist die Verwendung der Reparaturabmessungen zuzulassen.

Als Reparaturabmessung wird die von der ursprünglichen Abmessung abweichende, für die Instandsetzung des Einzelteiles oder für die Anfertigung eines neuen Einzelteiles zum Austausch gegen ein unbrauchbar gewordenes Einzelteil festgesetzte Abmessung bezeichnet.

Bei der Fertigung der Reparaturzeichnungen sind als Unterlagen zu verwenden:

a) die Arbeitszeichnungen, die neben den technischen Bedingungen alle für die Produktion, Reparatur und Kontrolle der Erzeugnisse notwendigen Angaben enthalten (Analyse oder Toleranzen),

b) Instandhaltungskarten mit Nachweisen der Mängel, typischen Fehlerquellen oder Angaben über die Größe des Verschleißes der einzelnen Teile in Abhängigkeit von der Arbeitsdauer, die auf Grund der Beobachtung der Erzeugnisse unter Betriebsbedingungen aufgestellt werden, sowie technischen Angaben über die praktisch durchgeführten Reparaturverfahren.

Die Überwachung der Reparaturarbeiten kann nur von einer Stelle aus erfolgen, die sowohl über die zur Verfügung stehenden Werkstätten als auch über die voraussichtliche Dauer der einzelnen Arbeiten orientiert ist.

Reparaturen an Werkzeugmaschinen, deren Kosten an Material und Lohn über die regulären Gemeinkosten hinausgehen, sind von der Betriebsleitung zu genehmigen. Diese Vorschrift gilt für sämtliche Werkzeuge, Werkstatteinrichtungen u. dgl. einschließlich Instandhaltung bzw. Reparatur.

Reparaturen von Maschinen sind vor Beginn der Arbeit bei der Werkleitung zu beantragen (Bild 2). Erst nach Genehmigung darf mit der Reparatur der Werkzeugmaschine begonnen werden.

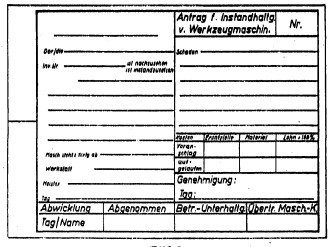


Bild 2

Die statistische Erfassung der Reparaturen

Eine der wichtigsten Aufgaben der „Betriebsüberwachung" und der ihr unterstehenden Betriebsabteilungen besteht darin, durch vorbeugende Maßnahmen das Auftreten von Betriebsstörungen möglichst zu vermindern. Die Maschinen sind in bestimmten Zeitabständen zu überprüfen.

Die Überwachung der Instandhaltung und Instandsetzung hat die Aufgabe, eine Kostensenkung herbeizuführen. Jeder Schaden an einer Werkzeugmaschine verursacht Zeitverluste und Kosten, d. h. der Betrieb erleidet eine Leistungsminderung. Es müssen die Voraussetzungen geschaffen werden, daß die Werkzeugmaschinen stets einsatzbereit sind. Dies kann geschehen:

1. durch Ausarbeitung geeigneter Bedienungsvorschriften mit Hinweisen auf die speziellen Verwendungszwecke und die Pflege der Maschine;
2. durch rechtzeitige Meldung und Ausbesserung kleinerer Schäden;
3. durch richtige Auswahl geeigneter Maschinen;
4. durch Feststellung des für die einzelnen Reparaturen notwendigen Materials, um Materialverschwendung zu vermeiden;
5. durch Überwachung der Belastung und Leistung der einzelnen Maschinen.

Die statistische Erfassung der Häufigkeit der erforderlichen Reparaturen der Werkzeugmaschinen, der Art der dabei hervortretenden Mängel und der erforderlichen Reparaturdauer gibt erst die Möglichkeit für eine Beurteilung der Brauchbarkeit der Maschine sowie der Vorzüge bzw. Schwächen ihrer Konstruktion. Die Statistik spiegelt die Beanspruchung der Maschinen durch die Betriebsverhältnisse und durch die Bedienung wider; sie zeigt ferner die Eignung der Maschinen für den Betrieb. Neben der Häufigkeit sind die Art, die Dauer und die Kosten (Lohn und Material) der Reparatur je Maschine und Konstruktionsteil zu ermitteln. Außer der Ermittlung des Zeitaufwandes und der Transportkosten der zu reparierenden Maschinen zur Werkstatt und zum Betrieb zurück sowie der Anzahl und durchschnittlichen Dauer der hierdurch bewirkten Betriebsstörungen und des damit zusammenhängenden Leistungsausfalles sind die Kosten der Reparaturen festzustellen je gleich-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

artige Maschine, je Konstruktionsteil, ausgedrückt in der absoluten Zahl der Leistungseinheit usw.

Die Ergebnisse dieser statistischen Untersuchungen bilden die Grundlage für eine systematische Verbesserung der Konstruktionseinzelheiten, da die Reparaturanfälligkeit der einzelnen Maschinenteile hierdurch klar in Erscheinung tritt. Aus der Übersicht über die Gesetzmäßigkeiten der Reparaturbedürftigkeit ergeben sich ferner Unterlagen über die voraussichtliche Belastung der Grundreparaturwerkstatt, insbesondere über die benötigte Arbeitszeit, für die Beurteilung der Ausführung der Reparaturen (d. h. der Leistungsfähigkeit der Reparaturwerkstatt) und der Behandlung der Maschinen im Betrieb sowie für die Verbesserung der Arbeitsmethoden.

Von wesentlicher Bedeutung für die Kostengestaltung und den Zeitbedarf der Reparaturen ist der Austauschbau. Die Normung ermöglicht die Ersetzung verbrauchter bzw. ausbesserungsbedürftiger Einzelteile durch gebrauchsfertige Teile. Die alten Teile können unabhängig vom augenblicklichen Bedarf wieder hergestellt und auf Lager gelegt werden. Die Reparaturen der Werkzeugmaschinen bestehen, sofern keine größeren Beschädigungen vorliegen, in der Hauptsache nur im Ausbau der zu reparierenden und im Einbau der gebrauchsfertigen Einzelteile. Das Warten auf die Reparatur der Einzelteile fällt weg. Das im Austauschbau erforderliche Lager wird durch die Normung weitgehend eingeschränkt. Sie ermöglicht auch neben der Verkürzung der Reparaturdauer, dem Ausgleich der Spitzenbelastung der Reparaturwerkstätte und der Verminderung der Lagervorräte eine weitgehende systematische Verwendung des Altmaterials.

Normung und Typisierung ergeben die Möglichkeiten, aus vielen Reparaturoperationen eine einfache Ersatzoperation zu machen und die Reparatur bzw. die Herstellung der Ersatzteile zu vereinfachen.

Bei häufig wiederkehrenden Reparaturarbeiten lassen sich durch Zeitmessungen die günstigsten Arbeitsmethoden ermitteln.

Die Kostenberechnung für Reparaturen

Die Instandhaltungskosten sind abhängig von der Höhe der Überholungskosten aller Verschleißteile, von der mittleren Standzeit dieser Teile, vom Betriebsalter der Maschinen, einem Faktor, der die Betriebsverhältnisse berücksichtigt, einem weiteren, der die Empfindlichkeit der Maschinen gegen diese Einflüsse kennzeichnet, und letzten Endes von der Benutzungsstundenzahl; denn die Inbetriebnahme übt auf den Betriebszustand der Maschine eine nachteilige Wirkung durch Abrieb, Werkstoffrückstände, Schmierstoffalterung, chemische Angriffe usw. aus. Die geführdende Wirkung benötigt eine gewisse Zeit.

Jeder Reparaturauftrag, der von der Abteilung Betriebsunterhaltung ausgeführt wird, ist einzeln zu kalkulieren, damit die Wirtschaftlichkeit dieser Abteilung ständig kontrolliert werden kann. Haben während der Fertigung die aufgelaufenen Kosten die bewilligte Summe erreicht, ohne daß die Maschinen fertiggestellt sind, so ist vor jeder Weiterarbeit die voraussichtliche zusätzliche Kostensumme bei der Werkleitung neu zu beantragen. Ein Weiterarbeiten ohne Genehmigung ist nicht zulässig.

Nach Beendigung und erfolgter Abnahme der Reparatur werden die tatsächlich aufgewandten Kosten berechnet und dem Kostenanschlag gegenübergestellt.

Für jede Werkzeugmaschine wird eine Maschineninstandhaltungskarte geführt, auf der alle Instand-

Betriebs-Abteilung | Auftrag | Vorgang | **Lohnzettel – Reparatur**

Name | Antrag Nr.: | Durchschrift an die Betriebsunterhaltung geben | Zu Benachrichtig. oder Maschinen-Instandhaltung

Verbrauchte Teile, Werkstoffe u. dgl. auf der Rückseite der Lohnzettel-Durchschrift angeben | von | Maschinenweise Kostenerfassung f. d. Instandhalt. v. Werkzeugmasch. | Stückzahlbereich

Fertigungs-stelle	Leistungs-lohn-Pos.	Arbeitsgang, Vorschriften, Werkzeuge	Masch.-Gr. Lohnkl.	Stück-zahl	Ein-heit	Stun-den	Lohn-woch.	Ges.-preis	Arb.-stund.	Gez. Betrag

Abschlag | Meister | Vorgerechn. | Nachgerechn.

Bild 3

haltungsarbeiten einzutragen sind. Ersatzteile, die im Einzelfall besonders beschafft werden müssen, sind ebenfalls zu vermerken.

Sämtliche Kosten für die Instandhaltung von Werkzeugen und Maschinen werden zu Lasten der Kostenstelle verrechnet, zu der die Maschine gehört. Für alle Instandhaltungsarbeiten an Werkzeugen sind Lohnzettel zu verwenden, auf denen die Inventurnummer anzugeben ist. Die Durchschriften aller Lohnzettel sind mit der Angabe der verbrauchten Teile und Werkstoffe nach Beendigung der Arbeit der „Betriebsunterhaltung" zuzuleiten. Die Gesamtkosten für die Instandhaltung werden nach Erledigung festgestellt: Ersatzteile + Werkstoff + Lohn und Zuschlag.

Werden Instandhaltungskosten von der Werkstatt, der die Werkzeugmaschine angehört, selbst festgehalten, so benutzt diese Werkstatt den Lohnzettelvordruck Bild 3. Hierauf können eine Reihe von verschiedenen Instandhaltungsarbeiten vermerkt werden, wobei für jede Instandhaltung die Inventurnummer, die Bezeichnung der Maschine, eine stichwortartige Angabe der Instandhaltungsarbeit sowie der Zeitaufwand für

jede Arbeit ersichtlich sind. Die verbrauchten Werkstoffe und Materialien und gegebenenfalls nähere Angaben über die Instandhaltungsarbeiten sind auf der Rückseite der Lohnzettoldurchschrift einzutragen. Ist es hierbei erforderlich, bestimmte Arbeiten in einer anderen Werkstatt ausführen zu lassen, z. B. Bohren, Schweißen usw., so wird eine Benachrichtigung mit der Angabe der Inventurnummer an die betreffende Werkstatt gegeben, wobei für die Lohnzettel dieser Werkstatt das gleiche wie oben gilt. Alle Lohnzettel-durchschriften sind auch in diesem Falle nach der Ausfertigung an die Abteilung „Betriebsunterhaltung" weiterzureichen. Diese stellt die Kosten je Maschine an Hand der Angaben der Lohnzettoldurchschrift fest, vermerkt sie auf dem Lohnzettel und trägt sie auf ihrer Instandhaltungskarte ein.

Als Auftragsunterlage dient die erste Durchschrift des Maschinen-Instandhaltungsantrages, während das Original zur Überwachung zurückbehalten wird. Nach Erledigung stellt die „Betriebsunterhaltung" die Gesamtkosten je Maschine fest und trägt sie auf ihrer Maschinen-Instandhaltungskarte ein.

Die systematische Erhaltung des Maschinenparks hält das Kostenniveau in niedrigen Grenzen.

Unvorhergesehene Reparaturen, die durch unzureichende Pflege, vorzeitigen Verschleiß infolge ungeeigneten Materials oder besonderer Betriebseinflüsse, durch ständige Überlastung, fehlerhafte Bedienung oder höhere Gewalt ausgelöst werden, sind in der Kostenberechnung gesondert zu behandeln. Neben den nicht unmittelbar zu beeinflussenden Kosten bleibt somit noch eine beträchtliche Anzahl von Störungsursachen übrig, die eine hohe Belastung des Instandhaltungskontos zur Folge hat.

Die Plankostenrechnung hat die Maschineninstandhaltung einzubeziehen.

Kennziffern aus verschiedenen Betrieben schwanken in weiten Grenzen und sind nicht ohne weiteres zu verwerten.

Die Kostenberechnung für Reparaturen und Ersatzteile hat, wie bereits erwähnt, auch die Rückwirkung der Reparaturbedürftigkeit der betreffenden Maschine auf die gesamten Betriebskosten zu berücksichtigen. Wird z. B. eine Fräsmaschine im Betrieb reparaturbedürftig, so wird der Betrieb nicht nur mit den Reparaturkosten belastet, sondern auch mit den Kosten, die durch die Betriebsstörung sowie durch den Ab- und Antransport der Fräsmaschine erwachsen. Die Statistik der Gebrauchsdauer, die Gütestatistik der Ersatzteile sowie die Statistik der ausgeführten Reparaturen zwecks Überwachung sachgemäßer Ausführung tritt in den Vordergrund des Interesses. Mit der Überwachung der Maschinenreparaturen muß auch die Überwachung der Instandhaltung parallelgehen, um die Reparaturbedürftigkeit möglichst niedrig zu halten. Die Kennziffern der für Reparatur- und Instandhaltung aufzuwendenden Arbeiten, Material und Zeit und die gegebenenfalls damit verbundenen Betriebsunterbrechungen geben unter Berücksichtigung der sonstigen Betriebskosten einen Vergleich für die Sicherheit und Brauchbarkeit der Maschinenanlagen.

Der Wert einer Werkzeugmaschine wird durch ihre effektive Ausbringung bestimmt. Diese ist abhängig von Störungssicherheit, leichter Bedienbarkeit und kleiner Verlustzeit beim Werkzeugwechsel. Fertigungsgerechtes Konstruieren ist daher die vordringlichste Rationalisierungsmaßnahme überhaupt. Bei einer Weiterentwicklung vorhandener Typen ist das Bestehende auf wenige Typen mit Baukasteneinheiten zurückzuführen. Von der Fertigungsseite her ist die Erreichung des geplanten Zieles durch die Aufstellung der Bearbeitungsmaschinen nach dem Werkstättenprinzip möglich.

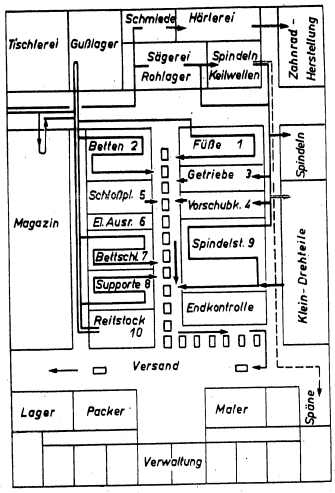


Bild 4

Die ausgesprochene Massenfertigung benötigt eine Aufstellung der Maschinen nach dem Werkstück, nach der Maschinenstraße. Eine weitere Möglichkeit der Maschinenaufstellung ergibt sich, insbesondere bei der Herstellung kleinerer Stückzahlen, nach gleichartigen Arbeitsgängen. Hier erfolgt die Aufstellung in sogenannten Universalstraßen (Bild 4).

Jeder Betrieb ist ein dynamisches Gebilde, in dem die Einrichtungen stets der Fertigung angepaßt werden müssen. Eine Umstellung der einzelnen Maschinen muß ohne größere Schwierigkeiten ermöglicht werden können. Wird damit der Arbeitsaufwand pro Fertigungsstück gesenkt, so sind die dafür aufzuwendenden Kosten gerechtfertigt. Durch entsprechende Werkstättenplanung können die Kosten der Maschinenumstellung und der Neuinstallation auf ein erträgliches Maß herabgedrückt werden.

Die Aufstellung der Werkzeugmaschinen nach den Arbeitsgängen gestattet eine bessere Verwertung alter, nicht mehr voll leistungsfähiger Werkzeugmaschinen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Sie können in solchen Straßen Verwendung finden und für Arbeitsgänge eingesetzt werden, bei denen die reine Schnittzeit nicht ins Gewicht fällt oder wo Mehrmaschinenbedienung vorhanden ist. Ein Umbau zwecks verkürzter Nebenzeiten wird ihren Wirkungsgrad dabei erheblich verbessern können. Die Unterbrechungen des Arbeitsflusses werden durch die genannten Methoden vermieden.

An dieser Stelle sei noch erwähnt, daß die Beschränkung von Typen und Abmessungen bei den Werkstoffen von besonderer Wichtigkeit ist. Die Werkstofflager der Betriebe werden oft durch hohe Sortenzahlen unnötigerweise belastet. Viele Arten und Abmessungen sind meist nur in kleinsten Mengen vorhanden, belasten aber alle Karteien, Inventuren usw. Dazu kommt bei den vielen Sortenzahlen noch die Verwechslungsgefahr. Durch eine Beschränkung der Werkstoffsorten besteht die Möglichkeit, die Werkstoffe nicht nur nach chemischen und physikalischen Daten, sondern auch durch eine Bearbeitbarkeitsprüfung im Kurzverfahren abzunehmen. Die Ersparnismöglichkeiten, die in einer gleichförmigen Bearbeitbarkeit der Werkstoffe liegen, sind größer, als im allgemeinen angenommen wird.

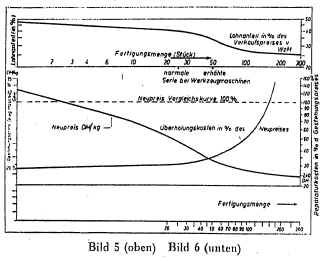


Bild 5 (oben) Bild 6 (unten)

Rationalisierung ist eine imperative Forderung, wenn man den Fortschritt will. Diese Rationalisierungsmaßnahmen, deren Wirkung in kurzer Zeit sichtbar wird, ermöglichen den Einsatz wirtschaftlicher Fertigungsmittel im Werkzeugmaschinenbau, nämlich den Einsatz von Automaten, von Maschinenfließreihen und die zweckmäßige Aufgliederung des Fertigungsflusses in der Werkstatt.

Der Einfluß des Lohnanteils bei Reparaturkosten ist vom Serienumfang bei der Herstellung der Maschine abhängig. Die Reparatur von Maschinen, die einzeln hergestellt werden, z. B. Spezialmaschinen, ist am wirtschaftlichsten. Bei in großer Serie hergestellten Maschinen lohnt sich kaum eine Reparatur.

Das Verhältnis zwischen Lohnanteil und Neubeschaffungspreis zeigt Bild 5 und 6. Bei Einzelfertigung beträgt der Lohnanteil ca. 48 %, bei üblichen Serien von Werkzeugmaschinen sinkt er auf etwa 40 %, bei Serien von 100 Stück pro Monat sogar auf 27 bis 28 %. Durch größere Serien, die über 150 Stück hinausgehen, können keine bedeutenden Lohnersparnisse mehr erzielt werden. Die Grenze liegt bei 22 %.

Das Verhältnis der Reparaturkosten zum Herstellungspreis für Serien- und mittlere Einzelmaschinen ist in Bild 6 schematisch wiedergegeben. Steigt der Kilogestehungspreis, so sinken die prozentualen Reparaturkosten. Bei kleineren Serienmaschinen liegt die Reparaturkostenkurve über der Herstellungspreiskurve, bei Einzel- oder Präzisionsmaschinen weit darunter. Die Grundreparaturkosten lehnen sich an die Einzelfertigungskosten an. Bild 7 zeigt diese Verhältnisse für Einzelfertigung, Serienfertigung und fließende Fertigung bei der Ursprungsherstellung. Die Reparaturkurve verläuft analog der Einzelherstellpreiskurve. Die absolute Herstellpreishorizontale im

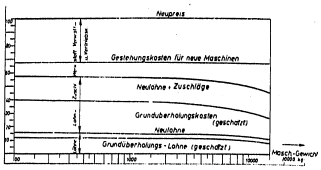


Bild 7

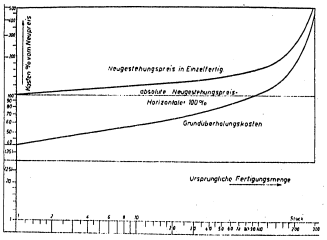


Bild 8

Bild 8 würde dem der tatsächlichen Herstellungsmenge entsprechenden Herstellungspreis gleichkommen.

Die Materialkosten betragen bei neuen Maschinen ca. 40 % und bei Grundreparaturen etwa 15 %.

In Bild 9 sind die Reparaturkosten als fester Teil des Neupreises ersichtlich. Die Verhältnisse werden hier nur für Spitzen- und Karusselldrehbänke gezeigt. Bei

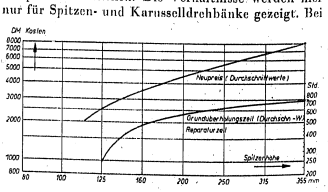


Bild 9

anderen Maschinen ändert sich dementsprechend die Schräglage der Linien.

Die angeführten Werte sind nur grobe Schätzungen. Einer derartigen Überschlagsschätzung muß eine exakte Kalkulation folgen. Das beste Hilfsmittel bietet, wie bereits dargelegt wurde, die Statistik, wie sie in der Tabelle (Bild 10) gezeigt ist, und zwar auf Grund umfangreichen Nachkalkulationsmaterials.

Reparaturstatistik

Monatliche Häufigkeit der Reparaturen

Maschinenart	Type	Zahl der im Betrieb befindlichen Maschinen	davon in Reparatur während des Monats %	Durchschnittliche Reparatur-Std.-zahl pro vorhandene Maschine
Durchschnitt				

Einzeldurchschnitte

Maschinengruppe	Neuwert des Maschinenparks DM	Reparaturstunden	Reparaturkosten DM	% Anteil der Reparaturkosten am Neuwert

Uebersicht über untersuchte Maschinenreparaturen

Beobachtungszeit: ..... (Reparatur Nr. 1 bis Nr. .....)
Zahl der untersuchten Reparaturfälle .....
davon Grundreparaturen ..... = ... %
Teilreparaturen ..... = ... %

Von den Grundreparaturen entfielen auf:

Maschinenart	Zahl	% der vorhandenen Maschinen	Reparaturstunden	% Überschreitung der vorgeschätzten Reparaturzeit

Bild 10

Die anteiligen Kosten gliedern sich durchschnittlich in:

1. Auseinandernehmen und Reinigen . . . . 7 %
2. Neuherstellen und Nacharbeiten von Lagern, Buchsen, Spindeln . . . . . 40 %
3. Montage und Justierung . . . . . 24 %
4. Probelauf . . . . . 6 %
5. Paßarbeiten . . . . . 8 %
6. Schaben der Führungen . . . . . 15 %

(Siehe Bild 11).

Abweichungen über Umfang und Kosten der Reparatur können sich aus den verschieden angesetzten Stundenzahlen ergeben. Diese Differenzen lassen sich auf ein Mindestmaß einschränken. Auch eine Vorkalkulation, die sich auf wiederkehrende Arbeitsmomente stützt, wird sich günstig auswirken. Der häufigste Grund für eine Überschreitung der Kosten gegenüber der vorgeschätzten Reparatur ist die Unmöglichkeit, alle in Betracht kommenden Arbeiten von vornherein zu übersehen. Mitunter stellen sich gewisse Mängel erst beim Probelauf heraus, und die Maschine muß nochmals auseinandergenommen und nachgearbeitet werden.

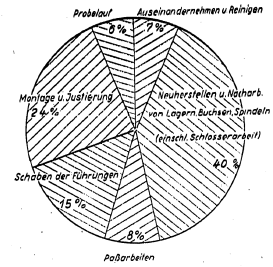


Bild 11

Für jede Maschinengattung läßt sich unter Berücksichtigung der Abmessungen (wie Spitzenhöhe, Planscheibendurchmesser, Tischabmessungen, Bohrdurchmesser usw.) eine Kurve aufstellen, aus der die für die Grundreparatur benötigten Arbeitsstunden zu entnehmen sind. Die Reparaturzeitkurve stellt zugleich die Kurve der Reparaturkosten dar.

Auf Bild 9 ist zum Vergleich auch die Herstellungspreiskurve eingezeichnet. (Die Grundlage des Verhältnisses der Reparaturkosten zum Herstellungspreis bildet die Reparaturstunde zu DM 3,—).

Aus Bild 12 ist der Verlauf mehrerer Untersuchungen ersichtlich. Die Reparaturkosten werden mit der Ausdehnung der Grundreparaturen an den verschiedenen Maschinen, gemessen an den Herstellungskosten, ungünstiger. Unterschreitet der Zeitwert der Maschine die 50 %-Grenze, so ist die Zweckmäßigkeit einer Reparatur in Frage gestellt. Die Bestimmung des Prozentsatzes der Reparaturkosten, bezogen auf den Neuwert, genügt nicht. Die Beurteilung erfordert eine gründliche Kenntnis der Maschine. In Betracht zu ziehen ist vor allem der jeweilige Gebrauchswert. Zu klären ist ferner das Verhältnis der Maschinenkonstruktion zu neueren Konstruktionen, der vorliegende und künftige Verwendungszweck und die Betriebsvergangenheit der Maschine einschließlich des Grades ihrer Beanspruchung, früherer Reparaturen, konstruktiver Verbesserungen, Ersatzes durch geeignetere Materialien u. a. m.

Die Summe dieser Überlegungen ergibt den Betriebswert einer Maschine. Die wirtschaftliche Nutzungsdauer ist mit Rücksicht auf die Überholung kürzer als die technische Lebensdauer anzusetzen. Wenn die Maschine durch Überholung so weit gekommen ist, daß sie nur noch die Betriebskosten tragen kann, dann soll sie auch abgeschrieben sein und nur noch als Reserve dienen. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, daß der Zeitpunkt, in dem das der Fall sein wird, vorher nicht bekannt ist.

Hier besteht ein enger Zusammenhang zwischen Reparatur und Abschreibung. Entweder wird die Ma-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

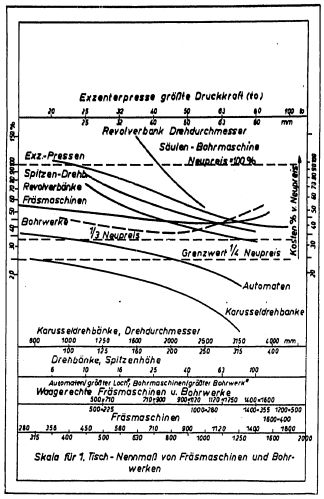


Bild 12

schine wiederholt repariert, oder es wird aus ihr in kürzester Zeit die Höchstleistung herausgeholt, d. h. die Reparaturkosten werden gesenkt, die Abschreibungen gesteigert. Die Maschine wird rasch ausgewechselt. Höherer Ausbringung steht auch ein höherer Verschleiß gegenüber. Die schnelle Ersetzung von Maschinen darf keinesfalls als zu kostspielig abgeurteilt werden. Das Gegenteil ist der Fall. Die Maschinen werden nicht durch genau dieselben Konstruktionen ersetzt, sondern durch moderne und leistungsfähigere. Diese vermögen nicht nur mehr zu produzieren, sondern sie verursachen, weil sie neu sind, auch weniger Unterhaltungskosten. Insbesondere ist dieses Verfahren bei Maschinen am Platz, die rascher Entwicklung ausgesetzt sind. Die Wirkungen von konstruktiven Neuerungen und Änderungen im Arbeitsverfahren auf den Betriebswert der Maschine sind im

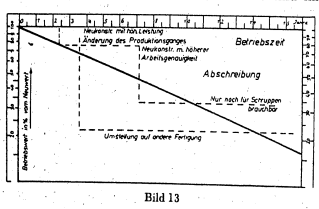


Bild 13

Bild 13 dargestellt. Die theoretische Kurve der jährlichen Abschreibung mit je 10 % des vorangegangenen Wertes würde demnach ein falsches Bild gegenüber dem tatsächlichen Wert der Maschine ergeben. Die Kurve gibt Aufschluß über die technische Veraltung der Maschine, welche plötzlich durch Auftreten neuer, verbesserter Konstruktionen einschneidend bedingt wird. Ebenso kann der Betriebswert unvermittelt durch Änderung des Fertigungsverfahrens abfallen. Es ist möglich, daß eine Maschine ihren Betriebswert über mehrere Jahre nicht ändert, dann aber durch einen der genannten Faktoren ganz plötzlich auf beispielsweise 25 % sinkt. Durch Kombination dieser Faktoren ergibt sich der rein technische Betriebswert, vorausgesetzt, daß sich die Maschine nicht abnützen würde. Wird der buchhalterische Wert noch in Betracht gezogen, so ist allen Faktoren Rechnung getragen. Die Berücksichtigung der Gesamttendenz der technischen Entwicklung ist allerdings hier unerläßlich.

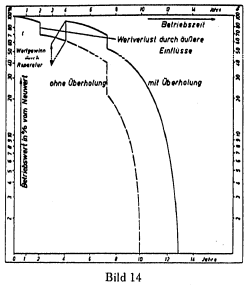


Bild 14

Bild 14 zeigt die Einwirkung einer vorgenommenen Reparatur. In diesem Bespiel ist eine Grundreparatur nach 4 Jahren erfolgt, und die Maschine steigt im Wert von 60 auf 90 %. Von hier an beginnt ein erneutes Absinken des Wertes. Der Nullwert wird in diesem Beispiel nach $12^1/_2$ Jahren erreicht; die nicht reparierte Maschine wäre schon nach 10 Jahren dort angelangt.

Die unregelmäßig abgestufte Kurve, welche von dem Einfluß der fortschreitenden Abnutzung, der Änderung des Fertigungsverfahrens, der Abschreibung und der Verminderung des Betriebswertes abhängt, stellt das Abnehmen des Betriebswertes der Maschine dar. Die Kurve wird in jedem einzelnen praktischen Fall einen anderen Verlauf zeigen.

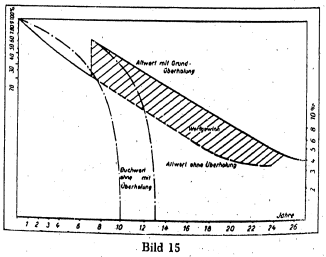


Bild 15

Eine Erhöhung des Betriebswertes über den Nennwert hinaus kann ebenfalls durch eine Reparatur ermöglicht werden. Die Berücksichtigung des Altwertes zeigt Bild 15. Die Reparatur erfolgte hier nach 7 Jahren, und die Maschine stieg von 30 auf 60 % des Altwertes. Von hier an tritt wieder ein neues Absinken ein, und der Schrottwert ist nach $22^1/_2$ Jahren erreicht, während der Bilanzwert bereits nach $13^1/_2$ Jahren erzielt wird.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 18
Institut für Maschinenkunde, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 530.17
Eingang: 16. 2. 1956

Analoge Rechenmethoden

(Festigkeitslehre — Elektrotechnik)

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

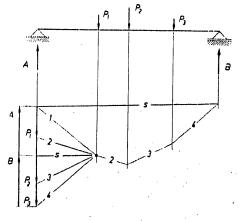
Einleitung

Zwischen einzelnen Gebieten der Wissenschaft bestehen vielfach Analogien hinsichtlich der gesetzmäßigen Zusammenhänge, die durch dieselbe Grundform einer Gleichung (Differentialgleichung) zum Ausdruck kommen. Auf solche gleichartig aufgebauten Formeln wurde schon vielfach hingewiesen (siehe z. B. [1]). Wertvoll sind sie besonders für den Praktiker und Konstrukteur, da sie gestatten, gut ausgebaute Rechenmethoden des einen Gebietes auch auf einem anderen anzuwenden, wo man bisher nicht daran gedacht hat, in derselben Weise vorzugehen, sei es aus Unkenntnis oder infolge der vollkommenen Wesensfremdheit beider Gebiete. Auch im elementaren Bereich bestehen solche Gleichartigkeiten. Hier soll auf eine weitgehende Analogie zwischen der elementaren Festigkeitslehre und der Berechnung elektrischer Gleichstromleitungen hingewiesen und in Gegenüberstellungen von Beispielen die praktische Nutzanwendung gezeigt werden.

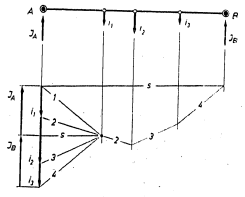
Grundlegende Zusammenhänge

Zwischen dem Kräftefluß in einem Bauteil und dem Fluß eines Gleichstroms in einer Ringleitung können interessante Analogien festgestellt werden.

Festigkeitslehre
Bild 1a



Elektrotechnik
Bild 1b



$P_1 + P_2 + P_3 - A - B = 0$ | $i_1 + i_2 + i_3 - J_A - J_B = 0$

Bild 1a und 1b Analogie zwischen einem Biegestab und einer aufgeschnittenen Ringleitung.

Es gelten:

die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma P = 0$.

Die äußeren Kräfte P halten den Reaktionskräften das Gleichgewicht.

der Kirchhoffsche Satz $\Sigma i = 0$.

Die abgenommenen Stromstärken müssen gleich den zugeführten sein.

Den Bildern 1a und 1b wurden ein Biegestab und eine Ringleitung zugrunde gelegt. Die fehlenden Kräfte und Stromstärken sind mit Hilfe eines Seilecks gewonnen. In Stab und Leitung treten Querkräfte und Leitungsströme auf, und diese inneren Kräfte und Ströme sind analog vergleichbar. Auf der einen Seite ergibt sich die Querkraftfläche, auf der anderen Seite die Stromflußfläche. Beide werden nach den bekannten Regeln der Statik aus den Bildern 1a und 1b gewonnen, indem man das Seileck als Integralkurve der Querkraft- bzw. Stromflußlinie ansieht. Wir übernehmen die Vorzeichenregeln aus der Statik auch auf die Leitungsvorgänge, wo die Vorzeichen Stromrichtungen angeben.

Noch deutlicher tritt die Analogie in Erscheinung, wenn der ein- oder mehrfach belastete Zug- (Druck-) Stab statt des Biegestabes herangezogen wird.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Man erhält dann

Bild 2a

Längskraftfläche

Stabkräfte senkrecht zum Stab aufgetragen.

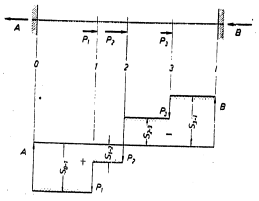


Bild 2b

Stromflußfläche

In der Leitung auftretenden Strom senkrecht zum Leiter auftragen.

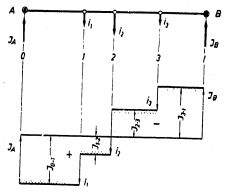


Bild 2a und 2b Die Analogie zwischen einem Zugstab und einer aufgeschnittenen Ringleitung ergibt eine gleichartige Längskraftfläche und Stromflußfläche.

Die Längskraftfläche läßt sich aus der Verschiebungslinie gewinnen, wie noch gezeigt wird. Wir stellen die entsprechenden Größen zum Vergleich gegenüber.

In der Formel $\Delta l = \frac{S \cdot l}{E\,F}$ [cm]

ist das *Hookesche Gesetz* enthalten.

Hierbei ist

P = äußere (eingeleitete Kraft) [kg]

S = innere Stabkraft [kg]

l = Stablänge [cm]

F = Stabquerschnitt [cm²]

$\frac{S}{F} = \sigma$ = Normalspannung $\left[\frac{kg}{cm^2}\right]$

E = Elastizitätsmodul des Werkstoffes $\left[\frac{kg}{cm^2}\right]$

$E = \frac{1}{\alpha}$

α = Dehnzahl $\left[\frac{cm^2}{kg}\right]$

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ = Dehnung

$\varepsilon = \frac{P}{EF} = \frac{\sigma}{E}\left[\frac{cm}{cm}\right]$

Wird $\Delta l = l$ [cm], so ist $E = \sigma$.

Die Spannung wird = dem Elastizitätsmodul

Stahl: $E = 2{,}15 \cdot 10^6$ $\left[\frac{kg}{cm^2}\right]$

In der Formel $\Delta u = \frac{2 \cdot J \cdot l}{\varkappa \cdot q}$ [V]

ist das *Ohmsche Gesetz* zu erkennen.

i = abgeleitete Stromstärke [A]

J = innerer (Leitungs-)Strom [A]

l = Leitungslänge [m]

q = Leitungsquerschnitt [mm²]

$\frac{J}{q} = s$ = Stromdichte $\left[\frac{A}{mm^2}\right]$

$\varkappa$ = spezifischer Leitwert $\left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}\right]$

$R = \frac{2 \cdot l}{q} \varrho = \frac{2 \cdot l}{\varkappa q}$

$\varkappa = \frac{1}{\varrho}$

ϱ = spezifischer Widerstand $\left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right]$

$\frac{\Delta u}{l} = 2\frac{s}{\varkappa}$ $\left[\frac{Volt}{m}\right]$

Wird $\Delta u = 2$ l, so ist $s = \varkappa$.

Der Leitwert wird zahlenmäßig = der Stromdichte

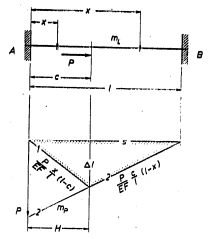
Kupfer: $\varkappa = 57$ $\left[\frac{m}{\Omega\,mm^2}\right]$

Bei unstetiger Änderung von F bzw. q wird:

$$\Delta l = \sum_0^l \frac{S\,\Delta x}{E\,F}, \qquad \Delta u = \sum_0^l \frac{2 \cdot J\,\Delta x}{\varkappa \cdot q},$$

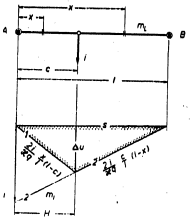
d. h. bei numerischer oder graphischer Integration der Längskraftlinie und der Stromflußlinie bekommt man den Verlauf der

Verschiebungslinie Δl (Bild 3a)



$m_{\Delta l} = \frac{1}{EF} H \cdot m_L \cdot m_P \left[\frac{cm}{cm}\right]$

der Spannungslinie Δu (Bild 3b)



$m_{\Delta u} = \frac{2}{\varkappa q} H \cdot m_L \cdot m_I \left[\frac{V}{cm}\right]$

Bild 3a und 3b Bei Zugstab und aufgeschnittener Ringleitung ist die graphische Integration analog.

E F = const.

mit dem Maßstab

$m_{\Delta l} = \frac{1}{EF} \cdot H \cdot m_L \cdot m_P.$

$\varkappa \cdot q$ = const.

$m_{\Delta u} = \frac{2}{\varkappa \cdot q} H \cdot m_L \cdot m_I.$

Im Punkt c wird:

$\Delta l = \frac{l-c}{l} P \frac{c}{E\,F} = \frac{c}{l} P \frac{l-c}{E\,F}$

$\Delta u = \frac{l-c}{l} i \frac{2 \cdot c}{\varkappa \cdot q} = \frac{c}{l} i \frac{2\,(l-c)}{\varkappa\,q}$

Verlauf der Δl-Linie

links von P $\Delta l = \frac{P}{E\,F} \frac{x}{l} (l-c)$

rechts von P $\Delta l = \frac{P}{E\,F} \frac{c}{l} (l-x)$

für P = 1.

Verlauf der Δu-Linie

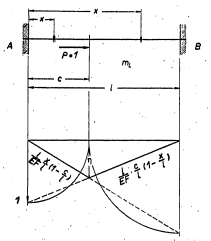
links von i $\Delta u = \frac{2 \cdot i}{\varkappa q} \frac{x}{l} (l-c)$

rechts von i $\Delta u = \frac{2 \cdot i}{\varkappa q} \frac{c}{l} (l-x)$

für i = 1.

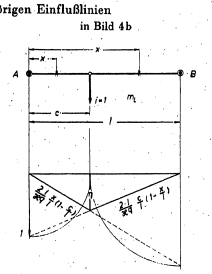
Für Δl und Δu erhält man die zugehörigen Einflußlinien

in Bild 4a



$m_\eta = \frac{1}{EF} m_l$

in Bild 4b



$m_\eta = \frac{2}{\varkappa q} m_l$

Bild 4a und 4b Auch zwischen den Einflußlinien von Zugstab und aufgeschnittener Ringleitung liegt eine auffallende Gleichartigkeit vor.

η links $= \frac{l}{E\,F} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{c}{l}\right)$ | η rechts $= \frac{l}{E\,F} \frac{c}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ | η links $= \frac{2\,l}{\varkappa q} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{c}{l}\right)$ | η rechts $= \frac{2 \cdot l}{\varkappa q} \frac{c}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

b) variablem x und c erhält man durch Differentiation nach x

	die Stromflußlinie	
die Längskraftlinie		
$EF\frac{\partial \lambda}{\partial x} = b - c$	$EF\frac{\partial \eta_1}{\partial x}$ | c	$\frac{\varkappa q}{2}\frac{\partial \eta_1}{\partial x} = -1$ | c	$\frac{\varkappa q}{2}\frac{\partial \eta_2}{\partial x} = -1$ | c

und durch Differentiation nach c die Einflußlinien für

	und den Stromfluß		
die Längskraft			
$EF\frac{\partial \lambda}{\partial c} = -x$	$EF\frac{\partial \eta_1}{\partial c}$ | x	$\frac{\varkappa q}{2}\frac{\partial \eta_1}{\partial c} = 1$ | x	$\frac{\varkappa q}{2}\frac{\partial \eta_2}{\partial c} = 1$ | x

Dadurch ist es möglich, für eine beliebige Stelle x die Stabkraft oder die Stromstärke zu bestimmen.

Bild 5a

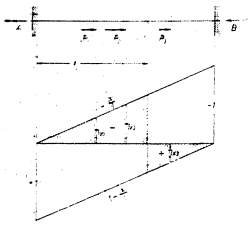


Bild 5b

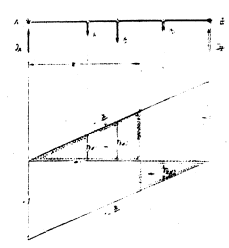


Bild 5a und 5b Anwendung der gleichartigen Einflußlinien für Stabkräfte und Leitungsströme

Anwendungen *)

An einer Reihe von Beispielen sei gezeigt, wie man schnell zeichnerisch und rechnerisch zum Ziel kommt. Zunächst sei an Hand des Biegestabes die zeichnerische Methode vorgeführt, die auch beim Zugstab und der Leitungsberechnung zum Ziel führt (Bild 6).

Die Kräfte P_1 bis P_3 sind graphisch dargestellt und ergeben eine abfallende Stufenkurve, wobei auch die Kräfte in umgekehrter Reihenfolge aufgetragen werden können, so daß sich dann eine ansteigende Stufenkurve ergibt. Die Integration der Stufenkurve ergibt die Momentenlinie, deren Randbedingungen die Nullinie der Momentenlinie (Schlußlinie s) bestimmen. Zurück in die Polygon verschoben, ergibt sich dort auch die endgültige Nullinie für die Querkraftlinie. Bild 7a und 7b zeigen die Anwendung auf den Zugstab und die elektrische Leitung. Hierbei wurden Maßstab und Zahlen absichtlich so gewählt, daß in beiden Fällen dieselbe Figur zustande kommt und die Analogie deutlich unterstrichen wird.

Die rechnerische Durchführung der Aufgabe geschieht zweckmäßig mit Einflußmatrizen [2], weil dadurch auch die Gleichartigkeit besonders sichtbar wird. Zunächst wird die Längskraftfläche und die Stromflußfläche an Hand der gemeinsamen Einflußlinie berechnet (s. Bild 8).

*) Die Maßstäbe beziehen sich auf die Originalzeichnung vor der Verkleinerung.

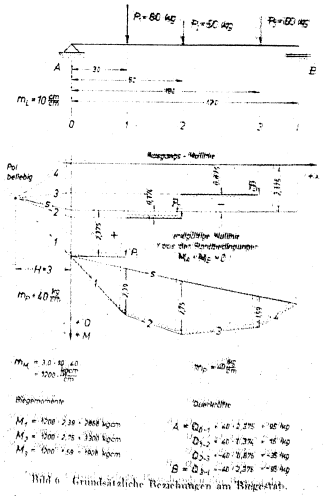


Bild 6 Grundsätzliche Bezeichnungen am Biegestab.

Bild 7a

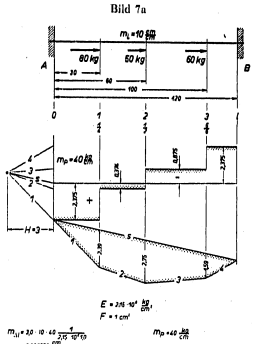


Bild 7b

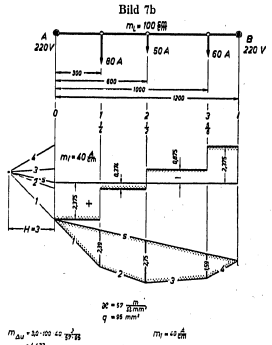


Bild 7a und 7b Anwendung der Beziehungen am Biegestab auf Zugstab und aufgeschnittene Ringleitung.

Man erhält folgende Gleichungssysteme

$$\begin{aligned} S_{0-1} &= P_1\,\eta_{(0-1)1} + P_2\,\eta_{(0-1)2} + P_3\,\eta_{(0-1)3} \\ S_{1-2} &= P_1\,\eta_{(1-2)1} + P_2\,\eta_{(1-2)2} + P_3\,\eta_{(1-2)3} \\ S_{2-3} &= P_1\,\eta_{(2-3)1} + P_2\,\eta_{(2-3)2} + P_3\,\eta_{(2-3)3} \\ S_{3-1} &= P_1\,\eta_{(3-1)1} + P_2\,\eta_{(3-1)2} + P_3\,\eta_{(3-1)3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{0-1} &= i_1\,\eta_{(0-1)1} + i_2\,\eta_{(0-1)2} + i_3\,\eta_{(0-1)3} \\ J_{1-2} &= i_1\,\eta_{(1-2)1} + i_2\,\eta_{(1-2)2} + i_3\,\eta_{(1-2)3} \\ J_{2-3} &= i_1\,\eta_{(2-3)1} + i_2\,\eta_{(2-3)2} + i_3\,\eta_{(2-3)3} \\ J_{3-1} &= i_1\,\eta_{(3-1)1} + i_2\,\eta_{(3-1)2} + i_3\,\eta_{(3-1)3}. \end{aligned}$$

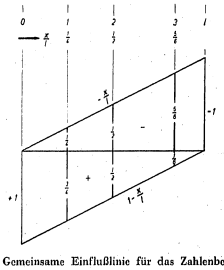


Bild 8 Gemeinsame Einflußlinie für das Zahlenbeispiel.

Die gemeinsame rechteckige Einflußmatrix lautet:

$$\begin{pmatrix} \eta_{(0-1)1} & \eta_{(0-1)2} & \eta_{(0-1)3} \\ \eta_{(1-2)1} & \eta_{(1-2)2} & \eta_{(1-2)3} \\ \eta_{(2-3)1} & \eta_{(2-3)2} & \eta_{(2-3)3} \\ \eta_{(3-1)1} & \eta_{(3-1)2} & \eta_{(3-1)3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}$$

und es ergeben sich die Stabkräfte	die Stromstärken in den Leitungsabschnitten
$S_{0-1} =$ 95 kg	$J_{0-1} =$ 95 A
$S_{1-2} =$ 15 kg	$J_{1-2} =$ 15 A
$S_{2-3} = -$ 35 kg	$J_{2-3} = -$ 35 A
$S_{3-1} = -$ 95 kg	$J_{3-1} = -$ 95 A.

Für die Verschiebungen und Spannungsabfälle erhält man die Gleichungssysteme

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= P_1\,\eta_{11} + P_2\,\eta_{12} + P_3\,\eta_{13} \\ \Delta l_2 &= P_1\,\eta_{21} + P_2\,\eta_{22} + P_3\,\eta_{23} \\ \Delta l_3 &= P_1\,\eta_{31} + P_2\,\eta_{32} + P_3\,\eta_{33} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta u_1 &= i_1\,\eta_{11} + i_2\,\eta_{12} + i_3\,\eta_{13} \\ \Delta u_2 &= i_1\,\eta_{21} + i_2\,\eta_{22} + i_3\,\eta_{23} \\ \Delta u_3 &= i_1\,\eta_{31} + i_2\,\eta_{32} + i_3\,\eta_{33}. \end{aligned}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die gemeinsame quadratische Matrix lautet (Bild 9)[3]: (Einflußgrößen η ohne Hauptwert)

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{12} & \frac{5}{36} \end{pmatrix}$$

Bild 9 Gemeinsame graphische Ermittlung der Einflußmatrix für dasselbe Zahlenbeispiel.

Hauptwert:

$$\frac{l}{EF} = \frac{120}{2{,}15 \cdot 10^4 \cdot 1{,}0} = 0{,}0000558 \ \frac{\text{cm}}{\text{kg}}$$

Hauptwert:

$$R = \frac{2 \cdot l}{\varkappa \cdot q} = \frac{2 \cdot 1200}{57 \cdot 95} = 0{,}4432 \ \Omega$$

und das Resultat

$$\Delta l_1 = 0{,}001325 \text{ cm} \qquad \Delta u_1 = 10{,}526 \text{ V}$$
$$\Delta l_2 = 0{,}001534 \text{ cm} \qquad \Delta u_2 = 12{,}188 \text{ V}$$
$$\Delta l_3 = 0{,}000883 \text{ cm} \qquad \Delta u_3 = 7{,}017 \text{ V}.$$

Unter anderen Randbedingungen ergeben sich

Bild 10a

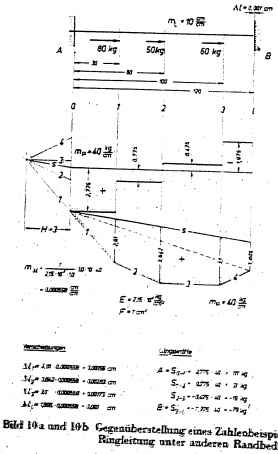


Bild 10b

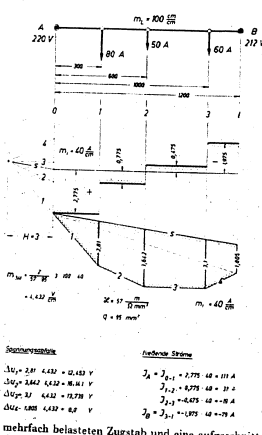


Bild 10a und 10b Gegenüberstellung eines Zahlenbeispiels für einen mehrfach belasteten Zugstab und eine aufgeschnittene Ringleitung unter anderen Randbedingungen (Δ l und Δ u am Rande verschieden).

Diese Randwerte ungleichen Spannungspotentials an den Speisepunkten treffen selbstverständlich nur dann zu, wenn beide Seiten der Leitung mit Stromerzeugern verbunden sind. Anders liegt der Fall bei einer Ringleitung, die nur an einer Stelle gespeist wird. Denkt man sich an dieser Speisestelle die Leitung zerschnitten, so erhält man das Ersatzsystem mit zwei Speisepunkten, die dann die gleiche Spannung haben.

Die bisherigen Beispiele hatten zur Voraussetzung, daß EF und $\varkappa \cdot q$ konstant sind.

Auf beiden Gebieten können sich aber die Querschnitte beliebig ändern, und es ist sogar möglich, daß E und $\varkappa$ sich ändern. Bei solchen Aufgaben, z. B. bei verschiedenem F und q, wählt man einen Vergleichsquerschnitt und reduziert die Längen. Der Vergleichsquerschnitt tritt dann im Maßstab auf.

Bild 11a

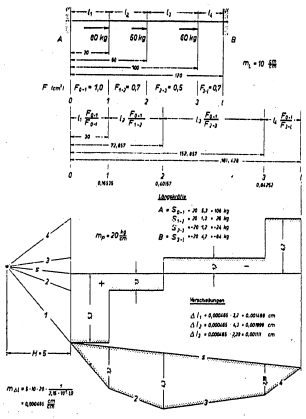


Bild 11b

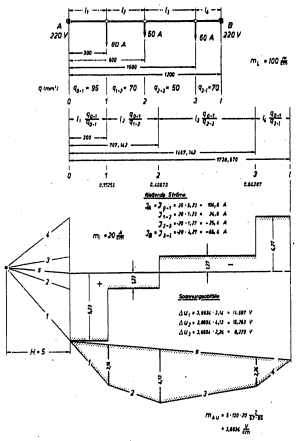


Bild 11a und 11b Zahlenbeispiele für den mehrfach belasteten Zugstab und die aufgeschnittene Ringleitung, wenn die Querschnitte veränderlich sind.

Bevor auf die Berechnung von drei Speisepunkten eingegangen wird, sollen allgemeine Betrachtungen am Biegestab vorausgeschickt werden. Man kann eine Reihe von Kräften P durch zwei entgegengesetzte Kräfte A und B zur Gesamtsumme Null ausgleichen. A und B sind z. B. bei einem Stab auf zwei Stützen die Auflagerreaktionen (Bild 12).

Mit Seileck vorgenommen, ergeben sich die Seilecke 1, 2, 3 und 1, s, 3.

s, in die Polfigur verschoben, ergibt A und B. Man ist aber nicht auf A und B beschränkt. Schalten wir noch eine Kraft X_2 zu A und B ein, so ergibt sich Bild 13.

Man bringt die Wirkungslinie von X_2 zum Schnitt mit dem Seileck 1, 2, 3 und zieht an Stelle von s die Schlußlinien s_1 und s_2.

Dadurch erhält man zwei Kräftegruppen, jede mit einer Gegenkraft links und rechts. Die beiden Einzelkräfte X_{2A} und X_{2B} ergeben zusammen die dritte Gegenkraft und entlasten die Kräfte A und B.

Zusammen mit der alten Schlußlinie s ergibt sich an der Stelle 2 ein Biegemoment im Seileck 1, s_1, s_2, 3

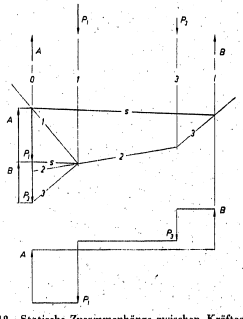


Bild 12 Statische Zusammenhänge zwischen Kräftegruppen. (Zwei Gegenkräfte.)

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

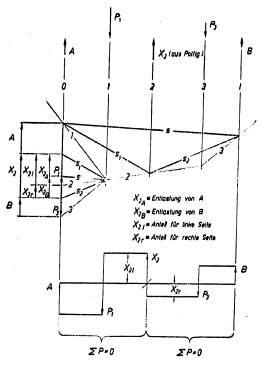


Bild 13 Statische Zusammenhänge zwischen Kräftegruppen. (Mehrere Gegenkräfte.)

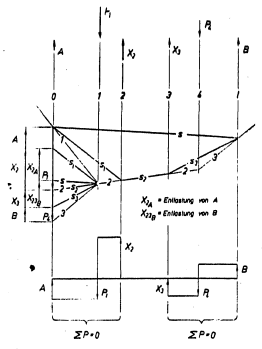


Bild 14 desgleichen wie 13.

Bild 15a

Bild 15b

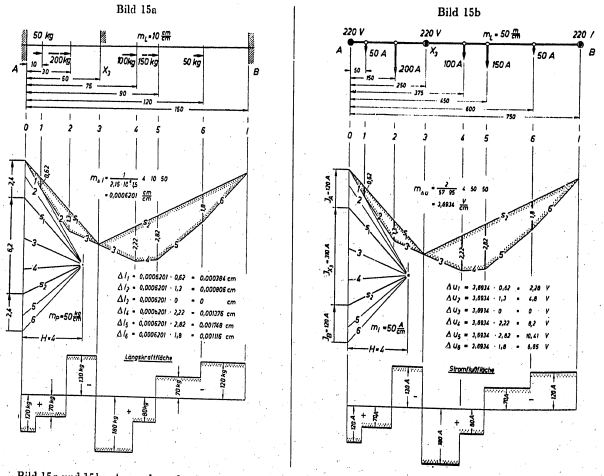


Bild 15a und 15b Anwendung der Beziehungen zwischen Kräftegruppen auf den mehrfach belasteten Zugstab und die mehrfach gespeiste Ringleitung.

und von derselben Größe im Seileck 1, 2, 3. Da die Kräftegruppen entgegengesetzt sind, haben auch diese beiden Momente entgegengesetzte Vorzeichen, heben sich also auf.

Die Kraft X_2 darf nicht verwechselt werden mit einer statisch unbestimmten Auflagerkraft, wenn die Kräfte an einem dreifach gelagerten Stab als Biegekräfte angreifen. Dann gilt die so auf statische Weise bestimmte Kraft X_2 nicht, denn dann kommt noch eine Formänderungsbedingung bei der Bestimmung der Auflagerkraft X_2 hinzu. Es ist dann z. B. die

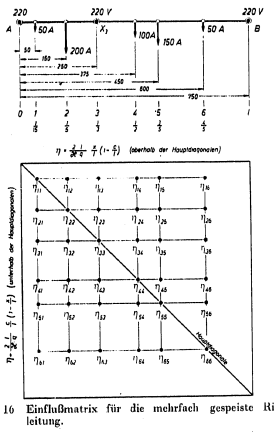


Bild 16 Einflußmatrix für die mehrfach gespeiste Ringleitung.

Durchbiegung an der Stelle 2 des Stabes = Null. Bei der statischen Bestimmung wird nur das Moment an dieser Stelle = Null gesetzt. Dagegen tritt bei einer statisch unbestimmten Auflagerkraft X_2 ein negatives Stützenmoment auf. Man kann jedoch an der Stelle X_2 ein Gelenk anbringen (Gerberträger) und dann auch abstützen. Dann hat die Auflagerkraft die Größe der rein statisch bestimmten Kraft X_2.

In Bild 14 sind zwei solche Stellen X_2 und X_3 vorgesehen und nach obigen statischen Grundsätzen konstruiert. Auf dieselbe Weise werden nun neue weitere Speisepunkte (außer A und B) einer Leitung ermittelt. An Stelle der verschwindenden Momente tritt die Spannungsdifferenz $\Delta u_2 = 0$.

Hierzu gehört das Beispiel Bild 15a und 15b.

Bei der Berechnung der drei Speisepunkte kann man zunächst eine Matrix für Δu aller Punkte aufstellen. Man erhält eine quadratische Matrix. Davon dient die dritte Zeile zur Berechnung der Unbekannten J_{X_3}. Der Vorgang ist derselbe wie bei der Bestimmung einer statisch unbestimmten Größe. Dort wird $y = 0$, hier wird $\Delta u = 0$ gesetzt. Letzteres stellt aber beim Vergleich, wie schon erwähnt, das Gegenstück zum verschwindenden Moment dar (s. Bild 16).

1. Einflußmatrix für die Δu-Werte:

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} & \eta_{14} & \eta_{15} & \eta_{16} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} & \eta_{24} & \eta_{25} & \eta_{26} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} & \eta_{34} & \eta_{35} & \eta_{36} \\ \eta_{41} & \eta_{42} & \eta_{43} & \eta_{44} & \eta_{45} & \eta_{46} \\ \eta_{51} & \eta_{52} & \eta_{53} & \eta_{54} & \eta_{55} & \eta_{56} \\ \eta_{61} & \eta_{62} & \eta_{63} & \eta_{64} & \eta_{65} & \eta_{66} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{14}{225} & \frac{4}{75} & \frac{2}{45} & \frac{1}{30} & \frac{2}{75} & \frac{1}{75} \\ \frac{4}{75} & \frac{4}{25} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & \frac{2}{25} & \frac{1}{25} \\ \frac{2}{45} & \frac{2}{15} & \frac{2}{9} & \frac{1}{6} & \frac{1}{15} & \frac{1}{15} \\ \frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{1}{6} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{2}{75} & \frac{2}{25} & \frac{2}{15} & \frac{1}{5} & \frac{6}{25} & \frac{3}{25} \\ \frac{1}{75} & \frac{1}{25} & \frac{1}{15} & \frac{1}{10} & \frac{3}{25} & \frac{4}{25} \end{pmatrix}$$

η-Werte ohne Hauptwert.

2. Zur Berechnung von X_3 allein braucht man nur die dritte Zeile.

$$J_{X_3} = \frac{i_1 \cdot \eta_{31} + i_2 \cdot \eta_{32} + i_4 \cdot \eta_{34} + i_5 \cdot \eta_{35} + i_6 \cdot \eta_{36}}{\eta_{33}}$$

$$= \frac{\frac{200}{90} + \frac{2400}{90} + \frac{1500}{90} + \frac{1800}{90} + \frac{300}{90}}{\frac{2}{9}} = \underline{310 \text{ A.}}$$

3. Der *Hauptwert* wird zur Berechnung von J_{X_3} nicht benötigt.

$$R = \frac{2 \cdot l}{\varkappa \cdot q} = \frac{2 \cdot 750}{57 \cdot 95} = 0{,}277\ \Omega$$

$\Delta u_1 = 2{,}216$ V, $\Delta u_4 = 8{,}31$ V, $J_A = 120$ A,
$\Delta u_2 = 4{,}8$ V, $\Delta u_5 = 10{,}526$ V, $J_B = 120$ A.
$\Delta u_3 = 0$ V, $\Delta u_6 = 6{,}648$ V.

Bei mehr als drei Speisepunkten ergeben sich die Werte J_{X_2}, J_{X_3} ····, wozu aus der Matrix entsprechende Zeilen benötigt werden. Bei n Werten von J_X ergeben sich n Gleichungen mit n Unbekannten. In solchen Fällen arbeitet man zweckmäßig mit einer Quasi-Diagonalmatrix [4], wobei man weniger Einflußgrößen η zu berechnen braucht und die J_X-Werte immer aus zwei benachbarten Teilmatrizen ermittelt werden können.

Die Gesamtmatrix wird durch die Speisepunkte in Teilmatrizen aufgeteilt, wobei an der Stelle der Speisepunkte für Δu der Wert 0 steht. Die quasidiagonale Matrix hat im Beispiel dann die Struktur

$$\{2, 1, 3\}$$

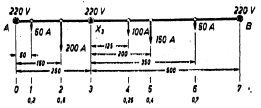
und wird mit

$$\{\mathfrak{A}, 0, \mathfrak{B}\}$$

bezeichnet, worin $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ die Einzelmatrizen darstellen. Die Berechnung desselben Beispiels nimmt dann die folgende Form an: (s. Bild 17).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



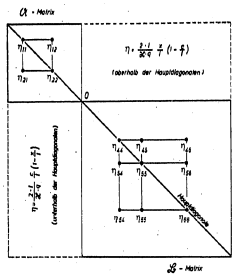


Bild 17 Berechnung der mehrfach gespeisten Ringleitung mit Hilfe der quasidiagonalen Matrix.

1. *Einflußmatrix:*

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \eta_{44} & \eta_{45} & \eta_{46} \\ \eta_{54} & \eta_{55} & \eta_{56} \\ \eta_{64} & \eta_{65} & \eta_{66} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0{,}16 & 0{,}08 \\ 0{,}08 & 0{,}24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0{,}1875 & 0{,}15 & 0{,}075 \\ 0{,}15 & 0{,}24 & 0{,}12 \\ 0{,}075 & 0{,}12 & 0{,}21 \end{pmatrix}$$

η-Werte ohne Hauptwert

Von der Gesamtmatrix brauchen 12 η-Werte nicht berechnet zu werden.

2. *Hauptwerte:*

$$R_1 = \frac{2 \cdot l_1}{\varkappa \cdot q} = \frac{2 \cdot 250}{57 \cdot 95} = \underline{0{,}092336\ \Omega}$$

$$R_2 = \frac{2 \cdot l_2}{\varkappa \cdot q} = \frac{2 \cdot 500}{57 \cdot 95} = \underline{0{,}18467.}$$

3. *Δu-Werte*

$\Delta u_1 = 2{,}216$ V, $\Delta u_4 = 8{,}31$ V,
$\Delta u_2 = 4{,}8$ V, $\Delta u_5 = 10{,}526$ V,
$\Delta u_3 = 0$ V, $\Delta u_6 = 6{,}648$ V.

4. *Speiseströme*

$$J_{X_3\ \text{links}} = \frac{4{,}8 \cdot 57 \cdot 95}{2 \cdot 100} = \underline{130\ \text{A},}$$

$$J_{X_3\ \text{rechts}} = \frac{8{,}31 \cdot 57 \cdot 95}{2 \cdot 125} = \underline{180\ \text{A},}$$

$$J_{X_3} = J_{X_3\ \text{links}} + J_{X_3\ \text{rechts}} = 130 + 180 = \underline{310\ \text{A},}$$

$$J_A = \frac{2{,}216 \cdot 57 \cdot 95}{2 \cdot 50} = \underline{120\ \text{A},}$$

$$J_B = \frac{6{,}648 \cdot 57 \cdot 95}{2 \cdot 150} = \underline{120\ \text{A}.}$$

Natürlich kann man die gezeigte Lösung auch auf Festigkeitsaufgaben anwenden, die, wie gezeigt, dieselbe Analogie aufweisen, z. B. beim mehrfach belasteten Zugstab.

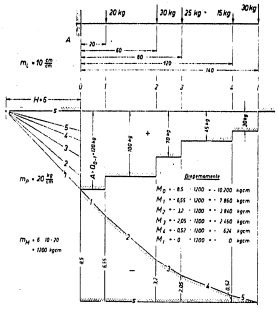


Bild 18 Einseitig eingespannter Biegestab.

Nunmehr können wir auch den an sich recht einfachen Fall behandeln, bei dem eine Leitung mit einem Speisepunkt am Anfang vorhanden ist. Zunächst sei wieder der Biegestab behandelt (Bild 18). An der Stelle A sei der Stab eingespannt, und es ergibt sich in einfacher Weise die Querkraftfläche und, integriert, die Momentenlinie. Für $x = l$ ergibt sich $M = 0$. Legt man durch diesen Punkt die horizontale Nullinie, so beginnt dort die Integration, und man erhält die Momentenfläche.

Beim Zugstab und bei einer Leitung beginnt die Integration bei $x = 0$ mit $\Delta l = \Delta u = 0$ (Bild 19a und 19b).

Bei der mehrfach gespeisten Leitung mit Spannungsunterschieden (Bild 20) denkt man sich die Leitung bei A, B zerschnitten, und es ergibt sich die Lösung Bild 21. An der Stelle X_3 zerschnitten, hat man die graphische Lösung nach Bild 22.

Rückblick und Ausblick

Die ausführlichen Zahlenbeispiele dieser Arbeit zeigen, daß eine weitgehende Übereinstimmung der Berechnungsweise zwischen einfachen Aufgaben der Festigkeitslehre und einer Gleichstromleitung be-

Bild 19a

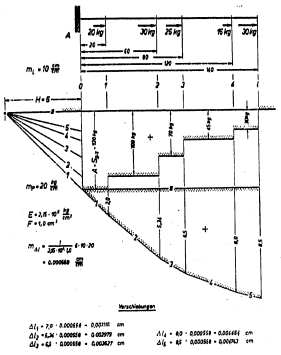


Bild 19b

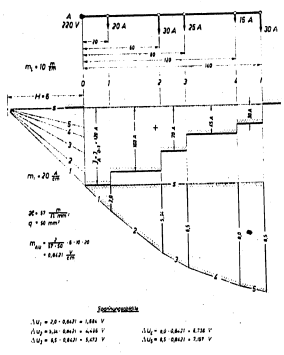


Bild 19a und 19b Einseitig eingespannter Zugstab und offene Leitung.

Bild 21

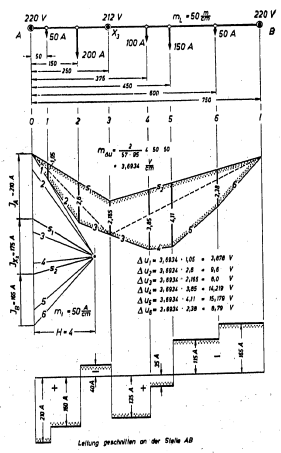


Bild 22

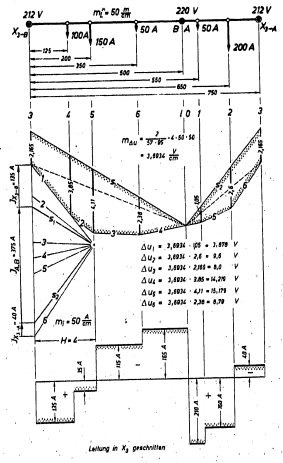


Bild 21 und 22 Zahlenbeispiel zu Bild 20.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

stehen. Dabei beschränkt sich die Analogie nicht nur auf die gezeigten Beispiele, sondern es wäre eine dankbare Aufgabe, auch Vergleichsrechnungen auf ein vielfach vermaschtes Leitungsnetz auszudehnen. Eine gewisse Analogie drängt sich auf, wenn man zum Vergleich ein Stabwerk (Fachwerk) heranzieht.

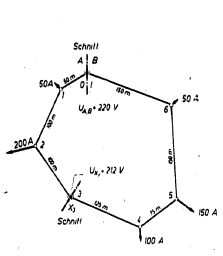


Bild 20 Wird die Ringleitung an verschiedenen Speisestellen zwecks Berechnung zerschnitten, dann erhält man das gleiche Ergebnis.

Die Gleichartigkeit der Rechnungsweise und ein gegenüberstellender Vergleich wirken sich nicht nur auf das neue Anwendungsgebiet aus, sondern ergeben auch eine vorteilhafte Rückwirkung auf das andere Gebiet, so daß in beiden Fällen mehrfach vertiefte Erkenntnisse gewonnen werden. Es ist beabsichtigt, die begonnene Gegenüberstellung der Analogie der Rechnungsweise in derselben Form noch weiter fortzusetzen.

Literaturhinweise

[1] *Klotter*, K., Die Analogien zwischen elektrischen und mechanischen Schwingern. Ing.-Arch. Bd. **XVIII** (1950), S. 291···301.

[2] *Poßner*, *L.*, Einflußmatrizen. (Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre.) Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau **1** (1954/55), H. 2. S. 115···134.

[3] *Poßner*, *L.*, Einflußgrößen. Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau **1** (1954/55), H. 3, S. 207···229.

[4] *Smirnow*, *W. I.*, Lehrgang der höheren Mathematik. (Hochschulbücher für Mathematik.) Teil II, 1, Berlin 1954, S. 83.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 19
Institut für Maschinenkunde, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt: DK 531.1
Eingang: 16. 2. 1956

Spitzenkreise

Eine Studie im Beschleunigungsfeld einer bewegten Ebene

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

Sind von einer Ebene, die in zwei Punkten (A und B) durch Kurbeln zwangsläufig bewegt wird, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung eines Punktes (z. B. A) bekannt, so lassen sich die Geschwindigkeit und die Beschleunigung jedes anderen Punktes (z. B. B) bestimmen (Bild 1). Dies ergibt sich aus der

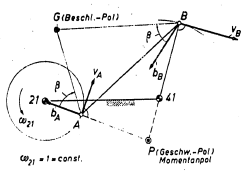


Bild 1 Bewegt man eine Ebene, der die Punkte A und B angehören, zwangsläufig mit Hilfe zweier Kurbeln 21-A und 41-B, so läßt sich die allgemeine Bewegung einer Ebene anschaulich machen.

Zwangsläufigkeit der Bewegung. Ohne Rücksicht auf die Art der Führung können also das Geschwindigkeitsfeld und das Beschleunigungsfeld aus den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zweier Punkte aufgebaut werden. Wir setzen daher die aus den Eingangsgrößen (z. B. v_A und b_A) und der geometrischen Gestalt des Führungsmechanismus erhaltenen Größen v_B und b_B für unsere Betrachtungen als gegeben voraus. Die Zentren des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeldes sind der Momentanpol P und der Beschleunigungspol G. Ersteren erhält man, indem man auf den beiden Geschwindigkeiten die Senkrechten errichtet. Der Schnittpunkt ist der Momentanpol (Bild 2). Betrachtet man z. B. A als relativen Pol zu B, so steht auch die Verbindungslinie AB senkrecht auf der Geschwindigkeit $v_{B\to A}$ aus dem Geschwindigkeitsdreieck nach *Mehmke*. Bildet man das Beschleunigungsdreieck nach *Mehmke*, so erhält man einen Winkel β zwischen AB und der Beschleunigung $b_{B\to A}$. Man findet den Beschleunigungspol G, indem man, wie bei den Geschwindigkeiten, den rechten Winkel an die Beschleunigungen b_A und b_B den $\measuredangle \beta$ anträgt und die freien Schenkel zum Schnitt bringt (Bild 3). Um P und G bauen sich das Geschwindigkeitsfeld und das Beschleunigungsfeld konzentrisch auf. Auf Kreisen um P und G liegen dann die Punkte gleicher Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen (Bild 4). Der Momentanpol hat als einziger Punkt der bewegten Ebene keine Geschwindigkeit, aber eine Beschleunigung. Umgekehrt hat G als einziger Punkt keine Beschleunigung, aber eine Geschwindigkeit.

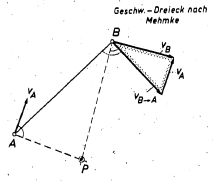


Bild 2 Die Geschwindigkeiten zweier Punkte A und B bestimmen den Geschwindigkeitszustand und den Momentanpol P (Geschwindigkeitspol).

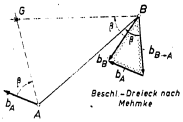


Bild 3 Die Beschleunigungen zweier Punkte A und B bestimmen den Beschleunigungszustand und den Beschleunigungspol G.

Erster Teil

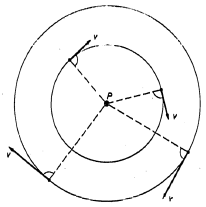
Der Spitzenkreis

Bekannt ist eine Konstruktion des Beschleunigungspols G [1] aus den beiden Beschleunigungen von A und B. Bringt man sie zum Schnitt in Punkt D (Bild 5), so kann man durch ihn und A und B einerseits und durch die Spitzen von b_A und b_B andererseits zwei Kreise legen, im folgenden Punktkreis und Spitzenkreis genannt. Diese beiden Kreise schneiden sich im Punkt G, dem Beschleunigungspol. DG ist die den beiden Kreisen gemeinsame Sehne. Wenn G der Beschleunigungspol ist, dann müssen die Polradien ϱ_A und ϱ_B den Beschleunigungen b_A und b_B proportional und die beiden aus ihnen und dem eingeschlossenen Winkel β gebildeten Dreiecke ähnlich sein. Die Ähnlichkeit folgt aus der Gleichheit der Winkel $180^0 - \alpha$ und β als Umfangswinkel über derselben

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Sehne GD des Spitzenkreises und des Punktkreises. Die auf der anderen Seite der Sehne liegenden Umfangswinkel haben die Größe α bzw. $180° - \beta$. Da ein Kreis durch drei auf ihm liegende Punkte bestimmt ist, aber beide Kreise durch vier Punkte der Konstruktion gehen, muß immer der vierte Punkt sich zwangsläufig ergeben. Ist also der Beschleunigungspol G zusätzlich zu b_A und b_B gegeben, so ergibt sich D als zweiter Schnittpunkt des Punkt- und Spitzenkreises und umgekehrt.



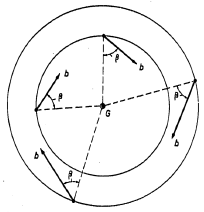


Bild 4 Auf Kreisen um die Pole P und G liegen gleiche Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen.

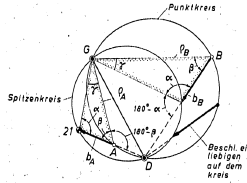


Bild 5 Zwei beliebige Beschleunigungen bestimmen einen Schnittpunkt D (Doppel-Punkt), einen Punktkreis und einen Spitzenkreis. Der zweite Doppel-Punkt ist G.

Die Beschleunigung eines jeden Punktes des Punktkreises als Punkt der bewegten Ebene erhält man nun in einfachster Weise, indem man den Punkt mit D verbindet. Die Beschleunigung ist dann der Teil der Verbindungslinie zwischen Punktkreis und Spitzenkreis nach Richtung und Größe. Nur von einem Punkt läßt sich die Konstruktion in nicht so einfacher Weise durchführen; das ist die Beschleunigung von D selbst. b_D hat die Richtung der Tangente an den

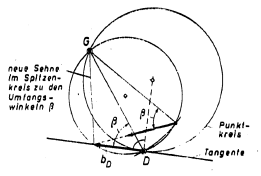


Bild 6 Mit Hilfe der Beschleunigung von D erhält man zum Spitzenkreis als Punktkreis den Spitzenkreis.

Punktkreis. Durch diese Tangente erhält man auch im Spitzenkreis eine Sehne, zu der die Umfangswinkel ($= \beta$) auf dem Spitzenkreis liegen (Bild 6). Betrachtet man daher diesen Spitzenkreis als Punktkreis, so ergibt sich abermals hierzu ein Spitzenkreis, wenn man mit GD um G einen Bogen beschreibt und ihn zum Schnitt mit diesem Kreis bringt. Dieser Schnittpunkt hat dieselbe Beschleunigung wie D, so daß zusammen mit G und den Spitzen dieser beiden Beschleunigungen die Konstruktion des neuen Spitzenkreises möglich wird (Bild 6 und 7).

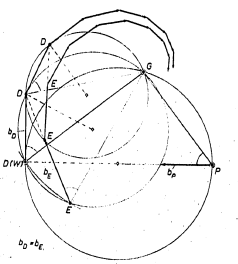


Bild 7 Die Fortsetzung der Konstruktion von Bild 6 ergibt logarithmische Spiralen.

Die Konstruktion kann man laufend fortsetzen (Bild 7). Die Punkte D liegen auf einer logarithmischen Spirale mit G als asymptotischen Punkt.

Der Spitzenkreis zu den Bresseschen Kreisen

Punktkreis und Spitzenkreise gehen bei den bisherigen Konstruktionen immer durch den Beschleunigungspol G. Zu den beiden gehört außerdem immer ein Doppelpunkt D, durch den die Beschleunigungen strahlenförmig verlaufen. Solche Punkte der bewegten Ebene sind z. B. noch der Momentanpol P und der Wendepol W. Durch den Momentanpol gehen alle Beschleunigungen der Punkte auf dem Tangentialkreis (Normalbeschleunigungen), durch den Wendepol alle Beschleunigungen der Punkte des Wendekreises (Tangentialbeschleunigungen) (Bild 8).

Der Spitzenkreis zum Tangentialkreis geht daher durch den Beschleunigungspol G, den Momentanpol P als Doppelpunkt D und durch die Spitze der Beschleunigung b_P des Momentanpols als Punkt des Tangentialkreises. Der Spitzenkreis zu allen Punkten des Wendkreises geht durch G, W als Doppelpunkt D und die Spitze der Beschleunigung b_P des Momentanpols als Punkt des Wendekreises (Bild 8). b_P gehört also gleichzeitig beiden Kreissystemen an.

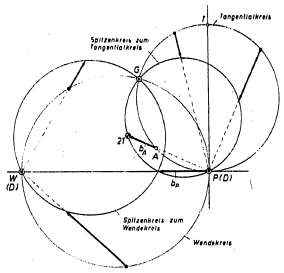


Bild 8 Liegen die Punkte der bewegten Ebene, von denen die Beschleunigungen bekannt sind, auf dem Tangential- und Wendekreis, so sind P und W die Doppelpunkte D.

Es ist zweckmäßig, A als Kurbelzapfen zu betrachten (Bild 1), der mit gleichbleibender Drehzahl umläuft (Dauerbetrieb des Getriebes). Dann ist seine Tangentialbeschleunigung = 0 und A ein Punkt des Tangentialkreises. Bild 9 zeigt die Konstruktion aller für die Kinematik eines Getriebes (Gelenkviereck) notwendigen Größen mit möglichst wenig Strichen. Das sind: Momentanpol P, Beschleunigungspol G, Wendepol W und

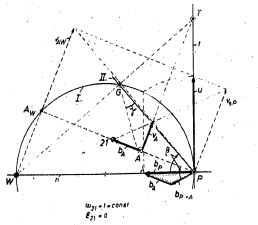


Bild 9 Die den Bewegungszustand von Bild 1 bestimmenden Größen lassen sich mit wenig Strichen gewinnen. Besonders einfach wird die Konstruktion, wenn b_A nur eine Normalbeschleunigung ist. Verlängerung von v_A ergibt T und G direkt.

Tangentialpol T. Gegeben sind v_A und b_A. Nach *Bobillier* ergeben sich die Polbahntangente und -normale. v_A ergibt W, d_W, u und b_P. β ergibt nach *Mehmke* G und T.

Die Bilder 10—14 (umseitig) zeigen Beispiele mit verschiedenen Lagen der Beschleunigung.

Punkt- und Spitzengeraden

Artet der Punkt- und Spitzenkreis zur Geraden aus ($r = \infty$)$_k$, dann sind die Beschleunigungen parallel. Der Punkt D liegt im Unendlichen. Die gemeinschaftliche Sehne ist dann ebenfalls den Beschleunigungen parallel (Bild 15). Die beiden zur Geraden entarteten Kreise gehen dann gleichfalls durch G. Zu jedem Punkt der Punktgeraden erhält man die Beschleunigung mit Hilfe des Strahlensatzes, ebenso diejenige eines beliebigen Punktes der Ebene durch Hineindrehen in die Punktgerade.

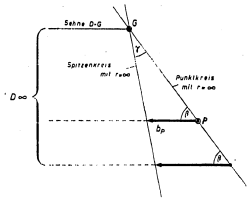


Bild 15 Wenn Punkt- und Spitzenkreis zu Geraden ausarten, so liegt D im Unendlichen.

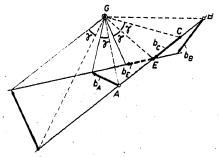


Bild 16 Werden die Kreise zu Geraden, dann erfolgt die Konstruktion der Beschleunigungen mit Hilfe von γ.

Im Punkt- und Spitzenkreis ist der Satz von *Burmester* enthalten. Es bilden nämlich die Verbindungslinien der Punkte eine zur Verbindungslinie der Beschleunigungsspitzen ähnliche Figur (Kreis), wobei man nur darauf zu achten hat, daß der Mittelpunkt des Kreises in ähnlicher Lage liegt.

Legt man durch die Punkte und die Spitzen zweier beliebiger Beschleunigungen Geraden, so ergibt sich ein Schnittpunkt E. Im Falle der Parallelität der beiden Beschleunigungen fällt E mit G zusammen.

Den Schnittpunkt E kann man einmal als Anfangspunkt der Beschleunigung betrachten; dann liegt die Beschleunigung ganz auf der Spitzengeraden. Das andere Mal ist E die Spitze einer Beschleunigung, die

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

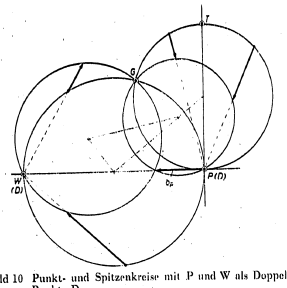


Bild 10 Punkt- und Spitzenkreise mit P und W als Doppel-Punkte D.

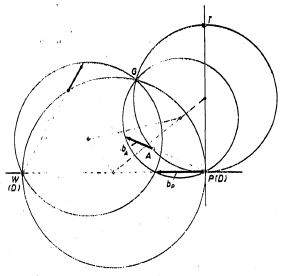


Bild 11 Punkt- und Spitzenkreise, wenn eine Beschleunigung zugleich zwei Kreissystemen angehört (b_T).

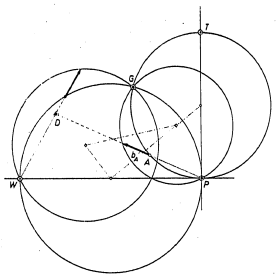


Bild 12 Punkt- und Spitzenkreise, wenn die Beschleunigungen verschiedenen Kreissystemen angehören.

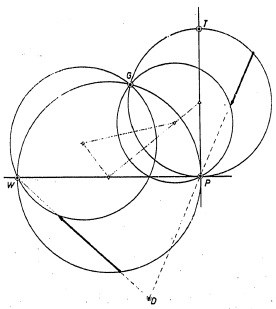


Bild 13 Wie Bild 11, in anderer Lage.

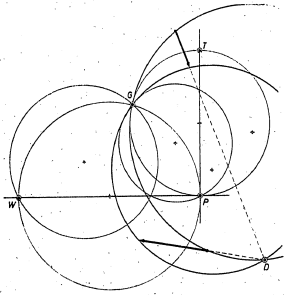


Bild 14 Beide Beschleunigungen gehören weder zum Wende- noch zum Tangentialkreis.

ganz auf der Punktgeraden liegt. Diese beiden Beschleunigungen sind sodann benachbarte Sehnen einer logarithmischen Spirale, wie jede Beschleunigung Sehne einer solchen Spirale ist. Die Konstruktion der Längen ist in Bild 16 wiedergegeben. Die Konstruktion der Beschleunigungen anderer Punkte, die auf der Verbindungsgeraden liegen, erfolgt mit Hilfe des Winkels γ. Man legt durch den Punkt der Geraden einen Schenkel des Winkels γ mit dem Scheitel in G. Der andere Schenkel schneidet dann die Spitzengerade in der Spitze der Beschleunigung. Die Beschleunigungspfeile müssen zwischen den beiden Verbindungsgeraden liegen. Bild 16 ist das Gegenstück zu Bild 14, bei dem die Beschleunigungen weder dem Wendekreissystem noch dem System des Tangentialkreises angehören. Die Verbindungsgeraden können als entartete Punkt- und Spitzenkreise mit dem Radius ∞ angesehen werden. Dann gehen sie nicht durch G, weil sie beliebige Kreise darstellen.

Man kann dieselbe Konstruktion auch auf Punktkreise anwenden, die nicht durch G gehen (Bild 17).

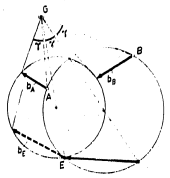


Bild 17 Auch bei beliebigen Punkt- und Spitzenkreisen erfolgt die Konstruktion mit Hilfe von γ.

Zweiter Teil

Konforme Abbildung der bewegten Ebene

Die Tatsache, daß die Spitzen der Beschleunigungen von Punkten der bewegten Ebene, die einem Kreis oder einer Geraden angehören, wieder auf Kreisen oder Geraden liegen, kann man als konforme Abbildung der Punkte der bewegten Ebene durch die Beschleunigungspfeile deuten. Bei der konformen Abbildung gehen Kreise in Kreise und Geraden in Geraden über. Durch die Beschleunigungspfeile wird die Punktebene (bewegte Ebene) auf die Spitzenebene, d. h. auf sich selbst, konform abgebildet. Bei dieser Abbildung erhält man eine Drehstreckung nach der Formel

$$z = a \cdot w,$$

wobei die komplexe z-Ebene (Punktebene) auf die w-Ebene (Spitzenebene) abgebildet wird und a eine konstante komplexe Zahl ist, die das Streckungsverhältnis α und die Drehung um den Winkel γ enthält [2]. Es ist zu erkennen, daß im Rahmen dieser Betrachtung der Winkel γ der wichtigere ist, der aber in einfacher Weise vom Winkel β abhängt, wobei

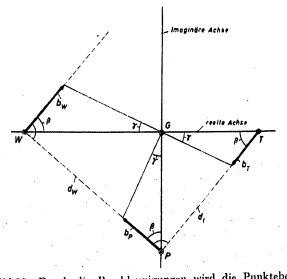


Bild 18 Durch die Beschleunigungen wird die Punktebene auf die Spitzenebene konform abgebildet (Drehstreckung). Die Pole liegen auf den Achsen der Gaußschen Zahlenebene.

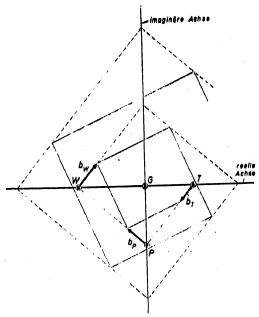
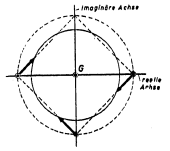


Bild 19



$\varepsilon_P = \omega_P^2$

Bild 20

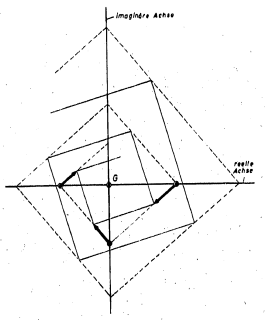


Bild 21

Bild 19—21 Die drei Pole liegen auf einer logarithmischen Spirale, ebenso die Spitzen der zugehörigen Beschleunigungen. Die Spiralen werden Kreise für $\varepsilon = \omega^2$.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\varepsilon_P}{\omega_P^2} \text{ ist.}$$

Man wählt zweckmäßig G als Pol der *Gauß*schen Zahlenebene und legt die für die Bewegung wichtigen anderen drei Pole: Wendepol (W), Momentanpol (P) und Tangentialpol (T) auf die Achsen (Bild 18).

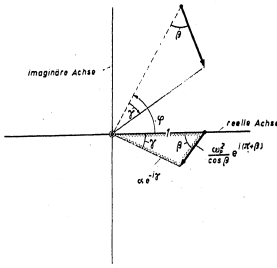


Bild 22 Drehstreckung im Koordinatensystem.

Legt man durch diese drei Pole den Punktkreis und durch die zugehörigen Beschleunigungsspitzen den Spitzenkreis, so ergeben sich konzentrische Kreise, wenn $\varepsilon_P = \omega_P^2$ wird (Bild 19—21). Die drei Pole und auch die drei Spitzen der zugehörigen Beschleunigungen liegen auf einer logarithmischen Spirale, die zum Kreis wird, wenn $\varepsilon_P = \omega_P^2$ ist. Auch in den beiden anderen Fällen lassen sich immer durch die drei Pole und die zugehörigen drei Beschleunigungsspitzen Punkt- und Spitzenkreise legen.

Der Faktor a kann mit Hilfe der Daten für den Pol P gewonnen werden:

$$\varrho_P = d_W \cos\beta,$$

$$b_P = d_W \omega_P^2,$$

wobei ω_P^2 als Verhältniszahl aufzufassen ist, weil von der Winkelgeschwindigkeit $\omega_{21} = \omega_{21} = 1$ ausgegangen wurde.

$$a\, e^{-i\gamma} = 1 + \frac{\omega_P^2}{\cos\beta}\, e^{i(\pi+\beta)}$$

mit $\operatorname{tg}\beta = \frac{\varepsilon_P}{\omega_P^2}$ (Bild 22).

Literaturhinweise

[1] Hütte: Des Ingenieurs Taschenbuch I., 25. Aufl., Berlin 1925, S. 255.

[2] Anwendungen der komplexen Rechnung in der Kinematik siehe z. B.:

Beyer, R., Kinematische Getriebesynthese. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1953, S. 189···194.

Hackmüller, E., Eine analytisch durchgeführte Ableitung der Kreispunkts- und Mittelpunktskurve. Z. angew. Math. u. Mech., Bd. 18 (1938), S. 252···254.

Heck, O., Darstellung von Beschleunigungsfeldern durch komplexe Zahlen. Ing. Arch. Bd. III (1932), S. 507···515.

Pflieger-Haertel, H., Abgewandelte Kurbelgetriebe und der Satz von Roberts. Masch.-Bau-Betrieb Getriebetechnik, Bd. 12, Juli 1944, S. 197···199.

Sieker, K.-H., Winkel-Längen-Zuordnung an der Schubkurbel, Darstellung mittels komplexer Zahlen. Konstruktion 6 (1954), S. 351···353.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

II. Fakultät für Starkstromtechnik / Publ. Nr. 3
Institut für Hochspannungstechnik, Direktor: Prof. Dr. phil. nat. Hans Stamm
Als Manuskript gedruckt! DK 621.3.027.3/.7+621.384
Eingang: 13. 2. 1956

Moderne Methoden zur Erzeugung hoher Spannungen und hoher Beschleunigungen[1)]

Von Prof. Dr. phil. nat. H. Stamm

1. Einleitung

Die Methoden zur Erzeugung hoher Spannungen und hoher Beschleunigungen rücken immer mehr in den Blickpunkt des Interesses. Man liest in der Literatur in steigendem Maße von der Bereitstellung von Hunderttausenden von Volt für Zwecke der elektrischen Energieübertragung und von der Anwendung von Millionen Volt für kernphysikalische Untersuchungen. Die Zahl der Beschleunigungsapparaturen für die Kernphysik ist bereits recht umfangreich geworden. Eine eingehende Beschäftigung mit den wissenschaftlichen Grundlagen, auf denen die Teilchenbeschleuniger beruhen, ist heute für jeden Physiker und Ingenieur zur Notwendigkeit geworden.

Die nachstehenden Ausführungen beschäftigen sich in ihrem ersten Teil mit den Möglichkeiten der Hochspannungserzeugung. Dabei werden nur hohe Wechselspannungen technischer Frequenz, hohe Stoßspannungen und hohe Gleichspannungen betrachtet.

Der zweite Teil befaßt sich mit den Methoden zur Erreichung hoher Beschleunigungen. Hierbei wird auf Zirkular- und Linearbeschleuniger eingegangen.

Mit dem ersten Teil der Ausführungen in engem Zusammenhang steht die Frage, warum überhaupt Spannungen in der Größenordnung von einer Million und mehr Volt benötigt werden.

2. Erzeugung hoher Spannungen

2.1 Sinn und Zweck der Erzeugung hoher Spannungen

Uns allen ist bekannt, daß die Hochspannungsgeräte mit der zweifachen Betriebsspannung geprüft werden. Die Beanspruchungen mit Stoßspannung liegen sogar, entsprechend der Koordination der Isolierung, etwa bei dem Vier- bis Fünffachen der Netzspannung. Das heißt also, daß wir z. B. für 400-kV-Apparaturen 50periodige Prüfspannungen in der Größenordnung von etwa 640 ··· 800 kV und Stoßspannungen von 1600 kV benötigen. Für Entwicklungsarbeiten sind noch wesentlich höhere Spannungen notwendig. Hierfür sind etwa 1500 kV 50periodige Wechselspannung und etwa 2400···3000 kV Stoßspannung erforderlich.

Die Grenze der möglichen Übertragungsspannung für Wechsel- bzw. Drehstromspannungen dürfte etwa bei 600···660 kV liegen [1]. Die eines Tages zum Energietransport über weite Entfernungen unbedingt notwendig werdende Übertragung hoher Gleichspannungen von etwa 800···1200 kV erfordert Gleichspannungsprüfanlagen von 1500···1800 kV mit Stromstärken von 50···100 mA.

Damit sind aber die Anwendungsmöglichkeiten hoher Spannungen noch nicht erschöpft. Gerade für hohe Gleichspannungen hat sich in den letzten Jahren ein außerordentlich wichtiges Anwendungsgebiet erschlossen. Die moderne Biophysik und die Kernforschungen erfordern für den Betrieb von Röntgen- und Beschleunigungsröhren Gleichspannungen bis zu mehreren Millionen Volt. Die Materialuntersuchungen werden heute in großem Umfange mit Isotopen durchgeführt. Dadurch sind die Entwicklungsarbeiten zur Erzeugung hoher Spannungen in räumlich kleinen Apparaturen ziemlich zum Stillstand gekommen. In den anderen genannten Fällen geht jedoch die Entwicklung weiter und hat besonders in den Jahren nach 1945 zu guten technischen Lösungen geführt.

2.2 Hohe Wechselspannungen technischer Frequenz

Im gleichen Maße, wie sich in der elektrischen Energietechnik die Übertragungsspannungen steigerten, mußten auch Entwicklungen der für die Spannungsprüfung notwendigen Prüftransformatoren durchgeführt werden. Für die Auslegung eines Prüftransformators sind die geforderte Spannungshöhe, die Kapazität des Prüflings und die Prüfdauer entscheidend. Zum überwiegenden Teil werden allerdings nur Kurzzeitspannungsprüfungen durchgeführt. Die Leistungsfähigkeit eines Prüftransformators ist abhängig von seiner Kurzschlußspannung und nicht von der kapazitiven Belastung durch den Prüfling. Die bei kapazitiver Belastung auf der Sekundärseite auftretende Spannungsüberhöhung ist von der Streuspannung abhängig.

Spannungsverzerrungen auf der Oberspannungsseite sind durch die Wahl einer niedrigen Eisensättigung zu vermeiden.

Bei Prüfspannungen in der Größenordnung von etwa 350 kV verwendet man heute schon Kaskadenschaltungen. Dabei sind die Transformatoren für derartige Spannungen bereits mit einer inneren Kaskadenschaltung versehen. Solche Schaltungsanordnungen haben den Vorteil, daß sie wesentlich geringere Abmessungen gestatten, als es ohne diese möglich wäre [2].

Wendet man das Kaskadenprinzip auf einen Einzeltransformator an, so besteht die Hochspannungswicklung aus zwei Hälften, die auf den gegenüberliegenden Schenkeln des Eisenkernes angeordnet sind.

[1)] Nach einem im Außeninstitut der T. H. Graz am 18. Jan. 1956 gehaltenen Vortrag.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die potentialmäßige Verbindung der beiden Wicklungshälften erfolgt über den Eisenkern. Dieser hat demzufolge mittleres Hochspannungspotential und muß gegen Erde entsprechend isoliert aufgestellt werden. Der Energietransport von dem unteren zum oberen Schenkel wird durch eine sogenannte Schubwicklung vorgenommen. Eine solche Schaltung ist in Bild 1 aufgezeichnet. Man könnte der Ansicht sein,

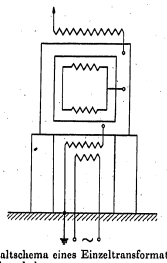


Bild 1 Schaltschema eines Einzeltransformators in Kaskadenschaltung.

daß sich z. B. Spannungen von 2000 kV ohne weiteres durch eine weitgehende Unterteilung der Gesamtspannung in kleine Teilspannungen erzeugen lassen, denn Spannungen von 250 oder 333 kV können in Kasdadentransformatoren ohne großen Aufwand erreicht werden. Eine derartige Unterteilung läßt sich jedoch deshalb nicht durchführen, weil der induktive Spannungsabfall mit der Zahl der in Kaskade geschalteten Transformatorenglieder weit mehr als proportional zunimmt. Das gleiche gilt auch für die Streuspannung.

Es ist daher notwendig, die Zahl der Transformatorenglieder auch bei der Anwendung einer Kaskadenschaltung zu beschränken. Man geht dabei, je nach der benötigten Gesamtspannung, unter Umständen bis an die Grenze der in einem Einzeltransformator noch beherrschbaren Spannung. Es ist heute üblich, sehr hohe Spannungen durch eine Unterteilung der Gesamtspannung auf meistens drei Kaskadenglieder zu erzeugen. Man hat dadurch größere Variationsmöglichkeiten. Die Schaltmöglichkeiten einer dreigliedrigen Prüftransformatorenkaskade zeigt Bild 2.

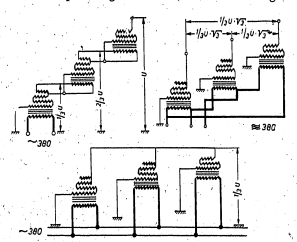


Bild 2 Schaltmöglichkeiten einer dreigliedrigen Prüftransformatorenkaskade.

In der Kaskadenschaltung ergeben sich zwangsläufig auch bei relativ niedriger Kurzschlußspannung des Einzeltransformators durch die Reihenschaltung der Transformatoren verhältnismäßig große Streuspannungen. Diese liegen ohne Berücksichtigung des vorgeschalteten Regelgliedes in der Größenordnung von 20···28 %. Man kann ohne besondere Hilfsmittel eigentlich nur Apparate kleiner Kapazität prüfen. Hier hat nun in den letzten Jahren die Entwicklung eingesetzt und den Beweis erbracht, daß man Prüfkaskaden durch die Anwendung von Kompensationsdrosseln in ihren Leistungen wesentlich steigern kann. Die Kompensation des Ladestromes hat eine erhebliche Herabsetzung der prozentualen Streuspannung zur Folge. Dadurch wird außer der thermischen Entlastung der Wicklung auch die Spannungsüberhöhung im Prüfbetrieb herabgesetzt.

Eine weitere Möglichkeit zur Kompensation des kapazitiven Ladestromes, der besonders bedingt ist durch den schwingungsfreien Aufbau der Wicklung, ist durch die Anordnung von zwei Luftspalten im Kern gegeben.

Die Belastung der Prüftransformatoren ist, wie bereits erwähnt, meistens rein kapazitiv. Es kann nun trotz nicht allzu hoher Kernsättigung der Fall eintreten, daß die kapazitive Belastung mit der Streuinduktivität des Transformators und der Induktivität der Spannungsquelle für eine oder auch mehrere Oberwellen innerhalb des Belastungsbereiches Resonanzerscheinungen zur Folge hat. Dadurch steht am Prüfling keine sinusförmige Spannung zur Verfügung. Bei Hochspannungskaskaden ist es zur Vermeidung solcher Störvorgänge zweckmäßig, für jedes Kaskadenglied Resonanzkreise für den Kurzschluß der Oberwellen, speziell der 3. und 5., vorzusehen. Diese Resonanzkreise werden an die Schubwicklung angeschlossen und erhalten das Potential des Kernes der entsprechenden Stufe.

Vorteilhaft ist es weiterhin, zur Erreichung einer sinusförmigen Prüfspannung den Blindwiderstand des Prüftransformators gegenüber den Störoberwellen zu erhöhen. Das kann man durch das Einschalten eines zusätzlichen induktiven Widerstandes in Reihe mit der Belastung erreichen. Man kann diesen zusätzlichen Widerstand in den Primärkreis, den Sekundärkreis oder in den Kreis der Schubwicklung einschalten. Einen besonders guten Effekt erzielt man, wenn dieser Widerstand aus einer Drossel mit Luftspalt und einer Kapazität in Parallelschaltung besteht, wobei auf die Resonanz für die Störoberwelle abgestimmt ist [3].

Durch diese geschilderten Maßnahmen dürften die Prüftransformatorenkaskaden allen benötigten Zwecken entsprechen.

Die Ausführung einiger Apparate zeigen die nächsten Bilder:

Bild 3 einen Prüftransformator 500 kV, 3000 kVA für Dauerbelastung,

Bild 4 einen Prüftransformator 1000 kV, 1000 kVA für intermittierenden Betrieb, 2 Stunden Vollast, 2 Stunden Pause,

Bild 5 eine Prüftransformatorenkaskade 2250 kV, 2250 kVA, ebenfalls für intermittierenden Betrieb.

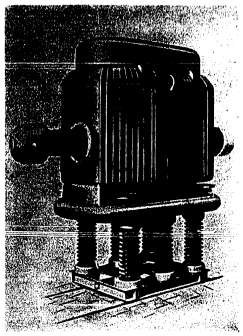


Bild 3 Wechselspannungsprüftransformator 500 kV, 3000 kVA.

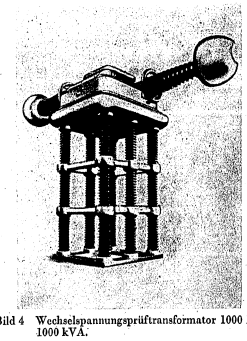


Bild 4 Wechselspannungsprüftransformator 1000 kV, 1000 kVA.

Die wirtschaftliche Grenze im Bau von Prüfkaskaden dürfte etwa bei 3000 kV liegen, also bei Einzeltransformatoren von 1000 kV. Für höhere Spannungen wird voraussichtlich in nächster Zeit auch kein Bedarf vorliegen.

2.3 Hohe Stoßspannungen

Stoßspannungsgeneratoren haben die Aufgabe, Spannungen zu liefern, die in ihrem Charakter im Mittel

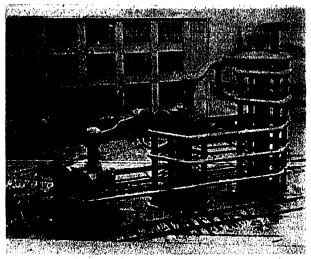


Bild 5 Wechselspannungskaskade 2250 kV, 2250 kVA.

den stoßartig verlaufenden Überspannungen entsprechen [4]. Um modernen Anforderungen zu genügen, muß die Spannungshöhe einige Millionen Volt betragen und die Steilheit des Spannungsanstieges in der Größenordnung von Bruchteilen bis zu einigen Mikrosekunden liegen. Prüfungen mit Stoßspannungen sind unbedingt erforderlich, weil die inneren Isolationen der Apparate so ausgelegt werden müssen, daß sie in einer Anlage das höchste Isolationsniveau darstellen.

Als beste Methode für die Erzeugung hoher Stoßspannungen hat sich die von *Marx* angegebene Vervielfacherschaltung erwiesen [5]. Der Grundgedanke der Schaltung besteht darin, Kapazitäten in Parallelschaltung aufzuladen und in Reihenschaltung zu entladen. Bild 6 zeigt die Schaltung eines Stoßspannungs-

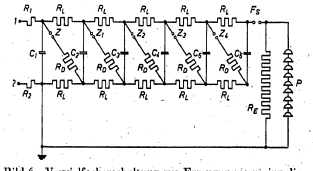


Bild 6 Vervielfacherschaltung zur Erzeugung von einpoligen Spannungsstößen.

generators zur Erzeugung von einpoligen Spannungsstößen. An den Punkten 1 und 2 erfolgt die Einspeisung durch eine Gleichspannungsquelle. Man wählt hierzu einen Nadelgleichrichter oder einen Ventilgleichrichter. In den letzten Jahren werden öfters hierzu Selengleichrichteraggregate unter Öl verwendet [6]. Ventil- und Selengleichrichter haben den Vorteil, daß bei ihnen der Ladewinkel größer ist, was zu einer schnelleren Aufladung und damit zu einer Verkürzung der Stoßfolge beiträgt. Der Vorgang der Stoßspannungserzeugung spielt sich folgendermaßen ab: Über die Vorwiderstände R_1 und R_2 und die Ladewiderstände R_L werden die Kondensatoren C_1 bis C_6 in Parallelschaltung aufgeladen. Die

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

möglichst gleich große Schlagweite der zwischen den Kondensatoren angeordneten Zündfunkenstrecken Z_1 bis Z_4 kann gemeinsam verstellt werden. Zweckmäßig ist es, die Hauptzündfunkenstrecke Z auf eine geringere Schlagweite einzustellen. Dadurch zündet bei einer bestimmten Aufladung der Kondensatoren diese zuerst und reißt die anderen Funkenstrecken schlagartig mit. Man erreicht durch diese Maßnahme, daß alle Kondensatoren gleichzeitig in Reihe geschaltet werden. Während des dadurch zustande kommenden Stoßvorganges besteht über die Ladewiderstände R_L eine Parallelschaltung und gleichzeitig über die Funkenstrecken eine Reihenschaltung der Kondensatoren C_1 bis C_6. Das hat einen Ladungsverlust zur Folge, denn die Kondensatoren können sich über die Ladewiderstände R_L entladen, solange durch den Stoßfunken die Funkenstrecken Z_1 bis Z_4 überbrückt sind. Eine Verringerung dieses unerwünschten Ladungsverlustes kann man durch eine große Zeitkonstante der Entladung gegenüber der Dauer des Stoßvorganges erreichen. Im Idealfall steht am Entladungswiderstand R_E und am Prüfling P nach dem Durchzünden der Schaltfunkenstrecke F_S die Summenspannung U mal der Zahl der Vervielfacherstufen zur Verfügung. Bei der Berechnung einer derartigen Schaltung muß man unterscheiden zwischen dem langsamen Aufladevorgang [7] der einzelnen Kondensatorgruppen mit pulsierender Gleichspannung und dem um viele Größenordnungen schnelleren Entladevorgang [8].

Aus der Berechnung des Aufladevorganges muß sich die günstigste Dimensionierung der Kapazitäten und Ladewiderstände der einzelnen Stufen ergeben. Dann ist gewährleistet, daß sich alle Kondensatorengruppen vor dem Zünden der Funkenstrecke Z bis zur maximalen Spannung aufladen. Nur unter dieser Voraussetzung ist eine volle Ausnutzung der in den Kondensatoren unterzubringenden Energie möglich. Durch die Berechnung des Entladevorganges werden die Dämpfungswiderstände, der Entladewiderstand und die Belastungskapazität festgelegt. Die Berechnung in ihrer Gesamtheit gestattet, den gewünschten Verlauf der Stoßspannung unter Berücksichtigung des besten Ausnutzungsgrades der Stoßanlage festzulegen.

Bei Stoßanlagen, die in Mehrsäulenbauweise angeordnet sind, muß unter allen Umständen die Eigeninduktivität der Anlage berücksichtigt werden. Durch diese werden nämlich die dem Verlauf der Stoßspannungswelle überlagerten unerwünschten hochfrequenten Schwingungen hervorgerufen. Von Wichtigkeit sind weiterhin noch die Dämpfungsbedingungen der Anlage. Ihre Berechnung läßt sich näherungsweise durchführen, wenn man die Nebenkapazitäten etwa in der Größenordnung der Stoßkapazitäten der Stufen wählt. Unter Nebenkapazität ist die Streukapazität zwischen zwei Stufen zu verstehen. Der ebenfalls zur Errechnung der Dämpfungsbedingungen notwendige Wert der Induktivität wird aus den Abmessungen der Anlage berechnet. Man muß also beim Bau von Stoßspannungsanlagen darauf bedacht sein, die innere Induktivität und die Kapazität gegen Erde innerhalb der einzelnen Stufen möglichst klein zu halten.

Um das zu erreichen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine recht einfache Bauform ist die Einsäulenbauweise [9]. Hierbei sind ölimprägnierte Papierkondensatoren in Scheibenform zu einer Säule übereinandergebaut und in einem ölgefüllten Isolierstoffgefäß untergebracht. Hieran sind auf der Außenseite die erforderlichen Widerstände und Zündfunkenstrecken angeordnet. Eine derartig aufgebaute Stoß-

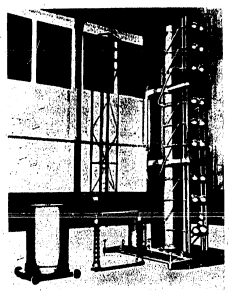


Bild 7 Stoßspannungsanlage 2000 kV, 25 kW_s in Einsäulenbauweise.

spannungsanlage für 2000 kV und 25 kW_s zeigt Bild 7. Das Gewicht der Anlage beträgt 6,5 t und die Höhe rund 6 m.

Werden die Stoßspannungsgeneratoren in Zwei- oder Mehrsäulenbauweise aufgebaut, dann verwendet man einzelne in sich abgeschlossene Zylinderkondensatoren. Der Zwischenraum, der für die räumliche

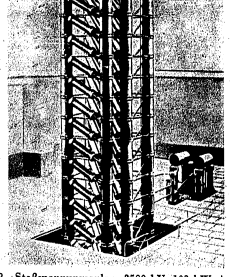


Bild 8 Stoßspannungsanlage 3500 kV, 103 kW_s in Viersäulenbauweise.

Trennung der einzelnen Generatorstufen benötigt wird, wird aus Stützisolatoren zusammengesetzt. Bei besonders hohen Stoßenergien werden mehrere Säulen parallel geschaltet. Einen Generator in Viersäulenbauweise mit jeweils zwei parallel geschalteten Säulen zeigt Bild 8. Die Höhe beträgt rund 11 m und das Gewicht rund 20 t. Die Grundfläche beträgt 3000 × 4150 mm. Hierbei ist der Aufbau so vorgenommen, daß zwischen den quadratisch angeordneten Hauptsäulen die Stoß- und Belastungskondensatoren so angeordnet sind, daß nach einem Umgang, also nach einer Stufe, das Spannungsniveau der nächsten Stufe erreicht wird.

Die wirtschaftliche Grenze im Bau von Stoßspannungsgeneratoren dürfte bei etwa 8 MV liegen. Bei derartigen Spannungen dürfte sich allerdings bereits eine Aufstellung im Freien empfehlen.

2.4 Hohe Gleichspannungen

Bei der Erzeugung hoher Spannungen muß man grundsätzlich zwei verschiedene Methoden unterscheiden, die elektromagnetische und die elektrostatische.

Zur Erzeugung hoher Gleichspannungen bedient man sich vorzugsweise elektrostatischer Methoden. Diese sind gekennzeichnet durch die Ladungstrennung vermittels elektrostatischer Kräfte und die Aufladung von Kondensatoren durch den Transport abgetrennter Ladungen. Dabei unterscheiden sich die einzelnen Hochspannungserzeuger durch die Art des Ladungstransportes.

Bei den elektrostatischen Generatoren, wie Elektrisiermaschinen, Influenzmaschinen und Bandgeneratoren, erfolgt der Ladungstransport auf mechanischem Wege. Etwas anders liegen die Verhältnisse beim Kaskadengenerator. Hierbei wird die Ladung durch einseitige Stromleitung der Ventile stufenweise nach Kondensatoren mit zunehmenden Potentialen befördert. Die sich dadurch ergebende Spannungserhöhung entsteht letzten Endes auf elektrostatischem Wege. Sie ergibt ein Vielfaches der von einem Transformator auf elektromagnetischem Wege erzeugten Ausgangsspannung.

Eine sehr einfache Methode zur Erreichung hoher Gleichspannungen ist der Staubgenerator. Nach einem Vorschlag von *Vollrath* [10] werden Staubteilchen mit Hilfe von komprimierter Luft durch Metallrohre geblasen. Dabei werden durch Berührungselektrisierung erhebliche Elektrizitätsmengen erzeugt. Diese betragen z. B. pro Gramm Diatomeen-Erde etwa 6×10^{-5} Coulomb. Der grundsätzliche Aufbau eines derartigen Generators, wie er von *Pauthenier* [11] mit geladenen Staubteilchen gebaut wurde, ist aus Bild 9 zu ersehen. Als Ladungsträger wird ein mit Staub von 1 Mikron Durchmesser durchsetzter Luftstrom verwendet. Dieser wird durch das Turbogebläse 1 im Umlauf gebracht. Der Luftstrom strömt durch den Raum 2. Dieser sogenannte Ionisierungsraum ist wabenförmig unterteilt, wobei in der Mitte jeder Wabe ein Sprühdraht angeordnet ist. Er hat gegenüber der geerdeten Wand eine Spannung von etwa 12 kV. Eine wesentliche Verbesserung der Ausbeute läßt sich durch Anordnung mehrerer hintereinander geschalteter sogenannter Ionisatoren erreichen. Die auf diese Art aufgeladenen Staubteilchen werden dann mittels des Luftstromes durch das Isolierrohr 3

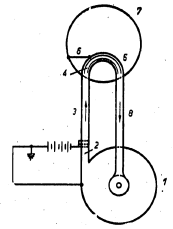


Bild 9 Schema eines Staubgenerators.

hochgeblasen. Infolge der Wirkung des Luftstromes prallen sie an die Leitbleche 4 und die Metallwandung 5. Dabei geben sie ihre Ladung an diese ab. Die abgegebenen Ladungen wandern über die Verbindung 6 auf die Kugelelektrode 7. Der Rücklauf der Staubteilchen erfolgt durch das Rohr 8.

Die erreichbare Grenzspannung eines Staubgenerators ist abhängig von den Verluststrőmen. Die Stromstärke ist direkt proportional der Feldstärke im Ionisierungsraum und umgekehrt proportional dem Radius des Ionisierungsrohres.

Man ist heute in der Lage, bei einer Generatorhöhe von 7,5 m auf der genannten Basis Spannungen von 2000 kV und Ströme von 2 mA zu erreichen. Dazu ist eine Luftgeschwindigkeit von 60 m/s erforderlich. Verwendet man als Ladungsträger anstatt des Luftstromes ein Band, dann erhält man den von *van de Graaff* [12] entwickelten und nach ihm benannten Bandgenerator.

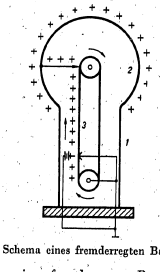


Bild 10 Schema eines fremderregten Bandgenerators.

Das Schema eines fremderregten Bandgenerators ist in Bild 10 wiedergegeben. Auf das Isolierrohr 1 ist eine metallische Hohlkugel 2 als Hochspannungselektrode aufgesetzt. Im Innern des Isolierrohres läuft ein endloses Band 3, auf das die Ladungen aufgesprüht werden. Die Aufsprühvorrichtung besteht

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

aus einem Kamm, der die Sprühspitzen trägt und sich über die ganze Bandbreite erstreckt. Zwischen den Sprühspitzen und der geerdeten Antriebsrolle wird eine Spannung von 10···20 kV aufrechterhalten. Das zwischen den Sprühspitzen und der Antriebsrolle sich bewegende Transportband überträgt die Ladungen auf mechanischem Wege auf die Hochspannungselektrode, wobei im oberen Teil die Ladung auch wieder durch Sprühspitzen vom Band abgenommen wird.

Die Leistungsfähigkeit eines elektrostatischen Bandgenerators ist abhängig von der Breite des Bandes, seiner Umlaufgeschwindigkeit und von dem Dielektrikum, in dem sich das Band bewegt. Bezeichnet man die Kapazität der Hochspannungselektrode mit C, die zugeführte Ladung mit Q und die Spannung mit U, dann gilt die einfache Beziehung $U = Q/C$.

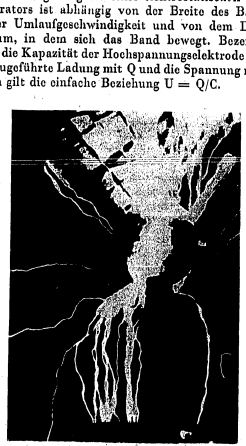


Bild 11 Glimmentladungen in Luft an einem Bandgenerator für 2,4 MV.

Es besteht also theoretisch die Möglichkeit, durch eine dauernde Ladungszufuhr die Spannung U der Hochspannungselektrode beliebig hoch zu steigern. In der Praxis läßt sich das natürlich nicht durchführen. Es treten Verluströme auf, die über das Transportband und die Isolation der Hochspannungselektrode zur Erde abfließen. Außerdem setzen an der Hochspannungselektrode bei Erreichen der maximalen Feldstärke erhebliche Glimmentladungen ein. Diese nehmen, wie Bild 11 zeigt, bei einem in Luft arbeitenden Generator für 2 MV bereits recht erhebliche Ausmaße an. Die sich bei einem Bandgenerator einstellende Spannung erreicht ihre obere Grenze, wenn die durch das Transportband zugeführte Ladung und die durch die Verluströme zur Erde abfließenden Ladungen einander gleich sind. Einen entscheidenden Einfluß hierauf haben Luftfeuchtigkeit, Staubablagerungen und eventuelle Beschädigungen an den Rändern des Transportbandes. Bei Luft unter Atmosphärendruck beträgt die maximale Ladungsdichte $2{,}65 \cdot 10^{-9}$ C/cm² Bandoberfläche. Dieser Wert errechnet sich unter der Annahme, daß das von der Bandladung herrührende Feld homogen ist, auf den Bandabschnitten senkrecht steht und der Maximalwert des Feldes 30 kV/cm beträgt. Durch diesen Durchbruchswert der atmosphärischen Luft ist in erster Linie die Ladungsdichte des Bandes begrenzt. In der Praxis erreicht man etwa die Hälfte der theoretisch errechneten Ladungsdichte.

Bei einem Band von 30 cm Breite und einer Umlaufgeschwindigkeit von 30 m/s kann man bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50 % etwa 0,15 mA erreichen.

Bis vor etwa zwei Jahren lag die mit einem in Luft arbeitenden Bandgenerator erreichbare Spannung bei etwa 800···1000 kV bei einigermaßen noch zu vertretenden Abmessungen des Laboratoriums. Wollte man höhere Spannungen unterbringen, dann mußte man sich die Tatsache zunutze machen, daß die Überschlagsspannung eines bestimmten Gases in einem kontinuierlichen Feld eine Funktion des Produktes aus Elektrodenabstand und Gasdruck ist. Die Folge davon war der Einbau von Bandgeneratoren in Druckkessel.

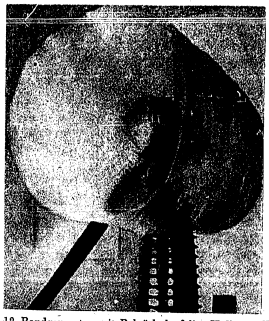


Bild 12 Bandgenerator mit Polyäthylenfolien-Hülle zur Feldverbesserung.

Die Verwendung derartiger Anlagen für bestimmte sich wiederholende Arbeiten ist sehr zweckmäßig. Für ausgesprochene Experimentalzwecke ist eine derartig abgeschlossene Anlage jedoch recht unvorteilhaft. Hier helfen Möglichkeiten zur Spannungssteigerung an elektrostatischen Bandgeneratoren, wie sie von *Kossel* und *Knauer* vorgeschlagen wurden [13], [14].

Die Lösung ist darin zu finden, daß man durch sich auflandende Zwischenschichten eine Feldsteigerung ermöglicht. Zu diesem Zweck wird eine geschlossene ballonartige Hülle aus Polyäthylenfolie, die an Perlonfäden verspannt ist, über der Hochspannungselektrode angeordnet. Die Hülle wird von dort her besprüht und bläht sich dadurch kugelförmig auf. Sie

stellt sich auf ein Zwischenpotential ein und hebt dadurch den gesamten Potentialverlauf zwischen dem Hochspannungspol und sich selbst um den gleichen Betrag. Bild 12 zeigt eine derartige Anordnung. Bei einem Durchmesser der Elektrode von 60 cm und einem Durchmesser der Hülle von 170 cm läßt sich bei gegebenen Raumverhältnissen, die einen Betrieb des Generators mit 650 kV zulassen, die Betriebsspannung auf 1500 kV steigern. Durch diese Maßnahme, die eventuell durch weitere Zwischenhüllen noch gesteigert werden kann, ist eine wesentliche Verbesserung des Arbeitens mit *van-de-Graaff*-Generatoren in Luft möglich. Von großer Bedeutung ist hierbei die Tatsache, daß Entladungen längs der Perlonfäden, die die Hülle halten, nicht erfolgen. Die Durchbruchfestigkeit der Luft wird dadurch nicht herabgesetzt, wiewohl die Fäden mitten durch das Feld und stellenweise längs der Kraftlinien gespannt sind.

Unabhängig davon werden natürlich Bandgeneratoren im Druckkessel ihre Bedeutung für bestimmte Aktivierungsvorgänge behalten. Höhere Spannungen in der Größenordnung von 5···12 MV lassen sich wirtschaftlich nur damit erzeugen. Als besonders günstig haben sich Druckfüllungen mit Freon (CCl_2F_2) und Schwefelhexafluorid (SF_6) erwiesen. Diese Verbindungen zeichnen sich durch besonders elektronegatives Verhalten aus. Darauf ist auch die hiermit erreichbare Steigerung der Grenzspannung von Bandgeneratoren zurückzuführen. Die Erhöhung der dielektrischen Festigung des Mediums gestattet bei Bandgeneratoren mit gegebener Spannung und Stromstärke eine fast proportionale Verkleinerung der mechanischen Abmessungen.

Im Institut für Hochspannungstechnik der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau wurde ein Bandgenerator im Drucktank für eine Spannung von 2,4 MV und eine Stromstärke von 1 mA gebaut.

Der Generator ist in vertikaler Bauart angeordnet. Der Drucktank ist 2,5 m hoch und hat einen Innendurchmesser von 1,15 m. Der Betriebsdruck beträgt 10 atü. Der untere Teil des Tanks dient gleichzeitig als Grundplatte für den Innenaufbau. Die drei Isoliersäulen, die die Hochspannungselektrode tragen, sind im Dreieck angeordnet. Sie bestehen aus Glasisolatoren und sind mit dazwischenliegenden Blechplatten, die als Träger der Potentialringe dienen, mit einer Spezialmasse zusammengekittet. Für die jetzige Erstausführung sind keine Hohlsäulen verwendet worden. Das ist bei dem nächsten Bandgenerator vorgesehen. In diesem Falle ist es nämlich möglich, die Stützsäulen zugleich als Vakuumrohre zu verwenden. Bei der jetzigen Ausführung ist in den Potentialblechen eine besondere Aussparung für das Vakuumrohr vorgesehen. Auf einer besonderen Vorrichtung über den Säulen ist die Hochspannungselektrode angeordnet. Diese ist als zylinderförmige Aluminiumhaube ausgebildet mit einem Durchmesser von 650 mm und einer Höhe von ebenfalls 650 mm. Der Abschluß nach oben erfolgt durch eine Halbkugel. Im Innern der Haube sitzt auf isolierten Lagern die obere Bandwalze, weiterhin eine Isolierplatte für die zur Ionenquelle erforderlichen Einrichtungen. Die Spannungsmessung erfolgt mit einem rotierenden Voltmeter. Für die Feldsteuerung sind 38 Ringe vorgesehen. Für den gleichmäßigen Potentialabfall sind zwischen den Ringen Widerstände von jeweils 400 M Ω angebracht. Durch die besondere Ausführung der Potentialringe werden die Bänder gegen Gleitfunkenbildung geschützt. Es sind zwei ineinanderlaufende Bänder von je 500 mm Breite vorgesehen. Die Bänder bestehen aus Gummi und sind an der Stoßstelle ohne Überlappung zusammenvulkanisiert. Die Bandgeschwindigkeit beträgt 22 m/s. Durch im oberen Teil vorgesehene Rücksprühvorrichtungen wird eine gute Bandbeladung erreicht. Die Spannung wird durch eine elektronisch gesteuerte Regeleinrichtung mit hinreichender Genauigkeit konstant gehalten.

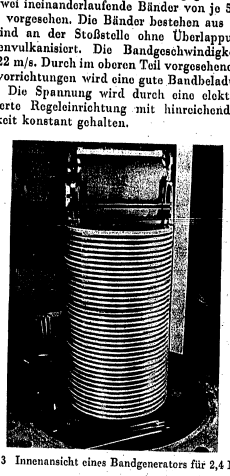


Bild 13 Innenansicht eines Bandgenerators für 2,4 MV.

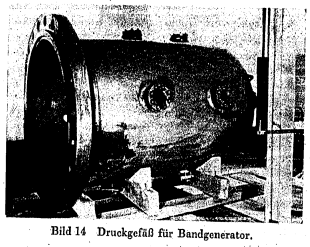


Bild 14 Druckgefäß für Bandgenerator.

Die Innenansicht des Bandgenerators zeigt Bild 13 und den Drucktank Bild 14. Das Gehäuse ist mit Mannlöchern und mit Beobachtungsfenstern versehen, um das Arbeiten zu erleichtern.

Eine andere Möglichkeit ist neuerdings von *Janner*, *Magun* und *Schepper* [15] angegeben worden. Dabei wird an Stelle des Transportbandes ein flüssiger Isolierstoff als Transportmittel verwendet. Durch eine Pumpe wird Transformatorenöl in einem geschlossenen

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Kreis mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s umgewälzt. Bei einer Aufladespannung von etwa 20 kV läßt sich, wie aus zahlreichen Modellversuchen gefolgert werden kann, ein Generator dieser Art für 1 MV und 1 mA in einem Druckgefäß von 1 m Durchmesser und rund 1,5 m Höhe unterbringen. Es gibt eine Reihe von Erfordernissen, für die die Stromstärken mit den eben genannten Methoden nicht ausreichend sind. Die erreichbaren technischen und wirtschaftlichen Grenzen dürften für die Bandgeneratoren bei etwa 12···15 MV liegen.

Andererseits werden Gleichspannungen in der Größenordnung bis etwa 4 MV mit Stromstärken von 20···30 mA gefordert. Hierfür ist es zweckmäßig, Vervielfacherschaltungen zu wählen, denn damit können die genannten Spannungen noch erreicht werden. Gut bewährt hat sich die *Greinacher*-Vervielfachungsschaltung mit *Villard*-Grundstufe [16]. Eine derartige Schaltung zeigt Bild 15. Hierbei wird bereits die untere Stufe der Schaltung auf die zweifache Scheitelspannung des Speisetransformators aufgeladen. Die in der Schaltung dargestellte Anlage enthält drei Stufen. Die Spannung an den Kondensatoren C_1, C_3 und C_5 schwankt im Takte der Netzfrequenz. Die Kondensatoren C_2, C_4 und C_6 tragen dagegen eine ruhende Gleichspannung von je $2\times$ Scheitelspannung. Diesem Wert entspricht auch die Beanspruchung der Gleichrichterventile auf Sperrspannung. Mit der gezeigten Schaltung läßt sich eine Spannung von $6\times$ Scheitelspannung des Speisetransformators erreichen. Nach dieser Schaltung sind eine ganze Anzahl von Hochspannungs-Gleichstrom-Anlagen ausgeführt worden.

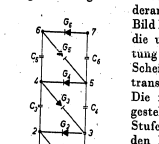


Bild 15 Greinacher-Vervielfachungsschaltung mit Villardgrundstufe.

Um bei einer Anlage von sieben Stufen zu noch erträglichen Verhältnissen hinsichtlich der Pulsation und des Spannungsunterschiedes zwischen Leerlauf und Vollast zu kommen, ist es notwendig, Betriebsfrequenzen von mindestens 200 Hz anzuwenden. Da jedoch mit zunehmenden Stufenzahlen die Stufenspannungen bereits sehr ungleich werden, ist, um diesem Übelstand abzuhelfen, eine Erhöhung der Frequenz auf 500 Hz dringend notwendig.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, diese durch höhere Stufenzahlen bedingten Schwierigkeiten zu vermeiden. Einer dieser Vorschläge ist die Anordnung von mehreren Einspeisepunkten. Dabei wird dem höheren Potential die Energie über eine Isolierkaskade zugeführt. Man hat einige Anlagen nach der in Bild 16 dargestellten Schaltung ausgeführt. Dabei hat sich allerdings gezeigt, daß eine sinusförmige Spannung des speisenden Netzes auf dem Weg über die Kaskade infolge des Spannungsabfalles des nicht sinusförmigen Magnetisierungsstromes verzerrt wird. Die Differenz dieser beiden an sich synchron laufenden Spannungen hat in den Kondensatorketten einen Oberwellenstrom zur Folge. Dieser stört die Gleichrichtung und wirkt außerdem primär auf das Netz zurück. Die Schwierigkeiten lassen sich beseitigen, wenn man den Koppelkondensator C_k wegfallen läßt. Man erhält dann eine Schaltung mit in unserem Falle zwei in Serie liegenden zweistufigen Vervielfachungskreisen. Die Erfahrung im Bau von Gleichstrom-Hochspannungs-Anlagen hat, ausgehend von der Erkenntnis, daß die

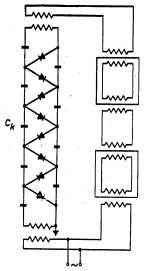


Bild 16 Greinacher-Vervielfachungsschaltung mit zwei Einspeisepunkten.

niedrigere Stufenzahl günstigere Verhältnisse schafft, zur symmetrischen Vervielfachungsschaltung geführt. Eine derartige Anordnung zeigt Bild 17. Durch die Art der Schaltung wird erreicht, daß die prozentualen Spannungsabfälle denen einer zweistufigen Anlage

Bild 17 Symmetrische vierstufige Vervielfachungsschaltung.

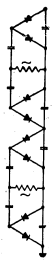


Bild 18 Symmetrische Vervielfachungsschaltung in Serienanordnung.

entsprechen. Wendet man dieses Prinzip in Serienschaltung an, dann ergibt sich die in Bild 18 dargestellte Ausführung.

Nach diesen Gesichtspunkten gebaute Anlagen für Spannungen bis 3 MV und 30 mA haben die in sie gesetzten Erwartungen durchaus gerechtfertigt.

Bild 19 zeigt eine 1955 gebaute Gleichspannungsanlage für 1500 kV und 30 mA mit Meßteiler und

Steuerteiler für den Betrieb eines Beschleunigungsrohres. Die Anlage ist so ausgeführt, daß für einen Polaritätswechsel die Umsteuerung am Schaltpult vorgenommen werden kann.

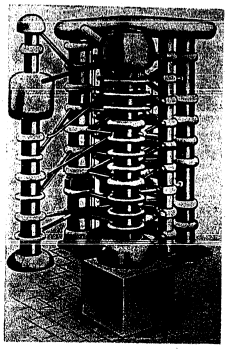


Bild 19 Gleichspannungsanlage 1500 kV, 30 mA mit Meß- und Steuerteiler.

Eine Anlage für 3 MV, 30 mA, die für die volle Spannung isoliert aufgestellt ist, zeigt Bild 20. Hierbei befindet sich das Potential Null oben und das Hochspannungspotential im Innern der Abschirmhaube. Diese hat ein Potential von 2 MV. Die Gesamthöhe der Anlage beträgt 26 m und der Durchmesser der Abschirmhaube 14 m.

Bild 20 Gleichspannungsanlage 3 MV, 30 mA mit isolierter Aufstellung.

Durch die Anwendung von Selengleichrichtern können verhältnismäßig hohe Gleichströme erreicht werden. Man speist entweder jedes Gleichrichterelement mit einem besonderen Transformator und isoliert fortlaufend, gegebenenfalls unter Öl, oder man führt die von einem Prüftransformator erzeugte Wechselspannung unmittelbar einem für diese Spannung isolierten Selengleichrichter zu [17]. Die Hochspannungsgleichrichter sind dabei stabförmig aufgebaut, wobei jeder Stab aus einem Hartpapierrohr besteht, in dem die einzelnen scheibenförmigen Selengleichrichterelemente untergebracht sind. Zur Glättung ist eine entsprechende Anzahl von Kondensatoren erforderlich. Einen Selengleichrichter in einem fahrbaren Isolierrahmen für 500 kV und 30 mA zeigt Bild 21.

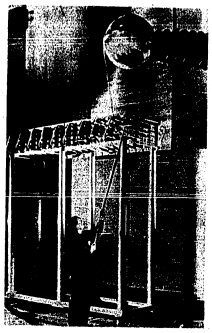


Bild 21 Fahrbarer Selengleichrichter 500 kV, 30 mA.

3. Methoden zur Erzeugung hoher Beschleunigungen

3.1 Sinn und Zweck hoher Beschleunigungen

Im zweiten Teil der Ausführungen soll versucht werden, die Grundprinzipien der Teilchenbeschleuniger zu erläutern, indem eine Vorstellung von dem Aufbau und der Wirkungsweise dieser Apparaturen gegeben wird.

Seit etwa 10 Jahren ist die Epoche der Vorschläge und Planungen durch einen Zeitraum abgelöst worden, in dem eine ganze Reihe von Projekten in kleinerem oder größerem Maßstabe ausprobiert und verwirklicht wurden. Im Augenblick befinden wir uns in einer Periode des Überganges, und zwar insofern, als die kleineren Teilchenbeschleuniger bereits soweit erprobt und durchkonstruiert sind, daß sie in Form von Standardtypen schon verkauft werden, während die großen Apparaturen den Prozeß der technischen Reife gerade durchmachen. Hierüber wird voraussichtlich erst in einigen Jahren abschließend berichtet werden können.

In letzter Zeit hat sich die Kernphysik in einem solchen Ausmaße entwickelt, daß heute der Ausdruck Millionen Elektronenvolt schon als eine verhältnismäßig kleine Einheit betrachtet wird. Die Größe der Beschleuniger und die Höhe der dabei verwendeten Spannungen ist nur noch durch wirtschaftliche Rücksichten begrenzt. Wir sind bezüglich der Beschleunigungen bereits in das Gebiet der Megavolt gekommen. Es gibt eine ganze Reihe von kernphysikalischen Laboratorien, die mit Geräten arbeiten, deren Bereich 100 bis 400 Millionen Elektronenvolt umfaßt. Der

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Bau von Geräten mit 1···6 Milliarden Elektronenvolt ist in zwei Fällen abgeschlossen und bei anderen im Gange.

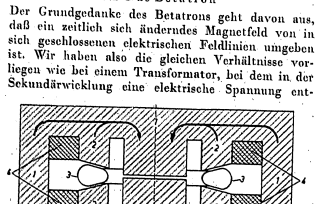
Das Problem, das heute in der Kernphysik im Vordergrund steht, ist die Frage nach der Natur der Kräfte, die die Kerne zusammenhalten. Man vermutet, daß diese Kernkräfte mit der Entstehung bzw. Absorption der Mesonen in Zusammenhang stehen. Noch vor etwas weniger als 10 Jahren waren die Mesonen nur als Sekundärprodukte der Höhenstrahlung zugänglich. Dort wurden sie auch zuerst nachgewiesen. Es ist verständlich, daß der Wunsch der Physiker dahin geht, Mesonen direkt im Laboratorium zu erzeugen. Damit wäre die Möglichkeit gegeben, die spezifischen Eigenschaften und die Wechselwirkung mit der Materie direkt unter einwandfreien, reproduzierbaren Verhältnissen untersuchen zu können. Derartige Experimente kann man jedoch nur mit Teilchen großer Energie durchführen. Das ist mit ein Grund, weshalb heute die Tendenz besteht, Teilchenbeschleuniger mit immer höheren Geschwindigkeiten zu bauen.

Grundsätzlich können in den verschiedenen Teilchenbeschleunigern alle geladenen Teilchen beschleunigt werden. Man wird natürlich vorwiegend solche Teilchen wählen, die relativ leicht und in großer Menge hergestellt werden können, also einmal die Elementarteilchen wie Elektronen, Protonen, Deuteronen und α-Teilchen, zum anderen die einfach oder mehrfach geladenen Ionen der Elemente über Wasserstoff und Helium hinaus.

Bevorzugt dabei sind die Atomionen, da bei der Verwendung von Molekülionen die Gefahr besteht, daß durch den Zusammenstoß mit Gasmolekülen oder durch Aufprall auf Materie unübersichtliche Verhältnisse eintreten.

3.2 Das Betatron

Der Grundgedanke des Betatrons geht davon aus, daß ein zeitlich sich änderndes Magnetfeld von in sich geschlossenen elektrischen Feldlinien umgeben ist. Wir haben also die gleichen Verhältnisse vorliegen wie bei einem Transformator, bei dem in der Sekundärwicklung eine elektrische Spannung entsteht, sofern die Primärwicklung mit Wechselstrom gespeist wird. Das Betatron ist erstmalig von *Kerst* zur Elektronenbeschleunigung mit guter Ausbeute eingesetzt worden [18]. Der Aufbau eines Betatrons ist Bild 22 zu entnehmen. In dem Eisenkern, der aus Transformatorblechen geschichtet ist, wird mit Hilfe der Primärwicklung ein zeitlich sich änderndes magnetisches Feld erregt. Ist an Stelle der sonst üblichen Sekundärwicklung eine Ringröhre vorhanden, in der in irgendeiner Form ein Elektronenstrahl erzeugt wird, dann folgen die Elektronen den elektrischen Feldlinien um den Kern herum. Die Elektronen gewinnen bei jedem Umlauf um den Kern einen bestimmten Betrag an kinetischer Energie. Wegen der zeitlichen Änderung des Magnetfeldes bewegen sich die Elektronen nicht auf der gewünschten Kreisbahn, sondern führen um eine mittlere Bahn radiale Schwingungen in der Bahnebene und axiale Schwingungen senkrecht dazu aus.



1 — Eisenkern mit Jochen, 2 — Polschuhe, 3 — Ringröhre, 4 — Primärwicklung

Bild 22 Aufbau eines Betatrons.

Man muß nun dafür sorgen, daß die Elektronen auf ihrer Kreisbahn bleiben. Das erreicht man durch eine entsprechende Ausbildung der Polschuhe. Diese können mit dem Kern durch ein gemeinsames Joch geschlossen werden, da die Erregung der Polschuhe von der gleichen primären Wicklung aus erfolgen kann. Die Elektronen werden von einer Glühkathode tangential in die Ringröhre eingeschossen. Der Einschießvorgang muß im Nulldurchgang des magnetischen Wechselflusses erfolgen, um die volle Zeitdauer des Feldanstieges auszunutzen. Spätestens im Maximum des Feldverlaufs müssen nämlich die Elektronen die Ringröhre verlassen, weil sonst durch die Richtungsumkehrung des magnetischen Feldes eine Abbremsung auf den Geschwindigkeitswert Null erfolgen würde. Es steht also für die Beschleunigung nur die Zeit von einer Viertelperiode zur Verfügung. Dadurch erhält der Betatronbetrieb einen bestimmten, synchron mit der Netzfrequenz verlaufenden Rhythmus.

Zur guten Wirkungsweise eines Betatrons müssen zwei grundsätzliche Bedingungen erfüllt werden. Eine Bedingung ist abhängig vom Verhältnis der Kraftflußdichte auf dem Kreis, auf dem die Elektronen umlaufen sollen, zu dem Mittelwert der Dichte des Flusses, betrachtet über der Fläche des Kreises [19]. Bezeichnet man diesen Kreis als Sollkreis, dann gilt folgendes: Der Sollkreis für die Elektronen im Betatron liegt bei dem bestimmten Radius, für den die beschleunigende elektrische Feldstärke gerade halb so groß ist wie die mittlere induzierende Flußdichte innerhalb des Sollkreises. Es ist dies die sogenannte „½-Bedingung".

Diese genannte Bedingung kann man durch einen Luftspalt im Kern herbeiführen. Die Größe des Luftspaltes wird zum Luftspalt zwischen den Polschuhen so abgestimmt, daß die genannte Forderung erfüllt ist. Man hat es auch in der Hand, durch eine Veränderung der Größe des Luftspaltes im Kern den Radius des Sollkreises zu ändern. Hierfür gilt, daß bei einer Verkleinerung des Luftspaltes der Radius des Sollkreises kleiner wird und bei einer Vergrößerung des Luftspaltes zunimmt.

Die zweite Bedingung ist abhängig vom Feldverlauf zwischen den Polschuhen. Dieser muß bestimmte Forderungen erfüllen, damit die Elektronenbahnen in diesem Feld eine Stabilität gegenüber Störungen aufweisen [20]. Man bezeichnet die Elektronenbewegung auf dem Sollkreis als stabil, wenn bei kleinen Abweichungen von der Sollbahn Kräfte wirksam werden, die die Elektronen zwingen, wieder auf der ursprünglichen Bahn weiterzulaufen. Das kann

man dadurch erreichen, daß das Feld der Polschuhe in der Umgebung des Sollkreises mit wachsendem Radius abnimmt. Die Abnahme muß etwas langsamer erfolgen als umgekehrt proportional mit dem Radius. Die Ansicht eines 6-MeV-Betatrons zeigt Bild 23. In Bild 24 sind für verschiedene Betatronanlagen in Abhängigkeit von der Endenergie Sollkreisradien,

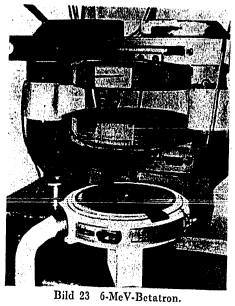


Bild 23 6-MeV-Betatron.

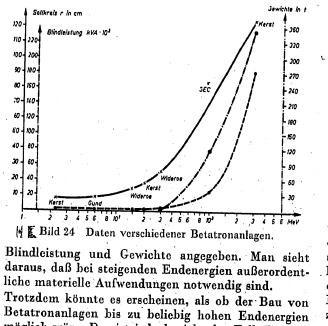


Bild 24 Daten verschiedener Betatronanlagen.

Blindleistung und Gewichte angegeben. Man sieht daraus, daß bei steigenden Endenergien außerordentliche materielle Aufwendungen notwendig sind.

Trotzdem könnte es erscheinen, als ob der Bau von Betatronanlagen bis zu beliebig hohen Endenergien möglich wäre. Das ist jedoch nicht der Fall. Es tritt nämlich eine Erscheinung ein, auf die als erste die sowjetischen Physiker *Iwanenko* und *Pomerantschuk* aufmerksam gemacht haben [21].

Sie wiesen darauf hin, daß ein auf einer Kreisbahn umlaufendes Elektron dauernd Strahlung aussendet und dadurch an Energie verliert. Es muß also beim Betatron eine technische Grenze geben, an der der Energiegewinn je Umlauf durch den dabei auftretenden Strahlungsverlust wieder aufgebraucht wird. Diese Grenze liegt etwa bei 350 MeV. Aus diesen Gründen hat man ein Gerät entwickelt, bei dem diese Schwierigkeiten nicht auftreten, nämlich das Elektronen-Synchrotron.

3.3 Das Elektronen-Synchrotron

Auch im Synchrotron laufen die Elektronen auf einem vorher festgelegten Kreis in einer ringförmigen Röhre um. Dabei ist ebenfalls ein mit dem Radius abfallendes, zeitlich veränderliches magnetisches Führungsfeld vorhanden. Die Beschleunigung erfolgt aber im Gegensatz zum Betatron nicht durch ein mit der Netzfrequenz synchrones Induktionsfeld, sondern durch ein zwischen Elektroden wirksames Hochfrequenzfeld. Dieses Prinzip wurde fast gleichzeitig und unabhängig voneinander von verschiedenen Autoren angegeben [22], [23], [24]. Der grundsätzliche Aufbau des Synchrotrons kann folgendermaßen beschrieben werden [25]:

Durch Wegfall des netzfrequenten Beschleunigungsfeldes ist nur ein ringförmiges Führungsfeld notwendig. Dieses verläuft, analog wie bei dem Betatron, zwischen zwei Polschuhen und schafft ein stabilisierendes Gebiet. Bild 25 zeigt diesen Aufbau, wobei an zwei Elektroden in der Röhre das beschleunigende hochfrequente Feld zugeführt wird.

1 — Joch mit Polschuhen, 2 — Ringröhre, 3 — Erregerwicklung

Bild 25 Aufbau eines Synchrotrons.

Das Synchrotron weist gegenüber dem Betatron einen außerordentlichen Vorteil auf, nämlich den der Phasenstabilität. Wird das Synchrotron mit konstanter Beschleunigungsfrequenz betrieben, dann stimmt die Umlauffrequenz der Elektronen damit überein, d. h. die Elektronen bleiben im Takt. Daraus ergibt sich, daß bei dem Synchrotronbetrieb mit konstanter Beschleunigungsfrequenz die Energie der umlaufenden Elektronen verhältnisgleich mit der Flußdichte des magnetischen Führungsfeldes ansteigt. Diese Proportionalität bleibt unabhängig vom Verlauf des zeitlichen Anstieges des Magnetflusses erhalten.

Wird dafür gesorgt, daß der Energiegewinn je Umlauf durch das Anwachsen des Magnetfeldes während der Zeit eines Umlaufes gerade derart kompensiert wird, daß die vorerwähnte Beziehung zwischen Energie und Flußdichte gewahrt bleibt, dann wird ein solches Elektron immer bei dem gleichen Phasenwinkel die Beschleunigungsstrecke durchlaufen. Es wird also seine ursprüngliche Phasenlage beibehalten. Sehr günstig ist, daß zeitlich früher oder später eingeschossene Elektronen nach einer Reihe von Umläufen ebenfalls die Phasenlage des erstgenannten Elektrons annehmen. Auch bei Energieabweichungen gegenüber der Sollenergie tritt eine Phasenstabilisierung ein. Auf die hierzu führenden Vorgänge ein-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

zugehen, würde allerdings zu weit führen. Die Elektronen werden in ein Synchrotron entweder durch einen Bandgenerator auf etwa 2 MeV vorbeschleunigt (also annähernd mit Lichtgeschwindigkeit) eingebracht, oder, was jetzt häufiger der Fall ist, indem man erst in einem reinen Betatronbetrieb eine derartige Vorbeschleunigung erreicht und dann zum Synchrotronbetrieb übergeht [26].

Synchrotrons sind heute mit Endenergien bis 320 MeV in Betrieb. Dabei beträgt die Beschleunigungsfrequenz 47,7 MHz bei einer maximalen HF-Leistung von 6 kW. Der Radius des Sollkreises beträgt 100 cm, das Gewicht 135 t. Ein Gerät für 600 MeV befindet sich zur Zeit in der Erprobung.

Die Kernphysik ist aber eigentlich mehr noch als an der Beschleunigung von Elektronen an der Beschleunigung von Ionen interessiert. Um hier Werte in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit zu erreichen, sind wesentlich größere Energien erforderlich. Diese liegen in der Größenordnung von 1000 MeV und mehr. Aus diesem Grunde wurden auch für diese Zwecke entsprechende Kreisbeschleuniger entwickelt.

3.4 Das Cyclotron

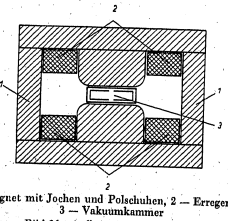
Unter dem Cyclotron verstehen wir einen von *Lawrence* [27] angegebenen Kreisbeschleuniger, in dem die Ionen in einem örtlich und zeitlich konstanten Magnetfeld umlaufen. Dabei passieren sie wiederholt Hochfrequenzbeschleunigungsstrecken und gewinnen ständig an Energie.

In gleichem Maße, wie sich die Geschwindigkeit erhöht, vergrößert sich der Radius der zu durchlaufenden Kreisbahn. Die Zeit, die das Ion für einen Umlauf benötigt, ist eine Konstante. Die Umlaufzeit ist keine Funktion der Ionenenergie. Die Ionen durchlaufen kleinere und größere Kreisbahnen in gleichen Zeiten, wobei demzufolge die Winkelgeschwindigkeit konstant ist.

Diese Tatsache, daß die Umlauffrequenz für Teilchen verschiedener Energie eine Konstante ist, ist entscheidend dafür, daß das Cyclotron überhaupt seinen Zweck erfüllt.

Die Funktionsgrenze ist erreicht, wenn sich im Gebiet größerer Energien die relativistische Massenveränderung bemerkbar macht. Dies ist etwa bei 50 MeV der Fall.

Den grundsätzlichen Aufbau eines Cyclotrons zeigt Bild 26. Durch die Erregerspulen wird zwischen den Polschuhen des Gleichstrommagneten ein starkes homogenes Magnetfeld erzeugt. Zwischen den Polschuhen ist die Vakuumkammer untergebracht. Diese enthält in ihrem Inneren zwei halbkreisförmige Dosen, die wegen ihrer Form als „Dee's" bezeichnet werden. Solche Dosen sind in Bild 27 dargestellt. An jeder



1 — Magnet mit Jochen und Polschuhen, 2 — Erregerspulen, 3 — Vakuumkammer

Bild 26 Aufbau eines Cyclotrons.

Bild 27 Dosen des Harvard-Cyclotrons.

Dose ist ein isolierter Anschluß für die beschleunigende hochfrequente Wechselspannung vorgesehen. In der Mitte der Vakuumkammer ist am Boden die Ionenquelle angeordnet. Das Ion wird nach dem Austritt aus der Ionenquelle von der Spannung zwischen den Dosen beschleunigt. Es durchläuft dann in dem von elektrischen Feldlinien praktisch freien Raum innerhalb einer Dose im Magnetfeld einen Halbkreis, durchläuft, erneut beschleunigt, den Zwischenraum zwischen den Dosen und durchläuft dann auf einem etwas vergrößerten Halbkreis die andere Dose. Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis es schließlich an den Außenrand der Dose gelangt. Dort trifft es entweder auf das Target auf, oder es wird durch ein elektrostatisches Ablenkfeld nach außen herausgezogen. Die erreichbare Energie ist abhängig vom Bahnradius und der Flußdichte des Magnetfeldes. Wegen der Kapazität der Dosen, die eine gewisse Größe nicht unterschreiten können, ist der Frequenz bzw. der Wellenlänge des Wechselfeldes eine bestimmte untere Grenze gesetzt. Diese liegt bei etwa $10 \cdots 20$ cm. Eine Vergrößerung der Energie läßt sich nur durch Vergrößerung des Bahnradius erreichen.

Untersucht man beim Cyclotron die Richtungsdefokussierung und die Phasenbeziehungen, dann sieht man, daß es für die Anzahl der Umläufe, die mit Energiegewinn verbunden sind, eine Grenze gibt. Die Energiegrenze liegt für Deuteronen etwa bei 25 MeV [28]. Das größte bisher gebaute Cyclotron in Birmingham liefert eine Deuteronenenergie von 20 MeV. Der Magnet hat ein Gewicht von 250 t. Die aufzuwendende HF-Leistung beträgt 80 kW.

An sich stellt das Cyclotron ein recht brauchbares Gerät für die Beschleunigung schwerer Teilchen dar, wenn man sich mit nicht allzu hohen Energien zufrieden gibt. Dieses jetzt beschriebene sogenannte klassische Cyclotron wird mit einer konstanten Beschleunigungsfrequenz betrieben und hat den Nachteil, daß es leider keine selbsttätige Phasenstabilisierung besitzt wie das Elektronen-Synchrotron.

Man hat aus diesem Grunde versucht, die Hochfrequenzbeschleunigung auch für schwere Teilchen derart anzuwenden, daß sich eine erheblich größere Anzahl von Teilchen-Umläufen ergibt, womit natürlich die Erreichung größerer Endenergien ermöglicht wäre.

3.5 Das Synchro-Cyclotron

Diese Möglichkeit ist mit einem frequenzmodulierten Cyclotron, dem sogenannten Synchro-Cyclotron, gegeben. Dadurch, daß wir heute in der Lage sind, eine Frequenzmodulation sehr weit zu treiben, ist in der Praxis eigentlich eine Energiegrenze des Synchro-Cyclotrons nur durch wirtschaftliche Erwägungen gegeben. Diese Grenze liegt etwa bei 1000 MeV. Will man noch größere Energien erreichen, dann geht man so vor, daß man die zeitliche Abhängigkeit der Frequenz der hochfrequenten Beschleunigungsspannung derart wählt, daß der Radius der Umlaufbahn konstant wird. Das ist dadurch möglich, daß man die HF-Frequenz proportional mit der Teilchengeschwindigkeit zeitlich anwachsen läßt. Man benötigt dann ein Magnetfeld nur noch in der Nähe der konstanten Umlaufbahn. Es kann, wie bei dem

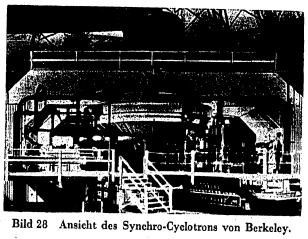


Bild 28 Ansicht des Synchro-Cyclotrons von Berkeley.

Elektronensynchrotron, ringförmig ausgebildet werden. Damit kann man bei größeren Geräten erheblich an Gewicht und Kosten einsparen. Man nennt solche Beschleuniger Protonen-Synchrotron. Es können natürlich auch andere schwere Teilchen damit beschleunigt werden. Geräte dieser Art führen auch Namen wie Bevatron (Berkeley) oder Cosmotron (Brookhaven). Hiermit kann man Höchstenergien von einigen 1000 MeV erreichen. Da bei dem Synchrotron die Frage der Phasenstabilität keine Rolle mehr spielt, ist für die obere Energiegrenze nur die Kostenfrage entscheidend. Bei etwa 10000 MeV dürfte hier die Grenze liegen.

Das Synchro-Cyclotron unterscheidet sich vom normalen Cyclotron nur unwesentlich. Die Frequenzmodulation der beschleunigenden Wechselspannung erfolgt durch einen rotierenden Kondensator. Dieser gehört zum Schwingungskreis der Dosen einschließlich der Zuleitungen. Er ist aufgebaut wie ein Drehkondensator, lediglich mit dem Unterschied, daß, wie schon der Name sagt, der bewegliche Plattenteil rotiert. Durch die veränderliche Kapazität wird die Resonanzfrequenz des Schwingungskreises periodisch verändert. Die Frequenzen betragen für Protonenbetrieb 19,7 MHz für eine Energie von 352 MeV und für Deuteronen 10,4 MHz für 206 MeV. Die prozentuale Frequenzmodulation beträgt etwa 20 % bzw. 15 % [29].

Das größte Synchro-Cyclotron befindet sich in Berkeley. Das Magnetgewicht beträgt 4000 t und der Polschuhdurchmesser 4,5 m. Die erreichbaren Beschleunigungen betragen für Protonen 350 MeV und für Deuteronen oder α-Teilchen 190 MeV. Die Ansicht zeigt Bild 28.

3.6 Das Protonen-Synchrotron

Wie bereits erwähnt, ist das Kennzeichen des Protonen-Synchrotrons die freie Wahl der zeitlichen Abhängigkeit der Frequenz der HF-Spannung, wobei darauf zu achten ist, daß der Umlaufradius konstant wird [30], [31], [32].

Hierbei steigt die Gesamtenergie der zu beschleunigenden Teilchen mit der Flußdichte des magnetischen Führungsfeldes an. In gleicher Weise läßt man die Frequenz der hochfrequenten Beschleunigungsspannung zunehmen, so daß der Radius der Umlaufbahn während der Beschleunigung konstant bleibt. Der Magnet wird ringförmig aus lamelliertem Eisen aufgebaut. Hat man die Frequenz der hochfrequenten Spannung auf die zunehmende Umlaufgeschwindigkeit der Teilchen abgestimmt, dann kann man bei entsprechenden Durchmessern und Feldstärken beliebig hohe Beschleunigungen erreichen.

Auch in der Ausführung des magnetischen Führungsfeldes sind gewisse Möglichkeiten gegeben. Dieses kann kreisförmig sein oder durch (allerdings nicht zu lange) geradlinige Strecken unterbrochen werden. Dadurch ergibt sich die Form einer Rennbahn (racetrack, Berkeley). Durch diese letzte Ausführungsart sind bequeme Möglichkeiten zum Anschluß von Pumpen und Beschleunigungseinrichtungen gegeben. Auch das Einbringen und die Ausschleusung der Strahlen ist hier wesentlich einfacher durchzuführen als bei den rein kreisförmigen Anordnungen. Der Betrieb wird bei dem Protonen-Synchrotron intermittierend durchgeführt. Bei einem Magnetgewicht von einigen Tausend Tonnen ist zur Speisung des Magneten mit technischer Frequenz von 50 Hz ein außerordentlicher Leistungsaufwand notwendig. Auch die Kompensation der induktiven Blindleistung ist wirtschaftlich ebensowenig zu vertreten. Man hat daher, um diesen Schwierigkeiten aus dem Weg zu gehen, folgenden Weg gewählt.

Das Magnetfeld steigt etwa im Verlauf von einer Sekunde auf seinen vollen Wert an, und der Abbau erstreckt sich dann über mehrere Sekunden. Dieser Prozeß wird etwa alle 10 Sekunden durch Ein- und Ausschalten des Generatorenkreises wiederholt. Der notwendige Gleichstrom wird von Generatoren geliefert, die mit einem Schwungrad von etwa $30 \cdots 40$ t und 5 m Durchmesser versehen sind. Dieses liefert die notwendige Energie beim Aufbau des Magnetfeldes und speichert die bei der Abnahme des Magnetfeldes freiwerdende Energie. Die Drehzahländerung des Schwungrades beträgt bei dem ganzen Prozeß nur etwa 5 %. Man kann also bei dem Protonen-Synchrotron etwa alle 10 s mit einem starken Teilchenstoß von etwa 10^{-7} s Dauer rechnen. Wichtig

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

ist es, sich ein Bild darüber zu machen, welche Frequenz, welche Amplitude und welcher Bereich der Frequenzmodulation beim Protonen-Synchrotron in Frage kommen. Soll die kinetische Energie der Teilchen während 10^6 Umläufen auf 1000 MeV gebracht werden, dann müssen die Ionen bei jedem Umlauf 1000 eV gewinnen. Die Erzeugung der hierfür notwendigen Beschleunigungsspannung ist einfach. Für Protonen von 1000 MeV wird bei einem Radius der Kreisbahn von 4,2 m und einer Flußdichte von 1,5 Vs/m² die erforderliche Maximalfrequenz 9,6 MHz. Werden z. B. die Protonen mit einer Anfangsenergie von 0,4 MeV eingeschossen, dann ergibt sich, da die Frequenz gleich der Umlauffrequenz der Teilchen sein muß, zu Beginn des Vorganges eine Minimalfrequenz von 0,33 MHz. Man benötigt also eine Frequenzmodulation von 1 : 30. Zur Zeit sind folgende Geräte in Betrieb: Birmingham mit 1000, Brookhaven mit 2200 und Berkeley mit 5000 MeV.

Einige Daten dieser Geräte sollen einen Eindruck darüber vermitteln:

	Birmingham	Brookhaven	Berkeley	
Durchmesser der Kreisbahn	8	18	30,5	m
Max. Protonenbeschleunigung	1000	3000	6000	MeV
Eisengewicht	810	1650	13000	t
Luftspalthöhe	21	35	50	cm
Modulationsbereich	1/29	1/11	1/8	
Einschußenergie	0,5	4	10	MeV.

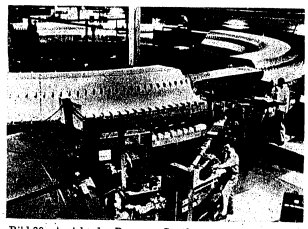


Bild 29 Ansicht des Protonen-Synchrotrons in Brookhaven.

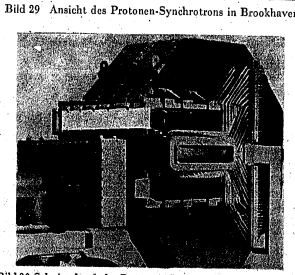


Bild 30 Schnitt durch das Protonen-Synchrotron in Brookhaven.

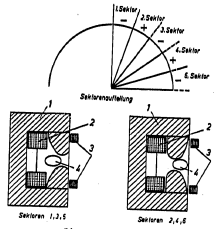
Das Protonen-Synchrotron in Brookhaven zeigt Bild 29. Vorn links ist die Anlage zu sehen, durch die die vorbeschleunigten Teilchen eingeführt werden. Bild 30 zeigt einen Schnitt durch das in dem vorigen Bild gezeigte Gerät. Der flache, hohle Raum in der Mitte ist ein Stück der Beschleunigungskammer.

3.7 Kreisbeschleuniger mit alternierenden Gradienten des Magnetfeldes

Die Beschleunigungsgrenze liegt bei dem Protonen-Synchrotron aus wirtschaftlichen Gründen bei etwa 20000 MeV. Darüber hinaus wachsen die Dimensionen und die Bauzeiten derart an, daß der Bau größerer Apparaturen nicht mehr rentabel ist. Aber damit sind die Wünsche der Kernphysiker noch nicht erfüllt. Die Hoffnung geht dahin, daß die Untersuchungen der Atomkerne bei einem genügend tiefen Eindringen in das Innere der Kerne eine einfache und klare Struktur ergeben. Aus diesem Grunde gehen die Bestrebungen, Geräte für noch höhere Endenergien zu bauen, weiter. Dabei rechtfertigen die bisherigen Ergebnisse die Ansicht, daß dadurch neue Aufschlüsse über den Atomkern gegeben werden können. Ein neuer Konstruktionsgedanke eröffnet in dieser Hinsicht neue Wege und Möglichkeiten. Es sind dies Kreisbeschleuniger mit alternierenden Gradienten des Magnetfeldes.

Bei allen bisher erwähnten Kreisbeschleunigern liegt der Radius der Kreisbahn fest. Die Teilchen werden bei Abweichungen vom Sollkreis durch das sogenannte Betatronfeld gezwungen, richtungsmäßig zusammenzubleiben. Man kann rechnerisch nachweisen, daß die auftretenden Auslenkungen der Teilchen aus der Kreisbahn proportional mit dem Radius des Beschleunigers zunehmen. Man ist daher gezwungen, um zu verhindern, daß ein Großteil der umlaufenden Teilchen durch Auftreffen auf die Wand verlorengeht, die radiale Ausdehnung der Ringröhre bzw. des magnetischen Führungsfeldes entsprechend zu dimensionieren. Um diesen Schwierigkeiten aus dem Weg zu gehen, wurde der Grundgedanke des alternierenden Gradienten entwickelt [33]. Bei der Beschleunigung treten Bahnabweichungen in radialer und axialer Richtung auf. Eine Verbesserung in einer Hinsicht führt zu einer Verschlechterung in anderer Beziehung, d. h. eine starke Fokussierung des Strahles in radialer Richtung hat eine starke Defokussierung in axialer Richtung zur Folge. Das gleiche gilt auch umgekehrt. Neu ist jetzt, den Strahl nacheinander und abwechselnd in radialer und axialer Richtung stark zu bündeln, indem man die Kreisbahn in Magnetsegmente unterteilt und den Polschuhen eine geeignete hyperbolische Form gibt. Diese besitzen abwechselnd einen großen positiven und einen großen negativen Wert des Exponenten des Feldabfalls. Dabei bewirkt ein großer positiver Wert eine starke Fokussierung in axialer Richtung und ein großer negativer Wert das gleiche in radialer Richtung. Die Anordnung ist aus Bild 31 zu entnehmen.

Die Frage, ob bei dieser Anordnung periodische Bahnen überhaupt möglich sind, ist in der Zwischenzeit grundsätzlich geklärt, und bei Einhaltung bestimmter Bedingungen ist ein Betrieb mit einem auf diesem Prinzip beruhenden Kreisbeschleuniger möglich. Es sind bedeutende Vorarbeiten geleistet worden, die als Grundlage für die Erstellung einer derartigen Apparatur in Genf dienen [34]. Der Entwurf des



Magnetanordnung
1 — Magnet mit hyperbolischen Polschuhen, 2 — Erregerwicklung, 3 — Korrektur-Spulen, 4 — Ringröhre

Bild 31 Anordnung eines Kreisbeschleunigers mit alternierenden Gradienten.

Protonen-Synchrotrons in Genf mit alternierenden Gradienten sieht folgende hauptsächliche Daten vor:

Maximal erreichbare Beschleunigung	30000 MeV
Radius der Bahn (racetrack-Form)	rd. 86 m
Umfang der Bahn	704 m
Zahl der Magnetfeldeinheiten	114
Eisengewicht	4000 t
Kupfergewicht	250 t
Aufbauzeit des Magnetfeldes	1 s
Betriebszyklus	5 s
Blindleistung für Magneterregung	28000 kVA
Verlustleistung im Magneten	1700 kW
Einschleusungsenergie der Protonen	50 MeV
Protonenstrom	1···3 mA
Zahl der Beschleunigungsstrecken	38
Bereich der Frequenzmodulation	5···16 MHz
Lichte Abmessungen der Vakuumkammer	8×12 cm
Pumpstationen	38
Druck in der Vakuumkammer	10^{-5} Torr

Die voraussichtliche Bauzeit wird auf rund 7 Jahre geschätzt. Die Kosten berechnet man mit etwa 100 Mill. Mark.

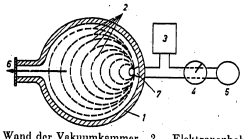
Fertiggestellt ist bis jetzt ein Gerät, und zwar ein Elektronen-Synchrotron an der Cornell-University mit einem Krümmungsradius von 3,85 m. Die Elektronen werden mit einer Energie von 2 MeV von einem Bandgenerator eingeschossen. Die Endenergie soll 1000···1500 MeV betragen. Mehrere kleine Anlagen sind im Bau, und zwar in Stockholm, Rom, Cambridge (Mass.).

Wir haben gesehen, daß man mit derartigen Geräten auch Elektronen auf sehr hohe Geschwindigkeiten beschleunigen kann, während das mit einem Cyclotron nicht möglich ist, weil die relativistische Massenänderung sich schon bei relativ kleinen Beschleunigungen sehr stark bemerkbar macht [35]. Um jedoch größere Beschleunigungen zu ermöglichen, wurde das Mikrotron gebaut.

3.8 Das Mikrotron (Elektronen-Cyclotron)

Das Mikrotron hat zwei wesentliche Übereinstimmungen mit dem Cyclotron. Beide besitzen ein konstantes Magnetfeld und eine hochfrequente Beschleunigungsspannung. Der Aufbau und die Wirkungsweise sind jedoch grundverschieden [36].

Der grundsätzliche Aufbau ist in Bild 32 dargestellt. Die wesentlichsten Teile des Mikrotrons sind folgende: ein Gleichstrommagnet, der zwischen zwei Polschuhen senkrecht zur Bildebene ein örtlich und zeitlich konstantes Magnetfeld liefert, eine Vakuumkammer, die zwischen den Polschuhen des Magneten angeordnet ist, und ein Hohlraumresonator. Diesem wird im



1 — Wand der Vakuumkammer, 2 — Elektronenbahnen, 3 — stabilisierende Belastung, 4 — Phasenschieber, 5 — Magnetron, 6 — Sonde und zum Verstärker, 7 — Hohlraum-Resonator, Beschleunigungsstrecke

Bild 32 Aufbau eines Mikrotrons.

Impulsbetrieb von einem Magnetron die Schwingungsenergie zugeführt. Die in dem Bild eingezeichneten Umlaufkreise lassen sich verhältnismäßig einfach berechnen [35]. Die Frequenz der Beschleunigungsspannung liegt in der Größenordnung von 2000···3000 MHz. Bei einer Endenergie von 6 MeV sind bei f = 2800 MHz nur 11 Durchgänge notwendig. Dabei wird ein Magnetfeld von etwa 0,1 Vs/m² benötigt, das einen Kreis mit einem Radius von 20 cm und einige Zentimeter für den Feldabfall am Rande durchsetzt. Beim Mikrotron ist im Gegensatz zu den anderen Kreisbeschleunigern kein Sollkreis vorhanden. Das bedeutet, daß Strahlenelektronen, die durch den Zusammenstoß mit Gasmolekülen größere Richtungsänderungen erleiden, nicht mehr zur Beschleunigungsstrecke zurückkehren. Eine radiale Richtungsfokussierung wird durch das homogene Magnetfeld erreicht, nicht dagegen eine axiale. Da keine axiale Richtungsfokussierung vorhanden ist, müssen sich einmal aus der Mittelebene der Apparatur abgewichene Elektronen mit wachsendem Weg immer mehr von der Mittelebene entfernen. Eine Phasenfokussierung ist jedoch vorhanden, da im Mikrotron in dieser Beziehung ähnliche Verhältnisse vorliegen wie beim Synchrotron.

Als Elektronenquelle wird die Feldemission im Hohlraumresonator verwendet. Das erfordert aber einen größeren Schwingungserzeuger als notwendig, weil dabei eigentlich zu viele Feldelektronen ausgelöst werden und der überwiegende Teil auf die gegenüberliegende Wand des Hohlraumresonators läuft. Zu lösen wäre noch das Problem einer gesonderten Elektronenquelle unter Vermeidung der Feldemission. Man hat an Hand von zwei in den Jahren 1953 und 1954 gebauten Mikrotrons für Wellenlängen von 3 cm und Beschleunigungen von 1,3 und 3 MeV einige Erfahrungen gesammelt und hofft, in den USA durch die Anwendung leistungsfähigerer Impulsmagnetrons zu erheblich kleineren Abmessungen und Gewichten zu kommen. Man will weiterhin permanente Magnete

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

und abgeschmolzene Apparaturen verwenden. In England liegen Betriebserfahrungen mit einem 4,5-MeV-Gerät vor. Auf Grund der hierbei gemachten Beobachtungen plant man jetzt ein 30-MeV-Gerät [38].

Während bei den Kreisbeschleunigern schon sehr viel getan ist und die neuesten Konstruktionen sich sehr eingehend mit der hohen Beschleunigung schwerer Teilchen beschäftigen, beginnt diese Entwicklung jetzt bei den Linearbeschleunigern.

3.9 Linearbeschleuniger

Das Grundprinzip des Linearbeschleunigers wurde erstmalig 1928 von *Wideroe* ausprobiert. Die in Bild 33 dargestellte Anordnung stellt den grundsätzlichen Aufbau des Linearbeschleunigers dar. Eine Anzahl von röhrenförmigen Metallelektroden wird von einem geladenen Teilchenstrahl durchflogen. Die Elektroden

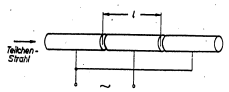


Bild 33 Grundsätzlicher Aufbau eines Linearbeschleunigers.

sind abwechselnd an die Pole einer Wechselspannungsquelle hoher Frequenz angeschlossen und wirken wie ein *Faraday*scher Käfig, so daß die Ionen sich in einem praktisch feldfreien Raum bewegen. Die Wirkungsweise des Linearbeschleunigers beruht nun darauf, daß die Laufzeit der Ionen im Innern einer Röhre genau der halben Schwingungsdauer der Wechselspannung entspricht. In diesem Falle werden die Ionen immer in den Zwischenräumen zwischen den Elektroden entsprechend beschleunigt. Stimmt man nun noch die Länge der einzelnen Elektroden bei einer festgelegten Frequenz der Wechselspannung auf die zunehmende Geschwindigkeit der Teilchen ab, dann kann sich dieser Vorgang der immer wiederkehrenden Beschleunigung beliebig oft wiederholen. Mit einer solchen Anordnung hatte *Wideroe* Na^+-Ionen in zwei Durchgängen bei einer angelegten Spannung von 25 keV auf 50 keV beschleunigt. Auch *Lawrence* hatte Hg-Ionen auf 1,2 MeV beschleunigen können.

Dann setzte ein Stillstand in der Entwicklung ein. Erst 1946 wurden die Linearbeschleuniger wieder akut. Der Grund für die lange Unterbrechung war darin zu suchen, daß erst die HF-Technik bedeutende Fortschritte machen mußte, da mit den zur Zeit von *Wideroes* Versuchen beherrschbaren Frequenzen Linearbeschleuniger für höhere Beschleunigungen außerordentlich große Apparaturen erfordert hätten. Erst die Impulstechnik mit Magnetrons mit Impulsleistungen von MW in μs gaben dieser Entwicklung neue Auftriebe. Es sind mit Benutzung der Erfahrungen der Dezimeterwellentechnik Geräte entstanden, die bis zu Beschleunigungen von 600 MeV den Vergleich mit Kreisbeschleunigern nicht zu scheuen brauchen. Dazu kommt noch, daß der Kreisbeschleunigung von Elektronen durch die Strahlungsdämpfung Grenzen gesetzt sind.

Es ist heute durchaus noch nicht entschieden, wer den Kampf gewinnen wird, die Kreis- oder die Linearbeschleuniger [39], [40]. Die Probleme der Richtungsfokussierung und der Phasenstabilität sind beim Linearbeschleuniger durchaus beherrschbar. Natürlich sind die Fragen der Erzeugung und der Zuführung der hochfrequenten Energie nicht einfach zu lösen, und es werden sich vor allem bei Linearbeschleunigern großer Länge (100···200 m) noch einige Komplikationen ergeben. Es müssen dabei eine ganze Anzahl von Sendern in ganz bestimmter Phasenlage zueinander und bei gleicher Frequenz arbeiten. Bei der Projektierung eines 1000-MeV-Linearbeschleunigers in Stanford ist vorgesehen, daß die HF-Energie von 22 Klystron-Verstärkern an die 22 jeweils 3 m langen Teilröhren geliefert wird. Dabei liefert jedes Klystron während der Impulsdauer von etwa 1,5 μs eine Impulsleistung von 8 MW. Die Innenansicht eines Linearbeschleunigers in Berkeley zeigt Bild 34. Die Be-

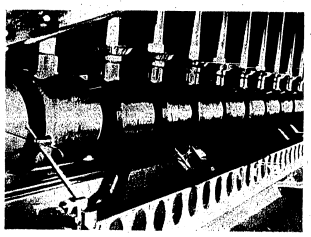


Bild 34 Innenansicht des Linearbeschleunigers in Berkeley (300 MeV).

schleunigungskammer hat eine Länge von 12 m und muß ständig auf einem Druck von etwa $1 \cdot 10^{-6}$ Torr gehalten werden. Der Beschleuniger erteilt den Ionen eine Endenergie von 300 MeV.

4. Schlußbetrachtung

Wir haben in einem großen Querschnitt Anlagen für die Erzeugung hoher Spannungen und hoher Beschleunigungen kennengelernt. Während für erstere begründete technische Notwendigkeiten vorliegen, kann für den zweiten Teil unserer Betrachtungen durchaus die Frage gestellt werden: Wozu dieser Aufwand an außerordentlichen finanziellen Mitteln, an Material und nicht zuletzt an menschlichem Erfindungsgeist? Diese Frage läßt sich trotzdem leicht beantworten, da uns eine ganze Reihe von Anwendungsmöglichkeiten schon bekannt sind.

Aus der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung sind heute die harten Röntgenstrahlen, die mit dem Betatron oder Elektronen-Linearbeschleunigern bei etwa 30 MeV erzeugt werden, nicht mehr wegzudenken. Daran werden auch die Untersuchungen mit radioaktiven Stoffen, wie z. B. Co^{60}, nichts ändern.

Ein weiteres wichtiges Anwendungsgebiet ist die Bestrahlungstherapie mit harten Röntgen- oder Elektronenstrahlen. Die im Cyclotron in großen Mengen

erzeugten, künstlich radioaktiven Elemente werden in immer steigendem Maße verwendet. Erwähnt sei nur die Biologie und die Chemie.

Als letztes sei die Kernphysik genannt. Hier sind gerade mit Hilfe der Beschleuniger in allerneuester Zeit bedeutende Erkenntnisse gesammelt worden.

Letzten Endes dienen alle diese Untersuchungen dazu, den menschlichen Geist an die Grenzen unserer Naturerkenntnis heranzuführen und unser Wissen um diese Dinge stetig zu erweitern.

Literaturnachweis

[1] *Stamm*, Elektrotechnik 1952, S. 247.
[2] *Stamm*, Elektrotechnik 1950, S. 310.
[3] *Blankenburg*, DRPa 21c 37/01 A 8150 vom 2. 10. 1943.
[4] *Stamm*, Elektrotechnik 1953, S. 275.
[5] *Marx*, ETZ 1924, S. 652.
[6] *Edwards, Husband, Perry*, Proc. Inst. El. Eng. 1951, S. 155.
[7] *Elsner*, Arch. Elektrotechn. 1936, S. 656.
[8] *Elsner*, Arch. Elektrotechn. 1936, S. 445.
[9] *Crämer*, ETZ 1936, S. 1227.
[10] *Vollrath*, Physical Rev. 42, (1932) S. 298.
[11] *Pauthenier* und *Moreau-Hanot*, Journal Physique Radium 1937, S. 193.
[12] *van de Graaff*, Physical Rev. 1931, S. 1919.
[13] *Kossel* und *Knauer*, Umschau 1954, S. 564.
[14] *Knauer*, Z. f. angew. Physik 1955, S. 118.
[15] *Janner, Magun, Schopper*, Z. f. angew. Physik 1955, S. 446.
[16] *Stamm*, Über die Erzeugung hoher Spannungen, Urania-Verlag 1956, S. 61ff.
[17] Das Hochspannungsinstitut der AEG, Herausgeber: AEG, Berlin 1953.
[18] *Kerst*, Physical Rev. 1940, S. 841.
[19] *Widoroe*, Arch. Elektrotechn. 1928, S. 387.
[20] *Steenbeck*, Naturwissenschaften 1943, S. 234.
[21] *Iwanenko, Pomerantschuk*, Physical Rev. 1944, S. 343.
[22] *Veksler*, Journ. Physic SSR 1945, S. 153.
[23] *Mc Millan*, Physikal Rev. 1945, S. 143
[24] *Widoroe*, Norw. Pat. Nr. 84507 vom 31. 1. 1946.
[25] *Thomas jr., Kraushaar, Halpern*, Ann. Rev. Nucl. Sci., 1952, S. 175.
[26] *Goward, Barnes*, Nature 1946, S. 413.
[27] *Lawrence, Edlefsen*, Science 1930, S. 376.
[28] *Wilson*, Physical Rev. 1938, S. 408.
[29] *MacKenzie*, Physical Rev. 1948, S. 104.
[30] *Oliphant, Gooden, Hide*, Proc. Phys. Soc. 1947, S. 666.
[31] *Brobeck*, Rev. Sci. Instr. 1948, S. 545.
[32] *Fremlin, Gooden*, Rep. Prop. Phys. 1950, S. 295.
[33] *Courant, Livingston, Snyder*, Physical Rev. 1952, S. 119.
[34] Conference on the Alternating-Gradient-Proton-Synchrotron, Genf, Oktober 1953.
[35] *Salow, Z. S.*, Natur 1952, S. 389.
[36] *Henderson, Redhead*, Nucleonics 1949, S. 60.
[37] *Kaiser*, Journ. Franklin Inst. 1954, S. 89.
[38] *Henderson, Heinemann, Jennings*, Proc. Roy. Soc. 1953, S. 654.
[39] *Frey*, Philips Techn. Rundschau 1953, S. 193.
[40] *Slater*, Ann. Rev. Nucl. Si. 1952, S. 199.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 1 · Herausgeber: Der Rektor

II. Fakultät für Starkstromtechnik / Publ. Nr. 4
Institut für elektrische Energietechnik, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Walter Furkert
Als Manuskript gedruckt! DK 620.9
Eingang: 6. 3. 1956

Der Einfluß des steigenden Bedarfes an elektrischer Energie auf die Problemstellungen der Energietechnik

(Antrittsvorlesung)

Von Prof. Dr.-Ing. Walter Furkert

Die Bedarfsentwicklung

Über die Entwicklung des Bedarfes an elektrischer Energie hat *Almers* [1] für die zurückliegende Zeit eine ausführliche Darstellung gegeben und gleichzeitig eine Prognose für die folgenden Jahre aufgestellt, die auf statistischen Unterlagen der UN-Wirtschaftskommission basiert und bei der auch die in verschiedenen Ländern angewandten Verfahren zur Erforschung und Berechnung des kommenden Bedarfes verwertet wurden. Für das Verständnis der Auswirkungen der

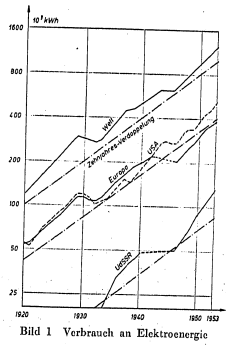


Bild 1 Verbrauch an Elektroenergie

Bedarfsentwicklung auf die daraus resultierenden Probleme der Bedarfsdeckung sind einige grundsätzliche Erkenntnisse von Bedeutung. Die Auswertung der umfangreichen, in der ganzen Welt vorhandenen statistischen Unterlagen über die Energieerzeugung zeigt, daß seit einigen Jahrzehnten sich der Energiebedarf jeweils in 10 Jahren verdoppelt hat (Bild 1).

Das im logarithmischen Maßstab gezeichnete Bild 1 zeigt diese Regel für den Weltmaßstab, wo kleinere Schwankungen, die auf örtliche Einflüsse zurückzuführen sind, weitgehend ausgeglichen erscheinen. Es ist ferner die Entwicklung für Europa, die USA und die SU ersichtlich. Am europäischen Bedarfsverlauf sind die Wirtschaftskrise um 1930 und die Auswirkungen des zweiten Weltkrieges deutlich zu erkennen. Der Verlauf des Bedarfes in der SU zeigt einen überdurchschnittlichen Anstieg auf Grund der schnellen Entwicklung der Volkswirtschaft in diesem Lande. Die hemmende Wirkung des zweiten Weltkrieges ist auch an dieser Kurve zu erkennen. Abweichungen von dem durchschnittlichen Verhalten, wie sie beispielsweise in Deutschland vorliegen, haben nur geringen Einfluß auf die sich im Weltmaßstab vollziehende Entwicklung.

Bild 2 zeigt die Stromerzeugung in Deutschland von 1900 bis 1954. Sie kann mit dem Bedarf nicht vollkommen gleichgesetzt werden, da in den Nachkriegsjahren durch Steuerungsmaßnahmen und Einschränkungen nicht alle Anforderungen befriedigt werden konnten. Trotzdem zeigt der Verlauf der Kurve deut-

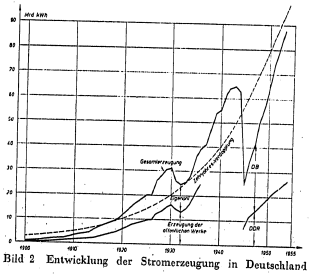


Bild 2 Entwicklung der Stromerzeugung in Deutschland

lich, wie zwar Wirtschaftskrise und zweiter Weltkrieg den normalen Ablauf der Entwicklung beeinflußt haben, wie aber nach Beseitigung der Hemmungen ein überdurchschnittlicher Bedarfsanstieg eintritt, der sogenannte Nachholbedarf. Die tatsächliche Kurve pendelt um die theoretische Kurve, die einer Funktion der Form

$$a_n = a_o \cdot q^n$$

folgt, wobei

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

ist. Es bedeuten: a_o — Stromerzeugung im Anfangsjahr,
a_n — Stromerzeugung im Endjahr,
p — jährlicher Steigerungssatz in %,
n — Anzahl der betrachteten Jahre.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Bereitstellung der Energieträger

Für jede Energieerzeugung ist von grundlegender Bedeutung, welcher Energieträger zur Verfügung steht und wie groß seine Ergiebigkeit ist. In der Zeitschrift des „Vereins Deutscher Ingenieure" [2] ist eine sehr interessante Darstellung veröffentlicht, die den Anteil der einzelnen Energieträger am Weltaufkommen zeigt (Bild 3).

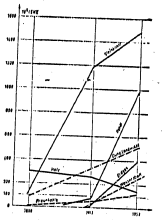


Bild 3 Anteil verschiedener Energieträger am Weltaufkommen

Danach ist im Weltmaßstab die Steinkohle der Hauptenergieträger. In steigendem Maße sind Rohöl und Erdgas als Energieträger herangezogen worden. Die Wasserkräfte lassen einen steten Anstieg erkennen, und die Braunkohle stellt nur einen sehr kleinen Anteil am Weltaufkommen, wobei bei der großtechnisch durchgeführten Gewinnung der Braunkohle die Frage der Erschöpfung bei Großplanungen nicht übersehen werden darf. Die Verwendung von Holz als Energieträger geht laufend zurück.

Die Regel von der Verdopplung des Bedarfes in 10 Jahren muß alle Zweige der Energietechnik auf das stärkste beeinflussen und zwingt in vielen Fällen zu neuen Lösungen, da die bestehenden Anlagen, die in den letzten 5 Jahrzehnten entstanden sind, innerhalb von 10 Jahren im selben Umfange neu erstellt werden müssen.

Aus den beiden Hauptfragen, nämlich der Sicherung der Bedarfsdeckung, die dem kontinuierlichen Ablauf der Wirtschaft dient, und der Bereitstellung des Energieträgers, ergeben sich eine Reihe von Problemen, wie die sparsame Verwendung von Kohle, die Senkung des spezifischen Wärmeverbrauches je erzeugte kWh, die Ausnutzung der Kohlewertstoffe, die Schaffung geeigneter Maschinengrößen und für die Übertragungsanlagen die Erhöhung der Leistungsfähigkeit der Netze und ihre kurzschlußfeste Gestaltung, die im folgenden an einzelnen Beispielen näher betrachtet werden sollen.

Die herkömmlichen Energieträger für die Energieerzeugung sind in erster Linie Kohle in jeder Form und Wasser. Die Kohle ist nicht nur als Brennstoff, sondern auch als Grundstoff der chemischen Industrie von höchster Wichtigkeit. Der Verbrauch der Weltvorräte an Kohle, insbesondere an Braunkohle, erfordert äußerste Sparsamkeit, um sie vor vorzeitiger Erschöpfung zu schützen. Als in den zwanziger Jahren die ersten Großprojekte der Energieversorgung in Deutschland entstanden, brauchte mit der Ergiebigkeit der Kohlevorkommen praktisch nicht gerechnet zu werden, weil der Kohlereichtum gegenüber dem Verbrauch überaus groß erschien. Nachdem sich jedoch jeweils in 10 Jahren der Bedarf verdoppelt hat, trifft dies heute, zumindest für die Braunkohle, nicht mehr zu. Nach *Buth* [3] betragen die Braunkohlenvorräte in Deutschland nur etwa 1,8 % der Steinkohlenvorräte, auf gleichen Wärmeinhalt bezogen. Ihr forcierter Abbau muß zu einer schnellen Erschöpfung führen. Diese Diskrepanz zwischen dem Vorrat an Braunkohle, dem Hauptenergieträger der Deutschen Demokratischen Republik, und ihrem Verbrauch zur Energieerzeugung ist so groß, daß mit Verbesserung der jetzigen Erzeugungsweise in Dampfkraftwerken die Endlösung für das Gleichgewicht zwischen Vorrat und Verbrauch nicht erreicht werden kann, selbst wenn man alle heute technisch möglichen Fortschritte beachtet. Von den Bemühungen, den Kohleverbrauch je erzeugte kWh zu senken, zeugt die Entwicklung des spezifischen Wärmeverbrauches (Bild 4).

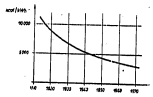


Bild 4 Entwicklung des spezifischen Wärmeverbrauches in Kraftwerken

Durch Steigerung der Dampftemperaturen bis auf 585° C und der Drucke bis auf 150 at sowie durch Vergrößerung der Maschineneinheiten konnte dieser mit Erfolg herabgesetzt werden. Auch die Verlagerung der Stromerzeugung in Werke der Kohleveredelung hat sehr zur sparsamen Verwendung durch Extraktion der Kohlewertstoffe beigetragen (Bild 5).

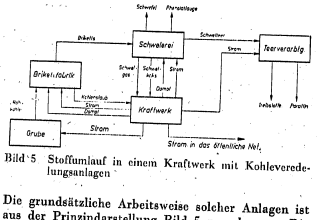


Bild 5 Stoffumlauf in einem Kraftwerk mit Kohleveredelungsanlagen

Die grundsätzliche Arbeitsweise solcher Anlagen ist aus der Prinzipdarstellung Bild 5 zu erkennen. Die Kessel können mit Schwelkoks, Schwelgas oder Kohlenstaub betrieben werden, und ein Teil der Maschinensätze des Kraftwerkes arbeitet im Gegendruckbetrieb, um der Brikettfabrik, der Schwelerei und den Teerverarbeitungsanlagen die erforderlichen Dampfmengen abgeben zu können. Derart kombinierte Werke gestatten eine gute Ausnutzung der Kohle in bezug auf die Kohlewertstoffe und ermöglichen gleichzeitig den Betrieb der Kessel mit hochwertigen Brennstoffen.

Es entsteht nun die Frage, ob die Wasserkraftwerke in der Lage sind, die in absehbarer Zeit zu erwartende Unterbilanz auf dem Kohlesektor zu decken. Die Beantwortung dieser Frage ist landschaftsgebunden und muß, auf den Weltmaßstab bezogen, verneint werden. In einzelnen Ländern, wie z. B. in Schweden und Finnland, wo einesteils erhebliche Wasserkräfte zur Verfügung stehen, anderenteils die Besiedlungsdichte klein ist und der Umfang der Industrie zwar absolut erheblich, im Verhältnis zu den großen Industriestaaten jedoch klein ist, wird der Anteil der Wasserkraft an der Gesamterzeugung auf längere Zeit günstig bleiben. Ähnliche Verhältnisse liegen in der Schweiz und in Jugoslawien vor. Für die großen Industriestaaten, wie die SU und USA (und das gleiche gilt auch für Deutschland), können auch bei stetem Weiterausbau die Wasserkräfte dem steigenden Bedarf nicht folgen und werden trotz absoluter Steigerung einen relativ immer kleineren Anteil an der Gesamterzeugung einnehmen. Überraschungen sind bei dieser Entwicklung nicht zu erwarten, da die ausbauwürdigen Wasserkräfte bekannt sind und die daraus erzeugbaren Strommengen überblickt werden können.

In dieser Situation, die erkennen läßt, daß die Bereitstellung der herkömmlichen Energieträger in einem dem Bedarf angepaßten Umfange zu Schwierigkeiten führen wird, ist es gelungen, nicht mehr, wie bisher, nur die Reaktion der Moleküle*), sondern die viel intensiveren Reaktionen der Atomkerne für die Energieerzeugung nutzbar zu machen.

Ein Kraftwerk, das mit Kernernergie arbeitet, ist in der SU seit 1953 mit einer Leistung von 5 MW in Betrieb. Einzelheiten solcher Werke zu besprechen, wäre noch verfrüht. Grundsätzlich muß man jedoch mit Atomkraftwerken größeren Ausmaßes in der Zukunft rechnen, um Energieträger in ausreichendem Maße bereitzustellen und damit die ungestörte Entwicklung der Wirtschaft zu sichern. Der Einbau von Atomkraftwerken in die Energieversorgung bringt grundlegende Veränderungen für die Gestaltung der Verbundnetze mit sich, insofern, als die Transportkosten des Energieträgers bei Kernenergien praktisch nicht berücksichtigt zu werden brauchen; denn 1 kg Uran entspricht seinem Wärmeinhalt nach etwa 2500 t Steinkohle. Die Transportkosten würden also so stark zurückgehen, daß die Fortleitung der erzeugten elektrischen Energie über Hochspannungsnetze in bezug auf Wirtschaftlichkeit nicht Schritt halten kann. Trotzdem werden Verbundnetze aus Gründen der Betriebsführung notwendig bleiben.

Die Bereitstellung der Leistungen

Während die Bereitstellung der Energieträger in ausreichendem Maße als Folge des wachsenden Bedarfes Aufgaben auf weite Sicht stellt, erfordert die Bereitstellung der notwendigen Leistungen und Arbeitsmengen in den Kraftwerken sowie deren Transport über das Hochspannungsnetz Maßnahmen, die vor allem auf konstruktivem und organisatorischem Gebiet liegen. Der Prüfstein jeder Energieversorgung ist die Jahreshöchstlast. Sie tritt auf, wenn Dunkelheit, Kälte, Industriebelastung und Verkehrsbelastung zusammentreffen. Bei dieser schweren Belastung, die erfahrungsgemäß nur sehr kurze Zeit anhält, muß ein einwandfreier Betrieb noch gewährleistet sein. Aber auch in der übrigen Zeit des Jahres ist für die geordnete Betriebsführung stets ein gewisser Leistungsüberschuß auf der Erzeugerseite erforderlich. Wenn dies nicht der Fall ist, können Frequenzabsenkungen eintreten, sofern nicht der Verbrauch der Abnehmer auf anderem Wege eingeschränkt wird. Die zu erwartenden Frequenzabsenkungen durch Überlast lassen sich auf folgende Weise berechnen [4]: Wenn die zur Verfügung stehende Leistung in den Erzeugungsanlagen größer oder gleich der Nennleistung der eingeschalteten Abnehmer einschließlich der Netzverluste ist, dann kann die Arbeitsgleichung bei gleicher Wirkungsdauer beider Leistungen eingehalten werden. Es gilt:

$$A_e = A_a \qquad A_e = \int_0^t N_e \cdot dt$$

$$A_a = \int_0^t N_a \cdot dt$$

N_e = Leistung der Erzeugerseite,

N_a = Leistung der Abnehmerseite einschließlich der Netzverluste.

Übersteigt die Nennleistung der eingeschalteten Abnehmer einschließlich der Netzverluste (N_a) die zur Verfügung stehende Leistung in den Kraftwerken, dann erfordert die Einhaltung der Bedingung $A_e = A_a$ eine längere Wirkungsdauer der begrenzten Leistung N_e.

Also $$A_e = \int_0^{t_2} N_e \cdot dt = \int_0^{t_1} N_a \cdot dt\,,$$

wobei $t_2 > t_1$ ist.

Die Integration der beiden Ausdrücke ergibt die Beziehung

$$N_e \cdot t_2 = N_a \cdot t_1$$

oder, bezogen auf die Drehzahl der Antriebsmaschinen,

$$\frac{N_e}{n_2} = \frac{N_a}{n_1}\,.$$

Da N_e und n_1 konstante Größen sind, ergibt sich für die eingeschaltete Abnehmerleistung, bezogen auf die Drehzahl bei Normalfrequenz,

$$N_a = \frac{C}{n_2}$$

n_1 — Drehzahl bei Normalfrequenz,

n_2 — Drehzahl bei Überlastung,

N_e — abgelesene Maschinenleistung bei abgesenkter Frequenz,

N_a — eingeschaltete Abnehmerleistung, bezogen auf Normalfrequenz.

Die Einschränkung als Folge des Frequenzrückganges ist

$$\Delta N = N_a - N_e\,.$$

Obgleich im normalen Netzbetrieb die Frequenz mit größter Genauigkeit, zum Teil sogar nach der astronomischen Uhr, geregelt wird und alle Netzuntersuchungen auf konstanter Frequenz beruhen, ist es interessant zu wissen, welche Überlastungen zu Frequenzeinbrüchen führen können und wie ihr zeitlicher Verlauf als Funktion der Überlastung ist.

*) wie etwa bei der Verbrennung der Kohle.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Bild 6 zeigt das Ergebnis der Beobachtung eines einige Stunden mit Überlast betriebenen Netzes. Das linke Bild gibt die Beziehung zwischen Frequenz und Überlast des Netzverbandes von 225 MW begrenzter Kraftwerksleistung und das rechte Bild den zeitlichen Verlauf der Frequenz unter dem Einfluß der Überlastung wieder.

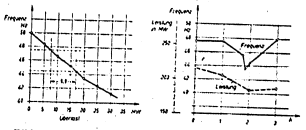


Bild 6 Frequenzabsenkung in einem überlasteten Netz

Frequenzeinbrüche haben die empfindlichsten Auswirkungen auf den gesamten Netzbetrieb. Eine minimale Leistungsdarbietung, mit der mit Sicherheit Überlastungen des Netzes mit all ihren Folgen vermieden werden, ist eine Grenzbedingung für die geordnete Energieversorgung. Die andere Grenzbedingung ist der wirtschaftlich vertretbare Leistungsüberschuß auf der Erzeugerseite. Zwischen beiden Grenzen liegen erhebliche Möglichkeiten zur Leistungsmobilisierung durch Steuerung der Abnahme. Das Kennzeichen solcher Steuerungsmaßnahmen ist das Verhalten der jährlichen Benutzungsstunden der Höchstlast (Bild 7).

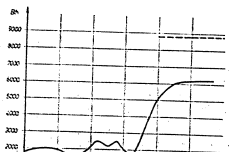


Bild 7 Entwicklung der Benutzungsstunden der Höchstlast in Deutschland

Das Bild zeigt, wie durch Steuerung der Abnehmer eine wirtschaftliche Ausnutzung der Anlagen erreicht werden konnte. Die Zahl der Benutzungsstunden der Höchstlast im Jahre ist in Deutschland seit Beginn der Großversorgung laufend gestiegen [5]. Sie betrug zwischen 1920 und 1930 etwa 2500 und ist z. Z. bis auf etwa 6000 angestiegen [6]. Damit dürfte die Möglichkeit erschöpft sein, durch organisatorische Maßnahmen allein noch Leistungskapazitäten freizubekommen, da für die Instandhaltung der Maschinen die nötigen Reparaturzeiten vorgesehen werden müssen. Es zeigt sich vielmehr aus diesem Bild, daß der wachsende Bedarf nur durch Neubauten gedeckt werden kann. Welche Forderungen sind nun an diese auf Grund des veränderten Bedarfes zu stellen? Wie oben erwähnt, ist die vorhandene Kraftwerkskapazität in 5 Jahrzehnten gewachsen und muß auf Grund des Wachstumsgesetzes des Bedarfes in 10 Jahren im selben Umfange neu erstellt werden. Es ist einleuchtend, daß eine solche Aufgabe nicht mit den herkömmlichen Mitteln gelöst werden kann. Ihre Durchführung erfordert größere Maschinen und Kesseleinheiten als bisher (einschließlich leistungsfähiger Übertragungsanlagen), die den Konstrukteur und den Metallurgen vor neue Probleme stellen.

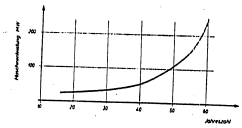


Bild 8 Leistung der größten Einwellenmaschinen in Kraftwerken

So zeigt Bild 8 die ungefähre Leistung der jeweils größten Einwellenmaschinen, die im Jahre 1939 bei etwa 50—60 MW lag, heute bei 150 MW liegt und auf etwa 250 MW (= 312 MVA bei $\cos\varphi = 0{,}8$) gesteigert werden kann. Auf Grund eingehender Untersuchungen ist anzunehmen, daß Maschinengrößen von etwa 200 MW Leistung in Zukunft die Normalausführungen für mitteleuropäische Verhältnisse sein werden [7].

So große Maschinen erfordern genaueste Berechnung zur Erzielung höchster Wirtschaftlichkeit sowohl des Dampf- als auch des elektrischen Teiles. Mit Rücksicht auf die hohen Kurzschlußströme werden Einheiten dieser Größe grundsätzlich im Blockbetrieb gefahren, wobei Kessel, Turbine, Generator und Umspanner eine Einheit bilden. Diese Anordnung erfordert Kessel mit Dampfleistungen von etwa 700 t/h, die zur Erreichung eines höchsten thermischen Wirkungsgrades für Drücke und Temperaturen in der oben angeführten Größe ausgelegt sein müßten. Unter Umständen bieten überkritische Drücke und Temperaturen weitere Möglichkeiten zur Verbesserung des Wirkungsgrades. Die Bewältigung so großer Leistungen in einem Generator kann im Gegensatz zu den früher üblichen kleineren Einheiten nur mit Wasserstoffkühlung erreicht werden, weil die thermodynamischen Eigenschaften der Luft nicht ausreichen, um die im Generator entstehende Wärme abzuführen. Außerdem bietet in bezug auf die Isolation der Generatorstäbe das neutrale Verhalten des Wasserstoffs große Vorteile gegenüber den aggressiven Eigenschaften des Sauerstoffs.

	Luft	Wasserstoff
Dichte	1,0	0,07
Wärmeleitfähigkeit	1,0	7,00
Wärmeübergangswert	1,0	1,35
Spezifische Wärme	1,0	0,96

Die Gegenüberstellung beider Kühlmittel in relativen Werten zeigt die große Überlegenheit des Wasserstoffs als Kühlmittel für Generatoren. Seine Dichte beträgt nur 7 % derjenigen der Luft, wodurch die Reibungsverluste vermindert werden. Die Wärmeleitfähigkeit ist 7mal größer als bei Luft, wodurch die Kühlmenge kleiner wird, und die Wärmeübergangszahl des Wasserstoffs ist ebenfalls um rund 1/3 günstiger. Die spezifischen Wärmen beider Kühlmittel bewegen sich in gleicher Größe. Die Gesamtauswirkung dieser Vorteile zeigen die von *Kyser* [8] angegebenen Wirkungsgradkurven eines wasserstoffgekühlten und eines luftgekühlten Generators, z. B. von 125 MVA Leistung (Bild 9).

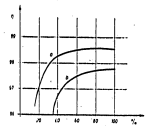


Bild 9 Wirkungsgrad von Turbogeneratoren bei Wasserstoffkühlung und Luftkühlung
a) Wasserstoffkühlung
b) Luftkühlung

Konstruktiv ermöglichen die Vorteile der Wasserstoffkühlung die direkte Führung des Kühlmittels durch die Induktorstäbe [9] (Bild 10).

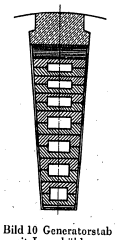


Bild 10 Generatorstab mit Innenkühlung

Die direkte Abführung der Wärme aus dem Innern der Stäbe mindert die Wärmebeanspruchung der Isolation weitgehend. Das gleiche Prinzip ist für die Kupferwicklung der Ständerstäbe zur Unterbringung so großer Leistungen in einem Generator nicht nötig; seine Anwendung bringt in diesem Falle lediglich Vorteile in bezug auf die Verkleinerung des Blechaufwandes im Ständer und damit der Eisenverluste. Die Verbesserung des Wirkungsgrades eines 150-MW-Generators um 1 % auf Grund der Anwendung der Wasserstoffkühlung bedeutet bei 5000 Benutzungsstunden im Jahre eine Einsparung von 7,5 Millionen kWh.

Die Auswirkungen auf das Netz

Die Verwendung großer Maschineneinheiten zur Deckung des Bedarfes und zur Erreichung größter Wirtschaftlichkeit stellt für die Fortleitung der erzeugten Energie eine Reihe von Aufgaben, die sich sowohl auf die Gestaltung des Übertragungsnetzes und seiner Bauelemente als auch auf den gesamten Netzbetrieb auswirken. In den letzten Jahrzehnten war durch die Erfindung des Transformators die Möglichkeit geschaffen, die erzeugten Leistungen mit Drehstrom hoher Spannung zu den Verbrauchern zu bringen. Die maximal angewandte Übertragungsspannung von 220 kV genügte, um die benötigten Leistungen wirtschaftlich abzuführen. Erst seit einigen Jahren macht sich als Folge der größeren erzeugten und verbrauchten Energiemengen und der immer größer werdenden Entfernungen zwischen Erzeuger und Verbraucher eine Änderung dieser Technik nötig. Es zeigt sich, daß für bestimmte Verhältnisse zur Übertragung Spannungen von 220 kV nicht mehr genügen und 380 kV erforderlich werden. Gleichzeitig ist erwogen worden, ob sich hier nicht besser Gleichstrom zur Übertragung verwenden läßt.

Zur Beantwortung dieser Frage hat man Berechnungen und Versuchsanlagen geschaffen, die einesteils der Erprobung der benötigten Apparaturen galten, anderenteils die Frage der Betriebssicherheit und der Wirtschaftlichkeit zu klären hatten. Über eine Anlage von 20 MW Leistungsfähigkeit und 100 kV Gleichspannung, die auf der 100 km langen Verbindung zwischen dem schwedischen Festland und der Insel Gotland seit 1954 in Betrieb ist, berichtet *Lamm* [10]. Die Ergebnisse lassen erkennen, daß die große Überlegenheit des Gleichstromes bei Kabelleitungen liegt, wenn die Leitungslängen nicht kleiner als 40—60 km sind. Für Freileitungen mit 400 kV Betriebsspannung läßt sich bei den heute üblichen größten Entfernungen von etwa 1000 km, wie sie in der SU zwischen dem Dnjepr-Kraftwerk und Moskau oder in Schweden zwischen dem Kraftwerk Harspranget und Halsberg vorliegen, ein Vorteil der Gleichstromübertragung gegenüber der Drehstromübertragung nicht ermitteln. Die erprobte Zuverlässigkeit der Bauelemente einer Drehstromübertragung gibt dieser Stromart außerdem einen Vorteil gegenüber der für so teuere Anlagen noch nicht erprobten Gleichstromübertragung. Unter Umständen werden in Zukunft durch den Bau örtlicher Atomkraftwerke ganz neue Voraussetzungen geschaffen, die ein Bedürfnis, Gleichstromübertragungen für noch größere Entfernungen zu bauen, bei denen ein Vorteil gegenüber der Drehstromübertragung möglich sein könnte, nicht aufkommen lassen. Eine Betrachtung des genannten Verfassers über diese Frage endet mit dem naheliegenden Schluß, daß die Übertragungstechnik ausgenutzt werden müsse, solange sie noch wirtschaftlich überlegen ist.

Nachdem für die derzeitigen Bedürfnisse die Gleichstromübertragung keine Vorteile gegenüber der erprobten Drehstromtechnik bietet, soll der Einfluß der wachsenden Leistungsfähigkeit und Größe des Netzes auf seine Gestaltung kurz betrachtet werden. Für die gesamte Gestaltung des Netzes ist die Auslegung des Sternpunktes weniger für die Erreichung der zu übertragenden Leistung, als vielmehr aus Gründen der Betriebssicherheit von grundlegender Bedeutung.

Die Auslegung des Sternpunktes kann isoliert, wirksam geerdet oder über Löschdrosselspulen geerdet erfolgen. Da die isolierte Ausführung lediglich für kleine Netze und mittlere Spannungen mit Erfolg angewandt werden kann, entfällt sie für die Betrachtung großer Netze. In Deutschland und ebenfalls in Schweden, Österreich und Japan sowie Dänemark ist die induktive Erdung über Erdschlußspulen bis 220 kV Betriebsspannung in großem Umfang bzw. ausschließlich angewandt worden, während Amerika und die Sowjetunion sowie England die wirksame Sternpunkterdung vorziehen. Die induktive Erdung über Erdschlußspulen beruht auf der Kompensation des kapazitiven Ladestromes

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

des Netzes durch den induktiven Strom einer zwischen Sternpunkt und Erde geschalteten Drosselspule. Gleichgewicht zwischen beiden Strömen besteht bei einem symmetrischen Drehstromnetz, wenn die Gleichung

$$\omega L_o = \frac{1}{3\,\omega\,C_{11}}$$

L_o — Induktivität der Löschspule,
C_{11} — Teilkapazität eines Leiters gegen Erde

erfüllt ist.

Dieser Idealfall ist praktisch nicht zu erreichen, weil neben den kapazitiven und induktiven Blindströmen auch Wirkströme als Folge von Korona und Ableitung auftreten, die zu einem nichtkompensierbaren Erdschlußreststrom führen. Seine Größe schwankt zwischen 1 und 3 % des Ladestromes, je nach dem Spannungszustand des Netzes, und kann bei schlechten Isolationsverhältnissen bis auf 6 % und mehr ansteigen. Er wächst außerdem mit der Größe des Netzes unter sonst gleichen Bedingungen. Bei immer steigender Netzlänge, insbesondere bei den 380-kV-Leitungen, führt dies dazu, daß der Erdschlußreststrom eine Größe annimmt, bei der eine selbsttätige Löschung des Erdschlußlichtbogens — dieses ist der überragende Vorteil der induktiven Sternpunkterdung — nicht möglich ist.

Die Grenze der Leistungsfähigkeit der induktiven Sternpunkterdung ist im schwedischen 220-kV-Netz ermittelt worden, wo bei 2300 km Leitungslänge bei günstiger Anordnung der Spulen im Netz ein Wirkreststrom von 130 A auftrat. Die Löschung des Erdschlußlichtbogens war dabei noch befriedigend; bei Verlängerung des Netzes verschlechterten sich die Löschbedingungen und sanken bei 4000 km Streckenlänge auf 40 % herab. 60 % der einpoligen Erdschlüsse konnten nicht mehr gelöscht werden. Wenn auch durch geschickte Aufteilung der Netze und andere Maßnahmen gewisse Verbesserungen möglich sind, so erkennt man doch, daß insbesondere für 380 kV Betriebsspannung die bisher verwendeten Löschspulen nicht ausreichen, und die wirksame Sternpunkterdung, die eine Begrenzung durch die Netzgröße nicht hat, vorzuziehen ist.

Die starre Erdung ist wegen der stets auftretenden Übergangswiderstände in den Erdern nicht zu erreichen. Wenn sich diese Widerstände in angemessenen Grenzen (nämlich zwischen 3 und 5 für das Verhältnis Nullreaktanz zu Mitreaktanz und zwischen 0 und 1 für das Verhältnis Nullresistanz zu Mitreaktanz) bewegen, dann ist eine unmittelbare Erdung nicht nötig. Auf Grund vieler theoretischer Untersuchungen und praktischer Erprobungen hat *Baatz* [11] die Eigenschaften der induktiven und wirksamen Sternpunkterdung gegenübergestellt. (S. untenstehende Tabelle).

Der Vergleich zeigt, daß für bestimmte, vornehmlich große 220-kV- und 380-kV-Netze die wirksame Erdung nötig ist, weil die induktive Erdung infolge des steigenden Wirkreststromes bei Erdschluß die Löschung der Lichtbögen nicht gewährleistet. [12]

Durch Verminderung der Isolation sind bei 220-kV- und 380-kV-Leitungen bei wirksamer Erdung wirtschaftliche Vorteile in gewissem Umfange vorhanden. In den heute gebräuchlichen 110-kV-Leitungen sind jedoch mit Rücksicht auf die Sicherheit gegen atmosphärische Überspannungen Einsparungen nicht möglich. Für den Netzschutz bestehen bei wirksamer Erdung klare Verhältnisse. Die Schalter werden durch die Kurztrennung bei der wirksamen Erdung wesentlich öfter mit ihrer vollen Leistung beansprucht. Die überragenden Vorteile der induktiven Erdung verwendet man in steigendem Maße in Ländern, die bisher auf starre Erdung eingestellt waren, für Mittelspannungsnetze.

Weiter ist neben der Festlegung der Stromart und Spannung für die Übertragungsleitungen und der Auslegung des Sternpunktes die Beherrschung der Kurzschlußleistung des Netzes ein ausschlaggebender Faktor geworden. Die Kurzschlußleistung wächst einesteils durch die Vergrößerung der erzeugten Leistung, anderenteils durch die immer stärkere Vermaschung der Netze. *Biermanns* [13] gibt für das

	Sternpunkt	
	über Erdschlußspule geerdet	wirksam geerdet
Isolationsbeanspruchung bei Normalbetrieb 50 ~ bei Erdschluß 50 ~ bei Betriebs- und Fehlschaltung Ausgleichsvorgänge Schutzpegel entsprechend	$U/\sqrt{3}$ und mehr U 2,3 U 1,5 U	$U/\sqrt{3}$ 0,8 U 1,2 U 1,0 0,8 U
Erdschluß a) Leitungen b) Stationen	ohne Unterbrechung bis 3000 km Streckenlänge ohne Unterbrechung	Kurztrennung Abschaltung, Unterbrechung
Dauererdschluß	Betrieb bis zur Umschaltung	Abschaltung, Unterbrechung
Erfassung der Erdschlußstelle	selektiv nicht möglich	selektive Abschaltung
Relaisschutz	zweipolig mit Doppelerdschlußerfassung	dreipolig
Schrittspannung an der Erdschlußstelle	klein wegen geringen Reststromes	groß wegen des Kurzschlußstromes, Maßnahmen nötig

Wachstum der Kurzschlußleistungen die 4. Potenz über der Zeit an, gerechnet etwa vom Jahre 1900 ab. Ihre genaue Kenntnis ist für die Bemessung der Abschaltleistung der einzubauenden Schalter im Netz unerläßlich.

Die Berechnung der Kurzschlußleistung eines stark vermaschten Netzes erfordert einen großen Zeit- und Arbeitsaufwand bei numerischer Auswertung der Kirchhoffschen Stromverteilungsregeln. Auch graphische Verfahren stehen dem Ingenieur zur Netzberechnung zur Verfügung, haben aber in der Praxis nicht in größerem Umfange Eingang gefunden. Die Aufgaben, die die Netzplanung zur Festlegung der Kurzschlußleistungen und zur Klärung von Lastverteilungs-, Störungs- und Stabilitätsfragen heute

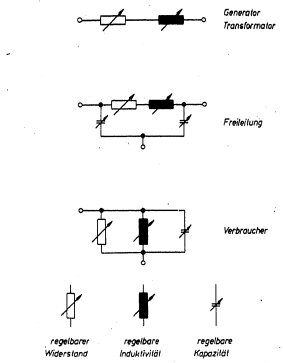


Bild 11 Schaltelemente zur Abbildung eines Netzes im Netzmodell

stellt, können z. Z. mit algebraischen oder graphischen Methoden nicht in der genügenden Schnelligkeit durchgeführt werden. Da die Netzuntersuchungen eine große Genauigkeit erfordern, ist man zu Analogiemethoden übergegangen, indem man das Netz in einem Modell elektrisch abbildet.

Die Nachbildung des Netzes wird aus Schaltelementen der in Bild 11 gezeigten Ersatzschaltungen zusammengesetzt, und die gewünschten Werte werden durch Messung ermittelt. Für die Lösung der meisten symmetrischen Probleme genügt die einphasige Abbildung. Die dreiphasige Darstellung ist im allgemeinen nicht erforderlich. Für unsymmetrische Probleme, wie z. B. einphasige Belastung, Erdschluß oder Doppelerdschluß, deren Lösung die Anwendung symmetrischer Komponenten erfordert, muß neben dem Mitsystem auch das Gegensystem und das Nullsystem abgebildet werden. Die Einführung von Netzmodellen hat über viele Fragen beim Zusammenschluß von Netzen in kurzer Zeit Klarheit geschaffen, die bisher der exakten Rechnung nicht oder nur mit großem Zeitaufwand zugänglich waren. Die Netzmodelle sind dadurch ein unentbehrliches Werkzeug des projektierenden Ingenieurs geworden.

Bei der Wechselstromübertragung mit 400 kV erfuhren die Leiterseile eine grundsätzliche Neugestaltung als Bündelleiter. Die Ausführung derselben ist z. Z. noch nicht einheitlich. Unterschiedlich sind vor-

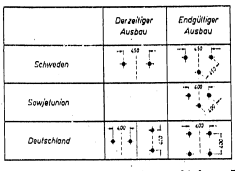


Bild 12 Aufbau der Bündelleiter in verschiedenen Ländern

nehmlich die Anzahl der Teilleiter und ihr gegenseitiger Abstand sowie die senkrechte und waagerechte Aufhängung der Zweiseilbündel (Bild 12). Für die Übertragung mit 400 kV Betriebsspannung sind zur Beherrschung der Glimmeinsatzspannung Leiterdurchmesser von 50 mm erforderlich, die als Hohlleiter ausgebildet sein können. Die Herstellung solcher Seile aus Stahl-Aluminium bietet erhebliche fabrikatorische Schwierigkeiten, und ihre Verlegung erfordert in großem Umfange Spezialwerkzeuge zur Montage. Demgegenüber bildet der Bündelleiter durch Verwendung genormter Stahl-Aluminiumseile, die mit normalen Werkzeugen an Spezialarmaturen befestigt werden können, große Vorteile. Hinzu kommt, daß der Bündelleiter durch seinen größeren äquivalenten Radius eine größere Kapazität und damit einen kleineren Wellenwiderstand $Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$ besitzt und dadurch eine größere natürliche Leistung $N = \frac{U^2}{Z}$ übertragen kann.

Die Verlegung der Höchstspannungsleitungen als Bündelleiteranlagen hat mannigfaltige Auswirkungen auf die mechanische Gestaltung der Freileitung gehabt. Die hohen Kosten und der hohe Materialaufwand für die Freileitungen infolge der hohen Seilzüge für die Bündel haben die Frage aufgeworfen, ob die bisherigen Berechnungsgrundlagen der Maste richtige Abmessungen der Diagonalen und Eckstiele ergeben.

Auf Grund der guten Erfahrungen im schwedischen 400-kV-Netz, dessen Maste gegenüber der deutschen Ausführung leichter sind, war anzunehmen, daß in den deutschen Vorschriften erhebliche Reserven enthalten sind. Die Deutsche Verbundgesellschaft hat diese Frage durch Mastumbruchversuche und eine umfangreiche Versuchsarbeit einwandfrei geklärt [14]. Durchgeführt wurden Biege- und Verdrehungsversuche an zwei 400-kV-Masten mit Block- und Einzelfundamenten sowie an verschiedenen 100-kV-Masten. Durch Minderung der Annahmen für die Ausnahmebelastung, durch günstigere Knickzahlen und erhöhte Niet- und Schraubenbeanspruchungen waren die Versuchsmaste

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

so konstruiert, daß sie etwa 15 % leichter als die Ausführung nach den bisherigen Regeln waren. Trotzdem zeigten die Maste 1,76fache Sicherheit gegen Biegung und 1,6fache Sicherheit gegen Verdrehung, die als genügend angesehen werden.

In ähnlicher Weise erforderten die Berechnungsverfahren für die Mastfundamente eine Nachprüfung, um einesteils eine genügende Standsicherheit, andernteils aber einen möglichst kleinen Fundamentinhalt zu erhalten. Die Verwendung von Einzelfundamenten bringt eine erhebliche Einsparung an Beton mit sich. Teilweise

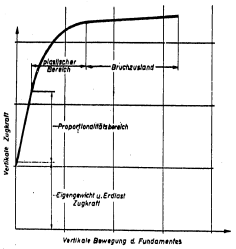


Bild 13 Zughebungskurve eines Betonfundamentes (Grundsätzlicher Verlauf)

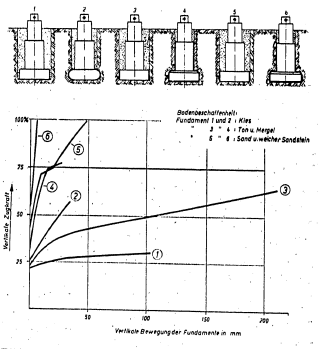


Bild 14 Zughebungskurven bei verschiedener Gründung der Betonfundamente

haben die vier Einzelfundamente eines 400-kV-Mastes kein größeres Betonvolumen als das Blockfundament eines 100-kV-Mastes. Der kritische Punkt am Einzelfundament ist seine Sicherheit gegen Herausziehen aus dem Erdreich auf der Zugseite des Mastes. Die in Wendlingen durchgeführten Versuche haben für die Berechnung solcher Fundamente sehr wertvolle praktische Grundlagen geschaffen (Bild 13).

Es hat sich gezeigt, daß die sogenannten Zughebungskurven einen proportionalen und einen plastischen Bereich zeigen und daß sich daran der sogenannte Bruchzustand anschließt. Diese Kurve wiederholt sich in ihrer grundsätzlichen Form in allen Fällen. Das Verhältnis vom Beginn der plastischen Verformung bis zum Beginn des Bruchzustandes ist jedoch stark von der Ausführung des Fundamentes abhängig und maßgebend für seine Güte (Bild 14).

Das Bild zeigt die großen Unterschiede zwischen den Zughebungskurven bei veränderter Einspannung der Fundamente ins Erdreich, aber sonst gleicher Größe und Eingrabetiefe. Einzelfundamente sind für Freileitungsmaste bei hohen Spannungen infolge der größeren Spreizung solcher Maste die wirtschaftlichste Ausführungsform. Es sind jedoch genaue Bodenuntersuchungen erforderlich, um die Belastbarkeit des Bodens gegen die auftretenden Zugkräfte im Fundament und die Einspannmöglichkeiten im Boden zu ermitteln. Die üblichen Rechenmethoden berücksichtigen die Möglichkeiten der Einspannung des Fundamentes im Boden noch nicht genügend. Sie beachten in erster Linie das Gewicht des aufliegenden Bodens mit einem gewissen Schüttwinkel. Ohne Beachtung der Einspannung der Fundamente im Boden lassen sich auf Zug beanspruchte Fundamente nicht mit genügender Genauigkeit bestimmen.

Die Bereitstellung der Spitzenlast

Die in großen Zügen geschilderte Entwicklung hat auch für die Erzeugung der elektrischen Energie in den Belastungsspitzen neue Gesichtspunkte geschaffen, die die Frage aufwerfen, ob die Erzeugung von Spitzenlast in Pumpspeicherwerken noch die geeignetste Form ist. Die vor etwa 30 Jahren großtechnisch eingeführte Spitzendeckung durch Pumpspeicherkraftwerke war beim damaligen Stand der Technik die einzige praktische Möglichkeit, eine genügend große, momentan einsetzbare Leistungsreserve für die Spitzenbelastungszeiten oder für Störungsfälle zu schaffen. Sie hat gleichzeitig den Vorteil, daß den Kraftwerken eine zusätzliche Nachtbelastung gegeben werden kann. Die Pumpspeicherwerke sind zuverlässige Glieder der Energieversorgung, die in gewissem Umfange eine bequeme Reguliermöglichkeit der Netzbelastung bieten. Daß ihr Wirkungsgrad nur 52 % beträgt, hat man in Kauf genommen.

Die in den Pumpspeicherwerken eingebaute Maschinenleistung war z. Z. ihrer Planung im Verhältnis zur Leistungsfähigkeit der Großkraftwerke auf Dampfbasis erheblich.

Im energiewirtschaftlichen Denken früherer Jahre sprach man von billigem Nachtstrom und begründete damit die beim Pumpspeicherprozeß auftretenden Verluste als vertretbar. Die sich steigernde Verknappung der Kohle als Folge des steigenden Bedarfes läßt eine Revision dieser Ansicht als angebracht erscheinen, denn auch zur Erzeugung des Pumpstromes wird wertvolle Kohle benötigt, die sich durch Steuerung von Großverbrauchern in die lastschwächeren Nachtstunden nutzbringend verwerten läßt. Außerdem ist die Ausballancierung der Netzbelastung bei

der laufenden Vergrößerung der Dampfkraftwerke im gleichen Umfange wie zur Zeit der Erstellung der Pumpspeicherwerke nicht mehr möglich, weil die Anlagen eine enorme Größe und damit die unwirtschaftliche Verwendung der Kohle ein so hohes Maß annehmen würden, daß hier natürliche Grenzen gesetzt sind. Die Lösung des Problems ist daher auf diesem Wege nicht zu erwarten. Unter Umständen läßt der Einsatz von Atomkraftwerken, die in den lastschwachen Nachtstunden mit verminderter Leistung betrieben werden oder ganz stillzulegen wären, eine größere Beweglichkeit zu, als dies bei Grundlastwerken möglich ist. Spitzenenergie in der Größenordnung der z. Z. in Betrieb befindlichen Pumpspeicherwerke kann auch von Gasturbinen erzeugt werden. Die Entwicklung der Technik ist auf diesem Spezialgebiet so weit fortgeschritten, daß Gasturbineneinheiten bis 27 MW Leistungsfähigkeit zur Verfügung stehen. Für diese Maschinen werden thermische Wirkungsgrade von 34,5 % als erreichbar angesehen und die Wartungskosten zu etwa 50 % derjenigen von Dampfmaschinen angegeben.

Schlußbemerkung

Mit der Behandlung einiger grundsätzlicher Probleme, die für die Energietechnik aus dem steigenden Bedarf folgen, ist der Gesamtumfang dieses Fragenkomplexes bei weitem nicht erschöpft. Unerwähnt geblieben sind die Abschaltzeiten der Schalter bei Kurztrennung, die Sicherheit der Netze bei Nebel und Schmutz, die erhöhte Notwendigkeit zur Überprüfung der Netze auf Isolationsfehler mit Hochfrequenzmeßverfahren, die erhöhten Anforderungen der Netzkommandostellen an die drahtlose und drahtgebundene Nachrichtentechnik zur Betriebsleitung und Störungsbeseitigung, die als Spezialfragen einer getrennten Behandlung vorbehalten sein sollen. Gleichwohl werden die wenigen angeführten Beispiele gezeigt haben, welch große Aufgaben die Entwicklung, im Augenblick und auf weite Sicht gesehen, der Energietechnik zugewiesen hat. Die ungestörte Entwicklung macht ihre Lösung notwendig, an der Physik, Maschinenbau, Elektrotechnik, Metallurgie und Standardisierung weitgehend beteiligt sein werden.

Literaturhinweise

[1] *Almers*, Energiebedarfsprognose. Institut für Energetik Halle, Bericht Nr. 41.
[2] Zeitschrift VDI., 1955, S. 181.
[3] *Rziha* u. *Seidner*, Starkstromtechnik. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn. 1931. Bd. II, S. 1.
[4] *Furkert*, Technischer Bericht der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen Nr. 145.
[5] Die Elektrizitätswirtschaft im Deutschen Reich. Verlag Hoppenstedt & Co., Berlin 1938.
[6] *Schwarz*, Perspektiven der Entwicklung der Elektroenergiewirtschaft. 6. Jahrestagung der Elektrotechniker, Weimar 1955, S. 451.
[7] *Fleischer*, Grenzleistungsfragen bei der zukünftigen Entwicklung der Elektrizitätsversorgung. ETZ. 1955, S. 722.
[8] *Kyser*, Elektrische Kraftübertragung. Fachbuchverlag GmbH., Leipzig 1953, Bd. I, S. 121.
[9] *Wiedemann*, Grenzleistungs-Turbogeneratoren. ETZ. 1955, S. 744.
[10] *Lamm*, Kraftübertragung mit hochgespanntem Gleichstrom in Schweden. ETZ. 1955, S. 590.
[11] *Baatz*, Sternpunkterdung in Hochspannungsnetzen. Fortschritte der Hochspannungstechnik Bd. II, S. 100. Akad. Verlagsges. Geest & Portig, Leipzig.
[12] *Schulze*, Eindrücke von einer Studienreise zur Schwedischen Staatlichen Kraftwerksverwaltung. Energietechnik, 6. Jg., Heft 3, S. 124.
[13] *Biermanns*, Grenzleistungen von Schaltern, Schaltanlagen und Leitungsnetzen. ETZ. 1955, S. 728.
[14] Deutsche Verbundgesellschaft. Mastumbruch- und Fundamentversuche. Wendlingen 1951/52.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Auswahlliste
aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek

Gesellschafts- und Wirtschaftswissenschaft

Alavi, Bozorg: Kämpfendes Iran. 1. Aufl. — Berlin: Dietz 1955. 190 S. 4.8° 54

Dokumente zur Außenpolitik der Regierung der Deutschen Demokratischen Republik. Bd. 1. — Berlin: Rütten & Loening (1954). 535 S.
1. Von der Gründung der DDR am 7. Oktober 1949 bis zur Souveränitätserklärung am 25. März 1954. 4.8° 61

Feuerbach, Ludwig: Zur Kritik der Hegelschen Philosophie. — Berlin: Aufbau-Verlag 1955. 167 S. 4.8° 56

Fogarasi, Béla: Kritik des physikalischen Idealismus (A fizikai idealizmus kritikája [dt.]. Übertr. aus d. Ungarischen von Samuel Szemere.) — Berlin: Aufbau-Verlag 1953. 114 S. 4.8° 67

Grotewohl, Otto: Im Kampf um die einige Deutsche Demokratische Republik. Reden und Aufsätze. In 3 Bdn. — Berlin: Dietz 1954.
1. 1945—1949. 568 S.
2. 1950—1951. 682 S.
3. 1952—1953. 646 S. 3.8° 2962

Gottwald, Klement: Ausgewählte Reden und Aufsätze. Berlin: Dietz 1955. 564 S. 4.8° 55

Kammari, M. D.: Der Marxismus-Leninismus über die Rolle der Persönlichkeit in der Geschichte (Marksizm-Leninizm o roli ličnosti v istorii [dt.]. Mit einem Anhang: Das Volk als Schöpfer der Geschichte (Narodtvorec istorii [dt.]. Übers. von Joseph Harhammer.) — Berlin: Dietz 1955. 558 S. 4.8° 63

Marx, Karl: Über China. Das Eindringen des englischen Kapitalismus in China. — Berlin: Dietz 1955. 156 S. (Bücherei des Marxismus-Leninismus. Bd 46.) 4.8° 60

Oeßner, Fred: Die Übergangsperiode vom Kapitalismus zum Sozialismus in der Deutschen Demokratischen Republik. — Berlin: Akademie-Verlag 1955. 91 S. (Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Vorträge und Schriften. H. 56.) 4.8° 68

Rosenberg, Ethel und Julius Rosenberg: Briefe aus dem Totenhaus. Übers. aus dem Amerik. v. Lore Krüger. — Berlin: Aufbau-Verlag 1954. 229 S. 4.8° 57

Rosental (Rozental'), M. M.: Die marxistische dialektische Methode (Marksistskij dialektičeskij metod [dt.]. Übers. von Josef Harhammer. 3. Aufl.) — Berlin: Dietz 1955. 352 S. 4.8° 64

Arthur **Schopenhauer.** [Von] [Stefan] Haym, [Karl] Kautsky, [Franz] Mehring und [Georg] Lukács. — Berlin: Aufbau-Verlag 1955. 270 S. (Philosophische Bücherei. Bd. 7.) 4.8° 58

Wischnew (**Višnev**), S. M.: Der moderne Militarismus und die Monopole (Sovremennyj militarizm i monopolii [dt.]. Übers. von Nikolai Stscherbina.) — Berlin: Dietz-Verlag 1955. 265 S. 3.8° 3822

Geschichtliche **Zeittafel** 1945—1953. Der Kampf um die nationale Einheit und um einen Friedensvertrag mit Deutschland. Eingel. von Karl Bittel. — Berlin: Kongreß-Verlag 1954. 80 S. 4.8° 49

Slatkin, I. J. (**Zlatkin,** I. Ja.): Die Mongolische Volksrepublik (Mongol'skaja narodnaja respublika — strana novoj demokratii očerk istorii [dt.].) Geschichtlicher Abriß. (Mit einer Karte der Mongolischen Volksrepublik.) — Berlin: Dietz 1954. 315 S. 3.8° 2833

Sprach- und Literaturwissenschaft, Wörterbücher

Gabelentz, Georg von der: Chinesische Grammatik. Mit Ausschluß des niederen Stiles und der heutigen Umgangssprache. Mit 4 Schrifttafeln. — Berlin: Dt. Verlag d. Wissenschaften 1953. XVII, 549 S. 4.8° 45

Lukács, Georg: Der historische Roman. — Berlin: Aufbau-Verlag 1955. 393 S. 4.8° 62

Maschinenwesen (Bearb. von einem Lektorenkollektiv an d. TH Dresden unter der Red. von Herbert Mulisch und Irmgard Schilling. 2. verb. Aufl.) ([Nebst] ⟨Wörterverzeichnis⟩) — Berlin: Deutscher Verlag d. Wiss. 1954. 60, 44 S. (Lehrtexte für den Russischunterricht an Universitäten und Hochschulen. H.1.) 4.8° 82

Pfohl, Ernst: Warenwörterbuch für alle Industrie-, Handels- und Gewerbezweige in vier Sprachen. Deutsch, Englisch, Französisch, Russisch. 2., um einen Nachtrag erw. Aufl. — Leipzig: Brockhaus 1952. X, 103, 110, 118, 124 S. 4.8° 17

Stychnoff, Alexej: Technisches Russisch. Lehr- und Nachschlagebuch der russischen Sprache auf technischem Gebiet. 3. Aufl. — Essen: Girardet 1952. 201 S. 3.8° 3007

Mathematik

Binder, Kurt: Ein Gerät zur Auflösung von Polynomgleichungen mit Hilfe eines elektrolytischen Trogs nach W. Bader. — Stuttgart, Techn. Hochsch. Diss. v. 20. Dez. 1954. 75 S. 8°

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Mangoldt, H.: Einführung in die höhere Mathematik für Studierende und zum Selbststudium. Seit der 5. Aufl. neu hrsg. u. erw. v. Konrad Knopp. Bd. 1. — Leipzig: Hirzel-Verlag.
1. Zahlen, Funktionen, Grenzwerte, Analyt. Geometrie, Algebra, Mengenlehre. 10. vollst. neubearb. Aufl. Mit 116 Fig. im Text. 1955. XVI, 563 S. 3.8° 921

Pickert, Guenter: Analytische Geometrie. Mit 76 Abb. 2. Aufl. — Leipzig: Geest & Portig 1955. XII, 398 S. (Mathematik und ihre Anwendungen in Physik und Technik. Reihe A, Bd. 24.) 1.8° 445

Pruefer, Heinz: Projektive Geometrie. Aus dem Nachlaß hrsg. v. G. Fleddermann u. G. Köthe. 2. Aufl. Mit 3 ganzseitigen Abb. und 251 Fig. im Text. — Leipzig: Geest & Portig 1953. 314 S. 4.8° 38

Smirnow, W. I. (**Smirnov,** V. J.): Lehrgang der höheren Mathematik (Kurs vyššej matematiki [dt.] Teil 2, 3.2. — Berlin: Deutscher Verl. d. Wiss. 1955 (Hochschulbücher für Mathematik. Bd. 2. 4.)
2. (Übersetzung aus d. Russ. u. d. 12. Aufl.: Klaus Kriener.) Mit 145 Abb. 1955. XII, 580 S.
3.2 (Übersetzung aus d. Russ. u. d. 5. Aufl.: Lothar Uhlig.) Mit 85 Abb. 1955. XI, 601 S. 2.8° 694

Physik

Atomkern — Atomenergie — Leipzig: Teubner 1955. 100 S. (Große Sowjet-Enzyklopädie. Reihe Mathematik, Physik und Astronomie. Bd 8.) 4.8° 48

Barkhausen, H.: Einführung in die Schwingungslehre nebst Anwendungen auf mechanische und elektrische Schwingungen. 4. Aufl. Mit 118 Abb. — Leipzig: Hirzel 1951. 128 S. 1.8° 64

Barkhausen, H.: Lehrbuch der Elektronenröhren und ihrer technischen Anwendung. Bd 1. 2. 3. 4. — Leipzig: Hirzel 1953 —
1. Allgemeine Grundlagen. 7. Aufl. Mit 177 Abb. 1953.
2. Verstärker. Neubearb. 5. u. 6. Aufl. Mit 127 Abb. 1954.
3. Rückkopplung. 7. ⟨unveränd.⟩ Aufl. Mit 85 Abb. 1954.
4. Gleichrichter und Empfänger. 7. ⟨unveränd.⟩ Aufl. Mit 147 Abb. u. 3 Schaltb. 1955. 1.8° 123

Beier, Walter und Erich Dürner: Die Physik und ihre Anwendung in Biologie und Medizin. Bd. 1. — Leipzig: Thieme 1956.
1. Mechanik, Akustik und Wärme. Mit 347 Abb. 1956. 4.8° 13

Denbigh, K. G.: The thermodynamics of the steady state. — London: Methuen & Co. New York: Wiley & Sons (1951). VII, 103 S. (Methuen's Monographs on Chemical Subjects.) 4.8° 25

Blatt, John, M. und Victor F. Weiskopf: Theoretical nuclear physics. — New York: Wiley & Sons. London: Chapman & Hall (1952). XIV, 864 S. 4.8° 32

Borchert, Rudolf und Werner Jubitz: Infrarottechnik. 2. erw. Aufl. Mit 140 Abb. — Berlin: Verlag Technik 1954. 197 S. 2.8° 2260

Eck, Bruno: Technische Strömungslehre. 4. verb. Aufl. Mit 407 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1954. X, 422 S. 2.8° 2271

Eucken, A. und R. Suhrmann: Physikalisch-chemische Praktikumsaufgaben. 4. verb. Aufl. Mit 118 Fig. — Leipzig: Geest & Portig 1954. XII, 329 S. 3.8° 4715

Fogarasi, Béla: Kritik des physikalischen Idealismus (A fizikai idealizmus kritikája [dt.]. Übertr. aus d. Ungar. v. Samuel Szemere.) — Berlin: Aufbau-Verlag 1953. 114 S. 4.8° 67

Kockel, Bernhard: Darstellungstheoretische Behandlung einfacher wellenmechanischer Probleme. Mit 28 Abb. u. 6 Taf. — Leipzig: Teubner 1955. 231 S. 4.8° 16

Potthoff, Gerhard: Einführung in die Fahrdynamik. — Berlin: Verlag Technik 1953. 96 S. (Schriftenreihe des Verlages Technik. Bd 74.) 3.8° 2536

Chemie

Fjodorow (**Fedorov**), A. S.: Feuerluft (Ognennyj vozduch ⟨kislorod⟩ [dt.].) Ein Büchlein vom Sauerstoff. (Ins Deutsche übertragen von Rudolf Watzula.) — Berlin: Aufbau-Verlag 1953. 70 S. (Wissenschaft und Technik verständlich dargestellt. 12.) 4.8° 46

Morey, George: The properties of glass. 2. Ed. — New York: Reinhold 1954. 591 S. (American Chemical Society. Monograph series. No. 124.) 4.8° 30

Stephanowitz, Peter: Kautschuk vom Rohstoff zur Fertigware. — Berlin: Aufbau-Verlag 1952. 83 S. (Wissenschaft und Technik verständlich dargestellt. 7.) 4.8° 71

Technik. Allgemeines

Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch. Hrsg. vom Akademischen Verein Hütte, e. V. in Berlin. 28. neubearb. Aufl. (1). — Berlin: Ernst 1955 —
1. Theoretische Grundlagen. Mit 1409 Abb. XXIV, 1668 S. 1955. 2.8° 1012

Werkstoffprüfung. Werkstoffkunde

Bickel, E.: Die metallischen Werkstoffe des Maschinenbaues. Mit 456 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1953. X, 442 S. 2.8° 2305

Copper, The science and technology of the metal, its alloys and compounds. Prep. under the ed. supervision of Allison Butts. — New York: Reinhold 1954. XII, 936 S. (American chemical society monograph series. 122.) 4.8° 20

Hampel, Clifford A.: Rare metals handbook. — New York: Reinhold 1954. XIII, 657 S. 4.8° 24

Hume-Rothery, W., J. W. Christian and W. B. Pearson: Metallurgical equilibrium diagrams. — London: The Institute of Physics 1952. 311 S. (Physics in industry.) 4.8° 31

Malzew, M. W. (**Mal'cev,** M. V.): Röntgenographie der Metalle (Rentgenografija metallov [dt.]. Übers. aus d. Russ.: Walter Balkin.) — Berlin: Verlag Technik 1955. 240 S. 3.8° 4208

Modern Research Techniques in physical metallurgy. A seminar on modern research techniques in physical metallurgy held during the thirty-fourth national metal congress and exposition, Philadelphia, October 18 to 24, 1952, sponsored by the American Society for Metals. — Cleveland, Ohio: American Soc. f. Metals (1953). 335 S. 4.8° 33

Structure and properties of solid surfaces. Conference arranged by the national research council, lake geneva, wisconsin, september 1952. Ed. by Robert Gomer and Cyril Stanley Smith. — Chicago: The University of Chicago Press (1953). XVI, 491 S. 4.8° 19

Technologie

Grudow (**Grudov**), P. P., S. I. Wolkow (Volkov) und W. M. Worobjew (V. M. Vorob'ev): Schlagzahnfräsen (Skorostnoe frezerovanie stali [dt.].) Unter d. Gesamtred. v. I. I. Sementschenko (Semenčenko). (Übers. aus d. Russ.: Werner Bleise.) — Berlin: Verlag Technik 1954. 289 S. 4.8° 66

Grudow (**Grudov**), P. P. und M. P. Zyganowa (Zyganova): Keramikbestückte Schneidwerkzeuge (Keramičeskie rezcy [dt.].) Neue Werkstoffe für Werkzeuge zur Metallbearbeitung. Eine Anleitung f. d. Instr. (Dt. Übers.: Helmut Straube.) — Leipzig: Teubner 1954. 32 S. 4.8° 65

Kaczmarek, Eugen: Praktische Stanzerei. Ein Buch für Betrieb und Büro mit Aufgaben und Lösungen. Bd 1. 2. 3. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1954.
1. Schneiden, Flachstanzen und zugehörige Werkzeuge und Maschinen. 4. verb. Aufl.
2. Ziehen, Hohlstanzen, Pressen, automatische Zuführ-Vorrichtungen. 4. verb. Aufl.
3. Verbundwerkzeuge, automatische Zuführmittel und Fließweganlagen. 4.8° 36

Oehler, Gerhard und Kaiser: Schnitt-, Stanz- und Ziehwerkzeuge. Unter bes. Berücksichtigung der neuesten Verfahren und der Werkzeugstähle mit zahlr. Konstruktions- und Berechnungsbeispielen. 2. erw. Aufl. Mit 434 Abb., 41 Tab. u. 55 Berechnungsbeisp. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1954. VIII, 480 S. 2.8° 1651

Straßmann, Geschweißte Rohrverbindungen. Anwendung und Eignung für die verschiedenen Verwendungszwecke. 2. Aufl. Mit 13 Abb. — Halle: Marhold 1949. 14 S. (Aus der Praxis der Schweißtechnik. H. 16.) 4.8° 76

Zorn, Erich: Die Entwicklung der Flammenhärtung. Mit 34 Abb. — Halle: Marhold 1949. 35 S. (Aus der Praxis der Schweißtechnik. H. 23.) 4.8° 77

Konstruktion. Maschinenelemente

Jahr, Willi und Paul Knechtel: Grundzüge der Getriebelehre. 4. verb. u. erw. Aufl. Bd 1. — Leipzig: Fachbuchverlag 1955.
1. Allgemeine Grundlagen. Schraubengetriebe. Kurbelgetriebe. Mit 365 Abb. 1955. 4.8° 12

Kesselring, F.: Arbeitsgemeinschaft Deutscher Konstruktions-Ingenieure ⟨ADKI⟩ im VDI. Bewertung von Konstruktionen. Ein Mittel zur Steuerung der Konstruktionsarbeit. — Düsseldorf: Dt. Ingenieur-Verlag (1951). 50 S. Taf. 1.8° 408

Neumann-Lexius, Hans: Handbuch der feinmechanischen Technik. — Wiesbaden: Steiner (1952). 488 S. 4.4° 2

Passungen. Einführungen in das Passungswesen. Tabellen für die praktische Anwendung. Von einem Autorenkollektiv d. VEB Verlade- und Transportanlagenbau, VTA Leipzig. Mit 36 Abb. und 32 Tab. Leipzig: Fachbuchverlag 1955. 63 S. 4.8° 10

Poeschl, Hermann: Verbindungselemente der Feinwerktechnik. Mit 741 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1954. V, 108 S. (Konstruktionsbücher. Nr. 14.) 4.8° 40

Rauh, Kurt: Praktische Getriebelehre. Bd 2. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer.
2. Die Keilkette. 2. erw. Aufl. bearb. v. Wolfg. K. Rauh. Mit 886 Abb. in einem Bildanhang u. 4 Taf. 1954. 2.8° 2307

Richter, O. und R. v. Voss: Bauelemente der Feinmechanik. 6. Aufl., bearb. v. Fritz Kozer. — Berlin: Verlag Technik 1954. XVI, 488 S. 3.8° 2769

Sieker, Karl-Heinz: Getriebe mit Energiespeichern. Mit 305 Abb. — Leipzig: Geest & Portig 1952. VIII, 187 S. (Lehrbücher der Feinwerktechnik. Bd 16.) 2.8° 342

Stange, Bruno: Tabellenbuch Metall für den Unterricht an Berufs- und Fachschulen. 4. durchges. Aufl. — Berlin: Verlag Volk und Wissen 1954. VIII, 320 S. 4.8° 75

Kraft- und Arbeitsmaschinen. Allgemeine Energietechnik

Zinzen, Arthur: Dampfkessel und Feuerungen. Ein Lehr- und Handbuch. Mit 170 Abb. u. 44 Berechnungstaf. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1950. XII, 358 S. 4.8° 41

Allgemeine und theoretische Elektrotechnik

Child, I. H.: Basic principles in electrical engineering. — London: Spon Limited 1954. IX, 112 S. 4.8° 29

Haier, Ulrich: Der Aufbau von Gleichstromprogrammantrieben. II, 122 S. 8°. — Stuttgart, Techn. Hochsch. Diss. v. 4. März 1955.

Hippel, Arthur R. von: Dielectrics and waves. — New York: Wiley & Sons. London: Chapman & Hall (1954). XI, 284 S. 4.4° 1

Kalantarow (**Kalantarov**), P. L. und L. R. Neumann (Nejman): Theoretische Grundlagen der Elektrotechnik (Teoretičeskie osnovy èlektrotechniki [dt.]. Übers.: E. Walther.) Bd 2. — Berlin: Verlag Technik 1955. 4.8° 69

Kohl, Walt. H.: Materials technology for electron tubes. — New York; Reinold (1953). XV, 493 S. 4.8° 26.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Lehmann, Wilhelm: Die Elektrotechnik und die elektrischen Antriebe. Lehrbuch für technische Lehranst. u. Nachschlagebuch für Ingenieure. 5. verb. Aufl. Mit 859 Textabb. u. 132 Beisp. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1953. VII. 403 S. 2.8° 149

Lewis, I. A. D. and F. H. Wells: Millimicrosecond pulse Techniques. — London: Pergamon 1954. XIV, 310 S. (Pergamon science series. Electronics and waves.) 4.8° 34

Reinhardt, Rudolf: Die Elektrotechnik. Neu bearb. v. Friedrich Weickert. 4. erw. u. verb. Aufl. Mit 1048 Abb. — Leipzig: Fachbuchverlag 1955. XX, 631 S. 2.8° 276

Soodak, Harry and Edward C. Campbell: Elementary pile theory. — New York: Wiley & Sons. London: Chapman & Hall 1950. IX, 73 S. 4.8° 27

Spenke, Eberhard: Elektronische Halbleiter. Eine Einführung in die Physik der Gleichrichter und Transistoren. Mit 184 z. T. mehrfarb. Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. XX, 379 S. 3.8° 2985

Tjagunow (Tjagunov), G. A.: Elektronen- und Ionenröhren (Elektrovakuumnye pribory [dt.].) Elektrische Entladungen im Hochvakuum, in Gasen und Dämpfen. Dt. Übers.: Erich Reißner. Bearb. v. Frieder Hoppadietz. Mit 345 Abb. — Halle ⟨Saale⟩: Knapp 1954. VIII, 285 S. 2.8° 2161

Elektrische Meßtechnik

Koske, Bernhard: Hochspannungs-Isolations-Prüftechnik unter bes. Berücksichtigung der Anwendung von Hochfrequenz-Meßmethoden. — Berlin: Verlag Technik 1954. 96 S. (Schriftenreihe des Verlages Technik. Bd 195.) 4.8° 78

Maximow, M. W.: Fernmeßeinrichtungen. — Leipzig: Fachbuchverlag 1953. 44 S. 2.8° 77

Neugebauer, H.: Selektivschutz. Meßtechnische Grundlagen. Schaltungsmöglichkeiten und Anwendungen. Mit 264 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer: 1955. VIII, 261 S. 3.8° 3891

Palm, A.: Elektrostatische Meßgeräte. Mit 84 Abb. — Karlsruhe: Braun 1951. 78 S. (Bücher der Meßtechnik. Buch 5 C 4.) (Wissenschaftliche Bücherei) 3.8° 148

Strigel, R.: Elektrische Stoßfestigkeit. 2. neubearb. Aufl. Unter Mitarbeit v. G. Helmchen. Mit 317 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. X, 397 S. 4.8° 43

Starkstromanlagen und -geräte
Elektrische Energietechnik
Hochspannungstechnik

Canehl, Walter und Karl Weinauge: Starkstrom-Elektrotechnik mit bes. Berücksichtigung der Reichsbahnverhältnisse. 1. Grundlagen. Mit 99 Abb. — Leipzig: Fachbuchverlag 1953. VII, 135 S. 4.8° 80

Fedossejew (Fedoseev), A. M.: Relaisschutz von elektrischen Netzen und Anlagen (Relejnaja zašćita élektričeskich sistem [dt.]. Übers. u. wiss. überarb.: Kourtline u. Werkmeister.) Bd 1. — Berlin: Verlag Technik 1955. 4.8° 70

Jonker, Johan Ledewijk Hendrik: Stroomverdeeling in versterkerbuizen. — Delft 1942: Waltman. 184 S. Delft, TH Diss. v. 5. Juni 1942.

Kosack, Emil: Elektrische Starkstromanlagen. Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch f. Ingenieure u. Techniker u. zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. 11. durchges. Aufl. Mit 320 Abb. im Text. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1950. XII, 356 S. 2.8° 2659

Kosack, E[mil]: Schaltungsbuch für Gleich- und Wechselstromanlagen. Generatoren, Motoren und Transformatoren, Lichtanlagen, Kraftwerke und Umformerstationen. 7. Aufl. vollst. neubearb. v. Conrad v. Kissling. Mit 350 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1954. IX, 242 S. 2.4° 1464

Mejerow, M. W. **(Meerov,** M. V.): Grundlagen der selbsttätigen Regelung elektrischer Maschinen (Osnovy avtomatičeskogo regulirovanija élektričeskich mašin [dt.]. Übers. u. wiss. überarb.: Heinrich Kindler u. Gerd Müller.) — Berlin: Verlag Technik 1954. 171 S. 3.8° 3492

Michailow, Wl. W. **(Michajlov,** V. V.): Berechnung und Konstruktion von Hochspannungsapparaten (Rasčet i konstruirovanie vysokovol'tnoj apparatury [dt.]). Als Lehrbuch zugel. v. d. Verw. d. Lehranst. d. Elektromin. d. UdSSR . . . (Übers. aus d. Russ.: Oswald Badermann.) — Berlin: Verlag Technik 1953. 210 S. 2.8° 43

Schmidt, K.: Verschiebeankermotoren. — Berlin: Verlag Technik 1953. 53 S. 1 Kte. (Wissenschaftliche Berichte. Folge 3, H. 7.) 4.8° 74

Schoenfeld, Herbert: Regelungstechnik. Ausgewählte Kapitel. — Berlin: Verlag Technik 1953. 84 S. (Schriftenreihe des Verlages Technik. Bd 92.) 2.8° 178

Solodownikow, G. S.: Schutzarmaturen für Isolatorketten. — Berlin: Verlag Technik 1953. 15 S. (Deutsche Elektrotechnik. Beih. 54.) 3.8° 4199

Fernmelde- und Hochfrequenztechnik

Gerth, A.: Schweißen von Blei. Anwendung im Fernmeldekabelnetzbau. Bearb. u. zus. gest. v. A. Gerth. — Berlin: Verlag Technik 1954. 51 S. (Schriftenreihe des Verlages Technik. Bd 184.) 4.8° 50

Kornienko, A. J.: Amateur-Fernsehgerät LTK-9 (Ljubitel'skij televizor LTK-9 [dt.]. Aus d. Russ. übers. v. Walter Balkin.) Mit 50 Abb. u. 2 Taf. — Leipzig: Fachbuchverlag 1953. 89 S. 2.8° 227

Möller, Hans Georg: Die physikalischen Grundlagen der Hochfrequenztechnik. 3. vollk. umgearb. Aufl. Mit 288 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. XIV, 261 S. (Lehrbuch der drahtlosen Nachrichtentechnik. Bd 1). 4.8° 39

Sherebzow (Zerebzov), I. P.: Rundfunktechnik (Radiotechnika ⟨Posobie dlja radioljubitelej⟩ [dt.].) Lehrbuch für Rundfunkamateure. (Aus d. Russ. übers. v. Walter Balkin.) — Mit 283 Abb. — 2. verb. u. erw. Aufl. Mit einem Anhang: Kristalldioden und Transistoren. Leipzig: Fachbuchverlag 1955. 2.8° 269

Optische Technik, Vakuumtechnik, Lichttechnik

Aumueller, Eugen: Die elektrische Beleuchtung von Eisenbahnfahrzeugen. Mit 122 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. XI, 181 S. 4.8° 44

Dushman, Saul: Scientific foundation of vacuum technique. — New York: Wiley & Sons. London: Chapman & Hall 1949. XI, 882 S. 4.8° 23

Gramatzki, H. J.: Probleme der konstruktiven Optik und ihre mathematischen Hilfsmittel. Mit 82 Abb. — Berlin: Akademie-Verlag 1954. 139 S. 3.8° 2500

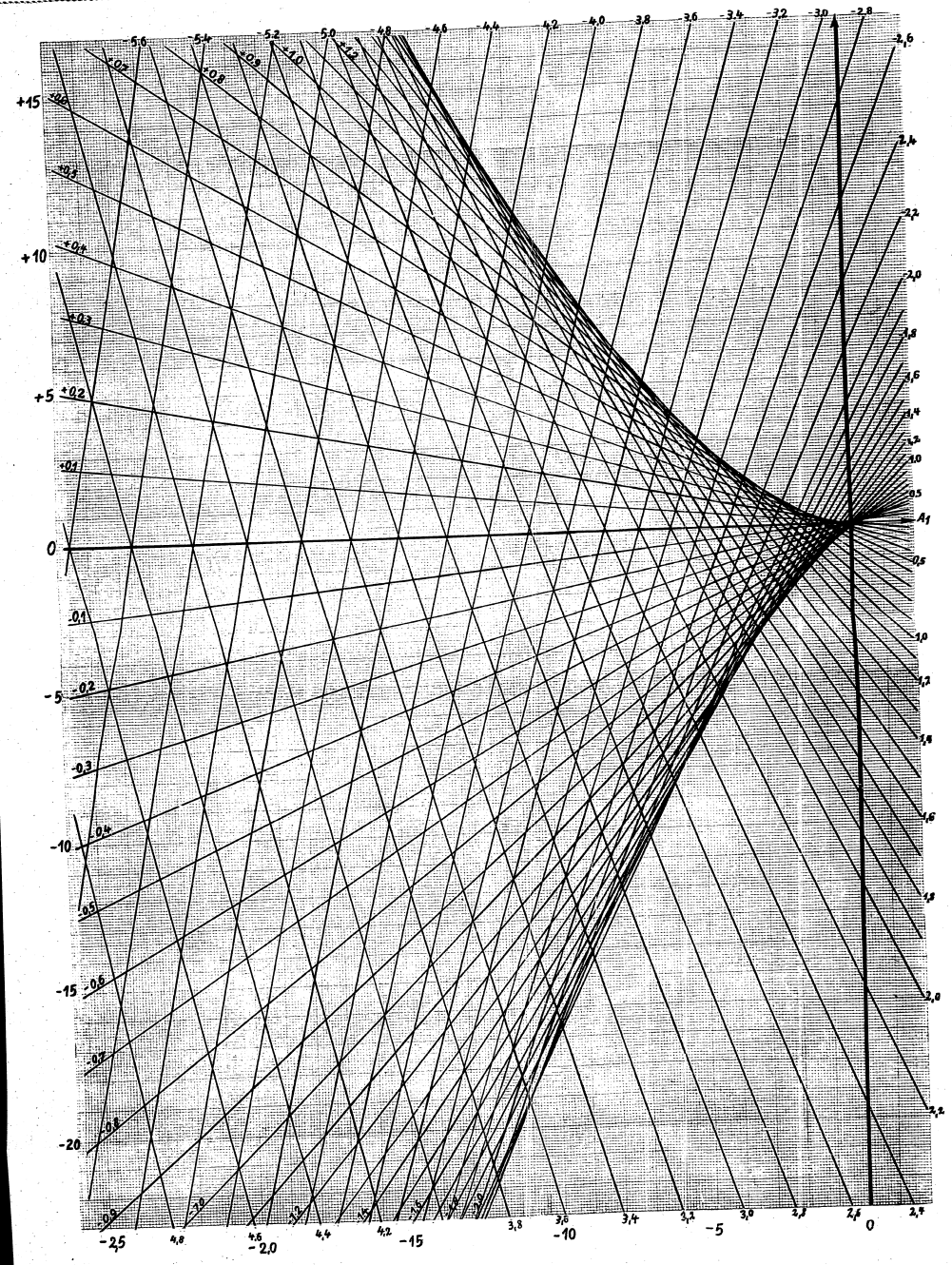
Hause, Max: Optiker-Taschenbuch. Die kleine Fachlehre d. Augenoptikers mit einer Einf. in die Lehre v. Licht, zugl. ein Hilfsbuch f. Feinoptiker u. verw. Berufe d. optischen Technik. Mit 248 Textabb. 2. verb. Aufl. — Stuttgart: Wiss. Verlagsges. 1952. 320 S. 3.8° 1555

Holland-Merten, E[rwin] L.: Handbuch der Vakuumtechnik. Die Grundlagen der Vakuumverfahrenstechnik, Anwendungsbereich und Arbeitsweise der Vakuumapparate. 3. verb. u. erw. Aufl. Mit 760 Abb. u. Schaulinien u. 126 Tab. — Halle: Knapp 1953. XVI, 835 S. 3.8° 3780

Schade, Harry: Arbeitsverfahren der Feinoptik. 42 Bildtafeln m. 218 Bildern. — Düsseldorf: Verlag d. VDI 1955. 141 S. 4.8° 22

Weise, Harald: Kinogerätetechnik. T. 1. — Leipzig: Geest & Portig 1950.
(Lehrbücher der Feinwerktechnik. Bd. 14.)
1. Grundlagen Schmalfilmkameras A. Mit 238 Abb. 2.8° 1847
1950.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

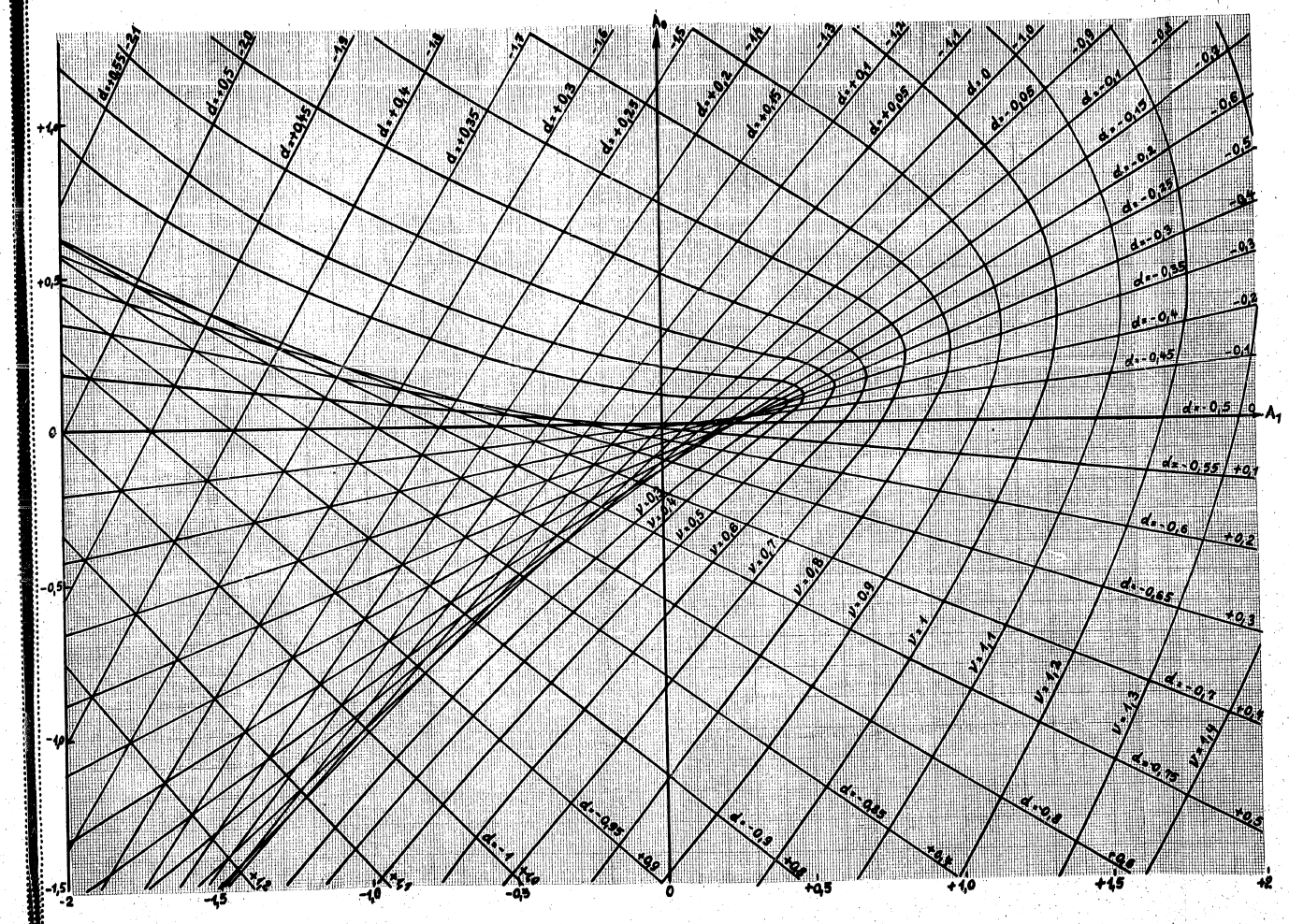
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau **2** *(1956) H. 1*

Normdiagramm ❶ zum Beitrag Prof. Dr. Bögel

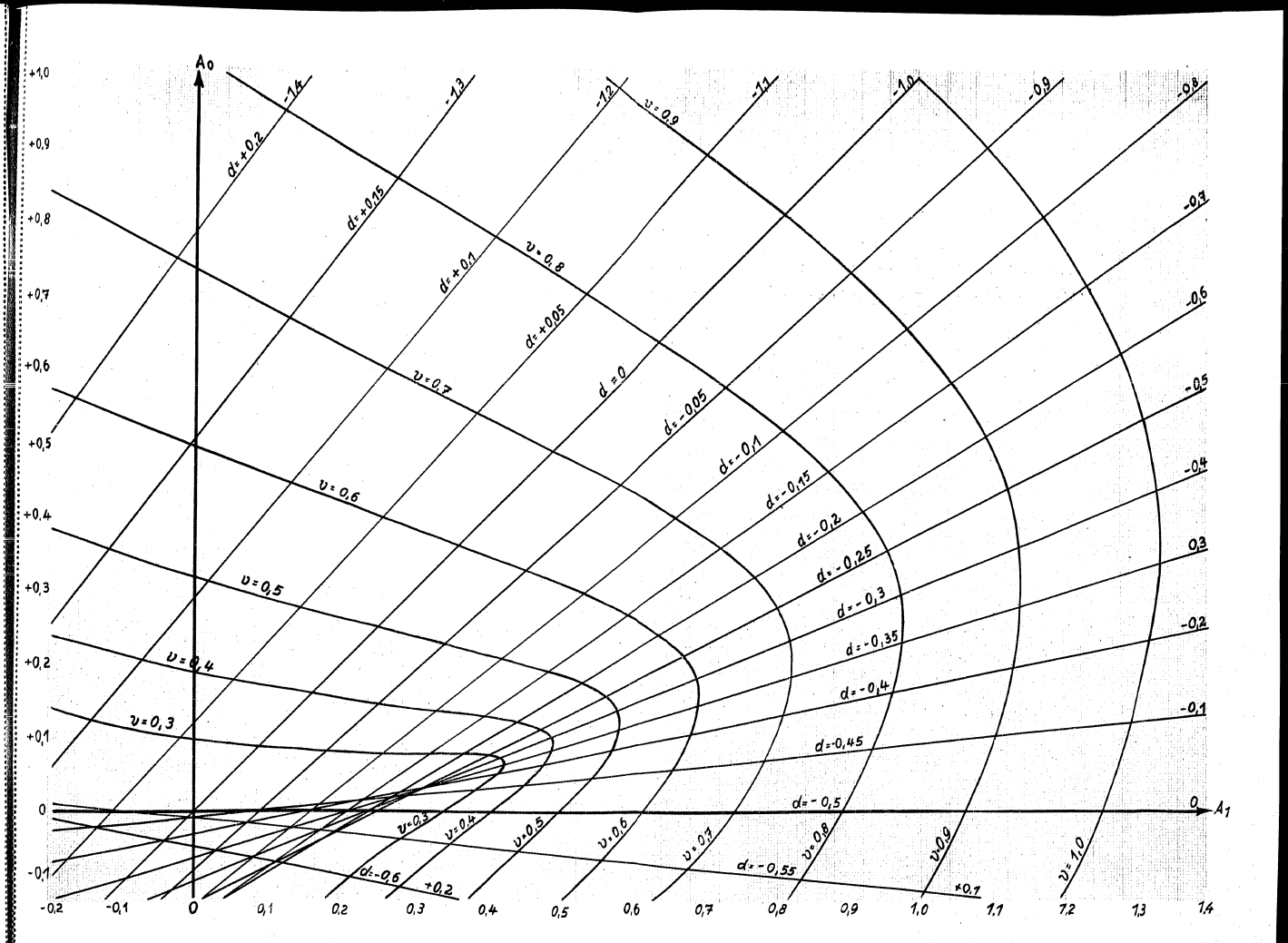
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



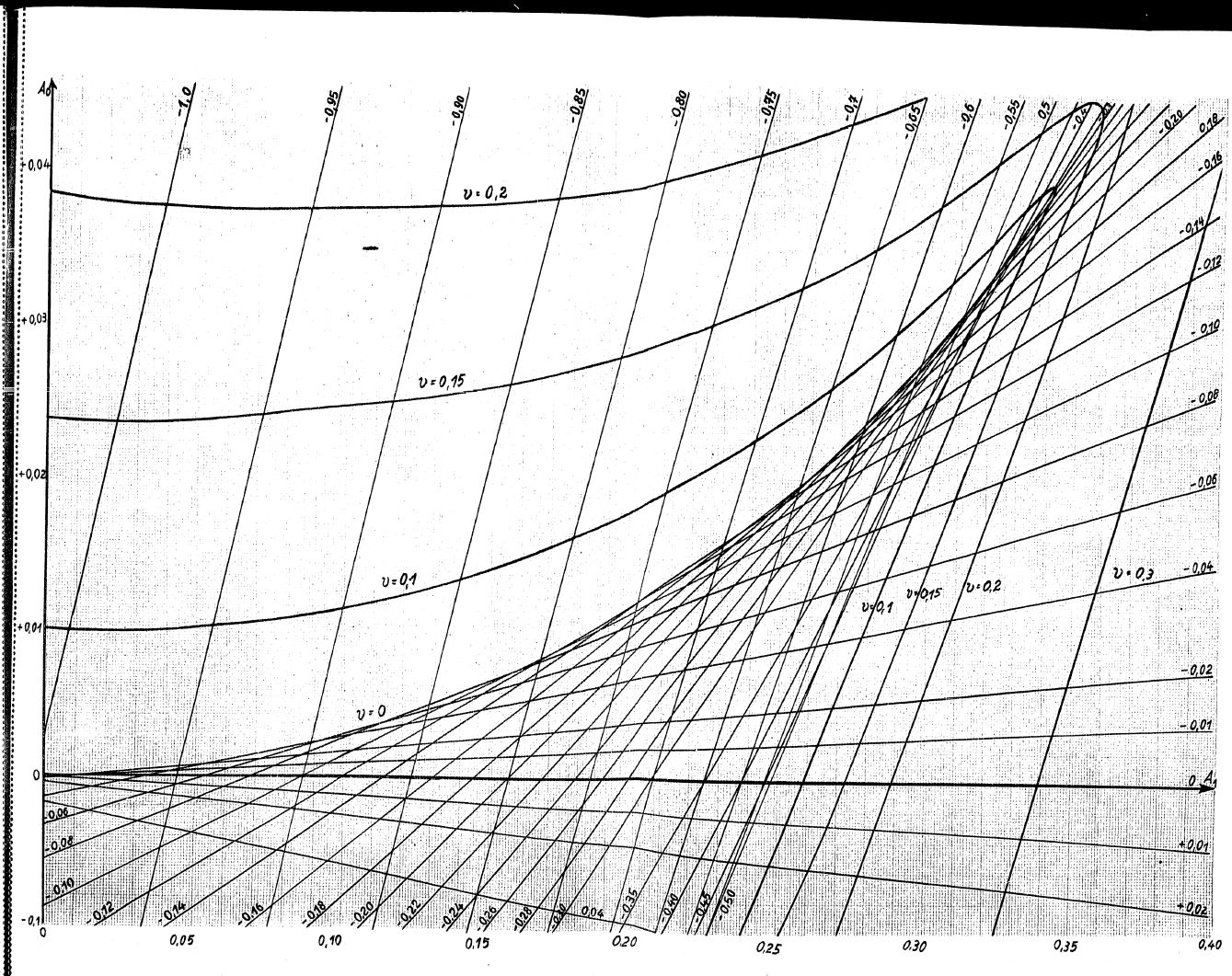
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

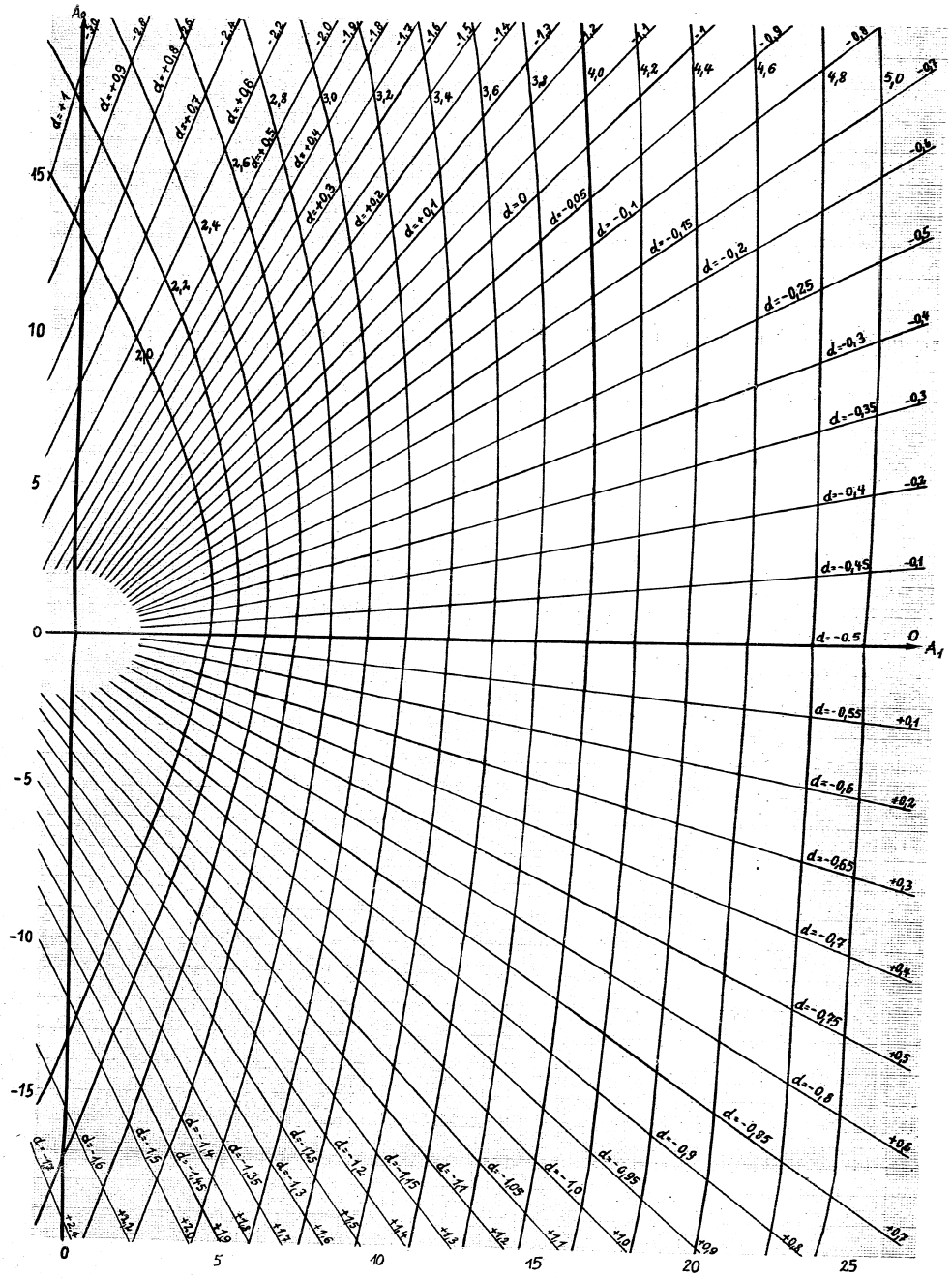


Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

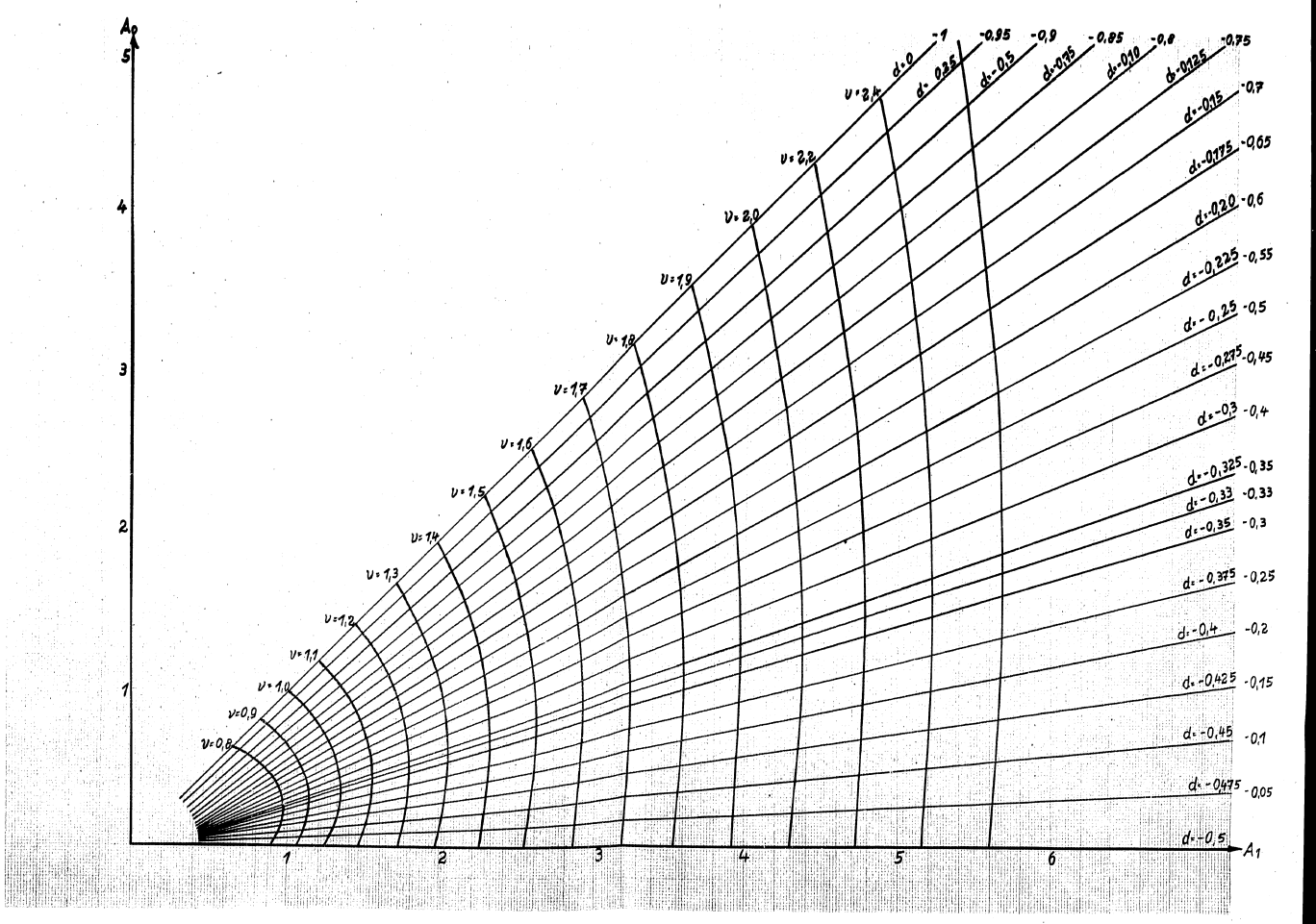


Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



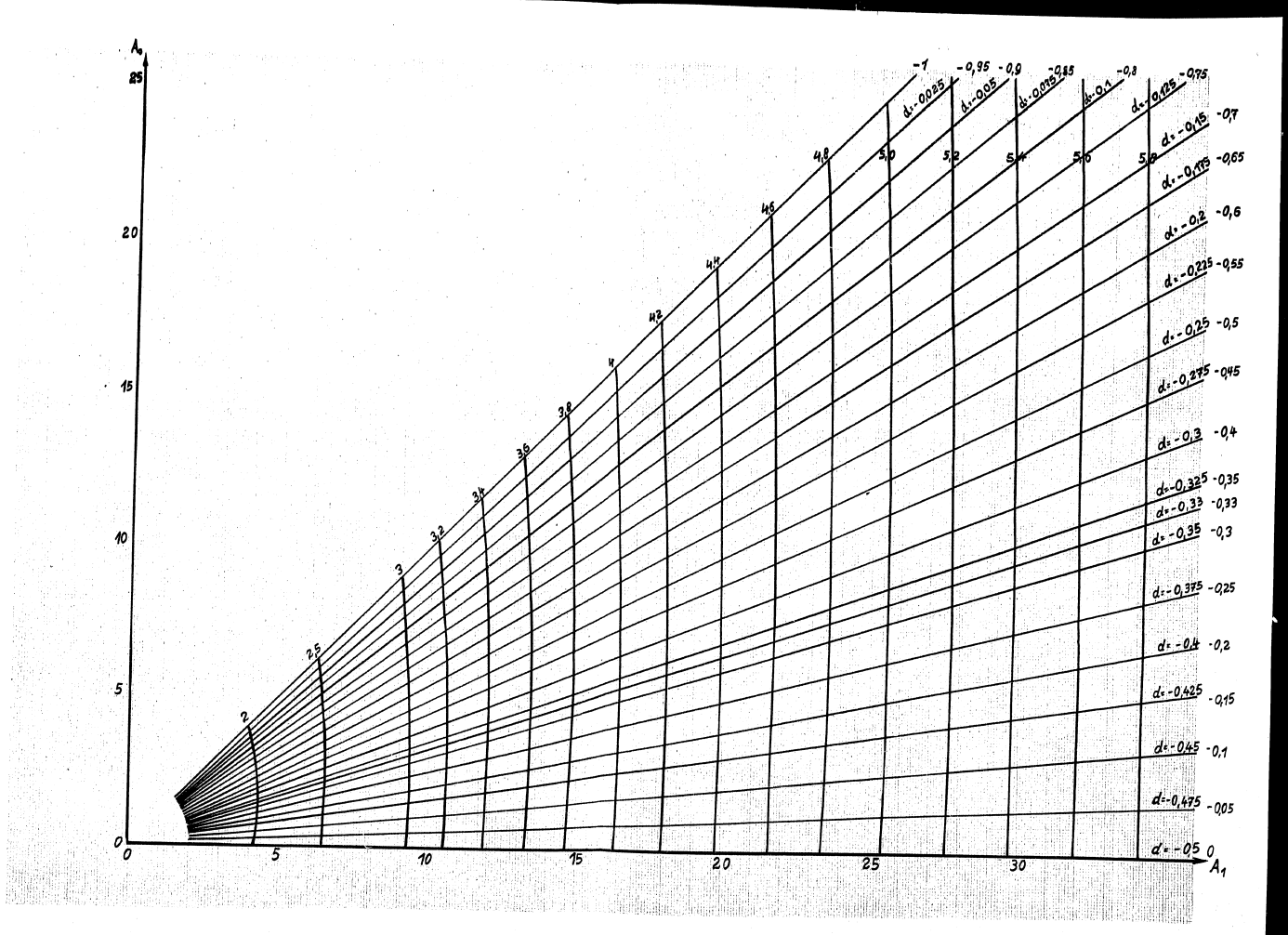
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

INHALT

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften

BÖGEL, KARL Über ein für Stabilitätsuntersuchungen geeignetes Normdiagramm der Gleichungen dritten Grades 1

BECK, MAX Werkzeugmaschinen-Reparaturen 5

POSSNER, LOTHAR Analoge Rechenmethoden (Festigkeitslehre — Elektrotechnik) 15

POSSNER, LOTHAR Der Spitzenkreis 27

II. Fakultät für Starkstromtechnik

STAMM, HANS Neue Methoden zur Erzeugung hoher Spannungen und hoher Beschleunigungen . 33

FURKERT, WALTER Der Einfluß des steigenden Bedarfes an elektrischer Energie auf die Problemstellungen der Energietechnik 51

Auswahlliste aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek 61

Die DK-Kurzreferate zu den Beiträgen des 2. Jahrganges erscheinen in Heft 3.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

JAHRGANG 2 1956 HEFT 2

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau
Herausgeber: Der Rektor der Hochschule, Professor Dr. phil. nat. H. Stamm

Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" der Universitäten und Hochschulen haben die Aufgabe, der breiten Entfaltung des wissenschaftlichen Lebens an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik zu dienen und das besondere Gepräge der wissenschaftlichen Tätigkeit an der jeweiligen Universität oder Hochschule widerzuspiegeln. Dieser Bestimmung entsprechend sind die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" ausschließlich der Veröffentlichung von wissenschaftlichen Arbeiten aller an den Universitäten und Hochschulen vertretenen Fachgebiete vorbehalten. Arbeiten von Wissenschaftlern, die nicht an der betreffenden Universität oder Hochschule tätig sind, sollen nur dann in die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" aufgenommen werden, wenn es sich um Gastvorlesungen oder Gastvorträge handelt. Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" sind für Persönlichkeiten und wissenschaftliche Einrichtungen außerhalb der Universitäten und Hochschulen, die sie herausgeben, nur auf dem Tauschwege erhältlich.

Die in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik mit dem Vermerk „Als Manuskript gedruckt"! erschienenen Arbeiten dürfen an anderer Stelle nur mit Genehmigung des Autors abgedruckt werden.

Als Manuskript gedruckt! / DK 615.849 : 616—006
Eingang: 15. 6. 1956

Physikalische, technische und biologische Gesichtspunkte zur Behandlung tiefliegender Geschwülste mit Hochvolt- und ultraharter Röntgenstrahlung[1])

Von Oberarzt Dr. med. R. Huber, S. Matschke und K. H. Degenhardt

In der Röntgen-Tiefentherapie ist heute die Tendenz unverkennbar, sehr harte Strahlenqualitäten, Hochvolt- und ultraharte Strahlungen anzuwenden. Der verstärkte Einsatz dieser Strahlungen wird als eine Voraussetzung zur Verbesserung der Heilungsergebnisse angesehen, weil die zur Tumoreinschmelzung erforderlichen Herddosen unter konventionellen Standfeldbedingungen (bei 200-kV-Strahlung) bei ausgedehnten Geschwülsten innerer Organe oftmals nicht erreicht werden können.

Zwei Faktoren sind im wesentlichen dafür maßgebend:

1. ist von physikalisch-technischer Seite aus die geometrische Dosisverteilung der im 200-kV-Bereich üblichen Feldgrößen von 80—400 cm² (Bild 1a, 1b und 1c) ungenügend;
2. ist durch die Strahlenverträglichkeit der Haut eine biologische Grenze für die Anwendung konventioneller Strahlungen gegeben (Bild 2).

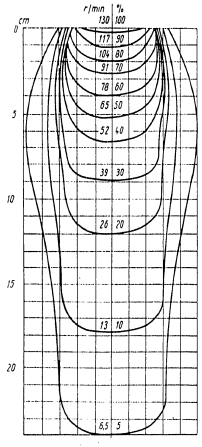


Bild 1a Geometrische Dosisverteilung nach den Seiten und nach der Tiefe bei 6 × 8 cm² Feldgröße, 200 kV, 20 mA, 1,3 mm Cu HWS und 40 cm FA (Phantomwerte) [1].

Bei besonders gelagerten Fällen — bei kleiner Tumorgröße, kleinen Feldern und vielfachem Ansatz — können allerdings die erforderlichen Dosen zur Tumoreinschmelzung erreicht werden (*Dillon* [5] u. a. m.). Der treffsichere Ansatz der Felder und die Bestimmung der tatsächlichen Herddosis ist dabei sehr schwierig [6], [7]. Bei der heutigen operativen Technik in der Karzinombehandlung [8] sind aber diese Fälle im Vergleich zur Gesamtzahl nur als Ausnahmen zu betrachten.

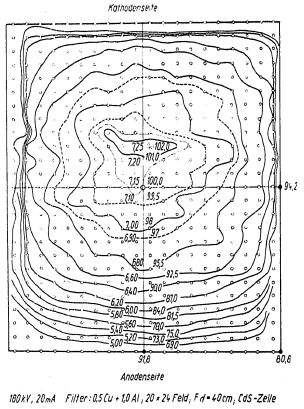


Bild 1b Geometrische Dosisverteilung im Bestrahlungsfeld bei 20 × 24 cm² Feldgröße, 180 kV, 20 mA, 0,9 mm Cu HWS und 40 cm FA (Messung frei Luft) [2].

Zur Überwindung der angeführten Schwierigkeiten hat es nicht an Versuchen gefehlt, die Tumordosis zu steigern. Die Methoden der Streuungsrinne (z. B. der Verkupferung) oder der Steigerung der Strahlenverträglichkeit für die Haut durch Pharmaka gehören wohl der Vergangenheit an. Weiterhin wurde

[1]) Erweiterte Fassung eines von Herrn Dr. med. Huber, Oberarzt der Röntgentherapie an der Geschwulstklinik der Deutschen Akademie der Wissenschaften Berlin-Buch am 17. April 1956 an der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau gehaltenen Kolloquiums.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

z. B. die Bestrahlungsmethode für gynäkologische Tumoren von *Seitz-Wintz* mit einem Ansatz von 15 Feldern weiterentwickelt (*Holfelder*). Sie ist heute als sogenannte Kreuzfeuertechnik bekannt und stellt eine der bedeutendsten Methoden in der Röntgen-Tiefentherapie dar. Ihre Anwendung findet aber bei

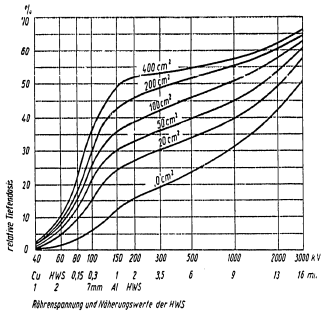


Bild 1c Prozentuale Tiefendosis (= relative Tiefendosis in 10 cm Tiefe) als Ausdruck der geometrischen Dosisverteilung nach der Tiefe in Abhängigkeit von Feldgröße und Strahlenqualität (Phantomwerte) [3].

ausgedehnten tiefliegenden Tumoren eine Beschränkung, weil die geometrische Dosisverteilung bei konventionellen Bedingungen mit den üblichen Feldern bei entsprechender Hauttoleranz und Herddosis eine erhebliche Integraldosis verursacht, die den Allgemeinzustand der Patienten oft erheblich belastet. Andere Methoden dagegen haben erst in den letzten Jahren ihre technische Realisierung erfahren. Das gilt für die Siebgittertechnik von *Köhler* (1909) und besonders für die Bewegungsbestrahlung von *Werner* und *H. Meyer* (1913). Ihre späte Entwicklung hatte u. a. einen nicht unmaßgeblichen Grund: Die Dosismessung ist bei diesen Methoden besonders kompliziert; sie kann auch heute noch nicht als befriedigend bezeichnet werden [9].

Bei der Einführung der Röntgen-Tiefentherapie vor rund 25 Jahren müssen aber noch zwei weitere Umstände berücksichtigt werden. Einmal waren die Strahlenerzeuger bei dem damaligen Stand der Technik sehr leistungsschwach. Die Röhrenströme von 3, 5, 6, 8 und bestenfalls 10 mA bei 200 kV ließen eine sinnvolle Steigerung der Tiefendosis durch Abstandserhöhungen bzw. Schwerfilter nicht zu. Wurde sie dennoch versucht, so erreichten die Bestrahlungszeiten, die bereits bei der niedrigen Dosisleistung an sich schon lange dauerten, Stunden, denn Versuche zu 20 mA wurden erst ab 1935 begonnen. Diese zeitliche Belastung mit niederer Dosisleistung konnte den Patienten oft nicht zugemutet werden. Außerdem war man fast einstimmig der Auffassung, daß der γ-Strahlung des Radiums gegenüber der Röntgenstrahlung eine bessere biologische, d. h. gesteigerte tumorschädigende Wirkung zukomme. Diese Ansicht wird auch heute noch von vielen Strahlentherapeuten vertreten. Die unterschiedlichen Heilungsergebnisse z. B. beim Zungen-, Lippen-, Kehlkopf-, Genital-Carcinom wurden bei Vernachlässigung oder Unkenntnis entscheidender Faktoren, wie z. B. der genauen Dosimetrie, Integraldosis usw. als Beweis herangezogen. Ob die besseren Heilungsergebnisse des Radiums auf der niedrigen Dosisleistung oder aber auf der Strahlenqualität beruhen, war dann Gegenstand prinzipieller Diskussionen.

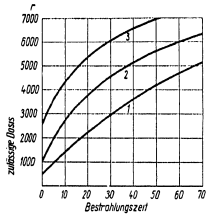


Bild 2 Toleranzdosen der normalen Haut in r bei verschiedener zeitlicher Dosisverteilung. Mittelwerte für konventionelle Bedingungen: 1. in der Röntgen-Tiefentherapie, 2. in der Halbtiefentherapie, 3. in der Nahbestrahlung [4].

In diese Zeit der Auseinandersetzung über biologische sowie strahlentherapeutisch-technische Vorstellungen fiel die Entwicklung der technischen Röntgenologie zur Hochvoltstrahlung. Auch auf dem Gebiet der zerstörungsfreien Materialprüfung wurde das Problem einer durchdringenden Strahlung aktuell. Es ist daher verständlich, daß die von *Voolidge* gewonnenen technischen Fortschritte zur Erzeugung härterer Strahlungen sehr schnell in die Therapie Eingang fanden. Nachdem *Belot*, wohl als erster, 1930 über eine bessere relative Tiefendosisausbeute bei hohen Spannungen (300 bis 400 kV) im medizinischen Schrifttum berichtete, waren bald an vielen Instituten Hochvoltanlagen zu finden. Die Entwicklung zu höheren Spannungen (500, 600, 800, 1000 kV) verlief dann sehr rasch. Die Berichte davon sind im wesentlichen auf günstige Beobachtungen beschränkt, wie z. B. die bessere Haut-, und Allgemeinverträglichkeit ([10]–[14] u. a. m.). Den physikalisch-technischen Merkmalen, besonders der gesteigerten relativen Tiefendosis, wird eine besondere Bedeutung zugeschrieben ([15]–[19]). Statistisch nachweisbare Verbesserungen der Heilungsergebnisse wurden aber während des Anfangsstadiums der Hochvolttherapie nicht erzielt. Diese Tatsache ist für die heute vielfach verbreitete Ansicht über den Wert der Hochvolttherapie bzw. auch für die Therapie mit ultraharter Strahlung ausschlaggebend. Man ist der Auffassung, daß der technische und finanzielle Aufwand in keinem Verhältnis zu den theoretisch bestenfalls zu erwartenden Ergebnissen stehe [20]. Diese Auffassung ist aber in keiner Weise berechtigt. Die genaue Analyse der Berichterstattung zeigt, daß grundsätzliche

Voraussetzungen zur Beurteilung der tatsächlichen Leistung dieser strahlentherapeutischen Methoden nicht erfüllt sind[1]).

Vielfach wird von einer derart geringen Zahl der behandelten Fälle berichtet, daß eine statistische Auswertung unmöglich ist ([21]–[24]). Liegen entsprechende Zahlen vor, so wird von persönlichen Gesichtspunkten aus eine Klassifizierung der Erkrankung vorgenommen. Da eine Angleichung an die internationale Stadieneinteilung fehlt, ist der Wert der Berichterstattung zumindest anfechtbar [25].

Außerdem werden oftmals — in Überbewertung physikalisch-technischer Gesichtspunkte — fortgeschrittene Fälle in die kurative Strahlenbehandlung einbezogen, die bestenfalls als Palliativmaßnahmen oder als „Versuche zur kurativen Behandlung" eingestuft werden können. Objektiv und unvoreingenommen muß man also sagen, daß die bisherigen Ergebnisse mit der Therapie harter Strahlungen gegenüber der konventionellen Strahlung weder eine positive noch eine negative Beurteilung der biologischen Erfolge zulassen. Vor 20 Jahren hatte man aber vielfach durch die Annahme einer besseren tumorzerstörenden Wirkung des Radiums die Vorstellung von der Existenz einer tumorspezifischen Strahlung. Sie wird auch heute noch vertreten [26], widerspricht aber den strahlentherapeutischen Grundsätzen in der Tumortherapie, weil das Gesetz von *Bergonie-Tribondeau* am „Normalgewebe" in gleicher Weise auch für die durch Alterung und andere physiologische Einflüsse unterschiedlich strahlenempfindlichen Geschwulstzellen gilt.

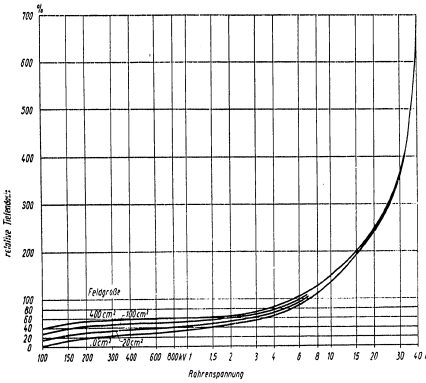


Bild 3 Relative Tiefendosen in 10 cm Tiefe bei 100 cm FA in Abhängigkeit von Feldgröße und Strahlenqualität (Phantomwerte) [33].

Die Entwicklung zu höheren Spannungen kam dann vor dem zweiten Weltkrieg zu einem vorübergehenden Stillstand bei 2 MeV. Nach der Entwicklung neuer Hochspannungserzeuger (Van-de-Graaf-Generator [27], Linearbeschleuniger [28], [29], Betatron [30]) hat sie bereits die Millionen-Volt-Grenze überschritten. Sie ist heute, wohl vorübergehend gültig, an der Ausarbeitung für 25-Milliarden-Volt-Strahlung angelangt [31], [32]. Diese extrem hohen Strahlenqualitäten kommen jedoch für die Therapie nicht mehr in Frage.

Die vielfachen Möglichkeiten, die heute für die Therapie mit energiereichen Röntgen-Strahlungsquellen (von 400 kV bis 31 MeV) zur Verfügung stehen, erschweren aber oftmals die Auswahl geeigneter Bedingungen. Die Entscheidung wird dann zum Problem, wenn physikalisch-technischen Merkmalen eine übergebührliche Bedeutung eingeräumt wird. Das ist zwar verständlich, hat sich aber als nachteilig erwiesen. Es erscheint daher angebracht, auf die speziellen Gesichtspunkte hinzuweisen, wie sie sich bei der Anwendung energiereicher Röntgenstrahlungen in der Therapie tiefliegender Geschwülste ergeben, und ihre Bedeutung für die Therapie zu präzisieren.

Die charakteristischen strahlentherapeutisch-technischen Merkmale der energiereichen Röntgenstrahlungsquellen sind die hohen relativen Tiefendosen. Betrachtet man die Werte, die sich beim Übergang von 200 kV bis 2 MeV ergeben, so erkennt man nur einen mäßigen Anstieg (Bild 3) [33]. Mit dieser Spannung ist gleichzeitig die Belastungsgrenze der üblichen Röntgenröhren erreicht, in denen die Elektronen nur einmal das elektrische Feld durchlaufen. Die beste Energieausnutzung, d. h. die Röntgenstrahlenausbeute, wird in diesem Falle mit Röntgenröhren erreicht, die mit einem „Transmissionstarget" ausgestattet sind (Bild 4) [34]. Bild 3 zeigt jedoch, daß, etwa ab 3 MeV beginnend, bei 5 MeV eine entscheidende Steigerung der relativen Tiefendosis eintritt. Im höheren Spannungsbereich kann dann ein Vielfaches der Oberflächendosis erreicht werden. Der steile Dosisanstieg nach der Tiefe im ultraharten bzw. höheren ultraharten Qualitätsbereich hat verschiedene Ursachen. Einmal ist die Reichweite der Comptonelektronen sehr groß. Sie verlaufen bei diesen Energien zunehmend in Richtung der Primärstrahlung und bilden den sogenannten Aufbaueffekt. Schließlich tritt mit zunehmender Strahlenqualität eine Abnahme der Energieabsorption ein (Bild 5 [35], [36], was einer Verringerung der biologischen Wirksamkeit gleichkommt. Sie beginnt bereits bei der γ-Strahlung des Radiums [37], [38] und nimmt mit steigender Strahlenhärte zu (s. Tabelle 1).

Die Untersuchungsergebnisse lassen zunächst keine Beurteilung der biologischen Wertigkeit einer ultra-

[1]) Das Kriterium des angeblich zu hohen Aufwandes spielt auch heute bei der Entscheidung manches Therapeuten eine nicht unmaßgebliche Rolle. Ein verantwortungsbewußter Arzt sollte diese Gedankengänge jedoch keinesfalls als ausschlaggebend erachten.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Tabelle 1

Relativer biologischer Effekt ultraharter Strahlungen

Angewandte Strahlung	Testobjekt	relativer Effekt
31 MeV Röntgen-180 kV Strahlung	Mäuse-Ascites-Ca. Mitose-Rate	~ 1,0 [39]
31 MeV Röntgen-180 kV Strahlung	Mäuse-Ascites-Ca. Mitose-Rate	1,0 [40]
31 MeV Röntgen-180 kV Strahlung	Drosophila-Eier bei 1—1¾ h alten Eiern	1 [41]
	bei 4, 5½ und 7 h alten Eiern	1
23,5 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Mäuse, Ganz-Körper-bestrahlung Leukozytenabfall	0,65 [42]
23,5 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Mäusetumor, bestrahlt in vivo	0,83 [43]
23,5 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Hefekulturen, Absterberate	0,67—0,85 [44]
22 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Kaninchen, Hautreaktion	0,6 [45]
22 MeV Röntgen-400 kV Strahlung	Ratten, Ganzkörper-bestrahlung Überlebensrate	0,8 [46]
22 MeV Röntgen-400 kV Strahlung	Ratten, Kniegelenk Wachstumshemmung	0,6 [47]
20 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Mäuse, Ganz-Körper-bestrahlung Überlebensrate	0,7 [48]
20 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Mäuse, Ergrauen der Haare	0,72 [49]
20 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Mäuse, Überlebensrate unter täglicher Bestrahlung	0,65 [50]
20 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Drosophila, sex-linked-Mutation	0,7 [51]
20 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Drosophila, Hemmung der Entwicklung der embryonalen Augenanlagen	0,85 [52]
20 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Pflanzensämlinge, Wachstumshemmung	0,7 [53]
17 MeV Elektronen 150 kV Röntgen-Strahlung	Mäuse, Ergrauen der Haare	0,6 [54]
18MeV Elektronen 400 kV Röntgen-Strahlung	Ratten, Ganz-Körper-bestrahlung Überlebensrate	0,8 [55]
11,4 MeV Röntgen-200 kV Strahlung	Mäuse, Hoden, histologische Auswertung	1,0 [56]

harten Strahlung für die Tumortherapie zu. Die Prüfung der vermuteten Elektivitätssteigerung einer ultraharten Strahlung gegenüber der konventionellen Strahlung setzt voraus, daß der Vergleich des strahlenbiologischen Verhaltens mit den beiden Strahlenqualitäten zwischen malignen und normalen Geweben angestellt und die für die Elektivität maßgebliche zeitliche Dosisverteilung berücksichtigt wird. Die bisher vorliegenden Ergebnisse sind aber widersprechend [57], [58], [59].

Nach den letzten Erfahrungsberichten mit 31 MeV wird in der Therapie eine 30 %ige Dosiserhöhung in r für die gleiche Reaktion mit konventioneller 200-kV-Strahlung erforderlich [60].

Die bei Röntgenstrahlungen ab 10 MeV eintretenden Kernprozesse — die Emission von Neutronen und Protonen — ist sehr gering. Bei 20 MeV z. B. gehen nur etwa $1\,^0/_{00}$ aller Quanten Kernprozesse ein, so daß diese an sich große Ionisationsdichte als biologisch bedeutungslos angesehen wird [61]. Abgesehen von den Schwierigkeiten einer Dosismessung [62], [63] für direkte Vergleiche ist bis heute nicht entschieden, ob eine ultraharte Strahlung bei der Karzinomtherapie

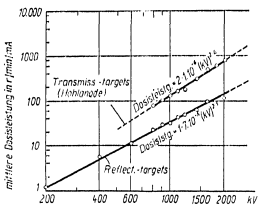


Bild 4 Mittlere Dosisleistung für Röntgenstrahlen in r/min/mA bei 100 cm FA und 0,5 mm Cu Filter in Abhängigkeit von der Spannung (konstante Gleichspannung) und dem Anodentyp [34].

eine bessere elektive Wirkung gegenüber Strahlungen des konventionellen Qualitätsbereiches hat. Die Vorstellung von der besseren biologischen und tumorspezifischen Wirksamkeit des Radiums gegenüber Röntgenstrahlungen von 200 kV hat sich jedoch als irrig erwiesen (*C. Wood* [64]). Denn auch der dem Radium gleichen Röntgenstrahlenqualität sind die entscheidenden Heilungsverbesserungen versagt geblieben. Das biophysikalische Kriterium einer Strahlung, die Ionisationsdichte, wurde damit erneut bestätigt (Bild 5). Unter diesen Gesichtspunkten können also von ultraharten Röntgenstrahlungen über 10 MeV keine besseren strahlentherapeutischen Ergebnisse vom biophysikalischen Standpunkt aus erreicht werden. Inwieweit eine Steigerung der Spannung über 10 MeV in der Röntgentiefentherapie bei ausgedehnten Geschwülsten innerer Organe sinnvoll erscheint, wird später ausgeführt.

Die in den letzten 25 Jahren für die Entwicklung der Strahlentherapie maßgebliche Vorstellung, eine entscheidende Verbesserung der Heilungsergebnisse in erster Linie durch eine zahlenmäßig hohe relative Tiefendosis zu erreichen, hat sich in keiner Weise bewahrheitet. Das gilt sowohl für die Bewegungsbestrahlung als auch für die Therapie mit Hochvolt- und ultraharter Strahlung, weil die Toleranzgrenze des im Bestrahlungsfeld liegenden Normalgewebes, von empfindlichen Organen abgesehen, je nach der zeitlichen Dosisverteilung bei den Bedingungen der Röntgentiefentherapie bei 6000—12000 r HD [71],]72], [73] liegt. Mit diesem Resultat dürfte der vorzugsweise technisch-physikalische Entwicklungsabschnitt auf dem Gebiet der Röntgentiefentherapie mit dem Ziele hoher relativer Tiefendosen einen gewissen Abschluß erreicht haben. In der gegenwärtigen Situation, die gewisse Parallelen zu den Verhältnissen vor 25 Jahren zeigt, erscheinen daher grundsätzliche Überlegungen zu einer methodischen Weiterentwicklung in der Röntgentiefentherapie angebracht [74]. Abgesehen von persönlichen Auffassungen in der Indikation zur Strahlenbehandlung, kann die Verbesserung der Heilungsergebnisse keinesfalls als ein ausschließlich technisch-physikalisches noch als ein ausgesprochen biologisches Problem angesehen werden. Das gesamte radiobiologische Geschehen bei der Durchstrahlung bösartiger Geschwülste ist im wesentlichen noch unbekannt. Einblick kann nur aus einer systematischen Beziehung der einzelnen morphologischen und chemischen Befunde auf die insgesamt biologisch wirksame Strahlung gewonnen werden. Die Voraussetzung dafür ist, daß die unter den jeweiligen Bedingungen charakteristischen biophysikalischen Merkmale einer Bestrahlungsmethode im Rahmen der biologischen Genauigkeit bekannt sind und auf statistisch auswertbare biologische Kriterien bezogen werden [75].

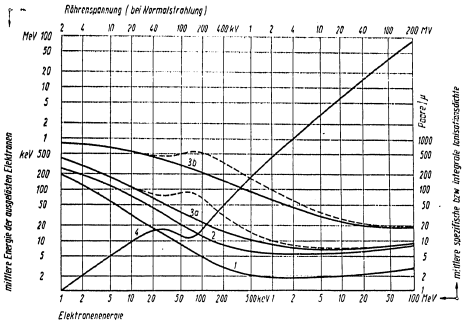


Bild 5 Spezifische und mittlere Ionisationsdichte von schnellen Elektronen und Röntgenstrahlen in Wasser [65].

1. Spezifische primäre Ionisation entlang der Bahn eines Primärelektrons (zusammengestellt unter Verwendung von Angaben von Lea [66] und Gentner, Maier-Leibnitz und Bothe [67].
2. Spezifische Gesamtionisation einschließlich der Ionisation durch Sekundärelektronen entlang der Bahn eines Primärelektrons (zusammengestellt unter Verwendung von Angaben von Curran und Craggs [68] sowie Hazen [69]).

3a. Integrale Ionisation, integriert über die Bahnlänge (zusammengestellt unter Verwendung von Angaben von Lea sowie Cormack und Johns [70]).

3b. Integrale Ionisation, integriert über die Energie (berechnet unter Verwendung der Angaben von Lea).

3a u. b. gestrichelt: Integrale Ionisation, integriert über die Bahnlänge bzw. Energie von Röntgenstrahlung (Normalstrahlung).

4. Mittlere Energie von durch Röntgenstrahlung (Normalstrahlung) in Gewebe ausgelösten Elektronen (berechnet unter Verwendung von Angaben von Lea).

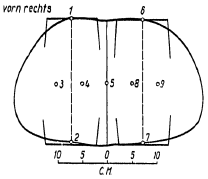
Der Einfluß der geometrischen Dosisverteilung auf die biologische Reaktion wird bei der Röntgentiefentherapie mit stehenden Feldern vielfach nach den Erscheinungen an der Haut gemessen. Man ist einstimmig der Auffassung, daß mit zunehmender Härte und gleicher Dosisleistung die Hautverträglichkeit gegenüber der Röntgenstrahlung ansteigt [76]—[78]. Diese Tatsache wird in der Tiefentherapie zugunsten der Hochvolttherapie ausgewertet. Abgesehen von der Schwierigkeit einer exakten Dosismessung an Grenzflächen [79] und der erheblichen biologischen Schwankungsbreite der Hautreaktion von ± 15 % [80], wird mit ansteigender Strahlenhärte die durch eine in Richtung der Primärstrahlung verlaufende Streuung entstehende Dosisüberhöhung ins Objektinnere verlagert (Skin-Effekt). Bei der Durchstrahlung der Haut mit einer Hochvoltstrahlung unter therapeutischen Bedingungen liegt also das Dosismaximum hinter dem papillären und subpapillären Kapillarplexus, in dem der zum Erythem führende entzündliche Vorgang ausgelöst wird. Die Folge ist, daß die strahlenbiologische Reaktion der Gewebeschichten unter der Haut, z. B. die der Schleimhäute, dem Erythem zeitlich vorangehen kann [81]. Man kann also das Hauterythem bei der geometrischen Dosisverteilung der Hochvoltstrahlung nicht als biologisch brauchbares Vergleichsmaß heranziehen. Wird diese Tatsache — wie des öfteren in der Anfangszeit der Hochvolttherapie — vernachlässigt und trotzdem bis zum üblichen 200-kV-Erythem bestrahlt, können Schäden mit der bekannten schlechten Heilungstendenz oder schmerzhafte Indurationen [82], [83] und Osteoradionekrosen [84] entstehen. Außerdem sind die relativen Tiefendosen im Qualitätsbereich der Hochvoltstrahlung noch so bemessen, daß ein mehrfacher Feldansatz oft gegenüberliegend nötig ist, wenn eine zur Tumoreinschmelzung erforderliche Dosis erreicht werden soll. In diesem Falle wird dann die geringere Hautbelastung an der Eintrittsstelle des einen Feldes durch die gesteigerte Austrittsdosis vom Gegenfeld kompensiert. Im Endergebnis resultiert dann bei gleicher Dosisleistung, was oft in der Bestrahlung nicht berücksichtigt wird, eine der 200-kV-Strahlung praktisch gleiche Hautreaktion (*Murphy* und *Reinhard*).

Die Steigerung der relativen Tiefendosis und die dabei noch entstehende Raumdosis können unter Hochvolt-Standfeldbedingungen noch nicht als ideal bezeichnet werden (Bild 6). Das gleiche gilt, wenn an Stelle der Röntgenstrahlung natürliche [74] oder künstliche radioaktive Strahlungsquellen unter Standfeldbedin-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

gungen zur Anwendung kommen. Sie sind durch eine praktisch störungsfreie Arbeitsweise gekennzeichnet. Diese Tatsache erscheint besonders bemerkenswert, denn sie erlaubt einen pausenlosen Einsatz im Routinebetrieb, der mit elektrischen Hochspannungserzeugern



51+51
Cervix-Ca II
rechtes Becken: 9mm CuHWS
linkes Becken : 0,9mm CuHWS

Meßpunkte	1	2	3	4	5	6	7	8	9
re. vorn	100	13	38	39	18				
re. hinten	13	100	42	42	18				
li. vorn					9	100	4	79	28
li. hinten					9	4	100	33	32
Bes. Dosis	113	113	80	81		100	104	82	60

Bild 6 Dosiswerte an verschiedenen Punkten (1—9) in einem weiblichen Becken von 24 cm ∅, wie sie sich bei der Bestrahlung eines Cervix-Ca mit stehenden Feldern ergeben. Rechtes Becken unter den Bedingungen: 1000 kV, 9 mm Cu HWS, 70 cm FHA und 42 r/min frei Luft. Linkes Becken unter den Bedingungen: 200 kV, 0,9 mm Cu HWS, 80 cm FHA und 32 r/min frei Luft bestrahlt [82].

nicht immer gegeben ist. Allerdings sind zur Erreichung mittlerer Dosisleistungen von rund 30 r/min. in 1 m Fokusabstand Präparate von etwa 2000 Curie Co^{60} erforderlich. Bei einem Preis von einigen Pfennigen für das Millicurie Co^{60} sind also auch die Unterhaltungskosten, gemessen an anderen Anlagen, mit dieser Strahlenqualität noch recht günstig [85]. Der Strahlenschutz und das Gewicht einer Anlage für Bewegungsbestrahlung von 3—6 t erfordern allerdings einen gewissen baulichen Aufwand. Die bei der Hochvolttherapie bzw. Co^{60}-Einheiten mit stehenden Feldern auftretenden physikalischen Nachteile sind:

- unzureichende Herddosis bei einer immerhin noch großen Raumdosis und
- übermäßige Strahlenbelastung der hautnahen Gewebeschichten.

Diese Tatsache hat bald zu Versuchen mit der Bewegungsbestrahlung in diesem Qualitätsbereich geführt [85], [86]. Die charakteristischen biophysikalischen Merkmale der Bewegungsbestrahlung gegenüber Standfeldbedingungen beruhen in der Hautschonung und einer hohen Herddosis [87]. Dabei kann oft eine Verkleinerung der Raumdosis erreicht werden, denn die nicht auf eine Kompression angewiesene Bewegungsbestrahlung erlaubt eine vielfach maßgerechtere Feldgröße, wie sie mit den üblichen genormten Tuben nicht möglich ist. Diese Größen werden heute zur Beurteilung einer strahlentherapeutischen Methode in dem Begriff der relativen Herdraumdosis zusammengefaßt [88]. Sie läßt sich nach der Beziehung ermitteln:

Relative Herdraumdosis in %

$$= \frac{\text{Herdraumdosis}}{\text{Raumdosis}} \cdot 100\ \%.$$

Diese Definition zur Beurteilung einer zweckmäßigen Bestrahlungsmethode in der Röntgentiefentherapie weist einen entscheidenden Mangel auf. Die prozentuale Angabe der relativen Herdraumdosis stellt einen Integralwert dar, der in keiner Weise die Homogenität der Durchstrahlung des Herdraumes unter therapeutischen Bedingungen berücksichtigt oder erkennen läßt. Werden z. B. bei der Bestrahlung tiefliegender Geschwülste lange, schmale Felder mit konventioneller Rotation bzw. Pendeltechnik angesetzt, ergeben sich bei diesen Feldern in Herdebene zum Teil beträchtliche Differenzen vom Feldmittelpunkt zur Feldgrenze [75]. Sie können Unterschiede bis zu 50 % und mehr ausmachen, wenn von Tabellen- oder Wasserphantomwerten ausgegangen wird, und erklären schon rein physikalisch-technisch die Mißerfolge, wie sie bei langausgedehnten Geschwülsten, z. B. beim Oesophagus-Karzinom, auftreten (Bild 7). Daß diese oftmals un-

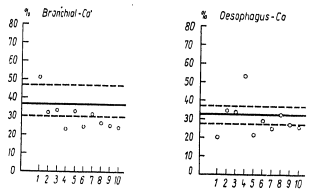


Bild 7a u. b Herddosen in Prozent des Röntgenwertes (50 cm frei Luft) bei der Rotationsbestrahlung. Ausgezogen = mittlere Herddosis; gestrichelt = Grenzwerte nach Phantommessungen. o = gemessene Werte am Patienten.

7a. Unterschied von berechneten und gemessenen Herddosen bei der Rotationsbestrahlung von Bronchial-Karzinomen. (200 kV, 1,0 mm Cu HWS, 50 cm Fokus-Drehpunktabstand [FDA] und 4×10 cm² Feldgröße.)

7b. Unterschied von berechneten und gemessenen Herddosen bei der Rotationsbestrahlung von Oesophagus-Karzinomen (Bedingungen gleich denen für 7a, aber 25×10 cm² Feldgröße) [9].

erkannten Mängel zu einer Fehlbeurteilung führen können, sei am Rande erwähnt. Die Dosisverteilung im Herdraum, wie sie bei der 200-kV-Therapie entsteht, läßt sich aber sehr schwer berechnen [89]. Phantommessungen können bis zu einem gewissen Grade orientierend herangezogen werden [90]. Die objektgebundenen speziellen Eigenheiten der geometrischen Dosisverteilung können aber nur systematisch ermittelt werden. Die inhomogene Herdraumdurchstrahlung entsteht bei der Bewegungsbestrahlung durch die abnehmende Streustrahlung zum Feldrand und der endlichen Brennfleckgröße. Die Konfiguration des Objektes, z. B. die Trapezoidform des Thorax und

besonders die Dicke der verschiedenen Gewebeschichten, spielen bei der konventionellen Strahlung eine entscheidende Rolle für die inhomogene, objektgebundene Feldausleuchtung sowie für die Lage des Dosismaximums. Knochen, Muskulatur und lufthaltiges Gewebe absorbieren bei einer Durchstrahlung mit konventioneller Qualität noch so unterschiedlich [91], [92], [93], daß eine Berechnung der Dosisverhältnisse aus einem Meßpunkt auch im Rahmen der biologischen Genauigkeit nicht möglich ist (Bild 8). Diese Faktoren, die die Dosis und die Lage des Dosismaximums unkontrollierbar verändern, wurden schon ein-

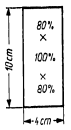


Bild 8 Dosisabfall zum Feldrand bei der Rotationsbestrahlung eines normal konfigurierten Patienten (Bestrahlungsbedingungen wie 7a) [75].

mal bei der Entwicklung der Bewegungsbestrahlung als nachteilig angesehen. Dem eventuellen Einwand, daß diese inhomogene Feldausleuchtung nur bei „extremer Feldform" auftritt, sei mit einem alten Grundsatz der Strahlentherapie begegnet: Die Domäne der Strahlentherapie liegt heute wie vordem in der weitgehenden Einbeziehung der regionären Lymphabflußgebiete eines Geschwulstherdes mit zur Tumoreinschmelzung führenden Dosen. Die Einhaltung dieser strahlentherapeutischen Forderung setzt aber des öfteren den Ansatz entsprechender Feldformen voraus. Wenn ihnen entscheidende physikalisch-technische Mängel in der Dosisverteilung anhaften, kann von therapeutischer Seite die Methodik nur als unzureichend beurteilt werden. Bis zu einem gewissen Grade können diese Mängel, wenn sie bekannt sind, durch Abstandserhöhung, Ausgleichsfilter [94] und durch das Verfahren der Pendelkonvergenz [95] behoben werden. Der Nachteil aller dieser Methoden beruht aber in der erheblichen Schwächung der 200- bzw. 250-kV-Qualität in den verschieden dichten biologischen Medien. Daraus entstehen Schwierigkeiten für die genaue Dosisermittlung und therapeutische Mißerfolge.

Unter diesen Umständen kann daher eine Bewegungsbestrahlung nur dann einen Fortschritt in der Röntgen-Tiefentherapie darstellen, wenn ihre Anwendung einfach ist und keine dosimetrischen Schwierigkeiten entstehen. Inwieweit solche durch Bestimmung der Gewebefaktoren überwunden werden können, ist Gegenstand weiterer Untersuchungen [89]. Die aus der Dichte der durchstrahlten Gewebe entstehenden dosimetrischen Schwierigkeiten bei der Bewegungsbestrahlung unter konventionellen Bedingungen nehmen mit steigender Strahlenqualität ab (Bild 9). Sie liegen bei 400 kV schon wesentlich günstiger.

Die therapeutische Anwendung einer 400-keV-Strahlung kann aber vom biophysikalischen Standpunkt nur bedingt als befriedigend angesehen werden, da die relative Tiefendosis, abgesehen von der Strahlenerweichung durch die verschiedenen Streuvorgänge im Objekt, im Vergleich zu anderen verfügbaren Strahlenqualitäten noch gering ist. Dieser Nachteil

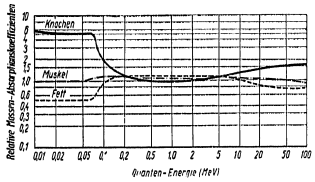


Bild 9 Abhängigkeit der Ionisation von der Dichte der Gewebe und der Strahlenqualität. Diese bei monochromatischer Strahlung gewonnenen Werte liegen aber in der Praxis nicht vor (Inhomogenität der Röntgenstrahlung und Erweichung der Primärstrahlung durch Streuung) [91].

kann jedoch durch Einsatz der Bewegungsbestrahlung ausgeglichen werden. Unter diesen Bedingungen hat man daher einmal die sich aus der härteren Strahlenqualität ergebenden Vorteile (insbesondere den einer gegenüber 200 keV homogeneren Herddurchstrahlung) und gleichzeitig die Möglichkeit, sich mit dem Therapiestrahl von dem richtigen Sitz des Feldes zu überzeugen. Dies ist bei höheren Strahlenqualitäten nicht mehr möglich. Bei Berücksichtigung aller dieser Faktoren erscheint der Einsatz einer 400-keV-Strahlung unter den Bedingungen der Rotationsbestrahlung, eventuell mit raumsparenden, leistungsstarken Resonanztransformatoren als Hochspannungserzeugern, immerhin sinnvoll.

Mit zunehmender Strahlenqualität werden die biophysikalischen Bedingungen, wie bereits dargelegt, besser. Außerdem steigt auch die Dosisleistung mit der Erhöhung der Strahlenqualität exponentiell an. Obgleich der Röhrenstrom z. B. bei einem 2-MeV-*van-de-Graaf*-Röntgengenerator nur 250 mA beträgt, erreicht sie den beachtlichen Wert von 75 r/min in 1 m FA bei einer HWS von 12,5 mm Cu [96]. Zur Erklärung die technischen Daten: Das Gewicht von 2 t, ein Durchmesser von 90 cm und eine Höhe von 180 cm erlaubten die Anwendung zur Bewegungsbestrahlung [96].

Bild 3 über die relativen Tiefendosen mit 2 MeV zeigt eindeutig, daß die Dosisverhältnisse bei der 2-MeV-Strahlung besser, aber zahlenmäßig auch noch nicht entscheidend sind. Diese Tatsache wird allerdings häufig mißverstanden. Der entscheidende Unterschied zwischen 200 keV und 400 keV und im besonderen von 200 keV und 2 MeV beruht darin, daß die 2-MeV-Strahlung nicht so den unkontrollierbaren Schwächungen durch Knochen, Muskulatur und Objektdimension unterworfen ist wie die konventionelle Strahlenqualität (Bild 8). Der Vorteil einer Hochvoltstrahlung beruht also nicht so sehr in der besseren relativen Tiefendosisausbeute, sondern vorwiegend in den auch bei kleinen Feldgrößen übersichtlicheren Dosisverhältnissen. Sie erreichen bei etwa 15 MeV unter den

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

üblichen tiefentherapeutischen Objektdimensionen geradezu ideale Verhältnisse. Einfalls- und Austrittsdosis sind hier praktisch gleich hoch (Bild 9). Diesen strahlentherapeutisch-technisch idealen Bedingungen stehen aber vorerst noch folgende Nachteile gegenüber:

1. die niedrigere Dosisleistung von etwa 20 r/min. Unter diesen Umständen dauern die Bestrahlungszeiten bei der Bewegungsbestrahlung länger als bei der konventionellen Bewegungstherapie [92]. Die Dosisleistung spielt zwar in der heutigen Tumortherapie noch keine wesentliche biologische Rolle, es liegen aber aus den vielfachen Studien an der Haut Ergebnisse über den Einfluß der Dosisleistung auf die strahlenbiologische Wirkung vor (*Holthusen*, *Wachsmann*, *Kepp* u. a. m.). Wenn auch die strahlenbiologische Wirkung der Dosisleistung, an der Hautreaktion gemessen, nur im Sinne eines biologischen Vergleichsmaßes orientierend für die Reaktion auf bösartige Geschwülste herangezogen werden kann, so muß sie auch entsprechend für die Entwicklung strahlentherapeutischer Methoden mit besserer elektiver Wirkung auf bösartige Geschwülste berücksichtigt werden. Abgesehen von der Existenz einer critically intensity [98] bei verschiedenen biologischen Objekten mit unterschiedlicher Wachstumstendenz, ist die Dosisleistung auch für die biologische Wirksamkeit einzeln fraktioniert verabfolgter Dosisraten entscheidend;

2. entstehen bei der ultrafraktionierten Energieabgabe eines Betatrons Schwierigkeiten für eine exakte Dosierung in Röntgen. Sie beruhen einmal auf der sehr kurzen, hohen Dosisleistung von 10^{-5} sec. Dabei wird oftmals keine Sättigung der Ionisationskammer erreicht. Außerdem zeigt das benutzte Isoliermaterial oft Aufladungs- und Entladungseffekte [99]. Schließlich ist nach einer neueren Theorie von *Fermi* [100] infolge der Polarisation der Atome bei Quantenenergien über 1 MeV bei festen bzw. flüssigen Stoffen die Elektronenbremsung kleiner als bei einem Gas der gleichen chemischen Zusammensetzung. Bei großen Quantenenergien ist das Elektronenbremsvermögen also auch abhängig von der Dichte des Stoffes. Dieser Effekt macht sich aber erst ab 3 MeV bemerkbar. Die Definition der Röntgeneinheit ist deshalb auch nur bis zu dieser Grenze gültig [79]. Die Einführung energiereicher Strahlung und anderer Strahlungsarten (Beta-, Alpha-, Protonen- und Neutronenbestrahlung) machte die Definition einer neuen, universellen Dosiseinheit notwendig. Von amerikanischen Wissenschaftlern (*Parker*) wurde dann das „röntgenequivalent-physical" (rep) eingeführt. Mit dieser Definition ist zwar ein physikalisch exaktes Maß aufgestellt, seine Anwendung im biologischen Objekt aber nicht immer direkt möglich;

3. ist die biologische Wirksamkeit der ultraharten Strahlung nach den bisherigen Experimentalergebnissen gegenüber der 200-kV-Strahlung geringer. Inwieweit sich mit der Fraktionierung eine eventuelle Steigerung der Elektivität, d. h. ein gesteigerter Unterschied im strahlenbiologischen Verhalten zwischen normalem und Krebsgewebe ergibt, ist Gegenstand vielfacher Untersuchungen, die heute noch nicht als abgeschlossen gelten können.

Eine weitere Steigerung der Strahlenqualität, etwa in der Absicht, den Aufbaueffekt in den kranken Herd zu verlegen, ist mit einer nachteilig hohen Austrittsdosis verbunden, obgleich die Raumdosis noch etwas kleiner wird (Bild 10).

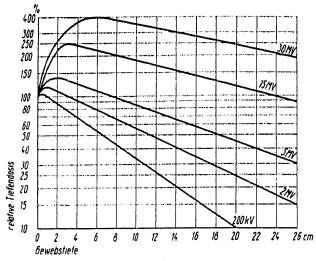


Bild 10 Relative Tiefendosen von Röntgenstrahlen verschiedener Härte, mittleren Feldgrößen und optimalen apparativ-technischen Bedingungen (orientierende Phantomwerte) [105].

Bei einem in 10 cm Tiefe angenommenen, 1 cm dicken Krankheitsherd in einem Körper von 20 cm ⌀ beträgt die Raumdosis bei 50 cm² Feldgröße und 1 m FA:

auf 200 kV mit 100 % (Phantomwert) bezogen

bei 400 kV	98,2 %
bei 800 kV	89,3 %
bei 2 MeV	89,0 %
bei 15 MeV	79,8 %
bei 31 MeV	77,5 %

Das angeführte Beispiel zeigt, daß die Raumdosis mit zunehmender Strahlenhärte abnimmt und eine Steigerung der Strahlenqualität von 15 MeV auf 31 MeV keinen wesentlichen Gewinn mehr erbringt. Außerdem ist dieser kleine Vorteil bei 31 MeV — wie bereits erwähnt — mit einer gesteigerten Belastung an der Strahlenaustrittsstelle verbunden. Dieser Nachteil war u. a. auch ein maßgeblicher Grund, Anlagen des höheren ultraharten Qualitätsbereiches auf eine Anwendung zur Bewegungsbestrahlung umzustellen (z. B. *Brown-Boveri*) (Bild 11) [101].

Eine Bestrahlungsmethode mit niedriger Raumdosisbelastung, wie sie ab 15 MeV erreicht wird, kann aber wesentlich zur Eröffnung neuer oder zur Verbesserung bisheriger therapeutischer Verfahren, wie z. B. der Röntgenvorbestrahlung, beitragen. Wie bereits am Rande erwähnt, kann die Tumordosis bei der begrenzten Strahlenverträglichkeit der gesunden Umgebung nicht beliebig gesteigert werden. Bei einer Reihe von Geschwülsten hat sich daher eine kombinierte Behandlung aus Röntgenvorbestrahlung, chirurgischem Eingriff und eventueller Röntgennachbestrahlung als sinnvoll erwiesen und zur erheblichen Steigerung des Heilungsergebnisses geführt [102],

[103]. Der Einsatz einer ultraharten Strahlung bei der Kombination von radiologischen und chirurgischen Behandlungsverfahren bietet aus den dargelegten biophysikalischen Kriterien gegenüber der konventionellen Strahlung folgenden entscheidenden Vorteil: Die bei einer ultraharten Bestrahlung verringerte Raumdosisbelastung des Patienten trägt wesentlich

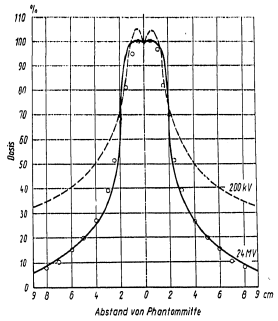


Bild 11 Dosisverlauf in einem zylindrischen Phantom von 18 cm ⌀ bei der Rotationsbestrahlung mit einem Feld von 3 cm ⌀. Ausgezogen = berechnete Werte nach Meßwerten von Laughlin für 24 MeV; gestrichelt = gemessene Werte für 200 kV nach Neumann u. Wachsmann [101].

zur Erhaltung eines guten Allgemeinzustandes und der natürlichen Abwehrkräfte bei. Die Operation könnte daher, wie strahlenbiologisch erforderlich [104], zeitgerecht eine Strahlenbehandlung ergänzen. Dabei ist stillschweigend vorausgesetzt, daß die biologische Wirkung einer Dosis mit ultraharter Strahlung auf bösartige Geschwülste im wesentlichen einer solchen mit konventioneller Qualität gleich ist. Die konsequente Einhaltung des günstigsten Operationstermins ist aber bei der Verwendung konventioneller Strahlungen nicht immer gegeben. Die Operationsvorbereitung bzw. die Abheilung der Hautreaktion eines so behandelten Patienten zwingen oft zu einer Überschreitung des Termins um mehrere Wochen. Eine Beeinträchtigung der Behandlungsergebnisse ist die Folge.

Mit dieser Betrachtung über physikalische, technische und biologische Gesichtspunkte zur Behandlung tiefliegender Geschwülste mit Hochvolt- und ultraharter Strahlung wurde der Versuch unternommen, die charakteristischen Methoden der verschiedenen Bedingungen objektiv darzustellen. Grundsätzlich kann aber der strahlentherapeutische Erfolg nicht allein von der Anwendung der heute zur Verfügung stehenden Apparate abhängig gemacht werden, sondern von der erfahrenen Hand, die ihren Einsatz lenkt. Es läßt sich allerdings auf die Dauer nicht vertreten, wenn unter speziellen schwierigen Verhältnissen, wie bei fortgeschrittenen Geschwülsten innerer Organe, z. B. Lunge, Oesophagus, Blase usw., strahlentherapeutische Methoden mit besseren strahlenbiologischen und biophysikalischen Voraussetzungen nicht zur Anwendung kommen. Eine subjektive Ablehnung aus wirtschaftlichen Motiven widerspricht der Ethik eines Arztes und kann nur dann überzeugend sein, wenn eindeutige Gründe für diese Auffassung vorliegen. Sie zu erweisen, ist heute vorzugsweise Aufgabe einer systematischen Strahlentherapie und ohne Zusammenarbeit mit den einzelnen theoretischen und praktischen Disziplinen der Medizin nicht möglich.

Zusammenfassung

Es wird über die physikalischen, technischen und biologischen Gesichtspunkte berichtet, wie sie sich aus den bisherigen Erfahrungen zur Behandlung tiefliegender ausgedehnter Geschwülste mit der Hochvolt- und ultraharten Röntgenstrahlung ergeben. Günstige biophysikalische Kriterien liegen bei einer Bewegungsbestrahlung ab etwa 2 MeV und erreichen bei etwa 15 MeV unter Berücksichtigung der Körperdimensionen des Patienten optimale Verhältnisse. Die bei einer konventionellen 200-keV- bis 250-keV-Bestrahlung durch die unterschiedlich dichten durchstrahlten Gewebe entstehenden Schwierigkeiten einer homogenen Herdraumdurchstrahlung sind im Qualitätsbereich der Hochvoltstrahlung entscheidend verringert bzw. im ultraharten Bereich behoben. Allerdings ergeben sich ab 3 MeV für die Dosimetrie in Röntgen Schwierigkeiten, und die Dosisleistung von 15 MeV ist z. B. einem *van-de-Graaf*-Generator gegenüber gering[1]). Die Voraussetzungen zur Verbesserung der Heilungsergebnisse bei kombiniertem Behandlungsverfahren (Operation und Bestrahlung) scheinen in einer niedrigen Raumdosisbelastung des Patienten bei der Anwendung ultraharter Strahlungen zu liegen. Die strahlentherapeutische Überlegenheit einer fraktioniert verabfolgten ultraharten Strahlung gegenüber der konventionellen resp. Hochvoltstrahlung kann bei rein strahlentherapeutischen Maßnahmen aber noch nicht als gesichert angesehen werden.

Literaturangabe

[1] *Huber* u. a., Probleme und Ergebnisse aus Biophysik und Strahlenbiologie. W. Friedrich u. H. Schreiber. VEB Georg Thieme, Leipzig 1956, S. 56.
[2] *Huber* u. a., Strahlentherapie **94** (1954), S. 460.
[3] *Wachsmann*, zit. aus Grundlagen der Strahlentherapie. R. Kepp. Georg Thieme Verlag, Stuttgart 1952, S. 61.
[4] *Wachsmann*, Tabelle der Siemens-Reiniger-Werke, Erlangen.
[5] *Dillon*, Primäres Lungenkarzinom. Med. Staatsverlag, Moskau 1947, S. 84.
[6] *Huber*, Strahlentherapie **97** (1955), S. 444.
[7] *Rudermann*, Vestn. Rentgenol. **3** (1953), S. 74.
[8] *Gummel*, Wiss. Annalen der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **4** (1955), S. 449.
[9] *Huber* u. a., Strahlentherapie **99** (1956), S. 79.
[10] *Schubert*, Strahlentherapie **44** (1932), S. 293.
[11] *Ewald*, Strahlentherapie **67** (1940), S. 553.
[12] *Leucutia*, Amer. J. Roentgenol. **36** (1936), S. 350.
[13] *Schmitz*, Radiology **25** (1935), S. 341.
[14] *Stone* u. *Aebersold*, Radiology **29** (1937), S. 296.
[15] *Lauritzen* u. *Benett*, Phys. Rev. **32** (1928), S. 850.
[16] *Failla*, Phys. Rev. **39** (1932), S. 176.

[1]) Nach den neuesten Entwicklungen ist bei der Elektronenschleuder der Fa. Siemens-Reiniger von 15 MeV mit einer Dosisleistung von 50 bis 60 r/min in 50 cm Abstand zu rechnen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

[17] *Gunsett*, Strahlentherapie **56** (1936), S. 422.
[18] *Coolidge* u. *Dempster*, Amer. J. Roentgenol. **27** (1932), S. 405.
[19] *Lauritzen*, Amer. J. Roentgenol. **41** (1939), S. 1003.
[20] *Glauner*, Strahlentherapie **90** (1953), S. 169.
[21] *Mudd* u. *Emery*, Strahlentherapie **54** (1935), S. 216.
[22] *Mudd* u. a., Amer. J. Roentgenol. **31** (1934), S. 520.
[23] *Hacker* u. *Guttman*, Amer. J. Roentgenol. **51** (1944), S. 83.
[24] *Buschke, Kantril* u. *Parker*, Supervoltage Roentgentherapy. Charles Thomas. Pub. Springfield, Illinois (USA) 1950.
[25] *Schmitz*, Amer. J. Obst. and Gyn. **55** (1948), S. 262.
[26] zit. nach *Kepp*, Grundlagen der Strahlentherapie. Georg Thieme Verlag, Stuttgart 1952, S. 196.
[27] *Trump*, The Techn. Rev. **50** (1947), S. 2.
[28] *Newbery*, Brit. J. Radiol. **22** (1949), S. 473.
[29] Linear accelerators for therapy and nuclear research; Prospekt der Philips Electr. Ltd. London WC 2.
[30] *Kerst*, Radiology **40** (1943), S. 115, und Nature **157** (1946), S. 90.
[31] *Cockroft* u. *Pickavance*, Endeavour **14** (1955), S. 61.
[32] *Citron* u. a., Strahlentherapie **94** (1954), S. 23.
[33] *Wachsmann*, Röntgenblätter 4 (1951), S. 49, u. Fortschr. Med. **5** (1953), S. 115.
[34] *Kaye* u. *Binks*, Brit. J. Radiol. **13** (1940), S. 193.
[35] *Wachsmann*, *Strahlentherapie* **89** (1952), S. 128.
[36] *Heitler*, Clavendon Press, Oxford 1947; zit. nach *Laughlin*, Physical Aspects of Betatron Therapy. Ch. Thomas Publ., Springfield Hl. (USA) 1954, S. 11.
[37] *Kirby-Smith* u. *Daniels*, Genetics **38** (1953), S. 375.
[38] *Gray*, Nature **152** (1943), S. 53.
[39] *Reiche*, Über die Wirkung von 180-keV- und 31-MeV-Röntgenstrahlen auf das Ehrlich-Aszites-Karzinom der weißen Maus. Inaug.-Diss., Zürich 1954.
[40] *Würmli*, Onkologia **7** (1954).
[41] *Fritz-Niggli*, Fortschritte Röntgenstr. **83** (1955), S. 178.
[42] *Ting* u. a., J. of Hematol. **7** (1952), S. 826.
[43] *Ting* u. a., zit. nach *Laughlin* [36].
[44] *Ting* u. a., Canad. Rev. Biol. **2** (1952), S. 389.
[45] *Haas* u. a., zit. nach *Laughlin* [36].
[46] *Fuller*, zit. nach *Laughlin* [36].
[47] *Cauldwell* u. *Laughlin*, Amer. J. Pathol. **27** (1951), S. 744.
[48] *Quastler* u. *Clark*, Amer. J. Roentgenol. **54** (1945), S. 723.
[49] *Chase* u. a., Amer. J. Roentgenol. **57** (1947), S. 359.
[50] *Quastler* u. *Lanzl*, Amer. J. Roentgenol. **63** (1950), S. 566.
[51] *Luce* u. a., Amer. J. Roentgenol. **62** (1949), S. 255.
[52] *Luce* u. a., Amer. J. Roentgenol. **64** (1950), S. 963.
[53] *Quastler*, zit. nach *Laughlin* [36].
[54] *Keller* u. a., Brit. J. Radiol. **26** (1953), S. 152.
[55] *Fuller* u. *Laughlin*, Amer. J. Pathol. **27** (1951), S. 675.
[56] *Eschenbrenner* u. *Wang*, zit. nach *Laughlin* [36].
[57] *Barth* u. *Wachsmann*, Strahlentherapie **83** (1954), S. 395.
[58] *Wachsmann*, Strahlentherapie **81** (1950), S. 273.
[59] *Wachsmann*, Strahlentherapie **76** (1946), S. 370.
[60] *Zuppinger*, Vortrag auf dem 3. Deutschen Kongreß für ärztliche Fortbildung. Berlin. 12. 6. 1954.
[61] *Joyet*, in: Das Brown-Boveri-Betatron. 25. 7. 1953.
[62] *Zuppinger* u. a., Radiol. clin. (Basel) **23** (1954), 360.
[63] *Wachsmann*, Strahlentherapie **97** (1955), S. 113.
[64] *Wood*, zit. nach *Paterson*, The Treatment of Malignant Disease by Radium and X-Rays.
[65] *Wachsmann*, Strahlentherapie **89** (1952), S. 128.
[66] *Lea*, Action of Radiation on Living Cells. Univ. Press, Cambridge 1946.
[67] *Gentner* u. a., Atlas typischer Nebelkammerbilder. J. Springer, Berlin 1940.
[68] *Curran* u. *Craggs*, Counter Tubes, London 1949.
[69] *Hazen*, Phys. Rev. **67** (1945), S. 269.
[70] *Cormach* u. *Johns*, Brit. J. Radiol. **25** (1952), S. 369.
[71] *Neumann* u. *Wachsmann*, Strahlentherapie **75** (1944), S. 323.
[72] *Oeser*, Strahlenbehandlung der Geschwülste. Urban u. Schwarzenberg 1954, S. 252.
[73] = [26] *Kepp*, S. 229ff.
[74] *Maisin* u. a., „Acta" **10** (1954), S. 11.
[75] *Huber*, Vortrag auf dem 2. Röntgenologen-Kongreß der DDR, Berlin 1956.
[76] *Gray*, Brit. J. Radiol. **13** (1940), S. 25.
[77] *Stone*, Radiology **30** (1938), S. 88.
[78] *Hudson* u. *Cramer*, Radiology **29** (1937), S. 296.
[79] *Jäger*, Zschr. f. ang. Phys. **3** (1951), S. 191.
[80] *Flaskamp*, Über Röntgenschäden und Schäden durch radioaktive Substanzen. Urban u. Schwarzenberg, Berlin 1930, 12. Sondb. Strahlenth.
[81] *Leukutia* u. *Corrigan*, Amer. J. Roentgenol. **31** (1934), S. 628.
[82] *Murphy* u. *Reinhard*, Radiology **55** (1950), S. 477.
[83] *Stone*, Ref. auf 6. Int. Röntgenol.-Kongreß, London 1950.
[84] *Buschke* u. a., Radiology. Behandlungsergebnisse bei Kiefer-Ca. mit 800 kV.
[85] Angaben der Atomic Energy of Canada Ltd. Ottawa Canada; Vertr. in Deutschland: Sanitas Berlin.
[86] Siemens-Reiniger, Gerät „Gammatron".
[87] *Wachsmann* u. *Barth*, Die Bewegungsbestrahlung. Georg Thieme, Stuttgart 1953.
[88] *Wachsmann*, Strahlentherapie **70** (1941), S. 653.
[89] *Plesch*, Eine Methode zur Berechnung der Gewebefaktoren. Priv. Mittlg.
[90] *Barth*, Strahlentherapie **87** (1952), S. 243
[91] *Laughlin*, Nucleonics **8** (1951), S. 16.
[92] *Wachsmann*, zit. nach [32], S. 38.
[93] *Birkner* Vortrag auf dem 2. Röntgenologen-Kongreß der DDR, Berlin 1956.
[94] *Ellis* u. *Miller*, Brit. J. Radiology **17** (1944), S. 90.
[95] Pendelkonvergenz-Bestrahlung der Fa. Ch. F. Müller, Hamburg.
[96] *Trump* u. a., *Radiology* **57** (1951), S. 157.
[97] *Becker* u. a., Strahlentherapie **97** (1955), S. 1.
[98] *Spear* u. *Grimmet*, Brit. J. Radiol. **18** (1945), S. 313.
[99] *Taylor*, Strahlentherapie **89** (1953), S. 337.
[100] *Fermi*, Nuclear Physics. Univ. Chicago Press, 1950.
[101] = [87], S. 172.
[102] *Nohrman*, Acta Radiologica Suppl. **77**, 1949.
[103] *Kottmeier*, zit. nach [32], S. 305.
[104] *Jüngling* u. *Langendorff*, Strahlentherapie **38** (1930) S. 1; **44** (1932), S. 771; **51** (1934), S. 393; **69** (1941), S. 181
[105] Die Siemens-Elektronenschleuder, Hausmittlg. d. Fa. Siemens-Reiniger, Erlangen.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 20
Institut für Mathematik, Direktor: Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! Dk 517,63
Eingang: 19. 6. 1956

Über das asymptotische Verhalten der Laplace-Transformation

Von Dr. rer. nat. Lothar Berg

Bekanntlich ist bei der Laplace-Transformation das asymptotische Verhalten einer Bildfunktion für große Argumentwerte durch das Verhalten der zugehörigen Originalfunktion auf der reellen Achse in einer beliebig kleinen Umgebung des Koordinatenanfangspunktes bestimmt, wenn die Originalfunktion dort etwa eine asymptotische Entwicklung nach steigenden (nicht notwendig ganzen) Potenzen besitzt (vgl. [1] S. 45). In der vorliegenden Arbeit soll gezeigt werden, daß auch bei weitgehend allgemeinem Verhalten der Originalfunktion derselbe Sachverhalt vorliegt. Die Voraussetzungen des Satzes 2 ließen sich dabei noch weiter abschwächen, worauf hier aber nicht weiter eingegangen werden soll. Außerdem ließe sich dieser Satz auch leicht auf asymptotische Entwicklungen ausdehnen.

Es mögen die Integrale

$$f_1(s) = \int_0^\delta e^{-st} F(t)\,dt, \quad f_2(s) = \int_\delta^\infty e^{-st} F(t)\,dt,$$

$$\varphi_1(s) = \int_0^\delta e^{-st} \Phi(t)\,dt, \quad \varphi_2(s) = \int_\delta^\infty e^{-st} \Phi(t)\,dt$$

für einen gewissen Wert $s = s_0$ und somit für alle $s \geqq s_0$ existieren. Alle auftretenden Variablen und Funktionen sollen reell sein. Setzen wir noch

$$f(s) = f_1(s) + f_2(s), \quad \varphi(s) = \varphi_1(s) + \varphi_2(s),$$

so gilt zunächst der folgende Satz:

Satz 1. *Gilt für alle δ einer gewissen Nullfolge (δ_τ), wenn $s \to \infty$ strebt,*

$$(1) \qquad f_2(s) = o\left(\varphi_1(s)\right), \quad \varphi_2(s) = o\left(\varphi_1(s)\right)$$

und außerdem gleichmäßig für alle $s \geqq s_0$

$$(2) \qquad \lim_{\delta_\tau \to 0} \frac{f_1(s)}{\varphi_1(s)} = 1,$$

so gilt für $s \to \infty$ die asymptotische Gleichung

$$(3) \qquad f(s) \sim \varphi(s).$$

Dabei ist in der Schreibweise der Voraussetzung (1) automatisch die Zusatzvoraussetzung enthalten, daß $\varphi_1(s)$ für hinreichend große s positiv ist. Über die Definition einer asymptotischen Gleichung siehe [1] S. 30.

[1] *G. Doetsch*, Handbuch der Laplace-Transformation II, Basel 1955.

Beweis. Zunächst können wir auf Grund der Voraussetzung (2) bei einem beliebig vorgegebenen $\varepsilon > 0$ die Zahl $\delta = \delta_\tau$ so klein wählen, daß für alle $s \geqq s_0$

$$1 - \varepsilon < \frac{f_1(s)}{\varphi_1(s)} < 1 + \varepsilon$$

gilt. Weiterhin existiert wegen (1) bei festem δ ein solcher Wert $S(\varepsilon)$, daß die Beziehungen

$$-\varepsilon < \frac{f_2(s)}{\varphi_1(s)} < \varepsilon \quad \text{und} \quad -\varepsilon < \frac{\varphi_2(s)}{\varphi_1(s)} < \varepsilon$$

für alle $s > S(\varepsilon)$ erfüllt sind. Somit erhalten wir für den Quotienten

$$\frac{f(s)}{\varphi(s)} = \frac{f_1 + f_2}{\varphi_1 + \varphi_2} = \frac{\dfrac{f_1}{\varphi_1} + \dfrac{f_2}{\varphi_1}}{1 + \dfrac{\varphi_2}{\varphi_1}}$$

im Falle $\varepsilon < 1$ die Abschätzung

$$\frac{(1-\varepsilon) - \varepsilon}{1+\varepsilon} < \frac{\dfrac{f_1}{\varphi_1} + \dfrac{f_2}{\varphi_1}}{1 + \dfrac{\varphi_2}{\varphi_1}} < \frac{(1+\varepsilon) + \varepsilon}{1-\varepsilon}$$

oder schließlich im Falle $\varepsilon < \frac{1}{2}$

$$(1 - 2\varepsilon)^2 < \frac{f(s)}{\varphi(s)} < (1 + 2\varepsilon)^2$$

für alle $s > S(\varepsilon)$. Wegen der Willkürlichkeit von ε folgt hieraus die Behauptung (3), so daß der Satz 1 bewiesen ist.

Setzen wir jetzt $F(t) = F_0(t)\,\varrho(t)$ und $\Phi(t) = \Phi_0(t) \times \varrho(t)$, so gilt ferner unter Beibehaltung der vor Satz 1 festgelegten Bezeichnungen und Voraussetzungen:

Satz 2: *Gegeben seien drei Funktionen $F_0(t)$, $\Phi_0(t)$, $\varrho(t)$. Es existiere eine Zahl η, so daß diese Funktionen für $0 < t < \eta$ stetig sind. In demselben Intervall sei $\Phi_0(t)$ positiv und $\varrho(t)$ nicht negativ; außerdem möge die Funktion $\varrho(t)$ in den Punkten einer Nullfolge (δ_τ) von Null verschieden sein.*

Ist dann für $t \to 0$

$$(4) \qquad F_0(t) \sim \Phi_0(t),$$

so gilt für $s \to \infty$ wiederum die asymptotische Gleichung (3)

$$f(s) \sim \varphi(s).$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Beweis. Zunächst sieht man sofort, daß auch die Funktion $F_0(t)$ für hinreichend kleine t positiv ist, denn andernfalls könnte die Gleichung

$$\lim_{t \to 1} \frac{F_0(t)}{\Phi_0(t)} = 1, \tag{4'}$$

die mit (4) äquivalent ist, nicht erfüllt sein (man beachte die Ähnlichkeit, aber auch den Unterschied von (4') und (2)).

Ist nun δ eine feste positive Zahl, so erhalten wir mit Hilfe der Substitution $t = \delta + \tau$

$$\int_\delta^\infty e^{-st}\,\Phi(t)\,dt = e^{-s\delta}\int_0^\infty e^{-s\tau}\,\Phi(\delta+\tau)\,d\tau.$$

Da das Integral auf der linken Seite (für hinreichend große s) existiert, existiert auch das Integral auf der rechten Seite und konvergiert als Laplace-Integral gegen Null, wenn s gegen ∞ strebt (vgl. [1] S. 193). Folglich gilt in der bereits weiter oben benutzten *Landau*schen Bezeichnungsweise für $s \to \infty$

$$\int_\delta^\infty e^{-st}\,\Phi(t)\,dt = o\,(e^{-s\delta}). \tag{5}$$

Jetzt wählen wir für δ einen Punkt der Folge (δ_ν), der kleiner als η ist, so daß in diesem Punkt nach unseren Voraussetzungen $\Phi(\delta) > 0$ ist. Dann gibt es wegen der Stetigkeit ein $\delta' < \delta$, so daß $\Phi(t)$ auch für $\delta' \leqq t \leqq \delta$ positiv ist, und es gilt

$$\int_0^\delta e^{-st}\,\Phi(t)\,dt \geqq \int_{\delta'}^\delta e^{-st}\,\Phi(t)\,dt \geqq M\,(\delta-\delta')\,e^{-s\delta}.$$

Dabei bezeichnet M das Minimum von $\Phi(t)$ im Intervall $\delta' \leqq t \leqq \delta$, das offenbar positiv ist. Somit erhalten wir durch Vergleich mit (5)

$$\int_\delta^\infty e^{-st}\,\Phi(t)\,dt = o\left(\int_0^\delta e^{-st}\,\Phi(t)\,dt\right),$$

d. h. die zweite der Beziehungen (1). Völlig analog läßt sich für hinreichend kleine δ der Folge (δ_ν) die erste der Beziehungen (1) herleiten.

Nunmehr benutzen wir den Mittelwertsatz der Integralrechnung

$$\int_0^\delta e^{-st}\,F_0(t)\,\varrho(t)\,dt = \frac{F_0(\vartheta)}{\Phi_0(\vartheta)}\int_0^\delta e^{-st}\,\Phi_0(t)\,\varrho(t)\,dt$$

mit $0 < \vartheta < \delta$. Wegen (4') können wir darin bei beliebig vorgegebenem $\varepsilon > 0$ die Zahl δ so klein wählen, daß für $0 < t < \delta$

$$1 - \varepsilon < \frac{F_0(t)}{\Phi_0(t)} < 1 + \varepsilon$$

ist. Somit folgt aus der vorhergehenden Gleichung gleichmäßig für alle $s \geqq s_0$

$$1 - \varepsilon < \frac{\int_0^\delta e^{-st}\,F_0(t)\,\varrho(t)\,dt}{\int_0^\delta e^{-st}\,\Phi_0(t)\,\varrho(t)\,dt} < 1 + \varepsilon,$$

so daß wegen der Willkürlichkeit von ε auch die Beziehung (2) erfüllt ist. Damit haben wir den Satz 2 auf den Satz 1 zurückgeführt.

Anwendungen. Beispielsweise ist der Satz auf S. 93 von [1] (im reellen Fall) eine unmittelbare Folgerung unseres Satzes 2, denn man sieht sofort, daß die Voraussetzung der Stetigkeit von $F_0(t)$ in diesem Satz überflüssig ist.

Als weiteres Beispiel kann man das Integral

$$\int_0^\infty e^{-st}\,t^q\,(\cos p\ln t + 1)\prod_{\nu=1}^\infty (1 - e^{-a^\nu t})\,dt$$

betrachten, das bei der Auflösung einer gewissen Funktionalgleichung auftritt. Mit Hilfe der *Euler*schen Summenformel ergibt sich für $t \to 0$

$$\prod_{\nu=1}^\infty (1 - e^{-a^\nu t}) \sim \frac{c_a}{\sqrt{t}}\,e^{-\frac{\ln^2 t}{2\ln a}},$$

wobei c_a eine nur von a abhängende Konstante ist.

Folglich gilt nach Satz 2 mit $\Phi_0(t) = c_a t^{q-\frac{1}{2}}\,e^{-\frac{\ln^2 t}{2\ln a}}$ und $\varrho(t) = \cos(p\ln t) + 1$ für $s \to \infty$

$$\int_0^\infty e^{-st}\,t^q\,(\cos p\ln t + 1)\prod_{\nu=1}^\infty (1 - e^{-a^\nu t})\,dt$$

$$\sim c_a \int_0^\infty e^{-st}\,(\cos p\ln t + 1)\,t^{q-\frac{1}{2}-\frac{\ln t}{\ln a}}\,dt.$$

Über die weitere Abschätzung des auf der rechten Seite stehenden Integrals sowie über die Rolle der erwähnten Funktionalgleichung bei der Maßbestimmung linearer Punktmengen kann man in Arbeiten des Verfassers nachlesen, die an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 21
Institut für Mathematik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 511.241 (084.2)
Eingang: 10. 7. 1956

Ein Nomogramm zur Umwandlung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten

Von A. Stammberger, Assistent am Institut für Mathematik

In den Anwendungen, besonders auch auf dem Gebiete der Elektrotechnik, ergibt sich häufig die Notwendigkeit, von einem rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem zu Polarkoordinaten bzw. von der komplexen Zahl $z = a + bi$ zu ihrer Normalform $z = re^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\cdot\sin\varphi)$ und umgekehrt überzugehen. Diese Umwandlung ist sehr umständlich und zeitraubend, so daß eine erneute nomographische Behandlung daher wohl gerechtfertigt erscheint [1].

Aus den bekannten Beziehungen zwischen a, b und r, φ ergeben sich die Gleichungen

$$a^2 + b^2 = r^2 \tag{1}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \cot^2\varphi = n. \tag{2}$$

Setzen wir n in (1) ein, so erhalten wir (siehe auch [1])

$$\frac{r^2}{b^2} = n + 1. \tag{3}$$

Die so umgeformten Gleichungen (2) und (3) lassen sich in einem Dreileiternomogramm darstellen, bei dem zwei Leiter doppelt belegt sind mit a, r bzw. n, φ. Denn sie sind vollkommen analog aufgebaut und unterscheiden sich auf der rechten Seite nur um die Konstante 1 (Sprung um Eins). In logarithmischer Darstellung läßt sich bequem ein Bereich von $5° < \varphi < 70°$ (Blatt El - 1 - a)*) erfassen. Der Winkel kann im Gradmaß und im Bogenmaß abgelesen werden. Dieser Doppelleiter für φ ersetzt gleichzeitig eine entsprechende Umrechnungstabelle. Die Bereiche von a, r und b lassen sich nach Bedarf verändern, indem man sie mit gleichen Zehnerpotenzen multipliziert.

Die kleinen (0°—5°) und großen Winkelgruppen (70°—90°) sind in einem Kreisnomogramm dargestellt. Selbstverständlich könnte durch Vertauschen von a und b im Falle $a < b$ Blatt El - 1 - a noch für Winkel bis 85° ausgenutzt werden, denn man erhält dann als Ergebnis $90° - \varphi$.

Die Anwendung der Nomogramme sei an einigen Beispielen erläutert:

Beispiel 1:

Gegeben: $z = a + bi = 8 + 6i$
Gesucht: r und φ.

Man legt eine Ablesegerade durch die Punkte $a = 8$, $b = 6$ und erhält auf der dritten Skala $\varphi = 36{,}9° = 0{,}648$ (Bogenmaß).

Neben φ steht $n = 0{,}562$. Man bildet $n + 1$, verbindet diesen Punkt mit $b = 6$ und liest auf dem mittleren Leiter den gesuchten Wert $r = 10$ ab. Das Ergebnis lautet also:

$$8 + 6i = 10 \cdot e^{0{,}648i}.$$

Beispiel 2:

Gegeben: $r = 150$, $\varphi = 0{,}7$
Gesucht: a, b.

Man liest den bei $\varphi = 0{,}7$ liegenden Wert $n = 1{,}42$ ab, zählt 1 dazu, verbindet diesen Punkt mit $r = 150$ und erhält $b = 96{,}4$. Diesen Punkt verbindet man mit $n = 1{,}43$ und erhält $a = 115$. Da der Wert $r = 150$ außerhalb des abgebildeten Bereiches liegt, denkt man sich die beiden Leiter für a, r und b mit 10 multipliziert.

Es ist also:

$$150\,e^{0{,}7i} = 115 + 96{,}4i.$$

Beispiel 3:

$a = 100$, $b = 2$.

Für dieses Beispiel ist das Kreisnomogramm El - 1 - b zu benutzen. Es gelten hierfür dieselben Vorschriften wie bei El - 1 - a. Man verbindet $b = 2$ mit $a = 100$ und erhält $\varphi = 1{,}14° = 0{,}02$. Da φ klein ($\cos\varphi << 1$) und damit n groß wird, ist $r \approx a = 100$.

Das Blatt El - 1 - b enthält noch zwei Doppelskalen zur Bestimmung des Bogenmaßes für die entsprechenden Winkelbereiche. Die mit den Nomogrammen erzielbare Genauigkeit dürfte für alle Fälle der Praxis genügen. Sie übertrifft in den Winkelbereichen nahe bei 0° und $\frac{\pi}{2}$ die mit den Tabellen der Handbücher (z. B. Dubbels Taschenbuch für den Maschinenbau) erreichbaren Ergebnisse. So gibt im Beispiel 3 das Nomogramm den Wert von φ bis auf die dritte Ziffer genau, während nach der Tabelle schon die zweite Ziffer unsicher ist.

*) Auf die Arbeitsblätter am Ende des Heftes wird verwiesen.

Literatur

[1] *Schwerdt, H.*, Lehrbuch der Nomographie. Springer, Berlin 1924, S. 196.
Meyer zur Kapellen, W., Leitfaden der Nomographie. Springer, Berlin 1952, S. 145.
ETZ 42 (1921), S. 1226.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 22
Institut für Mathematik, Direktor Prof. Dr. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 537.311.3 (084.2)
Eingang: 2. 8. 1956

Ein Nomogramm zur Bestimmung des spezifischen Leitungswiderstandes von Metallen als Funktion von Temperatur und Temperaturkoeffizienten

Von A. Stammberger, Assistent am Institut für Mathematik

Der spezifische elektrische Leitungswiderstand von Metallen für die Temperatur t° ist bekanntlich

$$\varrho_t = \varrho_{20}\,[1 + \alpha\,(t - 20)]. \tag{1}$$

Es bedeuten:

ϱ_{20}: spezifischer Widerstand für $t = 20°$ C,
α: Temperaturkoeffizient.

(1) läßt sich auch in der Form

$$\alpha = \frac{\lambda\,(\varrho_t - \varrho_{20})}{\lambda \cdot (t - 20) \cdot \varrho_{20}} \quad \text{oder} \tag{2}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & \alpha & 1 \\ 1 & \lambda \cdot \varrho_t & 1 \\ 1 & -\lambda \cdot \varrho_{20} & 1 - \lambda \cdot (t - 20) \cdot \varrho_{20} \end{vmatrix} = 0 \tag{3}$$

schreiben, wobei λ ein willkürlicher Maßstabsfaktor ist. (2) und (3) lassen erkennen, daß (1) sich als ein Fluchtliniennomogramm mit zwei parallelen geradlinigen Trägern (α und ϱ_t) und einem Netz für ϱ_{20} und t darstellen läßt. Dieses Netz besteht aus zwei Geradenbüscheln. Der Schnittpunkt des Büschels für t liegt im Punkte $\varrho_t = 0$, während sich die Geradenschar für ϱ_{20} im Punkte $\alpha = 0$ schneidet *).

Zur besseren Erfassung der Bereiche ist bei der endgültigen Ausführung die Grundform (3) noch einer affinen Transformation (4) unterworfen worden.

$$\begin{vmatrix} 0 & \alpha & 1 \\ 1 & \lambda \cdot \varrho_t & 1 \\ 1 & -\lambda \cdot \varrho_{20} & 1 - \lambda \cdot (t - 20) \cdot \varrho_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{4}$$

Die Ausführung El - 2 - a umfaßt einen Bereich für α von 0 bis $5 \cdot 10^{-3}$, für ϱ_{20} von 0 bis 1,2 und für t von $-50°$ bis $+250°$. Der Bereich $0 \leq \varrho_{20} \leq 0{,}15$ ist in der zweiten Ausführung (El - 2 - b) besonders dargestellt.

Die Nomogramme zur Bestimmung von ϱ_t sind erst nach Eintragung der α- und ϱ_{20}-Werte des zu untersuchenden Metalles gebrauchsfertig. Jedes Metall bzw. jede Legierung ist also durch einen Punkt (α) und durch eine Gerade (ϱ_{20}) charakterisiert. Nach Eintragung dieser Werte kann man sofort die Schwankung von ϱ_t innerhalb eines Temperaturintervalles oder auch ϱ_t selbst für eine bestimmte Temperatur ablesen. Hat man z. B. für eine Legierung $\alpha = 0{,}002$ und $\varrho_{20} = 0{,}8$ bestimmt und in das Nomogramm El - 2 - a eingetragen, dann erhält man für $t = -20°$ ein $\varrho_t = 0{,}736$ und für $t = 100°$ ein $\varrho_t = 0{,}928$ (in Übereinstimmung mit der Rechnung), indem man den aus ϱ_{20} und t im Netz gebildeten Punkt mit dem α-Wert der α-Skala verbindet und im Schnittpunkt mit der ϱ_t-Skala den gesuchten Wert ϱ_t abliest. Ist andererseits α und ϱ_t experimentell bestimmt, so erhält man sofort ϱ_{20}, wenn man ϱ_t und α geradlinig verbindet. Der Schnittpunkt der Ablesegeraden mit der Temperaturgeraden liefert den gesuchten ϱ_{20}-Wert.

Die ϱ_{20}-Werte der in den Nomogrammen eingetragenen Metalle sind *F. Kohlrausch*: Praktische Physik, Bd. 2, Teubner, Leipzig 1935, S. 541, entnommen.

*) Auf die Arbeitsblätter am Ende des Heftes wird verwiesen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 23
Institut für Physik, mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors und einer Professur mit Lehrauftrag beauftragt: Dozent Dr. rer. nat. Helmut Winkler
Als Manuskript gedruckt! DK 621.317 : 621.38
Eingang: 26. 7. 1956

Die Multiplikation zeitlich rasch veränderlicher nichtsinusförmiger Spannungen

Von Dozent Dr. rer. nat. Helmut Winkler
mit der Wahrnehmung einer Professur mit Lehrauftrag beauftragt

I. Problemstellung

Die Multiplikation zweier periodischer oder nichtperiodischer elektrischer Vorgänge, bei denen die Spannungen bzw. Stromstärken große Änderungsgeschwindigkeiten aufweisen, ist im wesentlichen für zwei Probleme von fundamentaler Bedeutung:

a) für die Leistungsmessung von Wechselströmen beliebiger Form und Frequenz,
b) für die Funktionsmultiplikation der Regelungs- und Rechenelektronik.

Hierfür kommen mathematische und experimentalphysikalische Multiplikationsverfahren in Betracht. Letztere führen zur Entwicklung von elektronischen Leistungsmessern und von elektronischen Spannungsfunktionsmultiplikatoren, die für Fragen der Automatisierung von erstrangiger Bedeutung sind, u. a. als nichtlineare Rechenelemente für elektronische Analogierechenmaschinen.

II. Mathematische Multiplikationsverfahren

Grundsätzlich können in der Praxis die beiden miteinander zu multiplizierenden elektrischen Spannungen mehrwellige Systeme darstellen oder aber durch eine Nichtperiodizität gekennzeichnet sein.

Als mehrwellige Systeme bezeichnet die Wechselstromtechnik im Gegensatz zu den einwelligen reinen Sinusfunktionen allgemeine periodische Funktionen, die mehr oder weniger von der reinen Sinusform abweichen. Eine mehrwellige Spannung kann durch eine Fourieranalyse in eine Grundschwingung (Grundharmonische) und mehrere sinusförmige Oberschwingungen (höhere Harmonische) zerlegt werden, deren Periodenzahlen zueinander in ganzzahligen Verhältnissen stehen. Praktisch treten derartige Oberwellen neben der Grundwelle vor allem in Stromkreisen mit nichtlinearen Elementen auf, z. B. Induktivitäten mit Sättigungserscheinungen, Gleichrichtern usw.
Die Fouriersche Reihe, in die sich jede periodische Spannungsfunktion zerlegen läßt, lautet

$$u(t) = u_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos n\omega t,$$

wobei die Fourierschen Koeffizienten folgende Werte haben:

$$u_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt,$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin n\omega t\,dt \quad \text{und}$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos n\omega t\,dt.$$

Die Integration muß sich hierbei stets über die ganze Periode T erstrecken.
Durch Zusammenfassung der Sinus- und Kosinusglieder läßt sich allgemein ein nichtsinusförmiger periodischer elektrischer Spannungsverlauf wie folgt darstellen:

$$u = u_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$$

mit $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ und $\varphi_n = \arctan \frac{A_n}{B_n}$.

In der elektrotechnischen Praxis handelt es sich größtenteils um mit Hilfe eines Oszillographen gefundene Kurven, deren analytische Form nicht gegeben ist. Die harmonische Analyse muß dann numerisch (Verfahren nach *Runge* zur Koeffizientenermittlung) oder graphisch vorgenommen werden oder mittels harmonischer Analysatoren (z. B. von *Mader-Ott*) erfolgen. Handelt es sich um einen nichtperiodischen Spannungsverlauf, so ist bei der Fourier-Analyse $T \to \infty$ zu setzen. Die Fourier-Reihe wird hierbei zum Fourier-Integral, d. h. das Linienspektrum wird zu einem kontinuierlichen Spektrum. A_n und B_n werden Funktionen von ω.

Die Multiplikation zweier zeitlich rasch veränderlicher nichtsinusförmiger Spannungen,

$$u(t) = u_1(t) \cdot u_2(t),$$

wobei $u_1(t)$ und $u_2(t)$ mehrwellige Systeme oder auch nichtperiodische Vorgänge darstellen können, läßt sich dann nach erfolgten Fourier-Analysen mathematisch durchführen. Eine numerische Ausführung einer solchen Reihenmultiplikation erfordert jedoch erheblichen Zeitaufwand und ist daher für viele praktische Probleme nicht geeignet.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

III. Experimentelle Multiplikationsverfahren

Für die experimentell-physikalische Multiplikation zeitlich rasch veränderlicher nichtsinusförmiger elektrischer Spannungen existieren drei Verfahrensklassen:

a) die Direktmethoden,

b) die Viertelquadratmethoden auf Grund der Formel

$$u_1 \cdot u_2 = \frac{(u_1 + u_2)^2 - (u_1 - u_2)^2}{4} \quad \text{und}$$

c) die Logarithmierungsmethoden nach der Funktion

$$u_1 \cdot u_2 = \text{numerus } [\lg u_1 + \lg u_2].$$

Derartige Funktionsmultiplikatoren, die grundsätzlich die Funktion

$$u_a(t) = u_{e1}(t) \cdot u_{e2}(t)$$

nachbilden, müssen den folgenden Bedingungen genügen:

1. symmetrische Arbeitsweise bei positiven und negativen Eingaben, genaue Vorzeichenerfassung,
2. absolute Indikation der Nulleingabe, die driftfrei, d. h. ohne Nullabtrieb erfolgen muß,
3. Unabhängigkeit von der Änderung der Charakteristik elektrischer Elemente mit der Temperatur und Betriebsdauer und
4. Erreichung einer bestimmten vorgegebenen Arbeitsgeschwindigkeit und Rechengenauigkeit.

Die **unmittelbare Multiplikation** zweier zeitlich rasch veränderlicher Spannungen kann mit Hilfe solcher elektrophysikalischer Effekte erfolgen, deren mathematische Formulierung eine Größe als Produkt zweier anderer praktisch schnell genug zu verändernder Größen darstellt. Beispielsweise käme ein elektrischer Leistungsmesser dieser Forderung gemäß der Leistungsformel

$$P\,[W] = u_1 \cdot i_2 = u_1\,[V]\,\frac{u_2\,[V]}{R_2\,[\Omega]}$$

nach. Leider ist aber dieser Gedanke unbrauchbar, da die Trägheit derartiger Wattmeter den Geschwindigkeitsforderungen nicht gewachsen ist. Für langsam arbeitende elektromechanische Analogierechengeräte hat Verfasser einen nach diesem Prinzip arbeitenden elektrischen Spannungsmultiplikator entwickelt [1]. Hierbei wird eine Spannung $u_1(t)$ einem Drehspulmeßinstrument zugeführt, dessen Drehspule mit dem Schleifer eines Ringpotentiometers starr verbunden ist, an dessen Enden die Spannung $u_2(t)$ angelegt ist. Die abgenommene Potentiometer-Teilspannung hat dann den Wert $u_a = c \cdot u_1(t) \cdot u_2(t)$, wobei c einen konstanten Gerätefaktor bedeutet. Die hiermit erzielte Genauigkeit liegt bei etwa 0,5 % des Meßbereichendwertes für zeitliche Spannungsänderungen, die bei maximalen Spannungseingangswerten von ± 5 V weniger als 0,1 V/ms betragen.

Legt man zugrunde, daß bei repetierenden elektronischen Rechenanlagen die obere Arbeitsfrequenz nicht unter 50 kHz liegen, d. h. die Periode kleiner als 200 μs sein soll, so ergibt sich unter der Voraussetzung von ± 50 V-Spannungsbereichsgrenzen eine für die Funktionsmultiplikation erforderliche Mindestgeschwindigkeit der Spannungsänderung von 1 V/μs.

Die Multiplikation einer sich bis zu dieser Größenordnung ändernden Spannung $u_1(t)$ mit einem konstanten Faktor $c = -\frac{R_a}{R_1}$ zeigt im Prinzip Bild 1. Ein Gleichspannungs- bzw. Breitbandverstärker hat eine negative Rückkopplung, wobei der ohmsche Widerstand R_a als rückkoppelndes Element wirkt. Sein Verstärkungsfaktor beträgt etwa 10^3, ein Arbeitspunktabtrieb (Drift) ist durch besondere Maßnahmen bei der Verstärkerschaltung praktisch ausgeschaltet. Unter der realisierbaren Voraussetzung, daß der Gitterstrom der Eingangsröhre einen zu vernachlässigenden kleinen Wert annimmt, beträgt die Ausgangsspannung dieses Vierpols

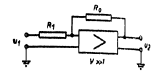


Bild 1 Elektronische Multiplikation einer Spannung mit konstantem Faktor.

$$u_2(t) = -\frac{R_a}{R_1} \cdot u_1(t) = c \cdot u_1(t).$$

Der Faktor c läßt sich durch Änderung der Widerstandswerte R_a bzw. R_1 beliebig einstellen.

Die Multiplikation einer elektrischen Spannung $u_1(t)$ mit einer zweiten $u_2(t)$ an Stelle der Konstanten c, wobei die Änderungen $\frac{du}{dt}$ bis zu 10^6 V/s betragen dürfen, ermöglicht ein 1879 von *E. H. Hall* entdeckter, später als *Hall*-Effekt bezeichneter elektrophysikalischer Vorgang. Sein Prinzip ist in Bild 2 dargestellt.

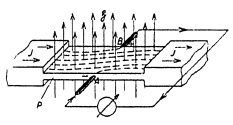


Bild 2 Der Hall-Effekt für Spannungsmultiplikation

Eine dünne Metallplatte P wird von einem gleichmäßig über ihren Querschnitt verteilten Strom I durchflossen; senkrecht zur Platte wird ein Magnetfeld $\mathfrak{H}$ angelegt. Zwischen zwei Punkten A und B am Plattenrand zeigt sich dann infolge der Krümmung der Äquipotentiallinien eine experimentell ermittelte *Hall*-Spannung

$$\Delta U = \frac{R \cdot H \cdot I}{d} \cdot 10^{-8}\ \text{Volt}.$$

Hierin bedeutet R die *Hall*-Konstante $\left[\frac{cm^3}{Cb}\right]$, H den Betrag der magnetischen Feldstärke [Oerstedt], I die Stromstärke [Ampere], während d die in cm gemessene Plattendicke darstellt. Bezeichnet man mit v die Beweglichkeit der Elektronen im Metall und mit ϱ den spezifischen Widerstand, dann gilt

$$R = -\varrho \cdot v.$$

Am geeignetsten für die Anwendung dieses Effektes zur Multiplikation ist Wismut mit $R = -0{,}91\ \frac{cm^3}{Cb}$, $\varrho = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ \Omega$cm, $v = 7600\ \frac{cm^2}{Vs}$. Auch bei Silizium und Tellur sind die *Hall*-Effekte sehr stark, allerdings im umgekehrten Sinne gegenüber Wismut. Da die Spannungen bei $I = 1$ A, $d = 0{,}1$ mm, $\mathfrak{H} = 10^3$ Oe für Wismut nur in der Größenordnung von — 1 mV liegen, sind hochgradige Spannungsverstärkungen unerläßlich. Die eine vorgegebene Eingangsspannung u_{e1} wird als Ursache des Stromflusses I benutzt, die andere u_{e2} zur Erzeugung einer u_2 proportionalen magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$, während die *Hall*-Spannung $\Delta U = u_a$ dann als Ergebnis dem Produkt $u_{e1} \cdot u_{e2}$ direkt proportional ist.

Experimentelle Untersuchungen für die Ausnutzung des *Hall*-Effektes zur Multiplikation zeitlich rasch veränderlicher Spannungen — anfangs werden nur reguläre Impulse mit Frequenzen von 50 ··· 500 Hz vorgegeben — sind z. Zt. in Bearbeitung.

Eine weitere Methode beruht auf der elektrostatischen und magnetischen Ablenkung von Kathodenstrahlen, in ähnlicher Form, wie sie *J. J. Thomson* zur Messung von Elektronengeschwindigkeiten und beim Massenspektrograph anwendet. Die Anregungen hierfür stammen von *E. M. Deeley* [2]. Wird ein Elektronenstrahl im elektrostatischen Feld in der x-Richtung abgelenkt (Bild 3), so erhält er einen Impuls

$$G = m \cdot v = e \cdot U_x \cdot \frac{s}{v}.$$

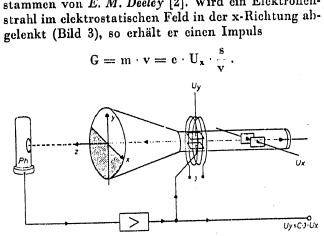


Bild 3 Elektronenoptische Spannungsmultiplikation

Die Ablenkungskraft beträgt

$$F_x = \int_0^{s/v} e \cdot U_x \cdot dt.$$

Durch die zusätzliche Anlegung eines axialen Magnetfeldes wird eine Kraft

$$F_x = e \cdot v \cdot B$$

erzeugt, für dessen erzeugende Spule

$$\int H_z\,ds = I \cdot w, \quad \text{d. h. } H_z = \frac{I \cdot w}{l}$$

gilt. Es ist dann

$$F_y = e \cdot v_x \cdot B_z = k \cdot e \cdot v_x \cdot B_x$$

$$= c_1 \cdot c_2 \frac{w}{l} \cdot U_x \cdot I = C \cdot U_x \cdot I,$$

$$(v_x \cdot B_z = v_y \cdot B_y = 0).$$

Die ablenkende Kraft

$$F_y = C \cdot U_x \cdot I,$$

wobei C eine Gerätekonstante bedeutet, wird durch eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft

$$-F_y = e \cdot \mathfrak{E}_y = \frac{U_y}{d} e$$

kompensiert, wodurch bei Anlegung des elektrostatischen Feldes $\mathfrak{E}_y$ in Richtung der y-Achse der Elektronenstrahl wieder in die Ausgangslage zurückgeholt wird.

Es gilt also dann die Beziehung

$$C \cdot U_x \cdot I = e \cdot \frac{U_y}{d}.$$

Hieraus folgt schließlich

$$\frac{U_y}{U_x} = C^* \cdot J.$$

Der Stromfluß I durch die Magnetspule ist mithin proportional dem Quotienten der an den beiden Plattenpaaren angelegten Spannungen U_y und U_x. Anders, der durchzuführenden Multiplikation entsprechend zweckmäßig ausgedrückt: Die erforderliche Rückholspannung U_y ist exakt proportional U_x und der Stromstärke in der Spule $I = U_x/Z$, wobei der Proportionalitätsfaktor eine Gerätekonstante darstellt. Aus Bild 3 ist die prinzipielle Wirkungsweise eines nach diesem Gedankengang arbeitenden elektronischen Spannungsmultiplikators ersichtlich. Der y-Ablenkung des Leuchtpunktes, die sich normalerweise ergeben würde, wirkt ein photoelektrisches Rückkopplungssystem entgegen. Die über den Verstärker V an die beiden y-Platten gekoppelte Photozelle verhindert, daß der Leuchtpunkt um mehr als ein Bruchteil seines Durchmessers von der Kante der Maske, die genau in x-Richtung verläuft, abweicht. Dadurch wird der Leuchtpunkt somit dicht an der x-Achse gehalten, und U_y ist hierbei proportional dem Produkt von U_x und dem Strom I, der das Feld $\mathfrak{H}$ erzeugt. Umgekehrt ist der Strom I, wenn die Photozelle zur Regelung von $\mathfrak{H}$ verwandt wird, proportional dem Quotienten U_y/U_x. Das Ergebnis ist praktisch unabhängig von der Verstärkung V, wie in Rückkopplungskreisen durchaus möglich. Die Grenzen der Genauigkeit hängen von der Homogenität und der effektiven axialen Feldlänge ab, die nur wenig über die Länge der y-Platten hinausgehen darf, ferner von dem die Gesamtgenauigkeit am stärksten beeinflussenden Faktor, der Stabilisierung der Beschleunigungsspannung. Diese muß sehr gut durchgeführt werden, da bei der elektrostatischen x-Ablenkung der abfließende Strom direkt proportional der Quadratwurzel aus der Beschleunigungsspannung ist. Weiterhin muß die Leuchtfleckgröße auf einem zweckmäßigen Minimum gehalten werden und der Verstärker einen weitgehend konstanten Verstärkungsgrad haben. Die experimentellen und theoretischen Untersuchungen zeigen, daß mit dieser Multiplikationsmethode günstigstenfalls eine Genauigkeit von nur etwa 2 % erreichbar ist.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Einschränkung der Genauigkeit bei elektromagnetischen Ablenkungen veranlaßte W. *Schmidt* [3] — Philips-Valvo-Werke, Hamburg —, eine multiplizierende Kathodenstrahlröhre mit nur elektrostatischen Strahlablenkungen zu entwickeln, deren prinzipieller Aufbau in Bild 4 veranschaulicht ist. Am

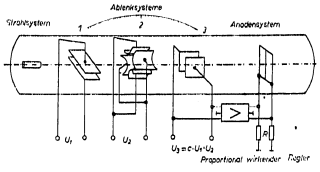


Bild 4 Hyperbelfeld-Multiplikationsröhre

Plattenpaar 1 liegt als Ablenkspannung die Eingangsspannung U_1, am Doppelablenksystem 2 die zweite vorgegebene Spannung U_2, wobei deren vier hyperbelzylindrisch gefertigten Ablenkelektroden über Kreuz miteinander verbunden sind. Diese Anordnung macht eine Vier-Quadrant-Operation möglich. Ein im ersten Ablenksystem in x-Richtung abgelenkter Strahl tritt in einer der Spannung U_1 proportionalen Höhe in das Hyperbelfeld ein und erfährt in der y-Richtung eine weitere Ablenkung, die proportional $U_1 \cdot U_2$ ist. U_2 ist die Spannung an den Hyperbelfeldelektroden. Dieser so richtungsgeänderte Elektronenstrahl durchläuft dann die Regelstrecke eines proportional wirkenden Reglers zwischen Ablenksystem 3 und dem aus zwei nebeneinanderliegenden Elektroden gebildeten Anodensystem. Im unausgelenkten Zustand trifft der Elektronenstrahl beide Anodenhälften mit gleicher Intensität. Der bei einer Strahlablenkung auftretende Spannungsunterschied an den beiden Wirkwiderständen R wird von einem Differential-Regelverstärker verstärkt und an das dritte Ablenksystem angelegt. Hierbei ist die Polung so, daß die verstärkte Spannungsdifferenz als Steuergröße die Rückführung des Elektronenstrahles auf die Anodengrenzlinie bewirkt. So bleibt die Regelgröße nahezu Null. Die Ausgangsspannung $U_3 = c \cdot U_1 \cdot U_2$ des Verstärkers ist das gewünschte Produkt. Bei exaktester Fertigung kann ein Fehler von etwa 0,5 %, bezogen auf den Maximalwert, erzielt werden.

Die zweite Gruppe von Funktionsmultiplikatoren bedient sich der sogenannten Viertelquadratmethode gemäß der Formel

$$u_1 \cdot u_2 = \frac{(u_1 + u_2)^2 - (u_1 - u_2)^2}{4}.$$

Außer u. a. vom Verfasser [1] beschriebenen Additoren bzw. Konstantmultiplikatoren sind hierfür besondere Quadriergeräte, d. h. Rechenelemente mit quadratischer Charakteristik erforderlich, wie aus Bild 5 ersichtlich. Bild 6 zeigt das gleiche, auf die Rechenelektronik zugeschnittene Schaltbild.

Einer Reihe von Veröffentlichungen liegt dieses Viertelquadratprinzip zugrunde; die entwicklungsmäßig angewandten physikalischen Methoden für die Quadratbildung sind jedoch verschiedenartig, meist aber mit recht erheblichem Aufwand und nicht hinreichender Genauigkeit. Verfasser sieht in der Entwicklung eines Spannungsmultiplikators mit hoher Rechengenauigkeit (≤ 0,5 %) und großer Bandbreite (bis 50 kHz) für repetierende gleichstrombetriebene Analogie-Rechenanlagen eine vordringliche Aufgabe, wobei einer wichtigen, zusätzlichen Forderung auf kleinen Aufwand mit handelsüblichen Bauelementen unbedingt Genüge geleistet werden muß.

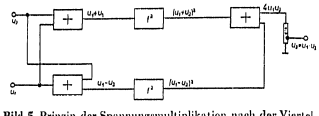


Bild 5 Prinzip der Spannungsmultiplikation nach der Viertelquadratmethode

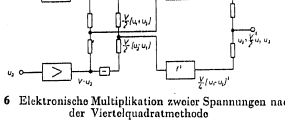


Bild 6 Elektronische Multiplikation zweier Spannungen nach der Viertelquadratmethode

Das Wesentliche hierbei sind Elemente mit einer quadratischen Charakteristik neben den bekannten Additoren und Konstantmultiplikatoren. Für die Quadrierung zweier zeitlich veränderlicher Spannungen lassen sich eine Reihe von physikalischen Effekten heranziehen: Da bei als Temperatur-Spannungs-Wandler eingesetzten Dioden die Kathoden-Anoden-Spannung proportional der Temperatur der Glühkathode, diese aber proportional dem Quadrat der Heizspannung bzw. dem Heizstrom ist, so ließen sich hiermit grundsätzlich die gewünschten Operationen durchführen. Allerdings beträgt die Zeitkonstante hierbei mehrere Sekunden, so daß eine Verwendung für schnelles elektronisches Rechnen und Regeln nicht in Frage kommt. Eine quadratische Charakteristik steht ferner in der entsprechenden Zusammenschaltung einer Reihe von Dioden zur Verfügung (Bild 7). Die mit verschiedenen Vorspannungen betriebene Dioden regeln die Rückkopplung des Verstärkers V in der

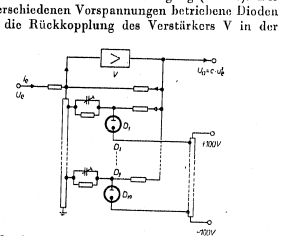


Bild 7 Quadrierender Gleichspannungsverstärker mit diodengeregelter Rückkopplung

Weise, daß der Verstärkungsfaktor proportional dem Eingangsstrom i_e ist. Um jedoch eine Rechengenauigkeit von etwa 1—2 % zu erreichen, sind etwa 10 bis 20 Dioden erforderlich. Diese Methode eignet sich in ihrem Prinzip nicht nur zur Darstellung von Parabelfunktionen, sondern auch von willkürlichen Funktionen für die Eingabe in elektronische Analogiegeräte. Experimentelle Untersuchungen zeigen, daß diese Methode zur Erzeugung einer quadratischen Charakteristik für elektronisches Rechnen durchaus brauchbar ist. Nachteile sind der beträchtliche Aufwand und die Tatsache, daß nur Eingangsspannungen einer Polarität verarbeitet werden können.

Neuerdings haben *J. A. Miller*, *A. S. Soltes* und *R. E. Scott* [4] die Entwicklung einer Spezialröhre mit quadratischer Kennlinie — genannt Raytheon QK-329 — veröffentlicht, die für Funktionsmultiplikatoren nach der Viertelquadratmethode bestimmt ist. *Chance* [5] berichtet hierüber, daß diese eine Genauigkeit von nur 2 % habe und mehr koste als Diodenkombinationen mit Parabelkennlinien.

Werden in elektronischen Analogierechenanlagen grundsätzlich eine Reihe von elektronischen Funktionstransformatoren [6] zum Einsatz gebracht, so können diese ohne weiteres als Quadratbildner benutzt werden. Hierfür wird auf dem Bildschirm lediglich eine Maskenparabel befestigt. In diesem Fall kann dann gemäß Bild 5 die Funktionsmultiplikation ohne Schwierigkeit durch Zusammenwirken von zwei Funktionsgeneratoren, drei Additoren, einem Konstantmultiplikator und einem Vorzeicheninverter erfolgen. Ein nach dieser Idee entwickeltes Zusatzgerät für Funktionsmultiplikation, welches im Rechenbetrieb lediglich mit zwei Funktionsgeneratoren zusammengeschaltet zu werden braucht, enthält Elemente für Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen mit konstantem Faktor und Vorzeichenumkehrungen. Sein Schaltbild ist in Bild 8 dargestellt. Ein derartiger Rechner erfüllt sämtliche eingangs aufgeführten Forderungen.

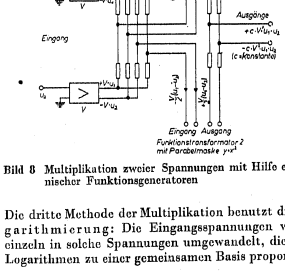


Bild 8 Multiplikation zweier Spannungen mit Hilfe elektronischer Funktionsgeneratoren

Die dritte Methode der Multiplikation benutzt die Logarithmierung: Die Eingangsspannungen werden einzeln in solche Spannungen umgewandelt, die ihren Logarithmen zu einer gemeinsamen Basis proportional sind, und anschließend addiert. Die exponentielle Transformation der Summe ergibt dann das gewünschte Produkt. Eine Vorzeichenumkehr bei einer logarithmischen Spannung bewirkt, daß diese als Divisor im Gesamtergebnis erscheint. Gegenüber diesem Vorteil tritt ein ausschlaggebender Nachteil auf, der der logarithmischen Methode anhaftet: Keine Veränderliche kann den Nullpunkt durchlaufen. Aus diesem Grunde soll auf diese Methode nicht weiter eingegangen werden. Daß diese für spezielle Probleme durchaus erfolgreich sein kann, haben *D. J. Savant* und *R. C. Howard* [7] gezeigt.

Ein von allen anderen Multiplikationsmethoden abweichendes Prinzip benutzen *G. A. Korn* und *T. M. Korn* [8], gekennzeichnet durch die Verwendung von Integrationsverstärkern und Relais. Es stellt eine Variante der Relaisstabilisierung von Gleichstromverstärkern dar und bringt eine Genauigkeit von nur 3 bis 7 %.

Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die günstigste Methode zur Multiplikation von Spannungen bis zu Änderungsgeschwindigkeiten von etwa $\pm 10^6$ V/s führten zu dem Ergebnis, daß alle bisher bekannten mehr oder minder unbefriedigend sind. Ein neuer Weg wurde beschritten: Rechteck- oder Dreiecksimpulse werden entsprechend der Eingangsspannung moduliert. Nach Integration und Demodulation ergibt sich eine Spannung, die dem Quadrat der Eingangsspannung proportional ist. Durch die angewandte Viertelquadratschaltung (Bild 8), wobei an Stelle der beiden Funktionstransformatoren mit Parabelmaske zwei nach diesem Prinzip arbeitende Quadrierungselemente treten, erfolgt eine symmetrische Produktbildung $+ c \cdot u_1 \cdot u_2$ und $- c \cdot u_1 \cdot u_2$ aus den beiden Eingangsspannungen u_1 und u_2 mit einer Genauigkeit unter 0,5 % des Maximalwertes. *K. S. Lion* und *R. H. Davis* [9] haben neuerdings ein auf dem gleichen Gedanken der Impulsmodulation beruhendes, in der Arbeitsweise allerdings unterschiedliches Netzwerk mit quadratischer Kennlinie veröffentlicht. Die Merkmale des vom Verfasser entwickelten Spannungsmultiplikators sind im einzelnen wie folgt gekennzeichnet: Wie bereits geschildert, basiert dessen Arbeitsweise auf dem in Bild 8 veranschaulichten Viertelquadratprinzip, wobei den Kernpunkt zwei gleichartige Quadraturglieder darstellen. Hierbei werden Dreiecksimpulse erzeugt, deren Amplitude (Dreieckshöhe) linear proportional der Eingangsspannung u_e ist. Werden über die einzelnen Dreiecke getrennt nacheinander von einem *Miller*-Integrator die bestimmten Integrale gebildet, so ist der Verlauf der integrierten Spannungen dem Verlauf der Eingangsspannungen direkt proportional. Dementsprechend hat das Quadraturglied drei Teile: den Multivibrator, den Impulsmodulator und den Integrator (Bild 9).

Der in Bild 10 dargestellte Multivibrator erzeugt Dreiecksimpulse mit einer Frequenz von 100 kHz, und zwar werden in dem eigentlichen anodengekoppelten Multivibrator zunächst übliche Rechteckimpulse hergestellt, die in dem Ausgangsintegrator zu den erforderlichen exakten gleichschenkligen Dreiecks-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

impulsen umgewandelt werden. Im Modulator (Bild 11) werden die gleichgerichteten Dreiecksimpulse von der gleichgerichteten Eingangsspannungsfunktion $u_e(t)$ subtrahiert. (Hierbei treten nur über den Gleichrichtern Spannungsabfälle auf.) Wegen eines genauen Stromeinsatzpunktes und geringer Eigenkapazität

Bild 9 Spannungsmultiplikation nach dem Impulsverfahren

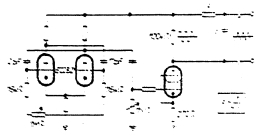


Bild 10 100-kHz-Multivibrator für Dreiecksimpulse zur impulstechnischen Spannungsmultiplikation

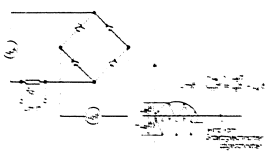


Bild 11 Schaltschema und Wirkungsweise des Modulators für die impulstechnische Spannungsmultiplikation

werden an Stelle üblicher Glühkathodendioden Germaniumdioden eingesetzt. Eine zusätzliche Anordnung erfüllt den Zweck, den Integrationskondensator nach jedem Impuls zu entladen, da ja die integrierte Spannung über die einzelnen Dreiecke und nicht über die Summe aller Dreiecke der gebildeten quadratischen Rechteckimpulse entspricht. Außerdem kann die Schaltanordnung so gestaltet werden, daß diese bis zum Integrator mit Wechselspannung arbeitet, um die zusätzliche Anordnung für die periodisch erforderliche, plötzliche und gänzliche Entladung des Integrationskondensators zu vermeiden. Experimente zur Erprobung des Quadrierglobes mit der 100-kHz-Impulsfrequenz zeigen, daß eine Eingangsspannung mit von 5 kHz nach der Gleichrichtung 10 kHz noch gut abgetastet werden kann. Um höheren Ansprüchen zu genügen, die an den Arbeitsfrequenzbereich der interessierenden elektronischen Analogierechenmaschinen gestellt werden müssen (etwa 50 kHz als obere Grenze), wird jetzt an die obere Leistungsgrenze von Multivibratoren, die etwa bei 500 kHz liegt, herangegangen. Die Fehler dieser quadratischen Rechenelemente liegen etwa bei 0,1 ··· 0,2 % der maximalen Ausgangsspannung bei exakter Versuchsdurchführung bzw. Fertigung und bestmöglicher Spannungsstabilisation.

IV. Zusammenfassung

In der Rechenelektronik und der elektronischen Regelungstechnik, die beide für die Automatisierung eine erstrangige Bedeutung haben, stehen Operationen mit veränderliche Rechen- bzw. Steuerungs- und Regelungsgroßen darstellenden elektrischen Spannungen im Vordergrund. Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen mit konstanten Faktoren, Divisionen mit Konstanten als Divisoren, Differentiationen und Integrationen sind im elektronischen Analogieverfahren relativ einfach durchführbar. Im Gegensatz hierzu sind die Methoden für die Multiplikation zweier periodischer oder nichtperiodischer Spannungsverläufe beliebiger Form mit gewissen Schwierigkeiten verknüpft.
Es werden die verschiedenartigen mathematischen und experimentell-physikalischen Verfahren hierfür beschrieben und miteinander verglichen, ferner wird die Entwicklung eines mit handelsüblichen Konstruktionselementen aufgebauten elektronischen Spannungsmultiplikators dargestellt. Sein Einsatz kann bei elektronischen Regelungsanlagen und Analogierechenmaschinen sowie als Leistungsmesser für Wechselströme beliebiger Form erfolgen. Die zulässige maximale Spannungsänderungsgeschwindigkeit beträgt hierbei etwa 10^6 V/s, die obere Frequenzgrenze etwa 50 kHz, die Fehler ≈ 0,5 % der maximalen Ausgangsspannung.

Literaturverzeichnis

[1] *Winkler, H.*, Über eine elektronische Analogiemaschine zur Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung und zur Untersuchung von Problemen der Regelungstechnik. Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau 1 (1955), H. 1, S. 15 ··· 27; Nachrichtentechn. 5 (1955), H. 7, S. 290 ··· 299; Dtsch. Elektrotechn. 10 (1956), H. 2, S. 43.

[2] *Bixby, E. M.*, The Design of an Electrodynamic Multiplier. Proc. I. E. E. 101 (1954), p. 187 ··· 191.

[3] *Schmidt, W.*, Die Hyperbelfeldröhre, eine Elektronenstrahlröhre zum Multiplizieren in Analogie-Rechengeräten. Z. f. angew. Phys. 8 (1956), H. 2, S. 61 ··· 75.

[4] *Miller, J. A., Soltes, A. S.*, and *Scott, R. E.*, Wide-Band Analog Function Multiplier. Electronics 28 (1955), p. 160 ··· 163.

[5] *Chance, B., Williams, F. C., Jang, C. C., Busser, J.*, and *Higgins, J.*, A Quarter-Square Multiplier using a Segmented Parabolic Characteristic. Rev. Sc. Instr. 22 (1951), Nr. 9, p. 683 ··· 688.

[6] *Winkler, H.*, Über Funktionstransformatoren mit Bildabtaströhre und einer Photozelle mit Sekundärelektronenvervielfacher ··· Wiss. Z. Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau 1 (1955), H. 2, S. 93 ··· 98; Nachrichtentechn. 6 (1956), H. 2, S. 54 ··· 57.

[7] *Sansat, C. J.*, and *Howard, R. C.*, Multiplier for Analog Computer. Electronics 27 (1954), p. 144 ··· 147.

[8] *Korn, G. A.*, and *Korn, T. M.*, Relay Time-Division Multiplier. Rev. Scien. Instr. 25 (1954), Nr. 10, p. 977 ··· 982.

[9] *Linn, K. S.*, and *Davis, R. H.*, Square-Law Circuits. Electronics 28 (1955), p. 192 ··· 202.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 24
Institut für Werkstoffkunde und zerstörungsfreie Werkstoffprüfung, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Eugen Hanke
Als Manuskript gedruckt! DK 620.179.14
Eingang: 26. 4. 1956

Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mit magnetischen Verfahren

Von Prof. Dr.-Ing. Eugen Hanke

Wirtschaftlichkeit zerstörungsfreier Prüfverfahren

Fertigungskosten und Wert eines Erzeugnisses werden von seiner Güte bestimmt, d. h. von der erreichbaren Toleranz, mit der ein Teil hergestellt werden kann. Außerdem hat aber auch die Qualität des Werkstoffes einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf die Gestehungskosten. Fehlerhaftes Material, falsche Behandlung im Betrieb und Materialverwechslungen erhöhen die Ausschußquote. Die ausgefallenen Teile werden ohne Verkaufserlös verschrottet und müssen durch neu zu fertigende ersetzt werden, wobei wertvolle, für andere Zwecke verwendbare Arbeitskapazität verlorengeht.

Will ein Betrieb diese zusätzlichen Kosten ersparen und Reklamationen des Kunden vermeiden, so muß er die eingehenden Werkstoffe untersuchen und die daraus gefertigten Teile nach jedem neuen Arbeitsgang einer Zwischenprüfung unterziehen. Durch Ausscheidung der fehlerhaften Teile wird die Sicherung der Qualität des Erzeugnisses gewährleistet. Hierzu ist eine mehrmalige Prüfung aller Teile erforderlich, die natürlich nur zerstörungsfrei durchgeführt werden kann. Dabei ist gleichzeitig eine automatische Aussortierung fehlerhafter Teile erwünscht.

Die Bedeutung der zerstörungsfreien Prüfverfahren ergab sich aus der Entwicklung des Leichtbaues. Die starke Beanspruchung und die erhöhte Unfallgefahr der heutigen schnellen Verkehrsmittel erfordern eine hohe Verantwortung des Werkstoffprüfers. Im Jahre 1943 unterzog ein Teilbetrieb der Heinkel-Werke bei einem Aufwand von 31500 Prüfstunden 149000 Stücke einem mechanischen Prüfverfahren, was zur Ausscheidung von 6500 fehlerhaften Stücken führte. Im gleichen Zeitraum wurden in 18800 aufgewandten Prüfstunden 3,5 Millionen Teile zerstörungsfrei geprüft, wobei 34700 Ausschußstücke ausgeschieden werden konnten. Schon damals wurde der Hauptanteil der zerstörungsfrei untersuchten Teile mit magnetischen, vor allem induktiven Verfahren geprüft. Zehn Jahre später, im ersten Halbjahr 1954, untersuchten einzelne Industriebetriebe bereits täglich 2,4 Millionen Teile allein mit Geräten des Institutes Dr. *Förster*. Diese Zahl dürfte heute um ein Vielfaches erhöht sein.

Trotz der dabei erzielten höheren Qualität der Erzeugnisse erbrachte diese Maßnahme erhebliche Ersparnisse in der Fertigung, worüber einwandfreie statistische Unterlagen vorliegen. Die zerstörungsfreie Werkstoffprüfung ist somit heute in der Lage, den leitenden Stellen eines Betriebes genaue Unterlagen für die wirtschaftliche Anwendung einer Zwischenprüfung zu geben. Bild 1 zeigt, bei welchen Produktionskosten pro Stück sich diese Prüfung lohnt, wenn Ausschußquote und Prüfkosten pro Stück bekannt sind. Dies ist z. B. möglich, wenn bei einer gewünschten Ausschußquote von höchstens 0,5 % und auftretenden Prüfkosten von 2 Pfg. pro Stück die Produktionskosten DM 4,— und mehr betragen.

Die im Diagramm aufgeführten, im Vergleich zu den Fertigungskosten äußerst geringen Prüfkosten erfordern automatisierte und elektronisch gesteuerte Prüf- und Sortierverfahren. Hierzu sind vor allem die elektromagnetischen Verfahren geeignet. Dabei kann die gesamte Sortentrennung von Stahl und Nichteisenmetallen mit zwei Verfahrensgruppen durchgeführt werden. Einige der zu diesen beiden Gruppen gehörenden Verfahren gestatten sogar, in einem Meßvorgang Fehler, Abmessungs- und Qualitätsänderungen festzustellen.

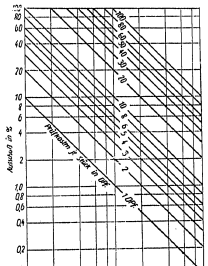


Bild 1 Kostendiagramm für Zwischenprüfung von Werkstücken [22].

Voraussetzung für die elektromagnetischen Prüfverfahren ist die Tatsache, daß die Gebrauchseigenschaften des Werkstoffes in bestimmten Beziehungen zu einigen seiner physikalischen Kenngrößen stehen. Von diesen interessieren vor allem diejenigen, welche auf eine Änderung im Werkstoff besonders empfindlich ansprechen. So beeinflussen z. B. Verunreinigungen von Metallen sehr stark deren elektrische Leitfähigkeit, während bei ferromagnetischen Werkstoffen die physikalischen Größen mit der größten Änderungsmöglichkeit die Permeabilität und die Koerzitivkraft sind.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Elektrische Leitfähigkeit, Permeabilität und Koerzitivkraft sind daher die drei wichtigsten Kenngrößen der magnetischen Prüfverfahren.

Wie bereits erwähnt, werden die magnetischen Prüfverfahren nach dem Meßprinzip in zwei Hauptgruppen von Verfahren unterschieden:

1. Verfahren, die die Wirkung der Kraftlinien ausnutzen, die von einem magnetisierten ferromagnetischen Prüfstück ausgehen,
2. Verfahren, die die induktive Wirkung von Wechselfeldern benutzen. Diese Verfahren können sowohl für die Prüfung ferromagnetischer als auch nichtferromagnetischer Werkstoffe zur Anwendung kommen.

Auf Verfahren, die auf der anziehenden Wirkung eines konstanten Magnetfeldes auf ferromagnetische Werkstoffe beruhen, soll in diesem Rahmen nicht eingegangen werden.

1. Verfahren mit Kraftlinienwirkung

1.1 Verfahren zur Fehlersuche

Die Verfahren zur Fehlersuche sind allgemein als magnetische Rißprüfverfahren bekannt. Die physikalische Grundlage aller magnetischen Rißprüfverfahren ist die Tatsache, daß zwischen Eisen und Eisenlegierungen einerseits und Vakuum, Luft, Nichteisenmetallen und Schlacken andererseits große Permeabilitätsunterschiede vorhanden sind. Wird ein Prüfling mit gleichmäßigem Querschnitt von magnetischen Kraftlinien durchsetzt, so ist die Feldstärke an der Oberfläche des Prüflings stetig. Liegen an oder dicht unter der Oberfläche Materialtrennungen vor, wie z. B. in Bild 2, so kommt es zu einer Kraftlinienverdrängung an der magnetisch schlecht leitenden Fehlerstelle. Als Folge dieser Kraftlinienverdrängung entsteht an der Oberfläche über der Fehlerstelle ein Streufluß. Dieser Streufluß kann nun nach zwei verschiedenen Verfahren festgestellt werden, dem Magnetpulververfahren und dem Sondenverfahren.

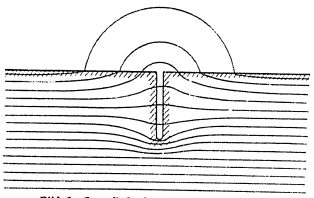


Bild 2 Streufluß über einer Fehlerstelle [44].

1.11 Das Magnetpulververfahren

Bei dem bekannten Magnetpulververfahren wird die Fehlerstelle dadurch sichtbar gemacht, daß man über das magnetisierte Werkstück ein dünnflüssiges Öl gießt, in dem eine geringe Menge Eisenpulver aufgeschwämmt ist. Im Streufeldbereich haften die Eisenteilchen entsprechend dem Kraftlinienverlauf aneinander und suchen den Riß zu überbrücken. Da das Streufeld im Vergleich zur Rißdicke eine sehr große Ausdehnung aufweist, bildet das Magnetpulver eine dicke, deutlich sichtbare Raupe. Eine besonders gute Fehlererkennbarkeit kann man erzielen, wenn man dem Magnetpulver ein fluoreszierendes Mittel beimengt und im ultravioletten Licht beobachtet. Die Magnetisierung des Prüflings kann entweder mit Gleich- oder mit Wechselfeldern erfolgen. Wechselfelder eignen sich infolge des Skineffektes besonders zur Aufdeckung oberflächennaher Fehler. Gleichfeld-Magnetisierung wird dann angewendet, wenn auch Fehler unter der Oberfläche vermutet werden müssen. Das Magnetpulververfahren ist als unmittelbar bildzeichnendes Verfahren wohl sehr anschaulich, verlangt aber eine gleichbleibende Aufmerksamkeit des Prüfers. Die Auswertung der Prüfung ist subjektiv. Ein wesentlicher Nachteil des Magnetpulververfahrens ist seine geringe Tiefenwirkung. Seine Anwendung wird sich daher besonders auf komplizierter gebaute Teile, wie Kurbel- und Nockenwellen, Pleuelstangen und sonstige Maschinen- und Motorenteile erstrecken. Geometrisch einfacher gebaute Teile prüft man wirtschaftlicher mit den modernen magnetischen Rißprüfverfahren.

1.12 Sondenverfahren

Beim Sondenverfahren wird der Streufluß mit Hilfe eines magnetischen Feldmeßorganes festgestellt.

Die Messung eines magnetischen Feldes kann z. B. mittels einer rotierenden Induktionsspule erfolgen, da die in ihr induzierte Spannung bei konstanter Drehzahl von der Stärke des magnetischen Feldes abhängig ist. Auch die Verwendung einer ruhenden Induktionsspule ist möglich, wobei allerdings die notwendige Magnetflußänderung mit anderen Mitteln erreicht werden muß.

Ein AEG-Rißprüfgerät verwendet z. B. einen Abtaster, der aus einer kleinen ruhenden Spule besteht, in der ein exzentrisch gelagerter Eisenkern durch einen kleinen Motor in rotierende Bewegung gesetzt wird.

Eine nahezu ideale Lösung dieses Meßproblems liegt in Gestalt der sogenannten *Förster*-Sonde vor, die grundsätzlich aus einem zweischenkligen Transformator besteht, dessen Kraftlinien sich in der Luft schließen (Bild 3). Primär- und Sekundärwicklung sind mit je einer Hälfte gleichmäßig auf beide Schenkel aufgebracht. Die Sekundärwicklungen sind gegeneinander geschaltet. Wird diese Anordnung in ein Fremdfeld gebracht, das in Richtung der Schenkelachse wirkt, so erfolgt eine Überlagerung der Schenkelfelder mit dem Fremdfeld. Dadurch wird der eine Schenkel etwas auf-, der andere etwas entmagnetisiert, und die in den Hälften der Sekundärspule induzierten Spannungen nehmen verschiedene Größen an. An den freien Enden der beiden gegeneinandergeschalteten Sekundärspulen erscheint eine Spannung, die zur Anzeige gebracht wird.

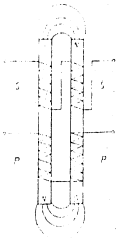


Bild 3 Aufbau der *Förster*-Sonde [4].

Ebenfalls zur Gleichfeldstärkemessung benutzt *Förster* eine Sondenanordnung nach Bild 4. Diese zeigt die gleiche Schaltung wie die in Bild 3 wiedergegebene Sonde; jedoch sind hier die beiden hochpermeablen Kerne, die gleichfalls je eine Primär- und Sekundärwicklung tragen, übereinander angeordnet.

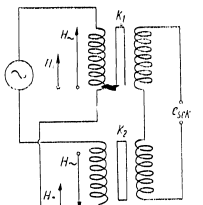


Bild 4 Sondenanordnung mit zwei Kernen zur Gleichfeldstärkemessung [29].

Im folgenden soll der Verlauf der Magnetisierung eines Kernes untersucht werden, wenn gleichzeitig mit dem Spulenwechselfeld ein äußeres Gleichfeld auf ihn wirkt. Ohne Fremdfeld verläuft die Magnetisierung nach der stark ausgezogenen Kurve des Bildes 5, wobei die Hysteresis — der Übersichtlichkeit halber — vernachlässigt ist. Ein überlagertes Gleichfeld mit der Feldstärke $H_=$ verschiebt die Magnetisierungsschleife in die Lage der gestrichelten Kurve; denn wenn das Wechselfeld den Wert Null erreicht, erfährt der Kern noch eine Magnetisierung + B, die von $H_=$ herrührt. Für die

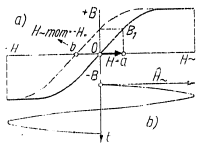


Bild 5 Verschiebung der Magnetisierungsschleife durch ein magnetisches Gleichfeld [29].

oben beschriebene Sondenanordnung ergeben sich daher ohne Fremdfeld die Magnetisierungsschleifen (stark ausgezogen) nach Bild 6a. Die Momentanwerte der Induktionen B_1 und B_2 sind jeweils gleich groß, aber entgegengerichtet, so daß die Summe der Magnetisierung verschwindet. In den Sekundärspulen der Sondenanordnung des Bildes 4 werden dementsprechend gleich große und entgegengesetzte Spannungen induziert. Die Sekundärspannung e_{sec} hat den Wert Null. Unter der Einwirkung eines äußeren Gleichfeldes werden beide Magnetisierungsschleifen horizontal in verschiedener Richtung verschoben (gestrichelte Schleifen). Als Summe der Induktionen B_1 und B_2 ergibt sich die resultierende Magnetisierung nach Bild 6b. Die Sekundärspannung e_{sec} berechnet sich dann aus der Formel:

$$e_{sec} = \frac{d}{dt} \cdot (B_1 + B_2).$$

Dazu wird der Differentialquotient der Induktionssumme $B_1 + B_2$ nach der Feldstärke H gebildet (Bild 6c) und dieser Wert mit $\frac{dH}{dt}$ multipliziert. Bild 6d zeigt den Verlauf der unter der Wirkung des Gleichfeldes entstehenden Sekundärspannung e_{sec}. Die Sekundärspannung hat die doppelte Frequenz des Magnetisierungsstromes. Meist wird nun aus der Sekundärspannung die doppelte Frequenz herausgesiebt und weiter verstärkt. Nachdem die so erhaltene Wechselspannung in einem phasengesteuerten Gleichrichter gleichgerichtet wurde, kann ihre Anzeige durch ein empfindliches Meßinstrument erfolgen. Die *Förster*-

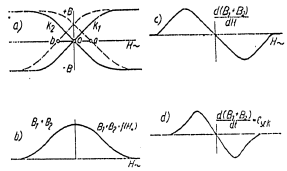


Bild 6 Ableitung der an der Sondenanordnung durch ein magnetisches Gleichfeld entstehenden Sekundärspannung [29].

Sonden sind bei geringer Größe sehr empfindlich, so daß Felder von einigen Oerstedt noch gut nachgewiesen werden können. Bild 7 zeigt einige solcher Sonden für verschiedene Zwecke im Vergleich zu einem Pfennigstück.

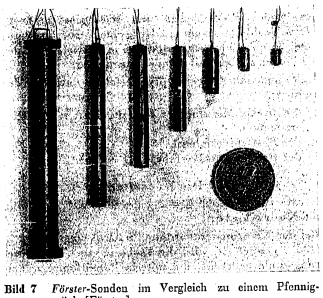


Bild 7 *Förster*-Sonden im Vergleich zu einem Pfennigstück [Förster].

Ein Rißprüfgerät, das *Förster*-Sonden in Differenzschaltung und ein elektrisches Anzeigeinstrument verwendet, ist der Rißdetektor. Er kommt vor allem bei kleinen Stückzahlen zur Anwendung. Die Möglichkeit zur automatischen Sortierung symmetrischer Prüfteile bietet das Rißsichtverfahren. Stahlstangen werden hierbei in der Weise abgetastet, daß die mittels Strom-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

stoß · magnetisierten Stangen rotierend an einer *Förster*-Sonde vorbeigezogen werden. Kleinteile laufen in kontinuierlichem Transport nacheinander durch das Meßaggregat. Mit der Bewegung der Teile wird die Zeitablenkung einer Braunschen Röhre synchronisiert, und man kann die Lage eines Oberflächenrisses deutlich auf dem Bildschirm erkennen. Dabei ist zunächst der magnetische Streufluß in seiner Verteilung am Umfange des Werkstückes auf dem Leuchtschirm als stehendes Bild abgebildet. Liegt ein Fehler im Werkstück vor, so tritt an dieser Stelle eine Streuflußänderung auf, die sich auf dem Leuchtschirmbild bemerkbar macht.

1.2 Verfahren zur Strukturbestimmung

Die Verfahren zur Strukturbestimmung beruhen im wesentlichen auf einer Messung der Koerzitivkraft, die Strukturänderungen besonders empfindlich anzeigt und ein Maß für die magnetischen Eigenschaften eines ferromagnetischen Werkstoffes ist. Bringt man einen ferromagnetischen Körper nach einer magnetischen Sättigung wieder aus dem Bereich des Sättigungsfeldes heraus, so sinkt die Magnetisierung nicht auf den Wert Null, sondern es bleibt eine Restmagnetisierung zurück. Erst wenn nun eine entgegengesetzt gerichtete Feldstärke auf diesen Körper wirkt, kann diese Restmagnetisierung zum Verschwinden gebracht werden. Die dazu notwendige Gegenfeldstärke nennt man Koerzitivkraft. Alle Verfahren zur direkten Koerzitivkraftmessung müssen daher das Nullwerden der Restmagnetisierung mit genügender Empfindlichkeit anzeigen. Bei Messung der Restmagnetisierung ist dies nicht notwendig. Da unter bestimmten Bedingungen zwischen Restmagnetisierung und Koerzitivkraft eine mathematische Beziehung besteht, ist es daher möglich, die Koerzitivkraft durch Messung des Restfeldes zu bestimmen.

An großen Werkstücken und flächigem Halbzeug (Trafoblech) kann man mit Hilfe eines Dauermagneten einen Punktpol erzeugen und dessen Restfeld bzw. den Verlauf desselben mit Sonden ausmessen.

Es können daher folgende drei Verfahren unterschieden werden:

a) die direkte Messung der Koerzitivkraft mittels Koerzimeters,
b) das Restfeldverfahren,
c) das Restpunktpolverfahren.

1.21 Die Koerzimeter

Geräte zur direkten Messung der Koerzitivkraft sind die Koerzimeter.

Bei der Koerzimeteranordnung nach *Neumann*, die in Bild 8 gezeigt ist, wird die Probe in eine Magnetisierungsspule gebracht, die mittels Potentiometerschaltung regelbar gespeist wird. In der Nähe des Probenendes befindet sich eine rotierende Feldmeßspule; die aus der Probe austretenden Kraftlinien werden von der rotierenden Spule geschnitten und erzeugen eine Spannung, die von Bürsten abgenommen und einem Meßinstrument G zugeführt wird. Ist die Magnetisierung Null, so treten keine Kraftlinien mehr aus der Probe aus, und der Zeigerausschlag des Meßinstrumentes verschwindet. Aus dem in diesem Augenblick am Instrument B abzulesenden Feldstrom i und den

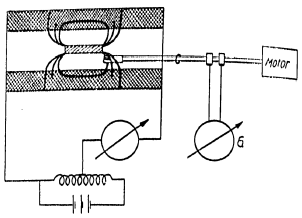


Bild 8 Schema des Koerzimeters nach *Neumann* [19].

Spulenkonstanten kann die herrschende Feldstärke als die gesuchte Koerzitivkraft berechnet werden.

In Bild 9a ist der Aufbau eines Koerzimeters mit *Förster*-Sonde gezeigt. Ein Regeltrafo speist einen Gleichrichter. Der von diesem abgegebene, durch den Trafo stufenlos regelbare Gleichstrom durchfließt das Meßinstrument und die Meßspule. Die Probe wird mit Hilfe des Regeltransformators magnetisch gesättigt und auf den Restfeldpunkt zurückgebracht. Das Sondeninstrument zeigt dabei das Restfeld an. Durch

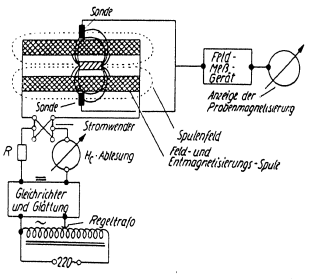


Bild 9a Schema des Koerzimeters nach *Förster* [19].

Umschalten des Stromes wird nun eine dem Sättigungsfeld entgegengerichtete Feldstärke erreicht. Diese Gegenfeldstärke wird so lange erhöht, bis der von der Probenmagnetisierung herrührende Ausschlag den Wert Null erhält. Nun kann der Absolutwert der Koerzitivkraft an dem in Oerstedt geeichten Meßinstrument abgelesen werden. Bild 9b zeigt das betriebsbereite Koerzimeter mit *Förster*-Sonde.

Die Koerzimeter werden zur Sortierung von Relaisteilen und Hartmetallen verwendet.

1.22 Restfeldverfahren

Beim Restfeldverfahren wird das zu prüfende Teil mit einem Stromimpulsgerät oder in einer Durchlaufspule magnetisch annähernd gesättigt. Nach Passieren des Sättigungsfeldes bleibt im Prüfstück eine remanente Magnetisierung zurück. Die Messung dieses Restfeldes

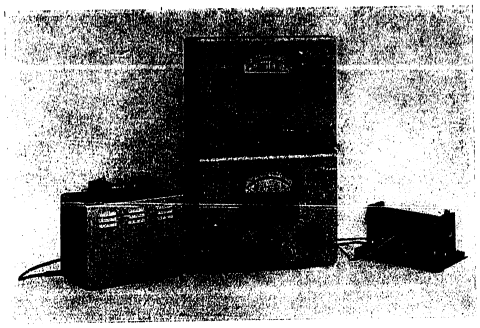


Bild 9b Koerzimeter mit *Förster*-Sonden.

erfolgt wiederum mit *Förster*-Sonden. Es wird nachstehend noch gezeigt werden, daß dieses Restfeld der Koerzitivkraft des Werkstoffes und damit seiner magnetischen Härte, einer besonders wichtigen magnetischen Werkstoffkenngröße, proportional ist. Das Restfeldverfahren ist zur Sortierung überall dort anwendbar, wo ein eindeutiger Zusammenhang der mechanischen Härte, des Gefügezustandes, der Legierungszusammensetzung usw. mit der Koerzitivkraft besteht. In der Praxis ist in vielen Fällen eine solche eindeutige Abhängigkeit einer gesuchten Werkstoffeigenschaft mit der Koerzitivkraft vorhanden. Der bereits erwähnte Zusammenhang zwischen Restfeld und Koerzitivkraft läßt sich nach *Förster* wie folgt ableiten, wobei für die Berechnung ein Stahlkörper von der Form eines Rotationsellipsoides (Bild 10) angenommen wird: Sind l die Längs-, d die Querachse des Ellipsoids und a der Abstand der Meßsonde von der Längsachse, so ergibt sich für die magnetische Feldstärke

$$H_J = \frac{4\pi J_r}{2} \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^2 \cdot f\left(\frac{a}{l}\right). \qquad (1)$$

Die Restmagnetisierung $4\pi J_r$ bei äußerem Feld Null läßt sich nun durch die scheinbare Permeabilität μ_s und die Koerzitivkraft H_c ausdrücken. Bild 11 zeigt, wie die Magnetisierungsschleife ihre Form verändert. Die gestrichelte Schleife ergibt sich, wenn die Probe eine endliche Länge und frei entmagnetisierende Pole hat, die die Permeabilität herabdrücken. Bei starker Entmagnetisierung wird die auftretende scheinbare Permeabilität μ_s praktisch zu einer Funktion der geometrischen Form des Körpers. Der Einfluß der wahren Werkstoffpermeabilität ist dabei vor allem im Bereich des Dimensionsverhältnisses l:d zwischen 1 und 10 äußerst gering. Nach Bild 11 ergibt sich für die scheinbare Permeabilität

$$\mu_s = \tan\alpha = \frac{4\pi J_r}{H_c}. \qquad (2)$$

In Bild 12 ist μ_s in Abhängigkeit vom Dimensionsverhältnis l:d für die wahren Werkstoffpermeabilitäten 50, 100 und ∞ eingezeichnet, und es wird ersichtlich, daß eine gute Annäherung durch die gestrichelte Gerade erzielt wird. Damit ergibt sich dann für die scheinbare Permeabilität angenähert

$$\mu_s = \frac{3\,l}{d}. \qquad (3)$$

Setzt man diesen Wert in (2) ein, so erhält man

$$\frac{4\pi J_r}{H_c} = \frac{3\,l}{d} \quad \text{oder} \quad 4\pi J_r = H_c \cdot \frac{3\,l}{d}. \qquad (4)$$

Damit ergibt sich nach (1) für die Restfeldstärke

$$H_J = \frac{3\,d}{2\,l} \cdot H_c \cdot f\left(\frac{a}{l}\right). \qquad (5)$$

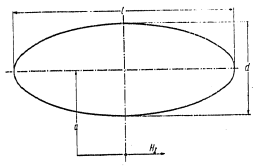


Bild 10 Stahlkörper in Form eines Rotationsellipsoides [15].

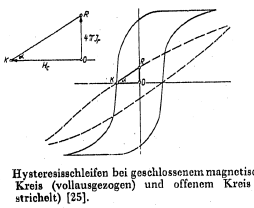


Bild 11 Hystereseschleifen bei geschlossenem magnetischem Kreis (vollausgezogen) und offenem Kreis (gestrichelt) [25].

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

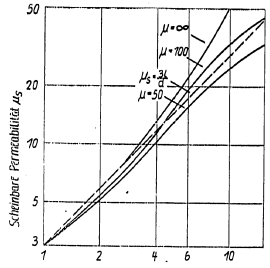


Bild 12 Abhängigkeit der scheinbaren Permeabilität μ_s vom Dimensionsverhältnis $\frac{l}{d}$ des Prüfkörpers [15].

Nun ist nur noch die Funktion $f\left(\frac{a}{l}\right)$, also der Einfluß des Abstandes der Meßsonde, zu ermitteln. Für diese Funktion gibt *Förster* für den technisch interessierenden Bereich a : l zwischen 1,5 und 8, also bis zu einem Abstand der Sonde, der achtmal so groß ist als die Länge der Probe, folgende empirische Beziehung an:

$$f\left(\frac{a}{l}\right) = 0{,}08 \cdot \left(\frac{l}{a}\right)^3. \qquad (6)$$

Nach Einsetzen in (5) gilt für die Restfeldstärke

$$H_J = \frac{3}{2}\frac{d}{l} \cdot H_c \cdot 0{,}08 \cdot \frac{l^3}{a^3}.$$

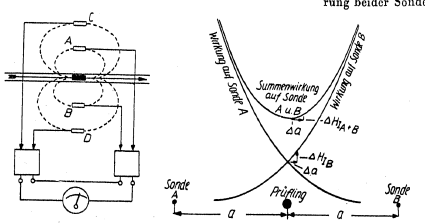


Bild 13 Astatische Restfeldmeßanordnung [15].

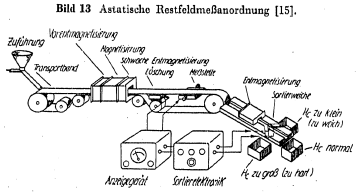


Bild 14a Schema einer vollautomatischen Restfeldsortieranlage [15].

Die Koerzitivkraft errechnet sich hieraus zu

$$H_c = \frac{25}{3} \cdot H_J \cdot \left(\frac{l}{d}\right) \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^3,$$

$$H_c = \frac{25}{3} \cdot H_J \cdot \frac{a^3}{d\,l^2}.$$

Streng genommen gilt diese Beziehung nur für Rotationsellipsoide. Der Unterschied zum zylindrischen Körper ist jedoch unerheblich, so daß insbesondere bei kurzen Prüfkörpern die Proportionalität zwischen Restfeld und Koerzitivkraft eindeutig erhalten bleibt. Das ist insofern von Bedeutung, als eine Restfeldmessung mit elektronischem Verfahren äußerst schnell vorgenommen werden kann, während die normale Messung der Koerzitivkraft mehrere Arbeitsgänge erfordert.

Aus obiger Beziehung ist ersichtlich, daß die Koerzitivkraft H_c als Werkstoffgröße und die vom Sortiergerät gemessene Restfeldstärke H_J nur dann in einem eindeutigen Zusammenhang bleiben, wenn während einer Serie von Prüfungen die Dimensionen l und d sowie der Abstand a des Meßorganes von dem Prüfteil konstant sind. Besonders empfindlich ist das Verfahren gegen eine Änderung des Abstandes a des Meßorganes vom Prüfteil, der in der Gleichung in der dritten Potenz erscheint. Um die Restfeldmessung von einer ungenauen Führung des Prüfstückes unabhängig zu machen, werden die Feldmeßsonden als Sondenpaar AB symmetrisch zur Transportbahn angeordnet, wie in Bild 13 gezeigt ist. Während bei einer einseitigen Sondenanordnung eine Abweichung Δa des Prüflings vom normalen Abstand a einen beträchtlichen Feldmeßfehler dH_J bewirkt, verschwindet der Fehler bei symmetrischer Sondenanordnung infolge der Summierung beider Sondenanzeigen. Um den Einfluß äußerer Fremdfelder auf die Messung auszuschalten, wird dem Feldsondenpaar AB in gewissem, fest eingestelltem Abstande ein zweites Feldsondenpaar CD entgegengeschaltet. Infolge des größeren Abstandes ist das Feld an diesen Stellen sehr viel kleiner. Die Gegenwirkung des Kompensationssondenpaares CD schwächt daher die Meßempfindlichkeit kaum, während der Einfluß von äußeren Fremdfeldern durch diese astatische Meßanordnung vollständig kompensiert wird. Bild 14a zeigt das Schema einer vollautomatischen Sortieranlage nach dem Restfeldverfahren. Aus einem Vorratsbehälter werden dem Transportband in bestimmtem Rhythmus Prüfteile zugeführt. Das Prüfteil passiert hintereinander eine Vorentmagnetisierungsspule und dann die eigentliche Magnetisierungsspule. Nach der magnetischen Sättigung des Teiles wird die Meßstelle passiert. Eine Sondenanordnung setzt das Restfeld in eine elektrische Spannung um, welche elektronisch verstärkt und Relais zugeführt wird. Diese betätigen die Klappen der Sortiereinrichtung. Die Teile werden dabei entweder nach der Härte oder gegebenenfalls auch nach verschiedenen Legierungen sortiert. Bild 14b zeigt die Ansicht des Gerätes.

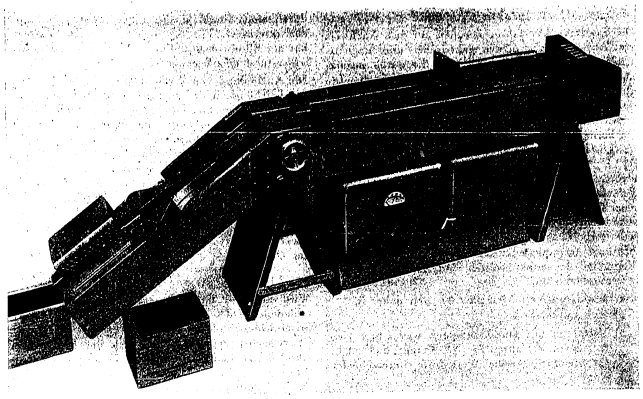


Bild 14b Automatische Sortieranlage nach dem Restfeldverfahren.

1.23 Restpunktpolverfahren

Bei der Prüfung von Blechen und großen Maschinenteilen ist die Magnetisierung des ganzen Prüfteiles praktisch entweder überhaupt nicht oder nur sehr umständlich durchzuführen. Daher wird bei solchen Prüflingen nur eine lokale Messung des Restfeldes mit Hilfe des sogenannten Restpunktpolverfahrens durchgeführt. Das Restpunktpolverfahren findet besonders zur Bestimmung der Anisotropie von Blechen Anwendung. Bild 15a zeigt einen Schnitt durch einen Meßtaster eines Anisotropie-Meßgerätes. Mit Hilfe eines Dauermagnetstabes wird eine punktförmige Magnetisierung erreicht. Ein drehbar angeordnetes Sondenpaar mißt das Restfeld des zurückbleibenden Punktpoles. Ist die gemessene Restfeldstärke beim Drehen des Meßkopfes um 360° konstant, so ist der Werkstoff isotrop. Andererseits ist die prozentuale Differenz der Restfeldstärke zwischen Maximum und Minimum ein Maß für die Anisotropie des Bleches. In Bild 15b ist die Ansicht eines Anisotropie-Meßgerätes von *Förster*, eines sogenannten Orientometers, gezeigt.

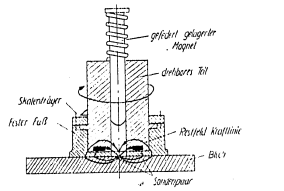


Bild 15a Schnitt durch den Meßtaster eines Anisotropiemeßgerätes [25].

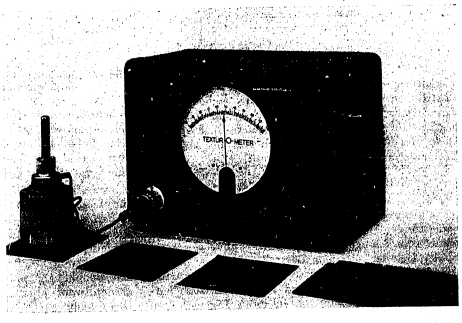


Bild 15b Anisotropiemeßgerät von *Förster*.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

2. Induktive Verfahren

Die induktiven Verfahren beruhen auf dem Nachweis von Abweichungen in der elektrischen und magnetischen Leitfähigkeit der Prüflinge, die durch mechanische Fehlerstellen, durch Unterschiede in der Legierung oder im Vergütungszustand, durch verschiedene Tiefe der Einsatzhärtung usw. hervorgerufen werden. Bei der Prüfung mit dem induktiven oder Wirbelstromverfahren wird das Prüfstück in den Wirkungsbereich eines magnetischen Prüfspulenwechselfeldes gebracht. Dabei werden im Prüfkörper Wirbelströme erzeugt. Die Rückwirkung des magnetischen Feldes dieser Wirbelströme auf die Prüfspule oder auf eine Sekundärspule wird zur Anzeige gebracht. Während bei der Prüfung nichtferromagnetischer Werkstoffe nur Wirbelstromeffekte wirksam sind, treten bei der Prüfung ferromagnetischer Werkstoffe zusätzliche Magnetisierungseffekte durch den Einfluß der Hysteresisschleife auf.

Die induktiven Verfahren gliedern sich daher in

a) Tastspulverfahren,
b) Verfahren mit Durchlaufspule, wobei hier vielfach noch Verfahren für NE-Metalle und solche für ferromagnetische Werkstoffe unterschieden werden.

2.1 Das Tastspulverfahren

2.10 Theorie des Tastspulverfahrens

Beim Tastspulverfahren, das Bild 16 im Schema zeigt, werden die physikalischen Eigenschaften eines Werkstückes durch eine außen auf das Werkstück aufgesetzte, vom Wechselstrom durchflossene Tastspule ermittelt, wobei die Rückwirkung der im Metall induzierten Wirbelströme auf die Tastspule angezeigt wird. Die vom magnetischen Wechselfeld der Tastspule im

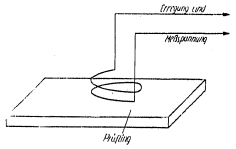


Bild 16 Schema des Tastspulverfahrens [26].

Werkstück erzeugten Wirbelströme verändern die elektrischen Eigenschaften der Spule. Dabei werden diese Eigenschaftsänderungen der Spule nicht nur von der Leitfähigkeit des Prüflings, sondern auch von der Dicke des Werkstückes und vom Abstand zwischen Tastspule und Werkstück beeinflußt.

2.101 Scheinwiderstandsebene

Die Eigenschaften einer Spule werden in der Elektrotechnik durch den Wirkwiderstand R und den Blindwiderstand ωL ausgedrückt. Beide ergeben, geometrisch zusammengesetzt, den Scheinwiderstand einer Spule. Bei der üblichen Darstellung dieses Scheinwiderstandes wird der Blindwiderstand auf der Ordinate und der Wirkwiderstand auf der Abszisse aufgetragen. Die Tastspule ist in ihren Eigenschaften durch einen Punkt in dieser Scheinwiderstandsebene charakterisiert. Für die nicht aufgesetzte Tastspule hat der Blindwiderstand den Leerwert ωL_0, der Wirkwiderstand den Leerwert R_0.

Die Ausbildung von Wirbelströmen ist abhängig von der Leitfähigkeit der zu prüfenden Werkstoffe. Leitfähigkeitsunterschiede bewirken eine Änderung der elektrischen Eigenschaften der Prüfspule. Aber auch die Dicke des Prüflings zeigt einen gewissen Einfluß. Bild 17 zeigt den Scheinwiderstand einer Tastspule. ωL_0 ist der Blindwiderstand bei nicht aufgesetzter Spule. Dividiert man die jeweils auftretenden Wirk- und Blindwiderstände durch ωL_0, erhält man den normierten Scheinwiderstandswert. Bei nicht aufgesetzter Spule ($\omega L = \omega L_0$) ergibt sich daher aus dem normierten Scheinwiderstand $\omega L/\omega L_0 = 1$ die Einteilung der Ordinate.

2.102 Einfluß der Dicke des Prüflings

Wird nun die Tastspule auf Aluminiumfolien verschiedener Dicke aufgesetzt, erhält man für den Scheinwiderstand die Kurve des Bildes 17. Hieraus ist zunächst ersichtlich, daß sich der Scheinwiderstand bei Dicken kleiner als 300 μ sehr stark mit der

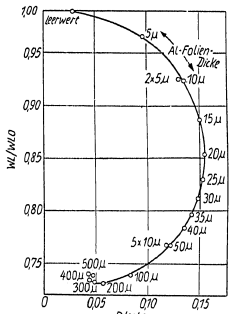


Bild 17 Scheinwiderstand einer Tastspule auf Aluminiumfolien verschiedener Dicke [8].

Folienstärke ändert und daß es gleichgültig ist, ob eine bestimmte Dicke in ihrem Bereich aus einer massiven Folie oder aus mehreren dünneren Folien (z. B. 50 μ oder $5 \times 10\,\mu$) besteht. Dopplungen werden sich daher mit diesem Gerät nicht anzeigen lassen.

Entscheidend für die Anwendung des Tastspulgerätes zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit ist die Tatsache, daß sich bei größeren Blechstärken der Scheinwiderstand kaum ändert, wie die dicht zusammenliegenden Werte für Dicken von 300, 400 und 500 μ zeigen. Damit besteht die Möglichkeit, die Leitfähigkeit unabhängig von der Dicke des Werkstoffes zu messen, wobei aber eine Mindestdicke erforderlich ist. Diese kann auch durch Aufeinanderlegen dünnerer

Folien erzielt werden, da dadurch, wie bereits erwähnt, der Scheinwiderstandswert nicht geändert wird.

In Bild 18 sind die Meßwerte verschiedener Metalle eingezeichnet. Wir sehen auch hier, daß eine Mindestdicke bei all diesen Werkstoffen auftritt, oberhalb deren die Leitfähigkeit unabhängig von der Dicke ist. Es entsteht so die linke Grenzkurve dieses Bildes, die

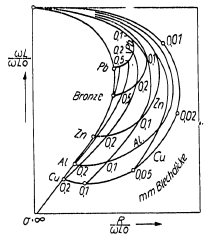


Bild 18 Scheinwiderstand einer Tastspule auf Werkstoffen verschiedener Leitfähigkeit [8].

zeigt, daß mit der Tastspule, unabhängig von der Form des Prüflings, die Leitfähigkeit eines Werkstoffes gemessen werden kann. Die erforderliche Mindestdicke nimmt allerdings mit abnehmender Leitfähigkeit zu, wie die „Folienkurven" für Bronze und Blei zeigen.

Für das Tastspulgerät „Sigmatest" mit dem Standard-Meßbereich von 5 bis 60 Siemens sind folgende Mindestdicken erforderlich:

Werkstoff	Leitfähigkeit m/Ohm mm²	Mindestdicke des Bleches in mm
Kupfer	59	0,8
Aluminium	38	1,0
Al-Mg-Cu, hart	20	1,4
Zink	17	1,5
Mg-Al	6,5	2,0
Bronze	5,5	2,2
Blei	4,7	2,6

2.103 Einfluß der Leitfähigkeit des Werkstoffes

Vergleicht man die Leitfähigkeitswerte dieser Tabelle mit den Werten der Kurve des Bildes 18, so kann man feststellen, daß die Empfindlichkeit der Anzeige zwischen Pb und Bronze mit einer Leitfähigkeitsdifferenz von 1,2 Einheiten erheblich größer ist als zwischen Al und Cu mit einem Unterschied von 21 Siemens. Die Empfindlichkeit ist am größten an der Stelle der Leitfähigkeitskurve, wo diese ihre größte Ausbuchtung hat, wo also der größte Wirkwiderstand auftritt. Bei niedrigerer Leitfähigkeit als der des Bleis und bei höherer als der der Bronze nimmt also bei einer Meßfrequenz von 60 kHz die Empfindlichkeit der Anzeige ab. Der Grund hierfür liegt in dem Verlauf des Spulenfeldes im Metall in Abhängigkeit vom Abstand der Spule. Aus Bild 19 ist zu ersehen, daß der Abfall des Spulenfeldes schon bei geringen Abständen sehr erheblich ist. Die Rückwirkung auf die Tastspule ist um so größer, je stärker das Spulenfeld durch Wirbelströme geschwächt wird, ohe es sich aus geometrischen Gründen totgelaufen hat, und natürlich je stärker diese Wirbelströme in unmittelbarer Nähe der Spule sind.

Die Feldschwächung durch Wirbelströme ist von der Leitfähigkeit des Prüfmaterials abhängig. In einem Werkstoff mit geringer Leitfähigkeit, z. B. Graphit, bilden sich schwächere Wirbelströme aus als in einem solchen mit hoher Leitfähigkeit. Bei einem schlechten Leiter erfolgt daher die Schwächung des Spulenfeldes ohne wesentliche Beeinflussung durch die Wirbelströme fast nur durch den geometrischen Feldabfall. Die Empfindlichkeit der Anzeige ist gering, da die Beeinflussung des Feldabfalls nur in dem flachverlaufenden oberen Teil der Kurve des geometrischen Feldabfalls in Bild 19 erfolgt. Bei sehr guten Leitern, wie Cu und Al, ist das Wirbelstromfeld auch noch in dem Bereich wirksam, in dem sich das Spulenfeld aus geometrischen Gründen bereits totgelaufen hat. Auch dadurch wird die Empfindlichkeit der Anzeige verringert. Die größte Empfindlichkeit ergibt sich bei einer Leitfähigkeit, bei der der Feldabfall durch Wirbelströme ungefähr gleich dem geometrischen Feldabfall ist und im steil verlaufenden Teil der Kurve von Bild 19 erfolgt.

2.104 Einfluß der Meßfrequenz

Nun ist aber die Ausbildung von Wirbelströmen außer von der Leitfähigkeit auch noch von der Frequenz des sie induzierenden Feldes abhängig. Bei niedrigen Frequenzen ist die Feldschwächung durch Wirbelströme und damit auch die Empfindlichkeit des Tastspulverfahrens gering. Das gleiche gilt bei hohen Frequenzen, da hier das Feld infolge des Skineffektes schon an der Oberfläche vernichtet wird und nicht tief genug eindringen kann.

Die Leitfähigkeitsempfindlichkeit der Tastspule durchläuft deshalb auch bei einer bestimmten Meßfrequenz ein Maximum, und durch Änderung derselben läßt sich daher auch die Empfindlichkeit der Leitfähigkeits-

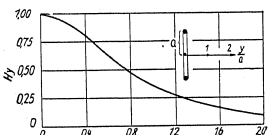


Bild 19 Abfall des Spulenfeldes in Abhängigkeit vom Abstand [8].

anzeige in den einzelnen Leitfähigkeitsbereichen der Werkstoffe steuern. Es zeigte sich bei Untersuchungen des Einflusses der Meßfrequenz, daß in der Berechnung immer das Produkt aus Leitfähigkeit und Meßfrequenz erscheint. Die Leitfähigkeit von Kupfer ist etwa zwölfmal so groß wie die des Bleis. Die Kurven in Bild 18 wurden mit 60 kHz bestimmt. Mit einer zwölffachen Frequenz, also mit 720 kHz, würde die Folienkurve

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

des Bleis denselben Verlauf zeigen, wie bei 60 kHz die des Kupfers, während die Anzeigen der Leitfähigkeit von Cu und Al noch näher beieinanderlägen und auf der Leitfähigkeitskurve in Richtung des Punktes $\sigma = \infty$ verschoben wären. Durch niedrigere Frequenz kann dagegen der Leitfähigkeitswert des Kupfers in den Bereich höherer Empfindlichkeit gebracht werden.

Es ergibt sich also für jede Leitfähigkeit eine Frequenz, bei der optimale Empfindlichkeit gegeben ist. In der Praxis muß deshalb die optimale Meßfrequenz unter Berücksichtigung des für die Prüfung in Frage kommenden Leitfähigkeitsbereiches gewählt werden. Dies hat zur Folge, daß für die verschiedenen Leitfähigkeitsbereiche gesonderte Geräte benutzt werden. Nach *Förster* und *Breitfeld* kommen für die einzelnen Werkstoffgruppen Geräte mit folgendem Meßbereich in Frage:

1. Graphit und Kohle . . .	0,01 – 0,25 m/Ohm mm²
2. Lagermetalle, Bleilegierungen, Neusilber, Widerstandslegierungen, austenitischer Stahl	0,5 – 5 m/Ohm mm²
3. Alle Kupfer- und Aluminiumlegierungen (Härteprüfung)	5 – 40 m/Ohm mm²
4. Unterscheidung von Kupfer nach verschiedenen Leitfähigkeitswerten . .	10 – 60 m/Ohm mm²

2.105 Einfluß von Abstandsänderungen und dessen Unterdrückung

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde angenommen, daß der Prüfkörper eine blanke und glatte Oberfläche besitzt und die Tastspule direkt aufsitzt. Praktisch liegen solche Prüfverhältnisse sehr selten vor, und

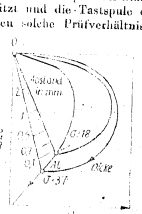


Bild 20 Scheinwiderstandsänderung einer Tastspule auf zwei Werkstoffen verschiedener Leitfähigkeit durch Abheben der Spule [8].

eine Untersuchung des Einflusses einer Zwischenschicht zwischen Metalloberfläche und Tastspule auf den Scheinwiderstand der Tastspule ist notwendig. In Bild 20 ist gezeigt, wie sich der Scheinwiderstand einer Tastspule ändert, wenn sie vom Metall abgehoben wird. Für die Schichtdicke Null ergibt sich entsprechend der Leitfähigkeit des Probekörpers ein bestimmter Scheinwiderstandspunkt. Für eine unendliche Schichtdicke (die praktisch allerdings schon bei wenigen Millimetern erreicht wird) zeigt die Spule den Leerwert, d. h. den gleichen Wert wie in unaufgesetztem Zustand. Aus Bild 20 ist ersichtlich, daß z. B. eine Zwischenschicht von 0,2 mm etwa den gleichen Betrag der Scheinwiderstandsänderung zur Folge hat, wie eine Leitfähigkeitsänderung von $\sigma = 37 \frac{m}{\Omega mm^2}$ auf $\sigma = 48 \frac{m}{\Omega mm^2}$. Angesichts dieser Tatsache erscheint eine genaue Leitfähigkeitsmessung mit dem Tastspulverfahren unmöglich.

Im folgenden soll nun untersucht werden, wie mit Hilfe elektrischer Maßnahmen dieser starke Zwischenschichteinfluß unterdrückt werden kann.

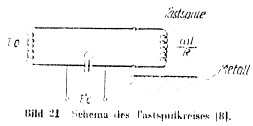


Bild 21 Schema des Tastspulkreises [8].

Dann geringe Abstandsänderungen keinen Einfluß auf die Spannungsamplitude haben, muß zunächst der Blindwiderstand der Tastspule kompensiert werden. Dies geschieht durch Einbau eines Kondensators in den Tastspulkreis, wie aus Bild 21 ersichtlich ist. Der Widerstand der Kapazität beträgt $1/\omega C$. Die Spannung E_c über dem Kondensator wird gemessen. Sie ist nach dem ohmschen Gesetz für Wechselströme proportional dem Strom J:

$$E_c = \frac{J}{\omega C} \cdot J \quad . \tag{7}$$

Sind Spule und Kondensator hintereinandergeschaltet, ergibt sich für den Strom

$$J = \frac{E_0}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad . \tag{8}$$

Für die Amplitude des Stromes in der Scheinwiderstandsebene gilt

$$J = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad . \tag{9}$$

Zur Kompensation von ωL muß der Kondensator so bemessen sein, daß $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ist. In diesem Resonanzfall erreicht dann der Strom seinen maximalen Wert:

$$J = \frac{E_0}{R} \quad . \tag{10}$$

In der Scheinwiderstandsebene wird dies durch OA angezeigt (Bild 22). Durch Abheben der Tastspule tritt eine Änderung der Induktivität über den Resonanzwert hinaus um den Betrag $\Delta\omega L$ ein. Diese

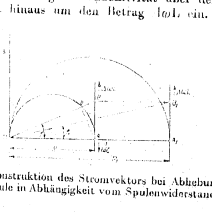


Bild 22 Konstruktion des Stromvektors bei Abhebung der Spule in Abhängigkeit vom Spulenwiderstand [10].

Änderung erfolgt natürlich in Richtung von ωL, also in Richtung von A nach B. Der Strom errechnet sich dann nach

$$J = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (\Delta\omega L)^2}} \quad . \tag{11}$$

Aus Bild 22 läßt sich ersehen, daß der Nenner obigen Ausdruckes $(\sqrt{R^2 + (\Delta\omega L)^2})$ durch die Strecke OB dargestellt wird. Bei einer Änderung der Induktivität um einen beliebigen Betrag $\Delta\omega L$ ändert sich der Scheinwiderstand und damit auch die Spannung E_c längs des Halbkreises über OA. Nimmt nach dem Beispiel des Bildes 22 $\Delta\omega L$ den Betrag der Strecke AB an, so sind E_c und J proportional der Strecke Ob. Aus dem rechtwinkligen Dreieck ObA läßt sich nun Ob bestimmen. OAB und ObA sind rechtwinklige Dreiecke mit dem gleichen Winkel φ. Es gilt demnach

$$\frac{OA}{OB} = \frac{Ob}{OA}; \quad Ob = \frac{(OA)^2}{OB} = \frac{(OA)^2}{\sqrt{R^2 + (\Delta\omega L)^2}} \quad . \tag{12}$$

Der Strom J = Ob kann also graphisch bestimmt werden, indem man über der Strecke OA einen Halbkreis schlägt und eine Gerade vom Nullpunkt O nach dem Ort B der Verstimmung $\Delta\omega L$ zieht. Der Schnittpunkt b dieser Geraden mit dem Halbkreis ergibt Ob. Der Winkel φ ergibt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Soll nun die Verstimmung $\Delta\omega L$ infolge Spulenabhebung keine Änderung der Spannung bewirken, muß φ sehr klein sein. Aus Bild 22 ist ersichtlich, daß dies der Fall ist, solange der von A ausgehende Halbkreis noch mit der Tangente AB zusammenfällt. Dies ist aber um so länger der Fall, je größer der Halbkreis, d. h. also je größer der Wirkwiderstand R der Spule ist. Hieraus folgt, daß die Spule des Tastspulgerätes aus Widerstandsmaterial hergestellt werden muß. Der Meßwert der Leitfähigkeit wird dann durch Oberflächenrauhigkeit und dünne Zwischenschichten nicht beeinflußt.

Dies geht auch aus der Ableitung hervor. Da nach Bild 22 (OA) = R, kann nach (12) gesagt werden:

$$E_c \approx J = \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + (\Delta\omega L)^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\omega L}{R}\right)^2}} \quad . \tag{13}$$

Ist nun R sehr groß und $\Delta\omega L$ sehr klein, so wird auch der Wert $\frac{\Delta\omega L}{R}$ sehr klein. Nach (13) gilt dann:

$$J = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\omega L}{R}\right)^2}} \approx R\left(1 - {}^1/_2 \left(\frac{\Delta\omega L}{R}\right)^2\right).$$

Der Klammerausdruck hat die Form $1 - {}^1/_2 x^2$ und stellt die beiden ersten Glieder der *Taylor*-Entwicklung von cos x dar. Ist also die Änderung $\Delta\omega L$ des Scheinwiderstandes klein gegenüber dem Ohmschen Widerstand R der Tastspule, so hat die Amplitude der Spannung E_c bei richtiger Abstimmung des Resonanzkreises einen Kosinusverlauf. Der Wert der Kosinusfunktion ist bei kleinen Argumenten bekanntlich weitgehend unabhängig vom Argument. Wird durch Wahl eines genügend großen Widerstandes R das Argument $\frac{\Delta\omega L}{R}$ sehr klein, so wird die Spannungsamplitude E_c von kleinen Scheinwiderstandsänderungen $\Delta\omega L$, also von dünnen Zwischenschichten, kaum beeinflußt.

In Bild 23 ist nach *Förster* das experimentelle Ergebnis angegeben, aus dem hervorgeht, daß bei Schichtdicken bis zu 100 μ Abstandsunempfindlichkeit besteht.

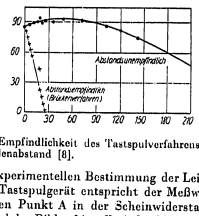


Bild 23 Empfindlichkeit des Tastspulverfahrens vom Spulenabstand [8].

Bei der experimentellen Bestimmung der Leitfähigkeit mit dem Tastspulgerät entspricht der Meßwert einem bestimmten Punkt A in der Scheinwiderstandsebene. Im Beispiel des Bildes 24 stellt A den Meßpunkt für die Leitfähigkeit $\sigma = 37 \frac{m}{\Omega mm^2}$ bei aufgesetzter Tastspule dar. Die Verbindungslinie dieses Punktes (Schichtdicke Null) mit dem Punkt 1 auf der Ordinate ($\omega L = \omega L_0$), der den Leerwert für die völlig abgehobene Spule (Schichtdicke unendlich) darstellt, ist die Abheberichtung ABC. Die Senkrechte in A auf dieser Richtung ergibt im Schnittpunkt mit der Ordinate den Punkt O und gleichzeitig den Blindwiderstand ωL_c. Der in den Tastspulkreis in Serie zwischengeschaltete Kondensator muß nun so abgestimmt werden, daß $\frac{1}{\omega C} = \omega L_c$ wird, also der Resonanzfall eintritt und die Spannung E_c ihr Maximum aufweist.

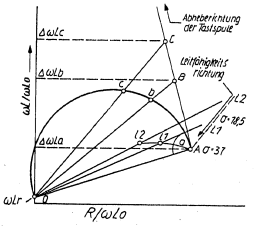


Bild 24 Scheinwiderstandsänderung durch Abhebung der Spule und Leitfähigkeitsänderung des Werkstoffes [8].

Wird nun über der Strecke OA ein Halbkreis geschlagen, so erhält man den geometrischen Ort des Tastspulstromes beim Abheben der Spule. Die Punkte b und c ergeben die Meßwerte, wenn die Spule um AB bzw. AC vom Prüfling abgehoben wird. Aus Bild 24 ist weiterhin zu ersehen, daß bei Messungen an Werkstoffen anderer Leitfähigkeit die Leitfähigkeitsänderung in der Scheinwiderstandsebene in einer anderen

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Richtung erfolgt als durch Abhebung der Spule. Die Leitfähigkeiten L_1 und L_2 ergeben die Scheinwiderstandspunkte l_1 und l_2, deren Lage sehr stark vom Halbkreis abweicht. Die Punkte l_1 und l_2 erhält man, wenn man das Quadrat von OA durch OL_1 bzw. OL_2 dividiert.

Es ist also verständlich, daß sich nach obigen Ausführungen zwei verschiedene Gerätearten herstellen lassen, von denen die eine Art gestattet, die Leitfähigkeit unabhängig vom Abhebeeffekt zu messen, während die andere Art gerade den Abhebeeffekt ausnutzt und die Messung der Dicken von Isolierschichten und von Schichten anderer Leitfähigkeit als der des Grundmetalls ermöglicht.

2.11 Das Leitfähigkeitsmeßgerät „Sigmatest"

Ein Gerät, das die Leitfähigkeit mißt und somit auch geeignet ist, Eigenschaften zu bestimmen, die die Leitfähigkeit beeinflussen, wie Reinheit oder Härte aushärtbarer Legierungen, ist das bestens bewährte „Sigmatest" von *Förster*. Bild 25a zeigt seinen schematischen Aufbau. Ein stabilisierter Hochfrequenzsender

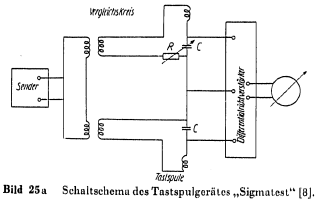


Bild 25a Schaltschema des Tastspulgerätes „Sigmatest" [8].

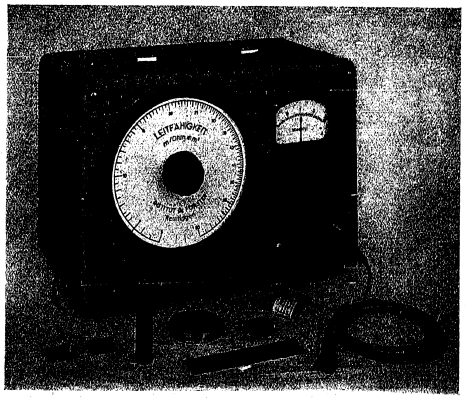


Bild 25b
Tastspulgerät Sigmatest nach *Förster*.

speist den Tastspulkreis und einen hierzu völlig symmetrisch aufgebauten Vergleichskreis, der genau dem Tastspulkreis bei aufgesetzter Spule entsprechend abgestimmt werden kann. In Bild 25b ist das „Sigmatest" dargestellt.

Beim Aufsetzen der Tastspule erfolgt ein Ausschlag des Anzeigeinstrumentes, da ja bei den einzelnen Leitfähigkeiten Vergleichs- und Tastspulkreis verschiedene Werte aufweisen. Durch Abstimmung des Vergleichskreises wird der gleiche Wert erzielt, wenn der Instrumentenzeiger den Wert Null einnimmt. An der großen Leitfähigkeitsskala kann dann der Absolutwert der Leitfähigkeit abgelesen werden.

2.12 Abstandsunabhängige Anzeige von Rissen

Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß sogar eine völlige Unterdrückung des Abhebeeffektes, also auch des Einflusses von Isolierschichten zwischen Tastspule und Werkstück, möglich ist. Dieses Verfahren eignet sich für die Anzeige von Rissen, also zur Fehlersuche bei Werkstoffen konstanter Leitfähigkeit, und zur Anzeige von Leitfähigkeitsänderungen, also auch zur Sortierung bei Materialverwechslungen. Bild 26 zeigt wiederum die Änderung des Scheinwiderstandes durch Abhebung und den Halbkreis als geometrischen Ort des Tastspulstromes beim Abheben der Spule. Gleichzeitig ist dargestellt, wie Risse die Spannung E_e beeinflussen. r_1, r_2 und r_3 sind die Scheinwiderstandspunkte für Rißtiefen von 0,1, 0,3 und 1 mm Tiefe. Die sich hierfür ergebende Spannung E_e erhält man durch Division des Quadrates von OA durch Or_1 oder Or_2 bzw. Or_3. Sie wird angezeigt durch den Vektor OR_1, OR_2 oder OR_3.

Die Unterdrückung des Abhebeeffektes wird nun erreicht, indem man der Spannung E_e, dargestellt durch OA bei aufgesetzter Spule, eine entgegengesetzt gerichtete Spannung halber Amplitude E_{K0} zuschaltet. Die Gesamtspannung bei aufgesetzter Spule nimmt nun den Wert KA an. Bei Änderung des Abstandes der Tastspule durchläuft der Endpunkt des Spannungsvektors den Halbkreis $A\text{-}S_1\text{-}S_2\text{-}S_3$. Vom Punkte K, also vom Mittelpunkt dieses Kreises aus betrachtet, tritt hierbei keine Änderung des Spannungswertes auf. Der Spannungsvektor dreht sich lediglich um den Mittelpunkt K. Hiermit ist gezeigt, daß durch partielle Kompensation der Wechselspannung keine Änderung des Wertes der Meßspannung KA durch Abheben der Spule eintritt. Dagegen ändert sich durch

Risse die Meßspannung sehr stark, was durch die Vektoren KR_1, KR_2 und KR_3 angezeigt wird. Das nach diesem Verfahren arbeitende Rißmeßgerät ist das Defektometer von *Förster*.

2.13 Leitfähigkeitsunabhängige Messung von Schichtdicken

Zur Messung von Schichtdicken muß der Einfluß der Leitfähigkeit verschiedener Werkstoffe unterdrückt werden. Aus Bild 20 ist zu erkennen, daß sich bei verschiedener Leitfähigkeit des Grundmaterials beim Ab-

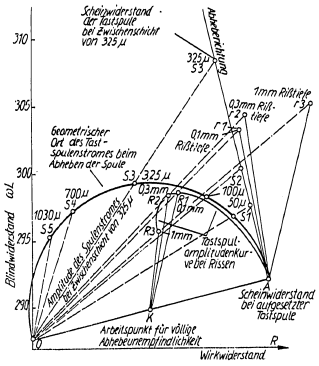


Bild 26 Scheinwiderstandsänderung durch auftretende Risse bei völliger Abhebeunempfindlichkeit durch partielle Spannungskompensation [8].

heben der Spule ein verschiedener Scheinwiderstandsverlauf zeigt. Weiterhin wurde bei der Besprechung des Einflusses der Meßfrequenz erwähnt, daß sich bei höherer Meßfrequenz die Leitfähigkeitswerte nach Bild 18 auf der Kurve in Richtung $\sigma = \infty$ bewegen und dabei näher zusammengedrängt werden. Hierbei nimmt die Leitfähigkeitsempfindlichkeit und somit auch die Beeinflussung der Abstandsempfindlichkeit durch verschiedene Leitfähigkeit ab. Bild 27 zeigt den Verlauf beider Empfindlichkeiten in Abhängigkeit von der Spulenfrequenz. Bei hoher Frequenz verschwindet der Einfluß der Leitfähigkeit des Grundmaterials. Un-

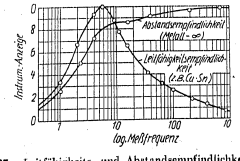


Bild 27 Leitfähigkeits- und Abstandsempfindlichkeit einer Tastspule in Abhängigkeit von der Frequenz [59].

abhängig von dieser lassen sich so die Dicken von Isolier-, Eloxal- und Farbschichten bestimmen. Das hierfür geeignete Gerät ist das *Förster*sche Isometer, das, ähnlich wie das Sigmatest, in verschiedenen Empfindlichkeitsbereichen verwendet wird. Beim empfindlichsten erfolgt für 1 µ Schichtdicke ein Zeigerausschlag von 7 mm.

Da die Beschaffenheit der Schutzschicht nicht mit in den Meßwert eingeht, läßt sich mit dem Isometer und einer Kapazitätsmeßanordnung auch die Dielektrizitätskonstante der Isolierschicht bestimmen und damit eine Beurteilung der Qualität derselben durchführen. Als Kapazitätsmeßanordnung wird eine in einen Taststift eingebrachte Metallplatte von 1 cm ⌀ benutzt. Nach dem Aufsetzen auf die Isolationsschicht wirkt die Platte als Belegung eines Kondensators, während die andere Belegung das Grundmetall darstellt. Die Kapazität der das Dielektrikum bildenden Isolierschicht bestimmt sich zu

$$C = \frac{\varepsilon \cdot F}{4 \pi d} \text{ (cm)}.$$

Im obigen Ausdruck ist F die Fläche der aufgesetzten Metallplatte, d die Dicke der Isolationsschicht und ε die Dielektrizitätskonstante derselben.

Man mißt nun mit dem Isometer zunächst die Schichtdicke d, dann mit der Kapazitätsmeßanordnung die Kapazität C und errechnet ε. Die Messung von d und C kann mit einem Doppeltaster durchgeführt werden.

In der Uhren-, der Besteck- und der Schmuckindustrie sowie in der Galvanotechnik überhaupt will man sehr oft die Dicke der aufgebrachten Silber- und Goldschichten messen. Diese Messung läßt sich mit dem Argentometer durchführen. Voraussetzung ist allerdings, daß sich die Leitfähigkeit der Metallschicht von der des Untergrundes unterscheidet. Die Frequenz wird so gewählt, daß das Feld der Tastspule von der dicksten zu messenden Schicht gerade auf die Hälfte geschwächt wird. Es gelingt so, in einem weiten Bereich die Dicke gleichen Schichtmaterials unabhängig von der Leitfähigkeit des Grundmetalls zu messen und das Gerät entsprechend zu eichen. Die Eichung erfolgt mit Folien bekannter Dicke.

2.2 Die Wirbelstromverfahren mit Durchlaufspule

In der Industrie wird in erhöhtem Maße Rundmaterial verbraucht, und es besteht daher der Wunsch, auch Stangen und Drähte zerstörungs- und berührungsfrei zu untersuchen und dabei Leitfähigkeits- und Durchmesseränderungen und Fehler einwandfrei festzustellen.

Für die Prüfung solcher Teile eignen sich die Verfahren mit Durchlaufspule, deren theoretische Erfassung nachstehend gebracht wird.

2.20 Theorie des Durchlaufspulenverfahrens

Bild 28 zeigt im Prinzip das Wirbelstromverfahren mit Durchlaufspule.

Eine Primärspule wird von einem Wechselstrom bestimmter Frequenz f durchflossen und erzeugt ein Wechselmagnetfeld mit der Feldstärke $\mathfrak{H}_0$, die ebenfalls über dem Querschnitt der Sekundärspule mit der

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Windungszahl w und dem Durchmesser D_s besteht. Wird ein Prüfkörper in die Spule eingebracht, so werden in ihm Wirbelströme induziert, deren Feld das Primärfeld $\mathfrak{H}_0$ schwächt. Die Sekundärspule mißt also die Änderung des ursprünglichen Feldes der Primärspule an der der Sekundärspule durch Einbringen einer Probe.

Bild 29. Prinzip des Wirbelstromverfahrens mit Durchlaufspule (Messung der Absolutwerte) [10].

Das Verhältnis im Prüfstab können durch zwei verschiedene Darstellungen beschrieben werden.

Die erste Darstellung entspricht den tatsächlichen physikalischen Vorgang. Die Schwächung des Primärfeldes durch die Wirbelströme nimmt nach dem Innern der Probe standig zu, so daß an jedem Punkte die Halbmesser eine andere Feldstärke herrscht. Feldstärke $\mathfrak{H}$ und Induktion $\mathfrak{B}$ sind eine Funktion des jeweiligen Halbmessers r, und die Induktion läßt sich wie folgt angeben:

$$\mathfrak{B}(r) = \mu_{eff} \cdot \mu_0 \cdot \mathfrak{H}(r). \qquad 14$$

μ_{eff} ist die relative Permeabilität, die für nichtferromagnetische Werkstoffe gleich 1 ist, μ_0 ist die Vakuumpermeabilität. Die Induktion $\mathfrak{B}$ und die Feldstärke $\mathfrak{H}(r)$ ändern sich mit dem Durchmesser nach in Abhängigkeit von Aufbauradius r.

In der zweiten Darstellung wird vorausgenommen, daß über den ganzen Probenquerschnitt die gleichbleibende Randfeldstärke $\mathfrak{H}_0$ herrscht und den Probenmantel eine von Punkt zu Punkt verschiedene komplexe effektive Permeabilität mit einem absoluten Betrag μ_{eff} zugeschrieben werden kann. Dann ergibt sich die Induktion zu

$$\mathfrak{B}(r) = \mu_{eff} \cdot \mu_0 \cdot \mathfrak{H}_0. \qquad 15$$

Da die Berechnung der effektiven Permeabilität genau nur dann möglich ist, wenn man das Lösen eines Integrals über die Form der Probenquerschnittes in Bessel-Funktionen, deren Argumenten für eine bestimmte Frequenz gleich r werden. Diese Frequenz wird „Grenzfrequenz" genannt und hängt vom Probendurchmesser D_p, der Leitfähigkeit σ und der relativen Permeabilität μ_{eff} ab. Man erhält für die Grenzfrequenz folgenden Ausdruck:

$$f_g = \frac{5066}{\sigma \cdot \mu_{eff} \cdot D_p^2}. \qquad 16$$

Die effektive Permeabilität μ_{eff} stellt eine Funktion des Verhältnisses Meßfrequenz/Grenzfrequenz dar. In Bild 30 ist sie in komplexer Form dargestellt, wobei ihren Real- und Imaginärteil für verschiedene Werte des Verhältnisses f/f_g als Parameter aufgetragen sind.

Um nun zur Berechnung der Sekundärspulenspannung $\mathfrak{E}$ zu gelangen, muß man mit der Leerlaufspannung $\mathfrak{E}_{leer}$ multiplizieren:

$$\mathfrak{E}_{leer} = 2\pi \cdot f \cdot w \cdot \mathfrak{B}_0 \cdot \frac{D_s^2 \pi}{4} \cdot 10^{-8} \cdot \eta_s \qquad 17$$

Mit Probe ergibt sich

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_{leer} (1 - \eta_f \cdot \eta_s \cdot \mu_{eff}) \qquad 18$$

dabei ist der Füllungsgrad η_f das Verhältnis $\frac{D_p^2}{D_s^2}$.

In der obigen Gleichung hat für nichtferromagnetische Werkstoffe der Ausdruck $(1 - \eta_f)$ das Hauptgewicht, da μ_{eff} nur gleich 1 und μ_{η} immer kleiner als 1 ist. Bei ferromagnetischen Werkstoffen wird die Spannung dagegen hauptsächlich von dem Ausdruck $\eta_f \cdot \mu_{eff}$ bestimmt. So ist es erklärlich, daß bei unmagnetischen Werkstoffen bei einer Zunahme des Durchmessers die Sekundärspannung steigt. Bei ferromagnetischen Werkstoffen dagegen erfolgt in dem Bereich f/f_g von 0 bis 100 ein Ansteigen der Sekundärspannung bei einer Zunahme des Probendurchmessers. Das ist auch physikalisch verständlich, da die Spannungserhöhung infolge der Zunahme an magnetisierbarer Substanz größer ist als die Spannungsabsenkung infolge Feldschwächung durch Wirbelströme.

Da für nichtferromagnetische Werkstoffe die relative Permeabilität $\mu_{eff} = 1$ beträgt, ergibt sich für die Spannung nach Gleichung (18)

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_{leer} (1 - \eta_f \cdot \eta_s \cdot \mu_{eff}). \qquad 18a$$

Die Darstellung obiger Gleichung in der komplexen Spannungsebene für verschiedene Füllungsgrade η ist in Bild 30 wiedergegeben. Die zweite äußere Kurve für $\eta = 1$ ist identisch mit der Normalkurve des Bildes 29. Sie sei an einer Kupferstange von 20 mm $\varnothing$ mit einer Spule gleicher Abmessung gewonnen. Benutzt man in diese Spule einen Kupferstab von 1 mm, so errechnet sich η zu 0,04, und es ergibt sich die mittlere Kurve des Bildes 30. Für den Durchmesser von 21 mm

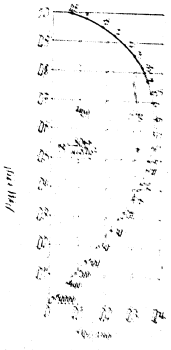


Bild 28. Die komplexe effektive Permeabilität für verschiedene Verhältnisse der Meßfrequenz f zur Grenzfrequenz f_g [14].

errechnete sich weiterhin bei einer Meßfrequenz von $f = 10\,000$ Hz das Verhältnis f/f_g zu 100, bei 8 mm und gleicher Frequenz dagegen ist $f/f_g = 64$. Aus Bild 30 ist ersichtlich, daß eine Durchmesseränderung eine Änderung des Spannungsvektors längs der punktierten Linien (z. B. $P \to P_2$) bewirkt, während eine Leitfähigkeitsänderung, wie bereits bekannt, längs der f/f_g-Kurven (z. B. $P \to P_1$) erfolgt. Hieraus geht hervor,

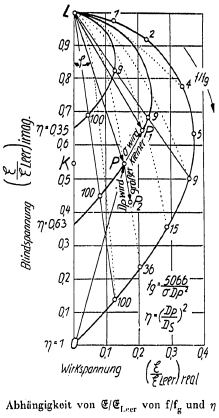


Bild 30 Abhängigkeit von $\mathfrak{E}/\mathfrak{E}_{Leer}$ von f/f_g und η [10].

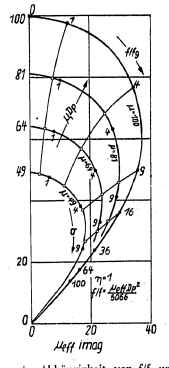


Bild 31 $\eta_{rel} \cdot \eta_{eff}$ in Abhängigkeit von f/f_g und Richtungen bei Änderung von und von D_p oder μ_{rel} [9].

daß sich Qualitäts- und Abmessungsänderungen in verschiedenen Richtungen in der komplexen Spannungsebene bemerkbar machen. Zwischen ihnen zu unterscheiden ist um so leichter, je größer der Winkel zwischen beiden Richtungen ist. Bei nichtferromagnetischen Werkstoffen ist dies nach Bild 30 bei hohen Werten für f/f_g der Fall, während bei kleineren Werten beide Richtungen nahezu parallel verlaufen. Will man also beide Fehlermöglichkeiten unterscheiden, muß man eine Meßfrequenz wählen, die hohe Werte für f/f_g ergibt, also selbst hoch ist.

Für ferromagnetische Werkstoffe gilt die Gleichung (18). Aus ihr läßt sich in Abhängigkeit vom Probendurchmesser und der Prüffrequenz für jede Probenleitfähigkeit und jede Permeabilität die Spannung $\mathfrak{E}$ an der Sekundärspule berechnen. Man mißt hierfür zunächst die Spannung $\mathfrak{E}_{leer}$ der Spule ohne Probe und errechnet η aus Proben- und Spulendurchmesser. Mit den physikalischen Werten der Probe ergibt sich dann das Frequenzverhältnis

$$f/f_g = \frac{f \cdot \sigma \cdot \mu_{rel} \cdot D_p^2}{5066}.$$

Mit diesem Quotienten liest man dann aus Bild 29 die beiden μ_{eff}-Werte ab und errechnet nach (18) die beiden Komponenten $\mathfrak{E}_{real}$ und $\mathfrak{E}_{im}$ der Sekundärspannung.

In Bild 31 sind die μ_{eff}-Werte als Funktion von f/f_g, mit einzelnen μ_{rel}-Werten multipliziert, dargestellt. Aus ihm ist ersichtlich, daß Permeabilitäts- und Durchmessereffekte sich in der gleichen Richtung bemerkbar machen, während Leitfähigkeitsänderungen, wie bekannt, längs der f/f_g-Kurven wirksam werden.

Da Permeabilitäts- und Durchmessereffekte in der ganzen Spannungsebene gleichphasig liegen, kann nicht entschieden werden, welche der beiden Größen eine Änderung erfahren hat. Dagegen lassen sich Leitfähigkeitsänderungen von den beiden anderen Effekten leicht unterscheiden, vor allem, wenn das Verhältnis f/f_g klein gewählt wird, die Meßfrequenz also niedrig ist. Aus Bild 31 läßt sich leicht feststellen, daß dann beide Richtungen beinahe senkrecht aufeinanderstehen, während bereits bei f/f_g-Verhältnissen oberhalb 20 Änderungen von σ, μ und D_p praktisch Effekte in gleicher Richtung auslösen.

In den Bildern 30 und 31 wurde gezeigt, daß sich sowohl bei nichtferromagnetischen als auch bei ferromagnetischen Werkstoffen Leitfähigkeitseffekte (Le-

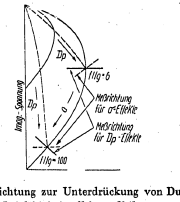


Bild 32 Meßrichtung zur Unterdrückung von Durchmesser- oder Leitfähigkeitseffekten [14].

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

gierung, Härte) und Durchmesseränderungen in verschiedenen Richtungen in der Spannungsebene äußern. Damit ist gezeigt, daß bei den magnetinduktiven Verfahren mit Durchlaufspule sowohl für NE-Metalle als auch für Ferromagnetica je ein Meßfrequenzbereich optimaler Trennmöglichkeit vorhanden ist. Mit ge-

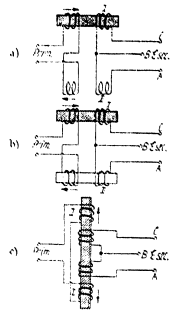


Bild 33 Die drei Hauptanordnungen der Differenzspulenverfahren [10].

eigneten Geräten muß es daher möglich sein, den einen Effekt unabhängig vom anderen anzuzeigen. Dies wird möglich, wenn man die Komponente eines Wirbelstromeffektes in einer „Meßrichtung" zur Anzeige bringt, auf der die Wirkrichtung des anderen Effektes senkrecht steht und somit in der Meßrichtung keine Komponente aufweist. In Bild 32 ist dies dargestellt. Will man also z. B. eine Durchmesseränderung feststellen, wird die Phasenlage so eingestellt, daß die Meßrichtung senkrecht zur Leitfähigkeitsrichtung liegt.

2.21 Hauptanordnungen von Durchlaufspulen

Bei den einzelnen Wirbelstromgeräten mit Durchlaufspule sind neben dem Einspulen-Absolutverfahren des Bildes 28 noch drei Hauptanordnungen als Differenzspulenverfahren üblich, die in Bild 33 angegeben sind.

Beim Absolutverfahren des Bildes 33a erscheint ohne Probe zwischen den Punkten BC der Spule 1 die Leerspannung $\mathfrak{E}_{Leer}$, in Bild 30 durch die Strecke OL = 1 dargestellt ($\mathfrak{E}/\mathfrak{E}_{Leer} = 1$). An den Punkten BC tritt infolge des entgegengesetzten Primärfeldes die entgegengesetzte Spannung OL = − 1 auf. Beide Spannungen kompensieren sich, so daß ohne Probe an den Punkten AC keine Spannung auftritt. Wird nun eine Probe in Spule 1 gebracht, so tritt eine nach (18) errechenbare Spannung auf, die dem Punkt P entsprechen möge. An den Klemmen BC der Spule 1 tritt nun nicht der Vektor OL, sondern der Vektor OP auf, während an AB unverändert OL = − 1 erscheint. Die an AC auftretende Spannung erhält man daher durch die Vektordifferenz OP − OL. Sie wird durch den Vektor LP dargestellt.

Das Differenzspulen-Absolutverfahren unterscheidet sich also vom Einspulen-Absolutverfahren (Bild 28) darin, daß es den Vektor LP anzeigt, während beim Einspulen-Verfahren OP zur Anzeige gebracht wird.

Bei den beiden anderen Verfahren bildet den Ausgangspunkt der Messung der Punkt P. Sind in Bild 33b beide Proben gleich, so ergeben sich an BC und AB die sich kompensierenden Spannungen + OP und − OP, so daß AC spannungslos ist. Bei einer Leitfähigkeitsänderung der Probe 1 kommt zwischen BC der Vektor + OP_1 zur Anzeige, während zwischen BA unverändert − OP auftritt. An AC wird die Differenz PP_1 beider Vektoren angezeigt. Bei den Vergleichs- und Selbstvergleichsverfahren werden also keine Absolutwerte gemessen, sondern Spannungsänderungen infolge Änderung einer Eigenschaft des Werkstoffes angezeigt.

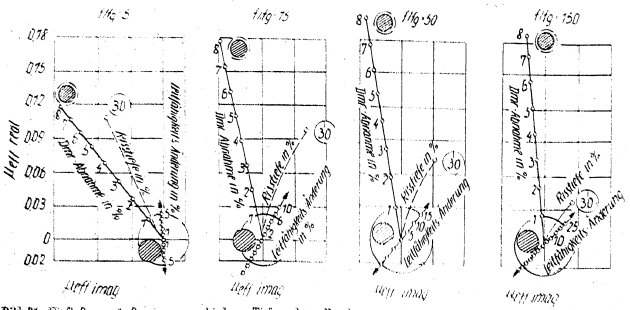


Bild 34 Einfluß von Außenrissen verschiedener Tiefe und von Durchmesser- und Leitfähigkeitsänderungen auf die effektive Permeabilität von NE-Metallen [13].

2.22 Rißprüfung

Wirbelstromgeräte mit Durchlaufspule eignen sich aber auch zur Feststellung von Rissen, da dieselben sich nach Modellversuchen von *Förster* und *Breitfeld* in einer anderen Richtung bemerkbar machen als Leitfähigkeits- und Durchmesseränderungen. Bild 34 zeigt das Ergebnis dieser Versuche für die vier f/f_g-Werte 5, 15, 50 und 150, einen Bereich, in dem die Nachweisempfindlichkeit für Risse am größten ist. Da zur Auswertung die auf der Durchmesserrichtung senkrechte

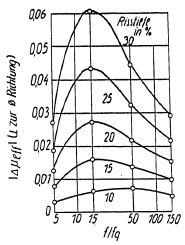


Bild 35 Abhängigkeit der zur Durchmesserrichtung senkrechten Komponente des Rißeffektes $\Delta\mu_{aff}$ vom Frequenzverhältnis und der Rißtiefe [13].

Komponente benutzt wird, ist aus den Diagrammen zu ersehen, daß bei Frequenzverhältnissen < 5 und > 150 diese Komponente sehr klein wird. Nach Bild 34b ist die Anzeigeempfindlichkeit bei $f/f_g = 15$ am größten. Dies geht deutlich aus Bild 35 hervor, in welchem die zur Durchmesserrichtung senkrechte Komponente des Rißeffektes $\Delta\mu_{aff}$ in Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis und der Rißtiefe in % des Durchmessers aufgetragen ist.

Aus Bild 36 ist auch der Einfluß von Innenrissen zu ersehen, wobei die Angabe des Abstandes eines Risses von der Oberfläche ebenfalls in % vom Durchmesser

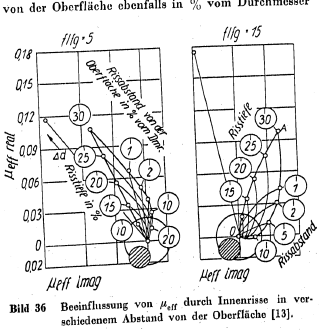


Bild 36 Beeinflussung von μ_{aff} durch Innenrisse in verschiedenem Abstand von der Oberfläche [13].

erfolgt. Im Diagramm für $f/f_g = 5$ läßt sich aus dem flachen, zur Durchmesserrichtung fast parallelen Verlauf der Kurve bei Rißabständen < 10 % erkennen, daß die Rißanzeige ziemlich unabhängig von der Lage des Risses erfolgt. Dieses Ergebnis wird durch Bild 37 bestätigt, in dem die auf der D-Richtung senkrechte Komponente von $\Delta\mu_{aff}$ des Rißeffektes in Abhängigkeit vom Abstand des Risses von der Oberfläche aufgetragen ist. Auch hier zeigt der flache Verlauf der Kurve für $f/f_g = 5$ die Anzeige des Rißeffektes unabhängig von der Lage des Risses. Sollen also Innen- und Außenrisse gleichzeitig angezeigt werden, ist die Meßfrequenz so zu wählen, daß sich ein f/f_g-Wert von 5 ergibt.

Auch bei ferromagnetischen Werkstoffen lassen sich Risse im Durchlaufspulenverfahren feststellen. Doch kommt hierfür nicht das Vergleichsverfahren nach Bild 33b in Frage, sondern nur das Selbstvergleichsverfahren nach Bild 33c. Der Grund hierfür beruht nach *Förster* in der Tatsache, daß schon innerhalb der gleichen Stahlcharge das Streuband durch auftretende Legierungsschwankungen (Änderung der Leitfähigkeit) und durch Seigerungseffekte so groß ist, daß dadurch Rißeffekte überdeckt werden können. Beim Selbstvergleichsverfahren, das nochmals in Bild 38 gezeigt wird, werden keine Absolutwerte von Fehlern

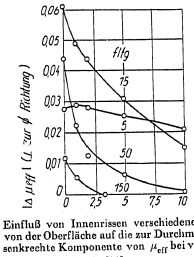


Bild 37 Einfluß von Innenrissen verschiedenen Abstandes von der Oberfläche auf die zur Durchmesserrichtung senkrechte Komponente von μ_{eff} bei verschiedenem Frequenzverhältnis [13].

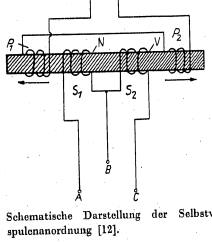


Bild 38 Schematische Darstellung der Selbstvergleichsspulenanordnung [12].

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

angezeigt, sondern nur Differenzen in der Fehlertiefe, -lage und -form an den Orten N und V. Bei Unterschieden sowohl von η, μ_{rel} und σ als auch bei Auftreten eines Risses wird zwischen A und C eine kleine Spannung $\Delta\mathfrak{E}$ angezeigt, für die

$$\Delta\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_{Leer} \cdot \eta \cdot \mu_{rel} \cdot \Delta\mu_{eff} \qquad (19)$$

gilt.

Auch hier ergibt sich somit die Aufgabe, die Anzeige eines Risses von anderen Störeffekten zu trennen. Dies ist möglich, weil in der Effektspannungsebene sich Rißeffekte ebenfalls in einer anderen Richtung äußern als Durchmesser- und Permeabilitätsänderungen. Es sei dabei nochmals darauf hingewiesen, wie aus den Bildern 30 und 31 hervorgeht, daß Durchmessereffekte bei ferromagnetischen Werkstoffen in einer ganz anderen Richtung in Erscheinung treten als bei Nichteisenmetallen. Die Trennung erfolgt auch hier durch Wahl der D,μ-Richtung als „Meßrichtung". Die auf dieser Richtung senkrechte Komponente des Rißeffektes wird zur Anzeige benutzt. Aus den Bildern 39 a, b, c, d geht hervor, daß bei ferromagnetischen Werkstoffen die Erkennbarkeit von Oberflächenrissen besser ist als bei NE-Metallen, da hier der Winkel zwischen Riß- und D,μ-Richtung größer ist. Dagegen sinkt bei Stahl die Erkennbarkeit von Innenrissen sehr stark ab. Wie aus den Bildern 39 b und c ersichtlich ist, zeigt der Vektor des Effektes von Innenrissen dicht unter der Oberfläche in die D,μ-Richtung, so daß keine Komponente senkrecht zu dieser Richtung auftritt. Außerdem lassen die Bilder a und b erkennen, daß

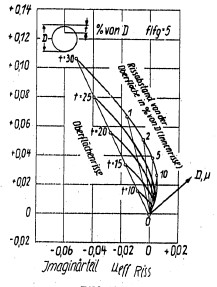


Bild 39 a

Bild 39 a, b, c, d Erkennbarkeit von Außen- und Innenrissen an Eisenmetallen in Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis [12].

die Empfindlichkeit der Rißanzeige bei kleinem Frequenzverhältnis f/f_g am größten ist. Bild 40 bestätigt dies für Oberflächenrisse. Ganz besonders muß aber beim Nachweis von Innenrissen ein kleiner Wert von f/f_g gefordert werden, wie aus Bild 41 zu ersehen ist. Bei höheren f/f_g-Werten sinkt die Bemerkbarkeit auf Null herab.

Geräte zur induktiven Prüfung von Werkstoffen mittels Durchlaufspule werden infolge des unterschiedlichen Frequenzbereiches in Geräte zur Untersuchung von NE-Metallen und in solche zur Prüfung von ferromagnetischen Werkstoffen unterschieden. Eine weitere Unterscheidung kann in beiden Gruppen in Geräte zur Sortentrennung und in solche zur Fehlersuche getroffen werden.

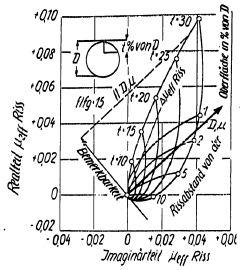


Bild 39 b

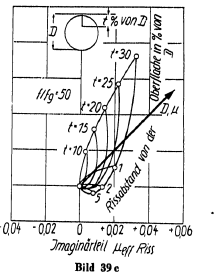


Bild 39 c

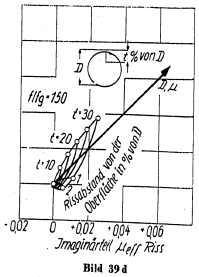


Bild 39 d

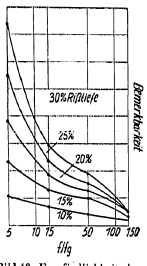


Bild 40 Empfindlichkeit der Rißanzeige in Abhängigkeit von Rißtiefe und Frequenzverhältnis [12].

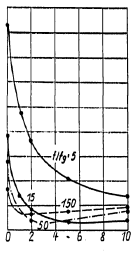


Bild 41 Empfindlichkeit der Anzeige von Innenrissen in Abhängigkeit von Rißabstand und Frequenzverhältnis [12].

2.23 Geräte zur Prüfung von NE-Metallen

2.231 Das Sigmaflux mit Zeigergerät

Ein Gerät, das die Messung der Leitfähigkeit von NE-Metallen und die Feststellung von Änderungen derselben gestattet, ist das Sigmaflux älterer Bauart von *Förster*, dessen Blockschema in Bild 42 angegeben ist. Ein Sender speist die Primärspule mit einer Spannung der erforderlichen Frequenz. Mit Hilfe zweier in den Sendestromkreis eingeschalteter Variometer, von denen einem eine veränderliche Spannung in der L-, dem anderen in der R-Richtung entnommen wird, kann die Spannung der Sekundärspule auf Null kompensiert werden. Eine mit Phasensteuerung versehene Verstärkerstufe nach dem Hauptverstärker ermöglicht die Einstellung einer Steuerspannung, deren Meßrichtung senkrecht auf der

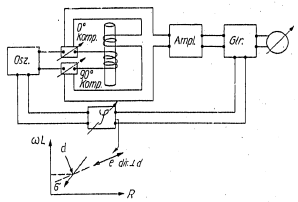


Bild 42 Schema des Sigmafluxgerätes zur Leitfähigkeitsprüfung an Halbzeugen unabhängig von Durchmesseränderungen [20].

Durchmesserrichtung steht. Vom Meßinstrument werden nur Effekte angezeigt, die eine Komponente in der Steuerspannungsrichtung haben. Der Einfluß von Durchmessereffekten wird unterdrückt, so daß Leitfähigkeitsänderungen unabhängig von Durchmesserschwankungen angezeigt werden.

Wird beim gleichen Gerät die Steuerspannung senkrecht zur σ-Richtung eingestellt, so kann es zur Durchmessermessung von Drähten unabhängig vom Werkstoff benutzt werden, da nun Leitfähigkeitseffekte keine Komponente aufweisen.

Für den Prüfvorgang wird die Spule mit einer Standardprobe beschickt, die die Solleigenschaften besitzt. Mit Hilfe der Kompensationsvorrichtung wird die Spulenspannung auf Null kompensiert. Wird nun ein Prüfling mit abweichender Leitfähigkeit (in anderem Falle mit verändertem Durchmesser) eingeführt, erfolgt am Meßinstrument ein Zeigerausschlag, der die Feststellung der Abweichung in Prozent vom Normalwert gestattet.

Das Sigmaflux wird zur Prüfung von NE-Metallen und -Legierungen hinsichtlich Zusammensetzung und Reinheitsgrad, Härte (Aushärtung), Porosität und Korrosion benutzt.

2.232 Das Multitest

Ein weiterer Schritt in der Entwicklung induktiver Geräte ist das Multitest von *Förster*, bei dem es gelungen ist, die Scheinwiderstandsebene auf dem Schirm eines Kathodenstrahlrohres abzubilden. Bild 43 a, b

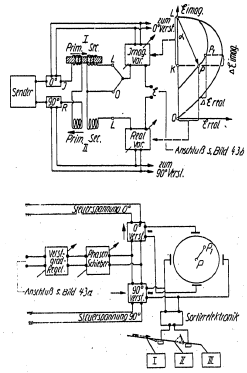


Bild 43 a und **b** Blockschaltbild des Multitest [10].

enthält das Schaltschema dieses Gerätes, das besonders für Massenteile geeignet ist. Wie aus dem Bild ersichtlich, arbeitet das Gerät nach dem Differenzspulenvergleichsverfahren, also mit zwei Prüfspulen, von denen die eine die Vergleichsprobe enthält, während die andere von den zu prüfenden Teilen durchlaufen wird.

Der Strom der vom Sender gespeisten Spule durchfließt zwei Kreise, denen zwei Spannungen in der Null- und 90°-Richtung entnommen werden, die die Spannung über der Sekundärspule getrennt in der ωL- und

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

[illegible]

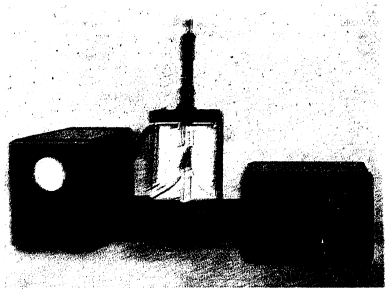


Bild 43a Multitest nach Förster

[illegible]

Massenteilen, wie Uhrenteilen, Nadeln, Kugeln, Kugellagerringen, Spiralbohrern usw. eingesetzt.

Der Dimensionsbereich wird vom Verhältnis $l/_D$ bestimmt. Dieses Verhältnis ist durch das Produkt $l \cdot \sigma$ bzw. D^2 bestimmt. Bei kleinem D muß daher l groß gewählt werden und umgekehrt. Multitestgeräte kommen im Frequenzbereich von 50 bis 10000000 Hz zur Anwendung.

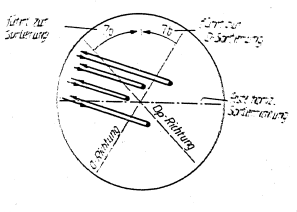


Bild 44 Leuchtpunktbahnen auf dem Schirmbild des Multitest [10].

In Bild 45 ist als ein Beispiel das Prüfbild angegeben, das man bei der Sortierung von unbearbeiteten und geschliffenen Kugeln nach der Härte erhält. Bild 45a enthält das natürliche Punktbild, auf dem deutlich drei Gruppen von Prüfteilen zu erkennen sind. Da sich die Wirkung der einzelnen Effekte überschneidet, ist nach diesem Bild noch keine Trennung der drei Grup-

pen möglich. Wird aber das Punktbild mittels des Phasenschiebers in die Lage 45b gedreht, können die Kugeln unabhängig von Durchmesserschwankungen nach ihrer Härte sortiert werden. Dadurch ist eine genaue automatische Härteprüfung von Kugeln möglich. Bild 45c zeigt das Prüfergebnis von fertigerarbeiteten Kugeln, bei denen die Streuung viel geringer ist.

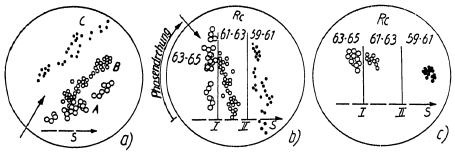


Bild 45 Sortierbilder von Kugeln [10].

Doch auch mit Rissen versehene Kugeln können aussortiert werden. Dies ist für den Fertigungsvorgang wichtig, da gerissene Kugeln ausgeschieden werden müssen, während Kugeln, die nach physikalischen Eigenschaftsänderungen sortiert werden, durch einen weiteren Arbeitsgang ihren Sollwert erhalten und dann weiter verwendet werden können. Bild 46 zeigt, daß bei rissigen Kugeln Ein- und Auslaufrichtung stark voneinander getrennt sind.

Das Multitest ist also ein äußerst vielseitiges Gerät, das gestattet, Einzelteile aller metallischen Werkstoffe nach Gefüge, Abmessung und Fehlern elektronisch zu sortieren. Seine Ansicht zeigt Bild 43c.

Läuft jedoch ein Draht oder eine Stange mit Durchmesserschwankungen oder Rissen durch dieses Gerät, so beschreibt der Leuchtpunkt auf dem Schirmbild eine beliebige Bahn, der das Auge nicht schnell genug folgen kann. Halbzeug prüft man daher nach einem Verfahren, das die Meßgröße anders darstellt. Dieses Verfahren ist das nachstehend beschriebene „Ellipsenverfahren".

2.233 Das Ellipsenverfahren

Bild 47a enthält das Blockschaltbild eines nach diesem Verfahren arbeitenden Gerätes. Es zeigt zunächst ähnlichen Aufbau wie das Multitest. Nur wird hier nach dem Meßverstärker die gesamte Effektspannung ohne

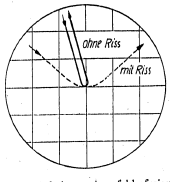


Bild 46 Leuchtpunktbahnen einer fehlerfreien und einer gerissenen Kugel beim Durchlaufen der Meßspule [56].

vorherige Gleichrichtung an das vertikale Plattenpaar des Kathodenstrahlrohres gelegt. Am Horizontalplattenpaar liegt eine dem Transformator Tr entnommene Basisspannung, die nach Verstärkung mittels des Phasenschiebers in eine beliebige Phasenlage gebracht werden kann. Durch Betätigung der Taste T wird zuerst die Sekundärspannung OL einer Differenzspulenhälfte bestimmt. Anschließend wird der Phasenschieber der Basisspannung so verstellt, daß auf dem Schirm eine Gerade erscheint. Die Basisspannung liegt dann in Richtung OL. Wird nun nach Umschalten der Taste T die Sekundärspannung LP an das vertikale Plattenpaar gebracht, erscheint auf dem Schirm eine Ellipse, da LP mit der Basisspannung den Winkel φ bildet.

Allgemein kann gesagt werden: Liegt am Vertikalplattenpaar eine Effektspannung, die die gleiche

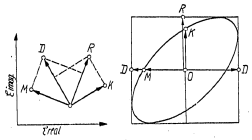


Bild 48 Quantitative Auswertung des Ellipsenbildes [10].

Phasenlage wie die Basisspannung hat, so erscheint auf dem Schirm eine Gerade. Zeigt dagegen die Effektspannung gegen die Basisspannung eine Phasenverschiebung, so bildet sich auf dem Leuchtschirm eine Ellipse ab.

Diese Ellipse kann für die quantitative Bestimmung der auftretenden Effekte ausgewertet werden. Im Beispiel des Bildes 48 liege die Basisspannung in Richtung OD. Auf das Vertikalplattenpaar wirke die von einem Rißeffekt herrührende Spannung OR. Diesem Meßeffekt entspricht die Höhe OR der Ellipse. OK ist die auf der Basisrichtung OD senkrechte Komponente OK des Meßeffektes, wobei K den Schnittpunkt der Ellipse mit der vertikalen Achse darstellt. OD entspricht dem Vektor der Basisspannung und OM deren auf OR senkrechten Komponente.

Die Phasenlage der Basisspannung entscheidet nun, welcher Effekt durch OK angezeigt wird. Wird diese in der Durchmesserrichtung gewählt, so ist OK die auf dieser Richtung senkrechte Komponente des Leitfähigkeitseffektes. Mit ihrem Wert ist es möglich, die

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Leitfähigkeit unabhängig vom Durchmesser zu bestimmen. Mit einem Gerät dieser Art lassen sich daher NE-Metalle und Legierungen auf Gleichmäßigkeit des Gefüges überprüfen. Alle Einflüsse, die die Leitfähigkeit des Werkstoffes verändern, wie Zusammensetzung, Reinheitsgrad, Wärmebehandlung (Aushärtung), Härte aushärtbarer Legierungen, langdurchgehende Risse werden unabhängig von Durchmesserschwankungen angezeigt.

2,234 Geräte zum Ellipsenverfahren

Das nach diesem Verfahren von *Förster* entwickelte Gerät ist das Sigmaflux (Type 2170 und 2171). Es wird in der gesamten einschlägigen Industrie in vielen Exemplaren zur Qualitätssortierung laufend benutzt. Bild 47b zeigt das Gerät.

Wird dagegen die Basisspannung in die σ-Richtung gelegt, so werden vom Gerät unabhängig von der Legierung Durchmesser gemessen und Änderungen derselben angezeigt. Gleichzeitig wird aber auch die Rißprüfung von Drähten bzw. Stangen durchgeführt. Geräte hierfür sind das Drahtrißprüfgerät (Bild 47c) und das Stangenrißprüfgerät (Bild 49). Das Drahtrißprüfgerät arbeitet mit Kompensationsspulen, das Stangenrißprüfgerät mit Differenzspulen.

Die Geräte erlauben ebenfalls, aus der Art der Anzeige auf Größe und Tiefenlage von Rissen zu schließen. Vorgesehene Signallampen sprechen bei Überschreitung einer einstellbaren Fehlertoleranz an. Bild 50 zeigt Schirmbilder des Rißprüfgerätes. Bei einwandfreiem Draht vom Normaldurchmesser wird die Leuchtfigur als horizontale Gerade eingestellt. Durchmesseränderungen bewirken eine Schräglage dieser Geraden. Risse zeichnen sich als eine schräggelegene Ellipse entsprechender Höhe ab.

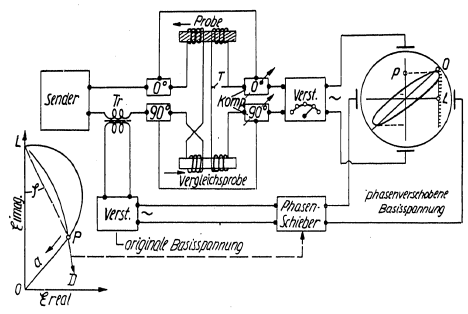


Bild 47a Schaltschema des Ellipsenverfahrens [10].

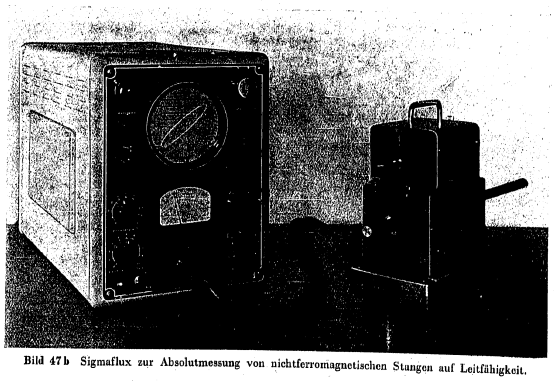


Bild 47b Sigmaflux zur Absolutmessung von nichtferromagnetischen Stangen auf Leitfähigkeit.

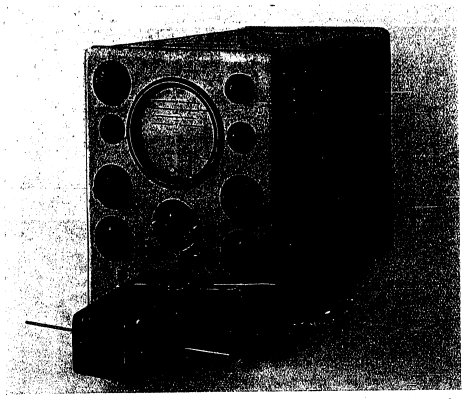


Bild 47c Drahtrißprüfgerät (Absolutverfahren) mit absoluter Auswertmöglichkeit der Fehlertiefe und -lage.

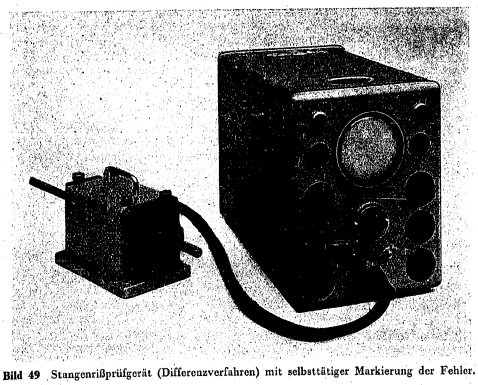


Bild 49 Stangenrißprüfgerät (Differenzverfahren) mit selbsttätiger Markierung der Fehler.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

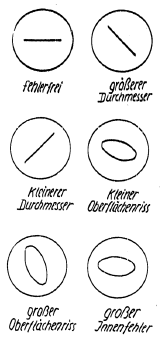


Bild 50 Anzeigebeispiel des Ellipsenverfahrens.

2.24 Verfahren für ferromagnetische Werkstoffe

Bei der induktiven Prüfung ferromagnetischer Werkstoffe werden ebenfalls

a) Verfahren zur Fehlersuche und
b) Verfahren zur Sortierung

unterschieden.

2.241 Verfahren zur Fehlersuche

Bei der Rißprüfung von Stahlhalbzeug mit Wirbelstromverfahren findet ausschließlich die Selbstvergleichsspulenanordnung Verwendung, wie sie in Bild 38 gezeigt ist. Zur Anzeige kommt bei dieser Anordnung die Differenz der Sekundärspulenspannung zwischen den Bezirken N und V des Prüfkörpers, so daß also eine Stelle des Prüflings mit einer anderen elektrisch verglichen wird. Tritt am Ort N irgendeine Veränderung gegenüber dem Ort V auf, wie sie z. B. ein Riß bewirkt, so kommt eine Spannung zur Anzeige. Nach diesem Prinzip arbeiten das Stangenrißprüfgerät von *Heizmann* und die Prüfgeräte für Rohre und Stangen aus Stahl nach *Matthaes* und nach *Schirp*.

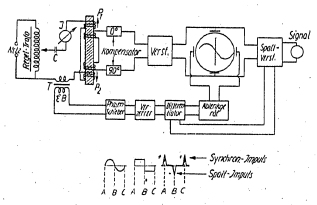


Bild 51 Blockschaltbild für das Magnatest D [12].

Bild 51 zeigt das Blockschaltbild des Magnatest D, eines Rißprüfgerätes für Stahlhalbzeug von *Förster*. Die Primärspulen P_1, P_2 der Differenzspulenvergleichsanordnung (Bild 38) werden von einem Regeltrafo gespeist. Mit dem Kondensator C wird der Blindwiderstand der Primärspule kompensiert. Die z. B. durch unvollständigen Spulenabgleich noch vorhandene Restspannung wird durch ein 0°- und ein 90°-Variometer wegkompensiert. Die durch einen Fehler $\Delta\mu_{eff}$ erzeugte Spannung wirkt nach Verstärkung auf das Vertikalplattenpaar eines Kathodenstrahlrohres. Dem Transformator T wird die Spannung des Basiskreises entnommen. Durch den Phasenschieber kann deren Phasenlage beliebig eingestellt werden. Durch den Verzerrer erfolgt die Umformung der sinusförmigen Spannung in eine Rechteckspannung, die im Differentiator in abwechselnd positive und negative Impulse umgewandelt wird. Bei der positiven Impulsspitze gelangt an das horizontale Plattenpaar eine linear ansteigende Spannung (Kippvorgang), die bei der folgenden positiven Impulsspitze auf den Ausgangswert zurückkehrt. Der den Schirm von links nach rechts durchlaufende Leuchtpunkt kehrt dadurch immer wieder unsichtbar schnell auf die linke Schirmseite zurück. Liegt nun gleichzeitig am vertikalen Plattenpaar eine sinusförmige Wechselspannung $\Delta\mathfrak{E}$, so bildet sich auf dem Schirm eine Sinuskurve ab. Sie geht durch den Nullpunkt der in der Schirmmitte angebrachten Skala, wenn die Spannung $\Delta\mathfrak{E}$ mit der vom Phasenschieber abgegebenen Spannung in Phase

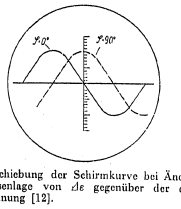


Bild 52 Verschiebung der Schirmkurve bei Änderung der Phasenlage von $\Delta\mathfrak{E}$ gegenüber der der Basisspannung [12].

ist. Die Unterdrückung der Durchmesser- und Permeabilitätseffekte erfolgt daher durch eine solche Einstellung des Phasenschiebers, daß die Phase der Basisspannung in der $D_1\mu$-Richtung liegt. Rißeffekte bewirken eine Verschiebung der Schirmkurve, so daß auf der Skala ein sogenannter Spaltwert ablesbar ist. Dabei wird die senkrechte Skala von der Schirmkurve genau im Zeitpunkt des negativen Impulses durchlaufen, so daß an der Skala der Rißeffekt abgelesen werden kann (Bild 52).

Am senkrechten Plattenpaar liegt noch ein Verstärker, der sonst gesperrt ist. Durch die negative Impulsspitze wird die Sperrung des Verstärkers für die Dauer von 10^{-4} sec aufgehoben. Da in diesem Zeitpunkt die Schirmkurve die senkrechte Skala passiert, wird durch den Verstärker gerade der „Spaltwert", die Komponente der durch den Rißeffekt bewirkten Spannung, verstärkt. Dieser Spaltwert wird nach der Verstärkung zur Steuerung einer Fehlersortieranlage benutzt. Als

besonderer Vorteil des Magnatest D ist also hervorzuheben, daß Rißeffekte einwandfrei von Effekten getrennt werden können, die von Durchmesserschwankungen oder mechanischen Spannungen im Prüfstück herrühren.

2.242 Verfahren und Geräte zur Sortierung ferromagnetischer Werkstoffe nach dem Gefüge

Als induktives Gerät zur Prüfung speziell magnetischer Eigenschaften ist der Ferrograph bekannt. Bei ihm erfolgt mit Hilfe einer Differenzspulenordnung eine vollständige Abbildung der Hysteresisschleife des Werkstoffes auf dem Schirm einer Kathodenstrahlröhre. An Hand solcher aufgenommenen Hysteresisschleifen ist die schnelle Bestimmung aller magnetischen Kenngrößen eines Werkstoffes möglich.

Vor der Entwicklung der Ferrographen waren derartige ferromagnetische Messungen sehr mühsam und zeitraubend, weil man gezwungen war, die Hysteresis-

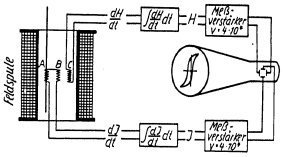


Bild 53 a Schema eines Ferrographen [16].

schleife punktweise aufzunehmen (z. B. ballistisch). Außerdem sind diese älteren Methoden für Messungen bei höheren Temperaturen nicht zu verwenden, da hierbei eine augenblickliche Aufnahme der Magnetisierungskurve erfolgen muß. Der Ferrograph arbeitet als magnetinduktives Verfahren mit einer Differenzspulenanordnung. Bild 53 a zeigt die Meßanordnung des Ferrographen von *Förster* im Prinzip. Eine Primärspule (Feldspule) liegt an einer Wechselspannung von 50 Hz. Innerhalb der Primärspule befinden sich zunächst zwei gleiche Sekundärspulen A und B, die gegeneinandergeschaltet sind. Außerdem ist im Innern der Primärspule noch eine dritte Spule C angebracht. In der Feldspule fließt nun ein Wechselstrom $J \cdot \sin \omega t$, der ein magnetisches Wechselfeld $H \cdot \sin \omega t$ hervorruft. Dieses Wechselfeld induziert in der Spule C eine Spannung E_e, die der Änderung des Feldes proportional ist. Diese Spannung ist

$$E_e = k_1 \cdot \frac{dH}{dt},$$

wobei k_1 eine Spulenkonstante ist. Auch in den Spulen A und B ruft das Wechselfeld Spannungen hervor, die sich aber aufheben, weil die Spulen gegeneinandergeschaltet sind. Wird jedoch in eine der beiden Spulen A und B eine ferromagnetische Probe gebracht, so tritt eine Differenzspannung E_{AB} auf. Das Feld H erzeugt im Prüfling eine Magnetisierung J. Die Differenzspannung E_{AB} ist dann proportional der zeitlichen Änderung dieser Magnetisierung:

$$E_{AB} = k_2 \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

Dabei ist k_2 eine Konstante, die sich aus den Abmessungen beider Spulen und des Prüfkörpers berechnen läßt. Die Differenzspulenanordnung AB liefert also eine $\frac{dJ}{dt}$ proportionale Spannung, die Spule C eine $\frac{dH}{dt}$ proportionale Spannung. Auf elektrischem Wege kann eine Integration von $\frac{dJ}{dt}$ und $\frac{dH}{dt}$ erfolgen [58]. Nach der Integration erhält man Spannungen, die der Feldstärke H und der Magnetisierung J proportional sind. Diese Spannungen werden nach einer Verstärkung den horizontalen bzw. vertikalen Ablenkplatten einer Kathodenstrahlröhre zugeführt. Der Kathodenstrahl beschreibt dann eine Kurve $J = f(H)$, die Hysteresisschleife. Bei einer Frequenz von 50 Hz erscheint die Hysteresisschleife dem menschlichen Auge als stehendes Bild (Bild 53 b). Mit Hilfe von auf dem Leuchtschirm angebrachten Koordinaten kann man

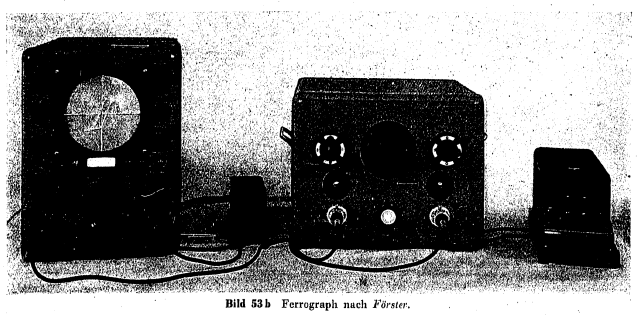


Bild 53 b Ferrograph nach *Förster*.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

die gesuchten magnetischen Größen (wie Koerzitivkraft, Remanenz, Sättigung, Anfangs- und Maximalpermeabilität usw.) ablesen. Ferrographen finden Anwendung zur Bestimmung magnetischer Kenngrößen bei Transformatoren- und Dynamoblechen, Relaisteilen usw., kurzum bei allen in der Elektrotechnik verwendeten ferromagnetischen Werkstoffen. Die Bestimmung der genannten magnetischen Größen kann auch an fertigmontierten Transformatoren, Schaltschützen und Relais erfolgen. In der Forschung ist der Ferrograph deshalb besonders wertvoll, weil die Hysteresisschleife auch bei hohen Temperaturen des Prüflings aufgenommen werden kann und auf diese Weise eine Kontrolle der Anlaß- und Abschreckvorgänge möglich ist. Weiterhin kann mit dem Ferrographen auch eine Qualitätssortierung von Tondrahtspulen und Magnettonbändern durchgeführt werden.

Die Geräte zur Sortierung nach Legierung, Härte, Festigkeit usw. arbeiten meist mit der Vergleichsspulenanordnung. Führt man nämlich in die Sekundärspulen des oben beschriebenen Ferrographen zwei gleichartige Proben ein, so erscheint auf dem Leuchtschirm eine horizontale Gerade, da sich die Magnetisierungsschleifen beider Proben aufheben, also auch die Spannungen einander kompensieren. Werden dagegen irgendwie verschiedene Proben verwendet, so erscheint auf dem Leuchtschirm eine sogenannte Differenzschleife. Diese Differenzschleife setzt sich aus den Magnetisierungsschleifen beider Proben zusammen, ist also ein Maß für die Abweichungen der Eigenschaften einer Probe von denen der anderen. Leider ist in vielen Fällen eine solche Differenzschleife sehr kompliziert und auch schlecht zu deuten.

Während die ausländischen magnetinduktiven Sortiergeräte bisher fast ausschließlich nach diesem geschilderten Differenzschleifenprinzip arbeiten, ist in Deutschland von *Förster* ein etwas anders aufgebautes Gerät entwickelt worden, das heute unter dem Namen „Magnatest Q" bekannt ist. Bild 54a zeigt den prinzipiellen Schaltplan des Magnatest Q. Die Differenzspulenvergleichsanordnung besteht aus Prüfspule und Vergleichsspule, die jeweils aus einer Primär- und einer Sekundärwicklung aufgebaut sind. Die Spannung an den Enden der gegeneinandergeschalteten Sekundärspulen wird nach einer Verstärkung dem Vertikalplattenpaar einer Kathodenstrahlröhre zugeführt. Am Horizontalplattenpaar liegt eine zeitproportional anwachsende Spannung. Diese erzeugt auf dem Bildschirm eine horizontale Leuchtlinie. Bringt man nun

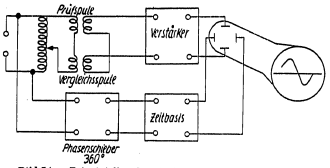


Bild 54a Prinzipieller Schaltplan des Magnatest Q [31].

in Prüf- und Vergleichsspule je eine hinsichtlich der Dimension, der Zusammensetzung und auch des Wärmebehandlungszustandes gleichartige Probe ein, so heben sich infolge der Gegeneinanderschaltung die in den Sekundärspulen entstehenden Spannungen auf. Am Vertikalplattenpaar der Kathodenstrahlröhre liegt dann keine Spannung, und als Schirmbild tritt infolge der zeitproportionalen Horizontalplattenspannung eine horizontale gerade Linie auf. Wird jedoch in die Prüfspule ein Werkstück eingeführt, das sich irgendwie von dem Probekörper in der Vergleichsspule unterscheidet, so ist die resultierende Sekundärspannung verschieden von Null, weil in der Prüfspule eine andere Spannung erzeugt wird als in der Vergleichsspule. Am Vertikalplattenpaar der Bildröhre wird eine Spannung wirksam, die den Leuchtpunkt entsprechend ihrer Höhe ablenkt, und es entsteht eine charakteristische Kurve beliebiger Form. Bild 55 zeigt als Beispiel die Streubänder der Schirmbilder einer Zahl von Stangen

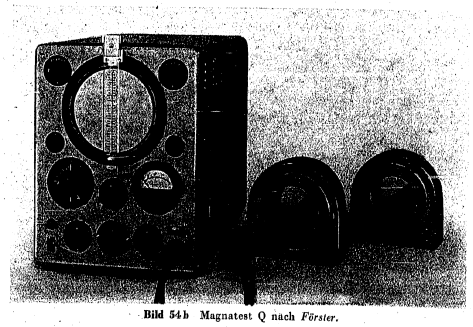


Bild 54b Magnatest Q nach *Förster*.

aus C 35, und zwar a) in gezogenem, b) geglühtem und c) vergütetem Zustand. An der Form der Kurve können nun alle Eigenschaftsänderungen des Prüfstückes gegenüber dem Vergleichsstück erkannt werden.

Das Gerät ist noch mit einem kontinuierlichen Phasenschieber versehen, mit dem jeder interessierende Teil der Kurve in einen in der Schirmbildmitte angebrach-

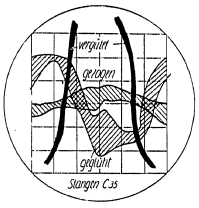


Bild 55 Schirmbilderstangen aus C 35 in gezogenem, geglühtem und vergütetem Zustand [17].

ten, mit Millimeterteilung versehenen Ablesespalt geschoben werden kann. Man ist so in der Lage, den günstigsten Trennbereich zweier Streubänder in die Schirmmitte zu bringen. Das Magnatest Q (Bild 54b) findet Anwendung zur Sortierung von Stahlteilen nach Legierung, Wärmebehandlung und Einsatztiefe.

Sollen Stahlteile und -stangen nach Qualität und nach eventuell auftretenden Fehlern sortiert werden, so ist zu empfehlen, die Prüflinge hintereinander durch die Spulen beider Geräte laufen zu lassen, also das Magnatest Q und das Magnatest D gleichzeitig zur Prüfung zu benutzen.

2.3 Zusammenfassung

Gestützt auf zahlreiche Veröffentlichungen, vor allem des Institutes *Dr. Förster*, Reutlingen, wurden moderne magnetische Verfahren zur zerstörungsfreien Prüfung metallischer Werkstoffe behandelt. Unter den Verfahren mit Kraftlinienwirkung wurden nach kurzem Hinweis auf das Magnetspulverfahren die mit *Förster*-Sonden arbeitenden Prüfmethoden und Geräte beschrieben. Bei dem induktiven Verfahren erfolgte die Einteilung nach Art der benutzten Spulen. Es wurde beschrieben, wie sich mit dem Tastspulverfahren die Leitfähigkeit von NE-Metallen messen und somit auch die die Leitfähigkeit beeinflussenden Eigenschaften der Werkstoffe feststellen lassen. Ebenso können mit diesem Verfahren Risse ermittelt werden.

Die Wirbelstromverfahren mit Durchlaufspule sind bei entsprechender Wahl der Meßfrequenz sowohl für die Prüfung von nichtferromagnetischen Werkstoffen als auch von Eisenmetallen geeignet. Die zur Anwendung kommenden Methoden und Geräte wurden behandelt.

Der große Vorteil dieser Geräte liegt in der Möglichkeit ihrer Anwendung zur hundertprozentigen automatischen Prüfung und Sortierung von Werkstoffen und Massenteilen, wodurch eine erheblich gesteigerte Qualität der Erzeugnisse gewährleistet wird.

Herrn *Dr. Förster*, Reutlingen, danke ich für die mir in liebenswürdiger Weise zur Verfügung gestellten Aufnahmen seiner Geräte recht herzlich; des weiteren danke ich Herrn cand. ing. *Kröber* für seine fleißige und sorgfältige Mitarbeit bei der Sammlung und Durchsicht der umfangreichen Literatur.

Literatur

[1] *Beuse, H.*, u. *Koelzer, H.*, Erfahrungen mit der magnetischen Prüfung von Stahlstab auf Risse. Arch. Eisenhüttenwes. **23** (1952), S. 363.
[2] *Beuse, H.*, u. *Koelzer, H.*, Industrielle Erfahrung mit dem Magnatest-Q-Gerät. Zschr. Metallkde. **45**, Heft 12.
[3] *Landorer, G.*, Erkennung und Sortierung von Metallproben. Zschr. Erzbergbau Metallhüttenwes., Juli 1952.
[4] *Brandst etter, G.*, Entwicklung und Anwendung einer magnetischen Feldmeßsonde zur Untersuchung von Ferromagnetika. Österr. Ing. Arch. **6** (1951), S. 20; 1952, Heft 1.
[5] *Breitfeld, H.*, Elektronische Geräte zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Berg- u. Hüttenmännische Monatshefte **98**, Heft 7/8.
[6] *Breitfeld, H.*, Die zerstörungsfreie Prüfung von Metallen mit dem magnetinduktiven Tastspulgerät. Metall **9** (1955), S. 14.
[7] *Bunge, G.*, Betriebliche Anwendung des Tastspulgerätes bei Nichteisenmetallen. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 204.
[8] *Förster, F.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren. Zschr. Metallkde. **43** (1952), S. 163.
[9] *Förster, F.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der elektromagnetischen Qualitätssortierung von Stahlhalbzeug und Massenteilen: I. Die magnetinduktiven Verfahren bei alleiniger Berücksichtigung der Grundwelle. Zschr. Metallkde. **45**, Heft 4, S. 206.
[10] *Förster, F.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren. IV. Praktische Wirbelstromgeräte mit Durchlaufspule zur quantitativen zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 180.
[11] *Förster, F.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren. VI. Die berührungsfreie Messung der Dicke und Leitfähigkeit von metallischen Oberflächenschichten, Folien und Blechen. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 197.
[12] *Förster, F.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren. VII. Die magnetinduktive Rißprüfung von Stahl. Zschr. Metallkde. **45**, Heft 4, S. 221.
[13] *Förster, F.*, u. *Breitfeld, H.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren. V. Die quantitative Rißprüfung von metallischen Werkstoffen. Z. Metallkde. **45** (1954), S. 188.
[14] *Förster, F.*, u. *Stambke, K.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren. III. Verfahren mit Durchlaufspule zur quantitativen zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 166.
[15] *Förster, F.*, Theoretische und experimentelle Grundlagen der elektromagnetischen Qualitätssortierung von Stahlteilen. IV. Das Restfeldverfahren. Zschr. Metallkde. **45** (1954), Heft 4, S. 233.
[16] *Förster, F.*, Geräte zur Aufnahme der Hysteresisschleifen. Zschr. Metallkde. **40**, Heft 6, S. 184.
[17] *Förster, F.*, Die magnetische und elektromagnetische Sortentrennung von Stahlhalbzeug und Massenteilen. Arch. f. Eisenhüttenwes. **25** (1954), S. 383.
[18] *Förster, F.*, Neuere Verfahren zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Berg- u. Hüttenmännische Monatshefte **95** (1950), S. 284.
[19] *Förster, F.*, Ein Betriebsgerät zur schnellen und genauen Messung der Koerzitivkraft sowie ihrer Temperaturabhängigkeit. Zschr. Metallkde. **46**, Heft 4, S. 297.
[20] *Förster, F.*, Die zerstörungsfreie elektronische Sortierung von Metallen nach physikalischen Eigenschaften. Schweiz. Arch. **19** (1953), Heft 2, S. 57/66.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

[21] *Förster, F.*, Non-destructive Electronic Sorting of Metals for Physical Properties. Amer. Soc. Testing Mater., June 1952, Spec. Techn. Publication No. 145.

[22] *Förster, F.*, Wirtschaftliche Gesichtspunkte der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Industrieblatt **54** (1954), Heft 9.

[23] *Förster, F.*, Neue Verfahren der elektronischen zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Elektropost Nr. 8/9, S. 230.

[24] *Förster, F.*, u. *Zickelmann, G.*, Qualitätssortierung von Blechen mit elektrischen und magnetischen Verfahren. Blech **1** (1952), Heft 3; **1** (1954), Heft 6.

[25] *Förster, F.*, u. *Zickelmann, G.*, Die schnelle zerstörungsfreie Bestimmung der Blechanisotropie mit dem Restpunktpolverfahren. Zschr. Metallkde. **45** (1954), Heft 4, S. 245.

[26] *Förster, F.*, u. *Breitfeld, H.*, Die zerstörungsfreie Prüfung von Leichtmetall mit Hilfe einer Tastspule. Aluminium **25** (1943), S. 252.

[27] *Förster, F.*, u. *Breitfeld, H.*, Praktische Ergebnisse und industrielle Anwendung des Tastspulverfahrens. Zschr. Metallkde. **43** (1952), S. 172.

[28] *Förster, F.*, Neue elektromagnetische Verfahren zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Ind. Anz. **77** (1955), S. 220/22 u. 227/29.

[29] *Förster, F.*, Ein Verfahren zur Messung von magnetischen Gleichfeldern und Gleichfelddifferenzen und seine Anwendung in der Metallforschung und Technik (Grundlagen und Anwendung der Förster-Sonde). Zschr. Metallkde. **46** (1955), Heft 5, S. 358.

[30] *Förster, F.*, Wirbelstromverfahren zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung von Metallen. Aluminium **30** (1954), S. 511/516.

[31] *Gromodka*, Über die Rißprüfung von W- u. Mo-Drähten mit magnetinduktivem Prüfgerät. Zschr. Metallkde. **42** (1951), S. 335.

[32] *Hanke, E.*, Prüfung metallischer Werkstoffe. Verlag Technik, Berlin 1954.

[33] *Jellinghaus, W.*, Magnetische und elektromagnetische Verfahren der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Berg- u. Hüttenmännische Monatshefte **98**, Heft 7/8, S. 168.

[34] *Jellinghaus, W.*, Neuere Entwicklungen in der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung nach elektrischem und magnetischem Verfahren. Stahl u. Eisen **1950**, Heft 13, S. 552/561.

[35] *Keil, A.*, u. *Meyer, C. L.*, Die Anisotropie der elektrischen Leitfähigkeit einiger gesinterter Kontaktwerkstoffe. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 119.

[36] *Keil, A.*, Leitfähigkeitsmessung an galvanisch erzeugten Metallfolien. Metalloberfläche A, **6** (1955), S. 81/84.

[37] *Kolb, W.*, Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung an Rohrleitungen. GWF **91** (1950), S. 247.

[38] *Krainer, H.*, Betriebliche Erfahrung mit der elektromagnetischen Sortentrennung von Stählen. Zschr. Metallkde. **45** (1954), Heft 4.

[39] *Matthaes, K.*, Die Prüfung metallischer Werkstoffe. Metall-Verlag, Berlin-Grunewald 1952.

[40] *Matthaes, K.*, Abnahmeprüfung von Aluminiumlegierungen mit den elektronischen Prüfgeräten von Dr. Schirp. Aluminium **25** (1943), S. 106.

[41] *Matthaes, K.*, Automatische Prüfanlage zur elektroinduktiven Prüfung von Stangen und Rohren. Metallwirtschaft **XXI** (1943), Heft 11/12.

[42] *Matthaes, K.*, Magnetinduktive Stahlprüfung. Zschr. Metallkde. **1948**, Heft 9, S. 257.

[43] *Matthaes, K.*, Erfahrungen bei der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Metall **1951**, Heft 23/24, S. 544.

[44] *Müller, E. A. W.*, Materialprüfung nach dem Magnetpulververfahren. Akad. Verlagsges. Geest u. Portig, 1951.

[45] *Müller, E. A. W.*, Magnetpulverprüfung. Berg- u. Hüttenmännische Monatshefte **98**, Heft 7/8.

[46] *Nachtigall, E.*, Die elektrische Leitfähigkeit von Aluminium. Aluminium **30** (1954), S. 529/533.

[47] *Nowotny, H.*, *Thury, W.*, u. *Lundorf, H.*, Die Bestimmung von Si in Rein-Aluminium mittels der Leitfähigkeitsmessung. Zschr. analyt. Chem. **134** (1951), S. 241.

[48] *Ortheil, J.*, Kritische Betrachtungen der magnetischen Sortierung von Stahlteilen in der Massenfertigung. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 243.

[49] *Schirp, W.*, Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mit Hilfe elektroinduktiver Verfahren. Elektropost Nr. 8/9, S. 234.

[50] *Schirp, W.*, Neue magnetische Prüfgeräte für Halbzeuge aus Nichteisenmetallen. ETZ **64** (1943), S. 413.

[51] *Schirp, W.*, Zerstörungsfreie elektro-induktive Prüfung von Rohren, Stangen usw. aus Stahl. Industrieanz. Nr. 43 (1950), S. 467.

[52] *Schirp, W.*, Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung von Stahlrohren und -stangen mit Hilfe elektro-induktiver Verfahren. Industrieanz. Nr. 82 (1953), S. 1053.

[53] *Schirp, W.*, Die magnetinduktive Prüfung von Rohren. ETZ **60** (1939), S. 857; Zschr. VDI **83** (1939), S. 1184.

[54] *Sprungmann, K.*, Betriebliche Erfahrung mit der Wirbelstromrißprüfung bei Stahlhalbzeug. Zschr. Metallkde. **45** (1954), S. 227.

[55] *Voßkühler, H.*, Zerstörungsfreie Prüfung der Al-Mg-Zn-Legierung Hy 43 auf magnetinduktivem Wege. Metall **3** (1949), S. 247 u. 292.

[56] *Wieland, F.*, u. *Rosche, F.*, Elektronische Fehlersortierung mit dem Multitest-Gerät. Zschr. Metallkde. **45** (1954), Heft 4, S. 231/233.

[57] Berichte von der Internationalen Tagung „Zerstörungsfreie Prüfverfahren, Brüssel 1955" (insbes. Berichte USA, England, Deutschland).

[58] *Wittke, H.*, Elektrische Integrationsverfahren. Frequenz **9** (1955), Heft 2.

[59] *Förster, F.*, Die zerstörungsfreie Messung der Dicke von nichtmetallischen und metallischen Oberflächenschichten. Metall **9/10** (1953), S. 320/324.

[60] *Czech*, Der Elektronenstrahl-Oszillograph. Verlag f. Radio-Foto-Kino-Technik GmbH. Berlin 1955.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 25
Institut für Maschinenkunde, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 531.22/23
Eingang: 10. 7. 1956

Einspannmomente bei Wellen

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

Bei der Montage von Wellen in Maschinen treten mitunter unliebsame Klemmungen auf, die den Betrieb beeinträchtigen. Das ungestörte Zusammenwirken der Maschinenteile hängt von den Kräften ab und vom Spiel, das zwischen den Teilen vorhanden ist und das vielfach nur nach Erfahrung geschätzt wird. Wenn nach dem Zusammenbau der Gang der Maschine noch nicht zufriedenstellend ist, läßt man sie oft zwangsweise einlaufen und hofft, daß sich auf diese Weise ein nötiges Spiel von selbst einstellt, indem sich die stramm sitzenden Teile gewaltsam abnutzen. Eine solche Arbeitsweise entspricht jedoch keinesfalls der modernen Fertigung. In vielen Fällen ist es dem Konstrukteur möglich, schon im voraus das nötige Spiel zu berechnen. Die Rechenmethoden hierfür stehen größtenteils zur Verfügung. Sie müssen nur der Arbeitsweise des Konstrukteurs richtig angepaßt werden, wozu diese Abhandlung beitragen soll. Zur guten Rechnung gehört aber mehr als ein kurzes Rezept. Eine gute Übersicht über die Methoden in ihrem Zusammenhang wird die Wahl des geeigneten Vorgehens erleichtern und auch die Rechenweise angeben, die immer zur Kontrolle einer Rechnung nötig ist. Das „Klemmen" wird meistens durch Einspannmomente hervorgerufen, weshalb diese hier speziell behandelt werden sollen.

Kleinste Führungslänge

Bei vielen Maschinen laufen Teile in einer Längsführung. Die bewegende Kraft hat nicht immer die Richtung der Führung. Daher kann es vorkommen, daß der geführte Teil in der Führung klemmt. Es gilt die Konstruktionsregel, die Führung so lang wie möglich zu gestalten. Es gibt aber ein Verfahren zur Bestimmung der kleinsten Führungslänge, die notwendig ist, um ein Klemmen zu vermeiden.

Dies wird an einem Nockengetriebe gezeigt. Der Nocken überträgt die Kraft S auf einen geführten Stößel mit Rolle (Bild 1). Die Kraft hat dabei die Richtung der Normalen des Berührungspunktes der anliegenden Flanken von Rolle und Nocken. Der Nockenpunkt hat den Steigungswinkel α, den Winkel zwischen Tangente und der Senkrechten zur Führungsrichtung. Der Winkel zwischen Tangente und Führungsrichtung ist der Übertragungswinkel μ. Beide Winkel betragen zusammen 90°. Für die Kraftübertragung ist der Winkel μ maßgebend. Die bewegende Kraft ist die Komponente $S \cdot \cos \alpha$. Die Komponente $S \cdot \sin \alpha$ wirkt senkrecht zur Achse des geführten Stößels und bewirkt, daß der Stößel sich infolge des Führungsspiels in den Punkten A und B anlegt.

Sie ruft dort die Auflagerkräfte A und B hervor. Multipliziert mit dem Tangens des Reibungswinkels, entstehen bei A und B die Reibungskräfte $A \cdot \tan \varrho$ und $B \cdot \tan \varrho$. Ist die bewegende Kraft $S \cdot \cos \alpha$ kleiner als diese Reibungskräfte, dann klemmt der Stößel. Im Übergangsstadium zur Bewegung sind die Reibungskräfte der bewegenden Kraft gleich.

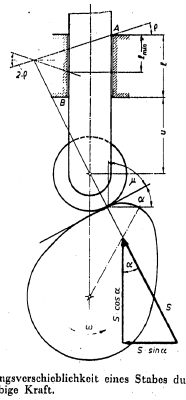


Bild 1 Längsverschieblichkeit eines Stabes durch eine beliebige Kraft.

Die Auflagerdrücke A und B können graphisch und rechnerisch bestimmt werden. Die graphische Bestimmung siehe Bild 2. Bei der rechnerischen Bestimmung verschiebe man S parallel nach B. Durch eine Kraft — S wird sie wieder aufgehoben. Es entsteht dadurch ein Kräftepaar S mit dem Hebelarm $u \cdot \sin \alpha$. Dieses Kräftepaar ruft an den Auflagerstellen A und B ein Gegenkräftepaar hervor mit der Kraft X und mit dem Hebelarm l. Zur Kraft X in B kommt noch die senkrechte Komponente der übriggebliebenen Kraft S hinzu. Es entstehen somit folgende Auflagerkräfte:

$$A = X = S \cdot \sin \alpha \cdot \frac{u}{l},$$

$$B = X + S \cdot \sin \alpha = S \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{u}{l} + 1\right).$$

Es ergibt sich somit für den Augenblick des Klemmens folgende Gleichung:

$$\left(2\,S \cdot \sin \alpha \cdot \frac{u}{l} + S \cdot \sin \alpha\right) \cdot \tan \varrho = S \cdot \cos \alpha.$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Dividiert man die Gleichung durch $S \cdot \cos\alpha$, so ergibt sich

$$\left(2\,\frac{u}{l}+1\right)\cdot\tan\alpha\cdot\tan\varrho=1$$

$$\tan\alpha\cdot\tan\varrho=\frac{l}{2u+l}=\frac{\frac{l}{2}}{u+\frac{l}{2}}$$

bzw. nach $\frac{l}{2}$ aufgelöst

$$\frac{l}{2}=u\,\frac{\tan\alpha\cdot\tan\varrho}{1-\tan\alpha\cdot\tan\varrho}.$$

In den Formeln ist u die Entfernung des Angriffspunktes von der Führung l. Die Formeln kann man durch eine einfache graphische Konstruktion ersetzen, die aus Bild 2 zu erkennen ist. Man trägt an die Senkrechte in B den Winkel ϱ mit der Öffnung nach der Wirkungslinie der Kraft S an und bringt

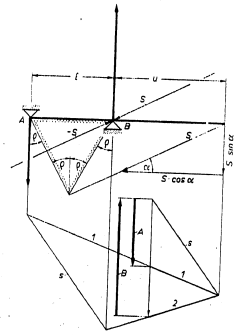


Bild 2 Graphische Ermittlung des Kräftespiels.

den freien Schenkel zum Schnitt mit S. Der Abstand der Senkrechten in B von diesem Schnittpunkt ist die halbe Führungslänge. In gleicher Weise kann man die Konstruktion auch von A aus beginnen. Will man die Dicke d des Stößels bei der Konstruktion berücksichtigen, so trägt man im Schnittpunkt von S mit dem freien Schenkel von ϱ in A oder B den Winkel $2\,\varrho$ an und bringt den freien Schenkel zum Schnitt mit der gegenüberliegenden Seite der Führung. Man erhält auf diese Weise l_{min}.

Die kleinste Führungslänge erhält besondere Bedeutung, wenn u und d groß werden. Die Kraft S hat auf die kleinste Führungslänge keinen Einfluß, da sie in den Gleichungen verschwindet. Die Konstruktion muß für den größten Winkel α durchgeführt werden. Für ϱ wählt man zweckmäßig den Winkel für trockene Reibung, damit man bei ungünstiger Schmierung noch genügend Führungslänge hat. Auch sonst nimmt man für ϱ den ungünstigsten Tabellenwert ($\tan\varrho = 0{,}2$ bis 0,3). Der Übertragungswinkel μ soll möglichst nicht unter 40° liegen. Die gefundene Führungslänge kann man selbstverständlich vergrößern, wenn noch genügend Platz vorhanden ist, um auf alle Fälle eine einwandfreie Führung zu erhalten.

In den Bildern 3—5 sind die Konstruktionen nochmals gesondert durchgeführt, je nachdem, ob man außer dem Angriffspunkt der Kraft S den Punkt A oder B als gegeben ansieht. Aus Bild 4 ist zu ersehen, daß die Konstruktion die abgeleitete Formel für $\frac{l}{2}$ verwirklicht; denn, nennt man die Höhe des schraffierten Dreiecks h, dann wird

$$\tan\alpha=\frac{h}{u+\frac{l}{2}}$$

$$\cot\varrho=\frac{h}{\frac{l}{2}}$$

$$\cot\varrho\,\frac{l}{2}=\tan\alpha\left(u+\frac{l}{2}\right)$$

$$\tan\alpha\tan\varrho=\frac{\frac{l}{2}}{u+\frac{l}{2}}.$$

In Bild 5 ist die Stahldicke berücksichtigt. Die Anwendung der beschriebenen Methode wird noch an einem zweiten Beispiel gezeigt, in dem zwei Führungen vorhanden sind (Bild 6).

Die ungünstige Lage ist dann wirksam, wenn die Kraftlinie von S am weitesten von den Führungen entfernt ist. Man projiziert einen beliebigen Berührungspunkt der Rolle auf die linke Seite der senkrechten Führung und führt die beschriebene Konstruktion zweimal durch. Auch hier ist eine Zugabe zur erhaltenen kleinsten Führungslänge je nach dem vorhandenen Platz angebracht.

Einspannmomente bei Biegung

Wird eine Welle zweimal gelagert, so wird infolge einer äußeren Last (Zahndruck, Riemenzug, Pleueldruck) eine Verformung der Welle eintreten. Es entsteht die elastische Linie, worunter man die mathematische Form der veränderten Achse versteht. Im Lager, bei dem genügend Spiel vorhanden ist, werden daher Lager- und Wellenachse nicht mehr zusammenfallen. Sie schneiden sich unter den Winkeln α_1 und α_2. Wenn auch diese Winkel sehr klein sind, so können doch beachtliche Kräfte auftreten, wenn sie ganz oder teilweise verhindert werden (bei Achsen ganz, bei Wellen teilweise, je nach Lagerspiel). Ist s das radiale Spiel, L die Lagerlänge, dann müssen bei Vermeidung von Zwangskräften diese Winkel der Bedingung genügen

$$\tan\alpha_1 \text{ bzw. } \tan\alpha_2=\frac{s}{L}.$$

Wegen der Kleinheit der Winkel α kann man auch mit dem Bogenmaß, also dem Winkel selbst, rechnen. Wir behalten jedoch grundsätzlich den Tangens bei, um den theoretischen Zusammenhang klar zu erhalten. Ist

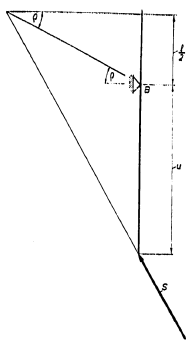


Bild 3

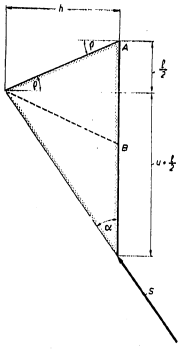


Bild 4

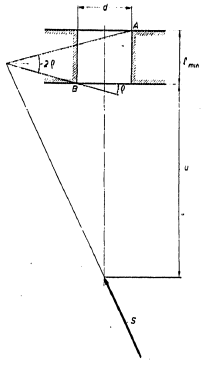


Bild 5

Bestimmung der kleinsten Führungslänge l_{min} unter verschiedenen Bedingungen.

gar kein Spiel vorhanden, dann treten in den Lagern Momente auf, die gewissermaßen die Winkel α_1 und α_2 zum Verschwinden bringen. Unter dem Einfluß dieser Momente wird also die Tangente an die elastische Linie zurückgedreht bzw. ihre Drehung verhindert.

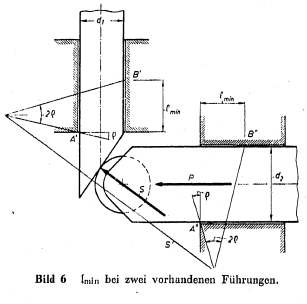


Bild 6 l_{min} bei zwei vorhandenen Führungen.

Die elastische Linie hat dann in den Auflagerpunkten horizontale Tangenten.

Die Richtung der Tangenten erhält man anschaulich mit Hilfe des graphischen Verfahrens nach *Mohr*.

Wir zeigen dies an Hand eines einfachen Beispiels für eine Kraft P = 1. Ein einzelnes Moment in einer Auflagerstelle hat eine dreieckförmige Momentenfläche, da es bis zum nächsten Auflager linear zu Null wird (Bild 7). Bei zwei Einspannmomenten (rechts und links) ergänzen sich die beiden Dreiecksflächen demnach zu einer trapezförmigen Momentenfläche. Eine solche trapezförmige Fläche überlagert sich negativ der positiven Momentenfläche für die Belastung. Wir nennen die Momentenfläche für die Belastung ohne die

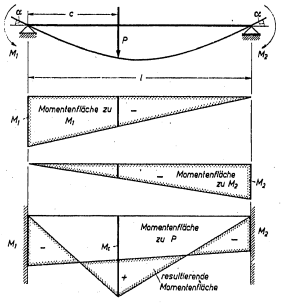


Bild 7 Jedes Einspannmoment erzeugt eine dreieckförmige Momentenfläche, die der Momentenfläche der Last P überlagert wird.

Einspannmomente die 1. Momentenfläche. Sie ergibt sich in einfachster Form nach Bild 8, bei der der Maßstab $m_M = m_L$, also gleich dem Längenmaßstab der Zeichnung wird. Zeichnet man von der 1. Momentenfläche (gewissermaßen als Lastfläche) nochmals die Momentenfläche, dann erhält man die 2. Momenten-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

fläche, die nach *Mohr* den Tangentenzug an die elastische Linie darstellt. Mit Hilfe des Seilecks kann man zu jeder der beiden Momentenflächen durch

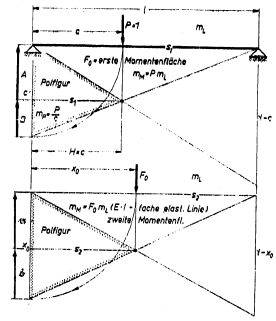


Bild 8 Die 1. Momentenfläche ergibt die Auflagerdrücke A und B. Durch Zeichnen der 2. Momentenfläche nur 1. Momentenfläche als angenommene Last erhält man die Mohrschen Auflagerdrücke $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ (Belastung P = 1).

Zeichnen der Schlußlinie die Auflagerdrücke bestimmen. Diese seien bei der 1. Momentenfläche mit A und B und bei der 2. Momentenfläche mit $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ bezeichnet bzw. mit $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ für eine Einzellast P = 1.

Durch EJ dividiert, ergeben die *Mohr*schen Auflagerdrücke die Tangenswerte der Winkel α_1 und α_2.

$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha_1 &= \frac{1}{EJ}\,\mathfrak{A}\\ \tan\alpha_2 &= \frac{1}{EJ}\,\mathfrak{B}\end{aligned}\right\}\ \text{für eine beliebige Last}$$

oder

$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha_1 &= \frac{1}{EJ}\,\mathfrak{a}\\ \tan\alpha_2 &= \frac{1}{EJ}\,\mathfrak{b}\end{aligned}\right\}\ \text{für eine Last P = 1}$$

Bild 9 zeigt die Konstruktion für eine beliebige Last. Die Auflagerdrücke bei der 2. Momentenfläche sind die Momentenstützkräfte oder die *Mohr*schen Auflagerdrücke (im weiteren Verlauf der Arbeit mit M.A. bezeichnet).

Wenn durch die Einspannmomente diese Tangentenneigungen verschwinden sollen, dann muß die trapezförmige Momentenfläche dieselben *Mohr*schen Auflagerdrücke erzeugen, nur in entgegengesetzter Richtung. Daher hat sie immer zur 1. Momentenfläche entgegengesetztes Vorzeichen. Sie hat aus diesem Grunde dieselbe Schlußlinie wie in der Konstruktion zur 2. Momentenfläche, weil sie dieselben M.A. erzeugen muß. Sie hat außerdem denselben ersten und letzten Seilstrahl, da ihr gesamter Flächeninhalt, der bei der Konstruktion als Vektor in der Polfigur er-

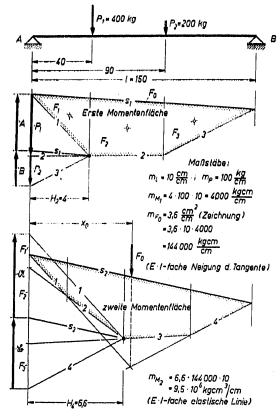


Bild 9 Konstruktion der Momentenstützkräfte (Mohrsche Auflagerdrücke) $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ für beliebige Lasten.

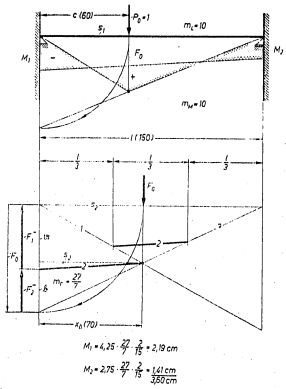
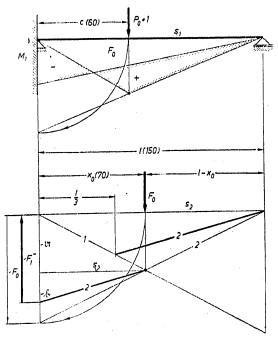


Bild 10 Graphische Bestimmung der Momentenfläche für die Einspannmomente durch rückwärtiges Konstruieren des dazugehörigen Seilecks (2. Momentenfläche). Der durch die $\frac{l}{3}$-Linien gewonnene Strahl 2, in die Polfigur parallel verschoben, teilt dort F_0 in die Teilflächen der zeichnerischen Momente M_1 und M_2.

scheint, dieselbe Größe haben muß. Die Summe der M.A. ist gleich der Gesamtfläche F_0 der 1. Momentenfläche. Da eine trapezförmige Momentenfläche aus zwei Dreiecken zusammengesetzt werden kann, deren gemeinsame Höhe gleich der Spannweite l des Stabes ist, kann man die Schlußlinie s_3 und die beiden äußeren Strahlen der Seileckkonstruktion gleichzeitig dazu benutzen, die noch unbekannte trapezförmige Momentenfläche zu zeichnen. Von ihr sind die Größe (F_0) und die Schwerelinien der beiden Teilflächen bekannt. Letztere liegen in den Dritteln von l. Bringt man diese Drittellinien zum Schnitt (Bild 10) mit den äußeren Strahlen des Seilecks der 2. Momentenfläche, so erhält man den fehlenden Strahl 2 des Seilecks für die trapezförmige Momentenfläche. Seine Übertragung in die Polfigur teilt dort F_0 in zwei Teilflächen F_1^- und F_2^- auf, die Flächen der beiden Teildreiecke des Trapezes. Mit dem Maßstab m_F, in dem der zeichnerische Flächeninhalt als Länge aufgetragen wurde, multipliziert und durch die zeichnerische Länge $\frac{l}{2}$ dividiert, ergeben sich die Momente M_1 und M_2 im Maßstab der 1. Momentenfläche. Durch Überlagerung mit der 1. Momentenfläche erhält man schließlich die resultierende Momentenfläche des eingespannten Stabes. Sie besteht aus den Resten der Flächen, die bei der Überlagerung nicht doppelt überdeckt werden. Die algebraische Summe der Reste muß = 0 sein, weil die überlagerten Flächen gleich groß sind. Man kann dies zur Kontrolle der rechnerischen und zeichnerischen Arbeit benutzen. In vielen Fällen genügt hier schon das Augenmaß.

Ist der Stab nur auf einer Seite eingespannt, so wird aus dem Trapez ein Dreieck, da nur eine parallele Seite vorhanden ist.

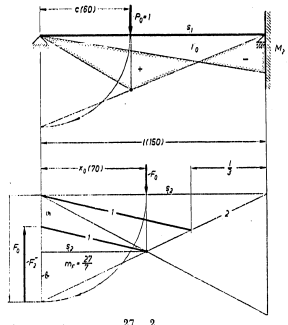


$$F_0 = \frac{c\,(l-c)}{2};\quad x_0 = \frac{l+c}{3};\quad M_1 = \frac{F_1 \cdot m_F}{l/2};\quad m_F = \frac{F_0}{x_0} = \frac{27}{7}$$

$$F_0 = \frac{6\cdot 9}{2} = 27;\quad x_0 = \frac{21}{3} = 7;\quad M_1 = 2\cdot\frac{5{,}65\cdot 27}{15\cdot 7} = 2{,}9\ \text{cm}$$

Bild 11 Einspannmoment links beim einseitig eingespannten Stab.

Von der zweiten Seileckkonstruktion nach *Mohr* können nur die Schlußlinie s_3 und der anliegende Polstrahl verwendet werden. Er wird mit der anliegenden Drittellinie zum Schnitt gebracht. Damit hat man den äußeren Seilstrahl festgelegt, der, in die Polfigur verschoben, den Flächeninhalt F_1^- des Dreiecks ergibt, mit dem die 1. Momentenfläche überlagert wird (Bild 11 und 12).



$$M_2 = 4{,}8\cdot\frac{27}{7}\cdot\frac{2}{15} = 2{,}47\ \text{cm}$$

Bild 12 Einspannmoment rechts beim einseitig eingespannten Stab.

Man erkennt, daß F_1^- größer ist als der M.A., der zum Verschwinden gebracht wird. Es wird durch ihn also gleichzeitig ein Teil des M.A. auf der anderen Seite gelöscht. Die Auswirkung eines Einspannmoments erstreckt sich somit nicht nur auf den einen M.A., sondern auch auf die Gegenseite.

Man erkennt bei der zweiten Seileckkonstruktion folgende grundsätzlichen Einzelheiten:

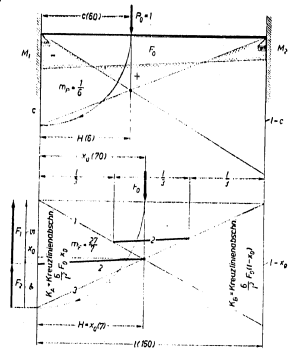
Maßgebend für die Einspannmomente ist der Flächeninhalt F_0 der 1. Momentenfläche, ferner ihr Schwerpunkt x_0. Kennt man diesen, so wird die Konstruktion der 2. Momentenfläche überflüssig, und man kann dieselbe vereinfachte Konstruktion anwenden wie bei der 1. Momentenfläche, wenn dort P = 1 gegeben ist. An Stelle P = 1 tritt hier F_0 in der zugehörigen Schwerpunktslage Bild 13. Der Maßstab der 2. Momentenfläche wird dann $m_L \cdot F_0$. Verlängert man nach der so durchgeführten Konstruktion die Strahlen der dreieckförmigen Momentenfläche bis zu den Auflagersenkrechten, dann werden dort zwei Abschnitte abgetrennt, die die Größen x_0 und $l - x_0$ haben.

Sie können als Kreuzlinienabschnitte angesehen werden im Sinne der bekannten Konstruktion der Festpunkte nach *Suter*. Für eine beliebige Belastung ergibt sich nach *Suter*

$$\left.\begin{aligned}K_A &= -\frac{6}{l^2}\,F_0\,x_0\\ K_B &= -\frac{6}{l^2}\,F_0\,(l-x_0)\end{aligned}\right\}\ \text{Kreuzlinienabschnitte.}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



$$M_1 = \frac{27 \cdot 4{,}45}{7 \cdot 15} \cdot 2 = 2{,}29 \text{ cm}$$

$$M_2 = \frac{27 \cdot 2{,}65}{7 \cdot 15} \cdot 2 = 1{,}37 \text{ cm}$$

Bild 13 Vereinfachte Konstruktion der Momentenflächen (Kreuzlinienabschnitte).

Es ist also unser zeichnerisches Ergebnis noch mit dem „Maßstab" $\frac{6}{l^2} \cdot F_0$ zu multiplizieren (zeichnerische Werte) oder $m_L \frac{6}{l^2} F_0$ (wirkliche Werte).

Die Drittellinien ergeben bei unserer Konstruktion feste Schnittpunkte am Stabe. Man nennt sie daher Fest- oder Fixpunkte. Sie sind nicht von der Belastung abhängig, sondern nur von den geometrischen Größen. Bild 14 zeigt die Konstruktion bei einer beliebigen Belastung.

Bei veränderlichem Trägheitsmoment müßte der Flächeninhalt der verzerrten Momentenfläche als Grundlage dienen, jedoch zieht man dann einen anderen Konstruktionsgang vor.

Veränderliches Trägheitsmoment [2]

Hierzu betrachten wir zuerst den geschilderten Vorgang bei einer 1. Momentenfläche, die, wie eine Einspannmomentenfläche, ein Dreieck darstellt. Mit einer solchen Momentenfläche (die z. B. von einem belasteten Kragarm herrühren kann) kann ein Stab auf zwei Stützen ebenfalls belastet sein.

Ein Einspannmoment auf derselben Seite des Moments hebt die gegebene Momentenfläche vollständig auf, ist also ohne Interesse. Aber eine Einspannung auf der Gegenseite ergibt nach Bild 15 ein Einspannmoment von der halben Größe der gegebenen Belastungsfläche. Die M.A. a_1 und b_1 für ein Moment $M_1 = 1$ stehen im Verhältnis 2 : 1. Ist das Moment M_2 gegeben, dann liegen die Verhältnisse ähnlich (Bild 16), nur daß a_2 und b_2 im Verhältnis 1 : 2 stehen (gelesen

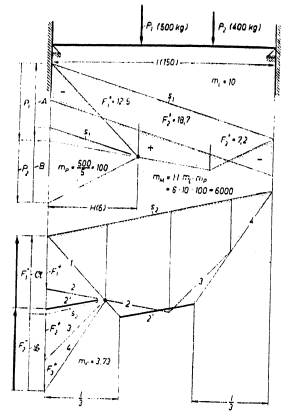
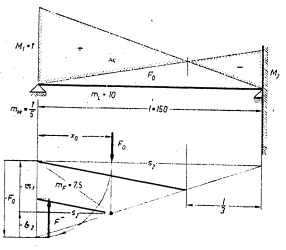


Bild 14 Graphische Ermittlung der Momentenfläche beim beiderseitig eingespannten Stab (zweifach statisch unbestimmt).

z. B. a infolge $M_1 = 1$ usw.). Die Fläche F^- ist immer größer als der auszulöschende M.A., d. h. es erstreckt sich auch hier der Einfluß eines Einspannmomentes mit auf die Gegenseite. Sind nun an den Einspannstellen die Momente M_1 und M_2 vorhanden (trapezförmige Momentenfläche F_0), dann ergeben sich als M.A.

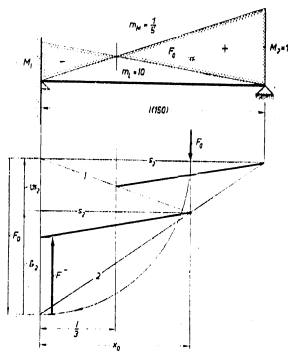
$M_1 a_1$ und $M_1 b_1$
bzw. $M_2 a_2$ und $M_2 b_2$



$$M_2 = \frac{2{,}5 \cdot 7{,}5}{7{,}5} = 2{,}5 \text{ cm}$$

$$M_2 = 2{,}5 \cdot \frac{1}{5} = 0{,}5 \text{ kgcm}$$

Bild 15 Stab auf zwei Stützen, mit einer Momentenfläche belastet; rechte Seite eingespannt. Die Momente stehen im Verhältnis 2 : 1.



$$M_2 = \frac{5 \cdot 3{,}75}{7{,}5} = 2{,}5 \text{ cm}$$

$$M_1 = 2{,}5 \cdot \frac{1}{5} = 0{,}5 \text{ kgcm}$$

Bild 16 Stab auf zwei Stützen, mit einer Momentenfläche belastet; linke Seite eingespannt. Die Momente stehen im Verhältnis 1 : 2.

Da durch die Einspannmomente von der beliebigen Belastung mit F_0 als 1. Momentenfläche die M.A. $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ zum Verschwinden gebracht werden, gelten die Gleichungen

$$-M_1 \cdot a_1 - M_2 \cdot a_2 = -\mathfrak{A}$$
$$-M_1 \cdot b_1 - M_2 \cdot b_2 = -\mathfrak{B}$$

und entsprechend für eine Last $P = 1$

$$-M_1 \cdot a_1 - M_2 \cdot a_2 = -a$$
$$-M_1 \cdot b_1 - M_2 \cdot b_2 = -b,$$

wobei beachtet werden muß, daß im ersten Falle M_1 und M_2 von einer beliebigen 1. Momentenfläche F_0 herrühren und im zweiten Falle von einer dreieckförmigen 1. Momentenfläche für $P = 1$.

Mit der Bezeichnungsweise der Matrizenrechnung ergibt sich [3]

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathfrak{A} \\ \mathfrak{B} \end{pmatrix} \text{ für eine beliebige Belastung}$$
$$\mathfrak{N} \cdot \mathfrak{m} = \mathfrak{n}_0$$
$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ für die Last } P = 1$$
$$\mathfrak{N} \cdot \mathfrak{m} = \mathfrak{n}_1$$

In diesen Gleichungen können alle Größen bis auf M_1 und M_2 als bekannt angesehen werden, während M_1 und M_2 die zu ermittelnden Einspannmomente sind.

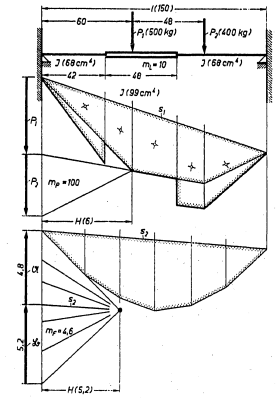
$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{\mathfrak{A}\, b_2 - \mathfrak{B}\, a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \\ M_2 &= \frac{a_1 \mathfrak{B} - b_1 \mathfrak{A}}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \end{aligned}\right\} \text{ für eine beliebige Last,}$$

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{a\, b_2 - b\, a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \\ M_2 &= \frac{a_1 b - b_1 a}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \end{aligned}\right\} \text{ für eine Last } P = 1.$$

Die Einspannmomente erhält man durch Auflösen der Gleichungspaare. Während bisher die M.A. nur die Grundlage der graphischen Konstruktion bildeten, aber selbst nicht benutzt wurden, werden mit Hilfe obiger Gleichungen die Einspannmomente mit den M.A. selbst bestimmt. Dies wird nötig, wenn sich die Trägheitsmomente stetig oder sprungweise ändern, weil dann die Bestimmung über die Teilflächen nicht mehr möglich ist. Es müssen alle Momentenflächen, also F_0 und auch die dreieckförmigen für M_1 und $M_2 = 1$, entsprechend der Veränderlichkeit der Trägheitsmomente graphisch verzerrt oder reduziert werden. Die erhaltenen Werte $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ bzw. a und b sowie a_1 und b_1 bzw. a_2 und b_2 werden wie oben in die Gleichungen eingesetzt, nachdem sie zweckmäßig graphisch nach den Bildern 17—19 ermittelt wurden.

Teilweise Einspannung

Ebensowenig, wie es völlig frei gelagerte Wellen gibt, sind auch Wellen nie völlig eingespannt, weil sie sich dann nicht drehen würden. Jedoch können Achsen,



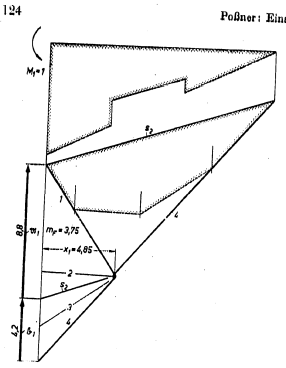
Maßstäbe

$m_L = 10$	cm/cm
$m_P = 100$	kg/cm
$m_M = 6 \cdot 10 \cdot 100 = 6000$	kgcm/cm
$m_F = 4{,}6$	cm²/cm
$m_N = 4{,}6 \cdot 10 \cdot 6000 = 276\,000$	kgcm/cm
$\mathfrak{A} = 4{,}8 \cdot 276\,000 = 1\,325\,000$	kgcm²
$\mathfrak{B} = 5{,}2 \cdot 276\,000 = 1\,435\,000$	kgcm²

Bild 17 Veränderliches Trägheitsmoment; Bestimmung der Mohrschen Auflagerdrücke $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ durch die Last.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

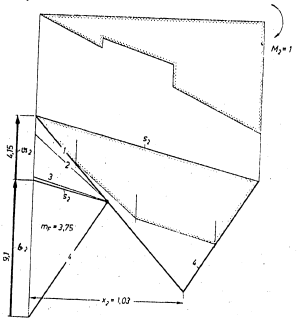


Maßstab

$$m_N = m_F \cdot m_L \cdot m_M = 3{,}75 \cdot 10 \cdot \frac{1}{5} = 7{,}5$$

$$a_1 = 8{,}8 \cdot 7{,}5 = 66 \text{ kgcm}^2$$
$$b_1 = 4{,}2 \cdot 7{,}5 = 31{,}5 \text{ kgcm}^2$$

Bild 18 Veränderliches Trägheitsmoment; Bestimmung der Mohrschen Auflagerdrücke a_1 und b_1 durch das Einspannmoment M_1.



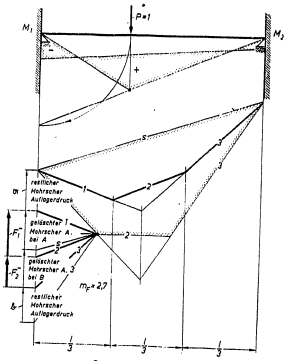
Maßstab

$$m_N = m_F \cdot m_L \cdot m_M = 3{,}75 \cdot 10 \cdot \frac{1}{5} = 7{,}5$$

$$a_2 = 4{,}15 \cdot 7{,}5 = 31{,}125 \text{ kgcm}^2$$
$$b_2 = 9{,}1 \cdot 7{,}5 = 68{,}25 \text{ kgcm}^2$$

Bild 19 Veränderliches Trägheitsmoment; Bestimmung der Mohrschen Auflagerdrücke a_2 und b_2 durch das Einspannmoment M_2.

die sich nicht zu drehen brauchen, als voll eingespannt betrachtet werden. Reicht das Spiel des Lagers nicht aus, um die Formänderung der Welle zu gewährleisten, dann hat man es mit einer teilweisen Einspannung zu tun. Hierher gehört auch die elastische Einspannung, die z. B. vorliegt, wenn das Lager in einem leicht gebauten Gehäuse die Formänderung teilweise mitmacht, weil anschließende Rippen und Stützen nicht starr genug sind. Auch kann man sich bei genügend großem Spiel Wellen auf mehreren Lagern elastisch eingespannt denken, was wir an Beispielen erläutern wollen. Wir können uns auch einen Stab auf zwei Stützen unvollkommen, aber trotzdem unelastisch eingespannt denken. Hat dann die trapezförmige Einspannmomentenfläche denselben Schwerpunkt, dann schneiden sich die äußeren Seilstrahlen noch auf der Schwerelinie von F_0 (Bild 20). Es bleiben dann noch un-



$$M_1 = \frac{2{,}7 \cdot 3{,}15}{15} \cdot 2 = 1{,}13 \text{ cm}$$

$$M_2 = \frac{2{,}7 \cdot 1{,}95}{15} \cdot 2 = 0{,}7 \text{ cm}$$

Bild 20 Unvollkommene Einspannung.

gelöschte Teile der M.A. übrig. Im allgemeinen schneiden sich aber die äußeren Seileckstrahlen nicht auf der Schwerelinie von F_0, besonders dann nicht, wenn das Lagerspiel z. B. ein ganz beliebiges ist. Die Schlußlinie bleibt aber immer erhalten. In einem solchen Falle bestimmt man aus dem gegebenen Spiel $\tan \alpha_1$ EJ und $\tan \alpha_2$ EJ, trägt diese Werte von s aus nach oben und unten ab, erhält die Strahlen 1 und 3 in der 2. Momentenfläche und zusammen mit den $\frac{l}{3}$-Senkrechten auch den Strahl 2 und damit in bekannter Weise M_1 und M_2. Ist der Drehwinkel der Tangente nicht völlig ausgelöscht, dann gelten die Gleichungen

$$\text{EJ} \tan \bar{\alpha}_1 = \mathfrak{A} + M_1 a_1 + M_2 a_2$$
$$\text{EJ} \tan \bar{\alpha}_2 = \mathfrak{B} + M_1 b_1 + M_2 b_2$$

oder

$$0 = (\mathfrak{A} - \text{EJ} \tan \bar{\alpha}_1) + M_1 a_1 + M_2 a_2$$
$$0 = (\mathfrak{B} - \text{EJ} \tan \bar{\alpha}_2) + M_1 b_1 + M_2 b_2.$$

Wird nur eine Seite vollständig angespannt, so erhält man

$$\underline{M_1 = 0}$$
$$\text{EJ} \tan \bar{\alpha}_1 = \mathfrak{A} + M_2 a_2$$
$$0 = \mathfrak{B} + M_2 b_2$$
$$M_2 = -\frac{\mathfrak{B}}{b_2}$$
$$\text{EJ} \tan \bar{\alpha}_1 = \mathfrak{A} - \mathfrak{B} \frac{a_2}{b_2} \quad \text{für } M_1 = 0,$$

$$\underline{M_2 = 0}$$
$$0 = \mathfrak{A} + M_1 a_1$$
$$\text{EJ} \tan \bar{\alpha}_2 = \mathfrak{B} + M_1 b_1$$
$$M_1 = -\frac{\mathfrak{A}}{a_1}$$
$$\text{EJ} \tan \bar{\alpha}_2 = \mathfrak{B} - \mathfrak{A} \frac{b_1}{a_1} \quad \text{für } M_2 = 0.$$

Schließt sich an einen Stab auf zwei Stützen eine weitere unbelastete Öffnung an, dann ist auf dieser Seite auch eine Einspannung vorhanden, aber eine elastische. Die Einspannmomentenfläche ist jetzt ein Dreieck, das sich über beide Öffnungen erstreckt und die Spitze beim mittleren Auflager hat. Die Konstruktion geht genauso vor sich wie bei der starren Einspannung, nur wird dann nicht durch die halbe belastete Spannweite dividiert, sondern durch die halbe Summe der beiden Öffnungen. Es wird also das Einspannmoment kleiner, ein Kennzeichen der elastischen Einspannung. Diese ist also auch gleichzeitig eine teilweise Einspannung. Denkt man sich das volle, starre Einspannmoment bestimmt, so muß es durch Multiplikation mit $\frac{l_2}{2}$ (Bild 21) und durch Division durch $\frac{l_1 + l_2}{2}$ umgerechnet werden. Die elasti-

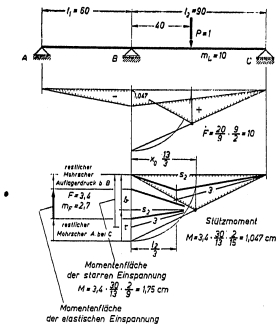


Bild 21 Elastische Einspannung an der Mittelstütze; Einspannungsgrad ε und Fixpunkte.

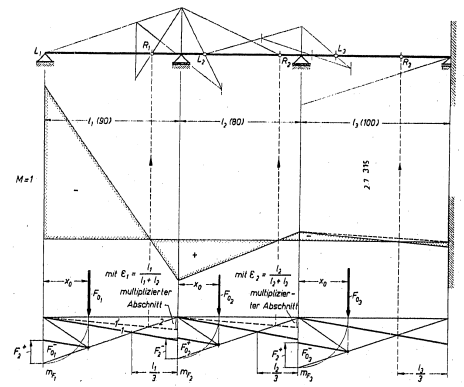


Bild 22 Fortpflanzung eines Momentes $M_1 = 1$ über mehrere Öffnungen, wenn die Gegenseite starr eingespannt ist.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

sche Einspannung wird durch Multiplikation mit dem Einspanngrad ε [1]

$$\varepsilon = \frac{l_a}{l_1 + l_a}$$

erhalten.

Durch das elastische Einspannmoment wird die sich anschließende unbelastete Öffnung mit einer dreieckförmigen Lastmomentenfläche belastet (sie ist daher in der unbelasteten Öffnung eine 1. Momentenfläche). Schließen sich dann noch weitere Öffnungen unbelastet an, so wird das Moment in derselben Weise auf die folgenden Öffnungen fortgepflanzt (Bild 22). In diesem Bild ist gezeigt, wie sich ein Moment $M_1 = 1$ fortpflanzt, und man erkennt, daß es sehr stark abklingt und schließlich so klein wird, daß es keine Rolle mehr spielt.

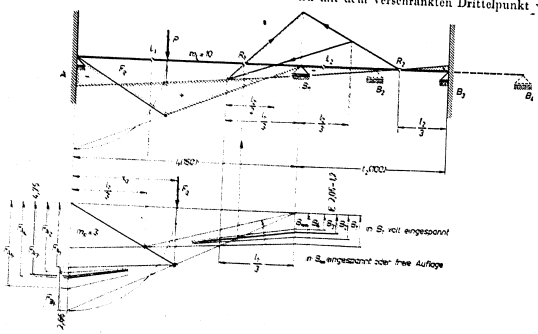
Ist das andere Ende der unbelasteten Öffnung z. B. starr eingespannt, dann ist zu beachten, daß durch die elastische unvollkommene Einspannung auf der einen Seite die andere Seite stärker belastet wird und zur starren Einspannung der anderen Seite ein größeres Moment erforderlich wird, als wenn beiderseits eine starre Einspannung vorläge. Das berücksichtigt man dadurch, daß man den von der neuen Seilecksseite (Lager) abgeschnittenen Teil des Abschnittes mit ε multipliziert (Bild 22), den neuen Strahl 1 bis zum Schnitt mit der anderen Drittellinie und dem anderen äußeren Strahl 2 zieht, in die Polfigur verschiebt und dort das richtige F^- für die starre Einspannseite entnimmt. Übrigens ergibt der Schnittpunkt der neuen Seilecksseite 1' mit dem anliegenden äußeren Strahl 2 hochgelotet den Festpunkt auf dieser Seite der Öffnung. Dies kann man schnell mit der bekannten Konstruktion von der verschränkten Drittelsenkrechten nachprüfen, wie es in Bild 23 geschehen ist [4].

Die Konstruktion der elastischen Fortpflanzung des Einspannmoments vollzieht sich wie folgt:

Jede Öffnung hat zwei Festpunkte L (links) und R (rechts) ohne Rücksicht auf die Art der Belastung. Bei jedem Stab mit mehreren Stützen kennt man an der linken äußeren Öffnung den linken Festpunkt. Er fällt bei freier Auflagerung mit der linken Stütze zusammen. Bei fester Einspannung liegt er im Abstand $\frac{l_1}{3}$ von links. Entsprechend findet man in der rechten äußeren Öffnung den rechten Festpunkt. Von diesen beiden Festpunkten ausgehend, findet man nach und nach die weiteren linken und rechten Festpunkte der übrigen Öffnungen. Vom ersten Festpunkt L_1 (Bild 24) zieht man z. B. einen beliebigen Strahl. Der Schnittpunkt mit der ersten Drittellinie wird mit dem verschränkten Drittelpunkt verbunden und bis zur zweiten Drittellinie am Stützpunkt verlängert. Eine weitere Verbindungslinie nach dem Schnittpunkt des beliebigen Strahls mit der Stützensenkrechten ergibt den linken Festpunkt in der zweiten Öffnung. Dieser dient dann zur Bestimmung des nächsten linken Festpunktes usw.

Die Stützmomentenfläche erhält man, indem man von einem bekannten Stützmoment ausgeht (siehe beispielsweise Bild 22), wo auch die bekannte Konstruktion der Festpunkte angedeutet ist, so daß nach rechts ein fortlaufender Linienzug gezeichnet wird, durch die rechten Fixpunkte geht und sich an den Stützensenkrechten bricht.

Dies kann auch leicht formelmäßig aus der gezeigten



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

und mit der vereinfachten Zeichnung der 2. Momentenfläche

$$\left.\begin{aligned} F_2^- &= \frac{l}{6}\left(1-\frac{c}{l}\right)^2 \\ F_1^- &= \frac{l}{6}\left(2-\frac{c}{l}\right)\left(1+\frac{c}{l}\right) \end{aligned}\right\} \text{für die Last 1 (vereinfachte Zeichnung)}$$

Beispiel (Bild 11 und 12)

$$F_2^- = \frac{15}{6}\left(1+\frac{2}{5}\right)^2 = \underline{4{,}9\ \text{cm}},$$

$$F_1^- = \frac{15}{6}\,\frac{8}{5}\,\frac{7}{5} = \underline{5{,}6\ \text{cm}}.$$

Für die Einspannmomente bei einseitiger Einspannung erhält man

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{3}{2}(l-x_0)\,\frac{c}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right) \\ M_2 &= \frac{3}{2}\,x_0\,\frac{c}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right) \end{aligned}\right\} \text{einseitige Einspannung}$$

mit der Summe

$$M_1 + M_2 = \frac{3}{2}\,c\left(1-\frac{c}{l}\right) = \frac{3}{2}\,M_c$$

Beispiel (Bild 11 und 12)

$$M_1 = \frac{3}{2}\cdot 8\cdot\frac{2}{5}\cdot\left(1-\frac{2}{5}\right) = \underline{2{,}88\ \text{cm}},$$

$$M_2 = \frac{3}{2}\cdot 7\cdot\frac{2}{5}\cdot\left(1-\frac{2}{5}\right) = \underline{2{,}52\ \text{cm}}.$$

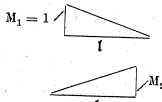
Für eine allgemeine Last

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{3}{l^2}(l-x_0)\,F_0 \\ M_2 &= \frac{3}{l^2}\,x_0\,F_0 \end{aligned}\right\} \text{(allgemeine Last).}$$

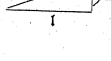
Die Einspannmomente spielen auch eine Rolle in der Bautechnik und haben dort zu einer Reihe von speziellen Methoden geführt. Für den Maschinenkonstrukteur sind sie meist zu umfangreich und unübersichtlich und wirken daher eher abschreckend als anziehend. Sie sind auf die Verhältnisse in der Bautechnik abgestimmt. Die Aufgaben, die der Maschinenkonstrukteur mit ihnen zu lösen hat, gestatten eine solche Spezialisierung nicht, weil jede Aufgabe anders liegt. In den gezeigten Formeln ergibt sich für den Konstrukteur der einfache Zusammenhang zwischen diesen Methoden. Sie reichen für den normalen Gebrauch aus.

Aus dem umfangreichen Vorrat von Formeln seien noch einige wenige weiter aufgeführt:

M.A. infolge Momentbelastung



$$a_1 = \frac{l}{3};\quad b_1 = \frac{l}{6}$$



$$a_2 = \frac{l}{6};\quad b_2 = \frac{l}{3}$$

M.A. für $P = 1$ an der Stelle $x = c$

$$a = \frac{l^2}{6\,EJ}\,\frac{c}{l}\left|1-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right| = \frac{l^2}{6\,EJ}\,\omega'_D$$

$$b = \frac{l^2}{6\,EJ}\,\frac{c}{l}\left|1-\left(\frac{c}{l}\right)^2\right| = \frac{l^2}{6\,EJ}\,\omega_D$$

ω'_D und ω_D können einer Tabelle entnommen werden [4].

Kreuzlinienabschnitte

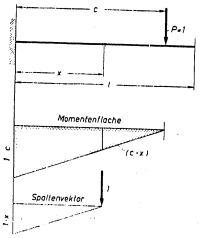
$$\left.\begin{aligned} K_A &= -\frac{6}{l^2}F_0 X_0 = -\frac{6}{l}b = -l\omega_D \\ K_B &= -\frac{6}{l^2}F_0(l-x_0) = -\frac{6}{l}a = -l\omega_D \end{aligned}\right\} \text{für die Last } P = 1$$

$$\left.\begin{aligned} K_A &= -\frac{b}{a_2} \\ K_B &= -\frac{a}{b_1} \end{aligned}\right\} \text{für die Last } P = 1$$

$$\left.\begin{aligned} K_A &= -\frac{\mathfrak{B}}{a_2} \\ K_B &= -\frac{\mathfrak{A}}{b_1} \end{aligned}\right\} \text{für eine beliebige Last.}$$

Sonderfälle

Beim einseitig eingespannten Stab ist das Einspannmoment eine Reaktionsgröße. Legt man einen Schnitt an die Einspannstelle, so erhält man nach Bild 26



$$EJ\,\eta = \frac{x^2}{6}[2c + (c-x)]$$

$$\eta = \frac{l^2}{6\,EJ}\cdot\left(\frac{x}{l}\right)^2\cdot\left|3\,\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right|$$

Bild 26 Einfache Ableitung der Einflußlinie nach Castigliano mit Momentenfläche (P = 1) und Spaltenvektor (= Begriff aus der Matrizenrechnung, meist „Moment für die Last 1" genannt).

ein äußeres Moment $P \cdot c$, dem das Einspannmoment M das Gleichgewicht hält. Die Auflagerkraft ist $A = -P$. Bei jeder Querschnittlage erhält man eine Querkraft $Q = P$.

Am einfachsten arbeitet man hier mit Einflußlinien graphisch oder rechnerisch [6].

Die Gleichung der elastischen Linie für $P = 1$, also der Einflußlinie für die Durchbiegung, lautet

$$\eta = \frac{l^3}{6\,EJ}\left(\frac{x}{l}\right)^2\left|3\,\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right|$$

mit der Neigungslinie

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} = \frac{l^2}{2\,EJ}\,\frac{x}{l}\left|2\,\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right|;$$

daraus ergibt sich die Einflußlinie für das Moment

$$EJ\,\frac{\partial\eta}{\partial x\,\partial c} = l\,\frac{x}{l}\ \text{(Bild 27)}$$

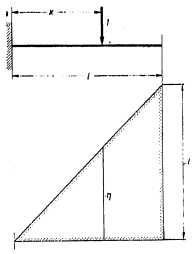


Bild 27 Form der Einflußlinie für das Einspannmoment beim einseitig eingespannten Stab.

und die Momentenlinie, d. h. der Verlauf bei festem c:

$$EJ\,\frac{\partial\eta^2}{\partial x^2} = l\left|\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right|$$

$$M_x = -(c-x) = -l\left(\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right)$$

(Nach *Castigliano* ergibt sich eine sehr einfache Ableitung für η, Bild 26,

$$EJ\,\eta = \frac{x^2}{6}[2c + (c-x)]$$

$$\eta = \frac{l^3}{6\,EJ}\left(\frac{x}{l}\right)^2\left|3\,\frac{c}{l} - \frac{x}{l}\right|).$$

Die Einflußlinie für die Neigung ist eine Parabel:

$$\frac{\partial\eta}{\partial c} = \frac{l^2}{2\,EJ}\left(\frac{x}{l}\right)^2$$

Greift ein Moment in einem beliebigen Punkt eines Stabes an, so hat man den allgemeinsten Fall für ein angreifendes Moment (Bild 28). Denkt man sich z. B. den Stab an der Angriffsstelle c eingespannt, dann bilden die Reaktionskräfte $A = \frac{M}{l}$ und $B = -\frac{M}{l}$ wirkende Kräfte, und das Moment M ist dann das Einspannmoment. Es entstehen zwei dreieckförmige Momentenflächen mit entgegengesetzten Vorzeichen. Man kann aber auch ein gleiches Vorzeichen setzen, wenn man die Durchbiegung im Drehsinn des Moments betrachtet; dann werden die Teilstäbe im gleichen Sinne durchgebogen (Polarkoordinaten). Das ist besonders vorteilhaft, wenn mit einem Stab l das Moment auf einen steifen Stabknoten übertragen wird (Bild 28).

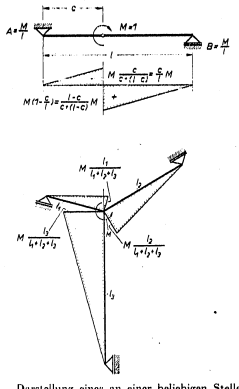


Bild 28 Darstellung eines an einer beliebigen Stelle c des Stabes angreifenden Momentes. c kann als Stabknoten aufgefaßt werden, von dem sich ein Moment proportional l der zusammenlaufenden Stäbe verteilt. Sind die Stäbe am anderen Ende eingespannt, so geht die Momentenlinie durch den durch die Drittellinie erhaltenen Schnittpunkt mit dem Stab.

Man braucht sich dabei den anfänglich geraden Stab an der Angriffsstelle c entsprechend umgebogen zu denken, um das Bild des Knotens zu erhalten, wobei dann die Anzahl der Stäbe beliebig vermehrt werden kann. Auf Grund dieser Anschauung ergibt sich auch die Verteilungsart des Moments auf die angeschlossenen Stäbe

$$M_1 = \frac{l_1}{l_1 + l_2}\,M$$

$$M_2 = \frac{l_2}{l_1 + l_2}\,M$$

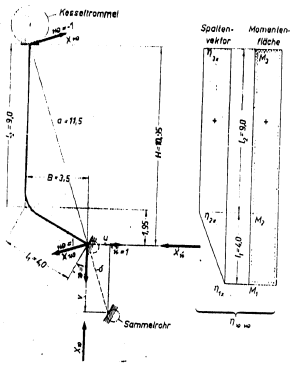
$$\Sigma\,M_i = \frac{l_1 + l_2}{l_1 + l_2}\,M = M.$$

Sind die Stäbe $l_1, l_2 \cdots$ am anderen Ende außerdem noch eingespannt, so läuft jede Momentenlinie durch den Festpunkt $\left(\frac{l}{3}\right)$. Ein an einem eingespannten Stab beliebig angreifendes Moment bewirkt, daß dort die Neigung geändert wird (Drehung der Tangente an die elastische Linie) und daß der Angriffspunkt eine Verschiebung erfährt. Ersetzt man das Moment durch ein Kräftepaar mit dem Abstand c, dann ist $M = Pc$; für $M = 1 \cdot c$ hat man dann ein Kräftepaar aus Einheitsvektoren, das die Rechnung sehr oft erleichtert.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wird z. B. ein **Siederohr eines Dampfkessels erwärmt**, so entstehen durch die feste Verankerung der Enden



$$\Lambda_1 = \frac{c_2 - c_1}{6}\,[\eta_{1x}(2\,M_1 + M_2) + \eta_{2x}\,(2\,M_2 + M_1)]$$

$$\Lambda_2 = \frac{c_3 - c_1}{6}\,[\eta_{2x}\,(2\,M_2 + M_3) + \eta_{3x}\,(2\,M_3 + M_2)]$$

Bild 29 Ein beliebig geformter, eingespannter Stab (Siederohr) wird nach Castigliano mit den an den Einspannstellen angebrachten Einheitsvektoren berechnet.

Biegemomente. Löst man ein festes Ende, so kann sich dieses Rohrende verschieben. Um es in die feste Lage zurückzubringen, benötigt man Kräfte, die dann in wiederhergestelltem Zustand Reaktionskräfte darstellen. Auch die Tangentenrichtung muß durch ein freies Moment wieder erreicht werden, wobei sich das Moment an den Verschiebungen mitbeteiligt. Ersetzt man es in den festen Punkten mit dem Abstand a durch ein Kräftepaar 1 in der Richtung w (Bild 29) und legt man die Kräfte X_u und X_v in die Verschiebungskomponenten, so erhält man an Stelle des unbekannten Einspannmoments eine dritte Kraft X_w in der Richtung w. Die Verschiebung selbst ergibt sich durch die Wärmedehnung (Komponenten u und v). Alle drei Kräfte stellen den alten Zustand wieder her, und man erhält drei Gleichungen

$$\begin{aligned} X_u\,\eta_{uu} &+ X_v\,\eta_{uv} &+ X_w\,\eta_{uw} + u &= 0\\ X_u\,\eta_{vu} &+ X_v\,\eta_{vv} &+ X_w\,\eta_{vw} + v &= 0\\ X_u\,\eta_{wu} &+ X_v\,\eta_{wv} &+ X_w\,\eta_{ww} + w &= 0 \end{aligned}$$

Nach *Castigliano* erhält man die η-Werte durch die Integration der Momentenfläche mit der Momentenfläche des Einheitsvektors (Spaltenvektor).

Bild 29 zeigt anschaulich die Entstehung der Einflußmatrix für den Wert η_{vw}. Nach der zahlenmäßigen Ermittlung der η-Werte können die Kräfte X_u, X_v und X_w mit obigen drei Gleichungen berechnet werden [5].

Die Dreimomentenmatrix

Die Ausführungen über die Stützenmomente als Einspannmomente wären unvollständig, wenn man die viel benutzte Dreimomentengleichung bei einer Welle auf vielen Lagern nicht beachten würde. Aber sie wird nach den vorausgegangenen allgemeinen Ausführungen

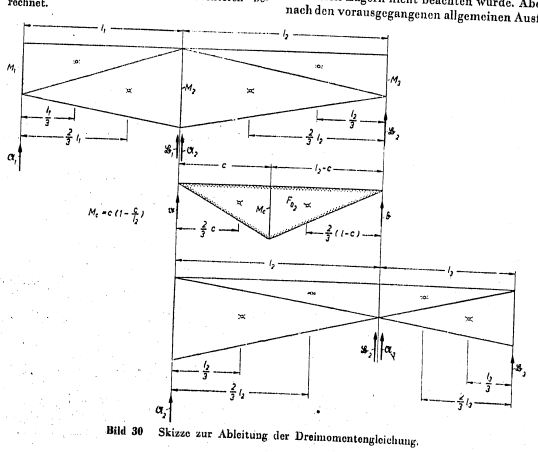


Bild 30 Skizze zur Ableitung der Dreimomentengleichung.

erst richtig verständlich. Die 1. Momentenfläche und die negative Einspannmomentenfläche müssen an den Stützen die M.A. zu Null machen. Es ist also zu erfüllen Σ M.A. = 0.

Wie bei Kräften die Auflagerdrücke durch die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M = 0$ bestimmt werden können, so kann man auch hier die Momente aller Flächenteile, bezogen auf einen Drehpunkt, zusammen mit dem Momente des M.A., den man bestimmen will, ins Gleichgewicht setzen. Die so einzeln bestimmten M.A. werden dann in obige Gleichung eingesetzt. Greift man aus dem Zusammenhang drei beliebige Öffnungen heraus, wobei die belastete Öffnung in der Mitte liegt (Bild 30), so läßt sich die Rechnung übersichtlich durchführen. Wir führen die Betrachtung durch für den Fall, in dem die Öffnung mit P = 1 belastet ist.

Drehpunkt bei M_1

$$\mathfrak{B}_1 \cdot l_1 = M_1 \frac{l_1}{2}\frac{l_1}{3} + M_2 \frac{l_1}{2}\frac{2}{3}\,l_1$$

$$\mathfrak{B}_1 = M_1 \frac{l_1}{6} + M_2 \frac{l_1}{3} = \frac{l_1}{6}\,(M_1 + 2\,M_2).$$

Drehpunkt bei M_3

$$\mathfrak{A}_2\,l_2 = M_2 \frac{l_2}{2}\frac{2}{3}\,l_2 + M_3 \frac{l_2}{2}\frac{l_2}{3}$$

$$\mathfrak{A}_2 = M_2 \frac{l_2}{3} + M_3 \frac{l_2}{6} = \frac{l_2}{6}\,(2\,M_2 + M_3)$$

Drehpunkt bei M_3

$$\mathfrak{a}\,l_2 = M_c \frac{c}{2}\left(l_2 - c + \frac{c}{3}\right) + M_c \frac{l_2 - c}{2}\frac{2}{3}\,(l_2 - c).$$

Daraus erhält man eine für die Rechnung zweckmäßige Form:

$$\mathfrak{a} = \frac{l_2^2}{6}\left(1 - \frac{c}{l_2}\right)\left[1 - \left(1 - \frac{c}{l_2}\right)^2\right] = \frac{l_2^2}{6}\,\omega'_D.$$

Die Bedingung

$$\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{a} = 0$$

ergibt nach der Multiplikation mit 6

$$l_1\,M_1 + 2\,(l_1 + l_2)\,M_2 + l_2\,M_3 = l_2^2\,\omega'_D.$$

Dies ist die Dreimomentengleichung, weil in ihr drei unbekannte Momente auftreten. Dieselbe Rechnung führt man für die rechte Stütze durch, wobei

$$\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{b} = 0$$

ist. Man erhält

$$l_2\,M_2 + 2\,(l_2 + l_3)\,M_3 + l_3\,M_4 = -\,l_3^2\,\omega_D$$

mit

$$\omega_D = \frac{c}{l}\left[1 - \left(\frac{c}{l}\right)^2\right].$$

Für alle übrigen Stützen erhält man ebenfalls Dreimomentengleichungen, in denen immer drei aufeinanderfolgende Momente auftreten. Ist dabei eine Öffnung unbelastet, so wird die rechte Seite = 0.

Wir erhalten daher z. B. für eine Welle auf sechs Lagern (Bild 31), bei der die zweite Öffnung mit P = 1 belastet ist, folgende Matrix (Dreiermatrix):

$$\begin{pmatrix} l_1 & 2\,(l_1 + l_2) & l_2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & l_2 & 2\,(l_2 + l_3) & l_3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & l_3 & 2\,(l_3 + l_4) & l_4 & 0\\ 0 & 0 & 0 & l_4 & 2\,(l_4 + l_5) & l_5 \end{pmatrix} = \mathfrak{b}$$

mit der rechten Seite als Vektor geschrieben

$$\begin{pmatrix} 0 & -\,l_2^2\,\omega'_{D2}\\ -\,l_2^2\,\omega_{D2} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathfrak{b}.$$

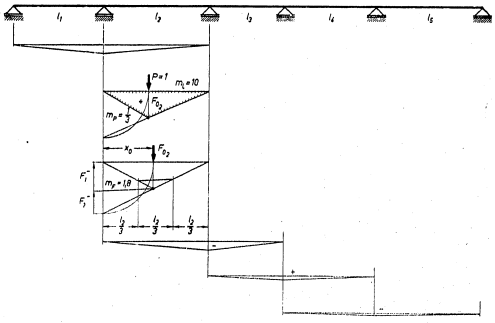


Bild 31 Skizze für P = 1 in der zweiten Öffnung einer fünfmal gelagerten Welle.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Sind alle Öffnungen mit $P = 1$ belastet, so sieht die rechte Seite als Vektor wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} (-\mathfrak{f}_1^{\prime}\,\omega_{D1} & -\mathfrak{f}_2^{\prime}\,\omega^{\prime}{}_{D2}) \\ (-\mathfrak{f}_2^{\prime}\,\omega_{D2} & -\mathfrak{f}_3^{\prime}\,\omega^{\prime}{}_{D3}) \\ (-\mathfrak{f}_3^{\prime}\,\omega_{D3} & -\mathfrak{f}_4^{\prime}\,\omega^{\prime}{}_{D4}) \\ (-\mathfrak{f}_4^{\prime}\,\omega_{D4} & -\mathfrak{f}_5^{\prime}\,\omega^{\prime}{}_{D5}) \end{pmatrix} = \mathfrak{b}.$$

In dieser Form lassen sich die rechten Seiten gut merken. Es interessiert aber vor allem eine allgemeine Last in jeder Öffnung. Bei dieser werden an Stelle a und b die *Mohr*schen Auflagerdrücke $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ benötigt:

$$E\,J\,\mathfrak{A} = \frac{\mathfrak{f} - x_0}{\mathfrak{f}}\,F_0 \qquad E\,J\,\mathfrak{B} = \frac{x_0}{\mathfrak{f}}\,F_0$$

(F_0 = Flächeninhalt der Momentenfläche, x_0 ihr Schwerpunktsabstand.)

Die rechten Seiten werden dann im Beispiel als Vektor geschrieben.

$$\mathfrak{B} = \begin{pmatrix} \left(-6\,\frac{x_{01}}{\mathfrak{f}_1}\,F_{01} - 6\,\frac{\mathfrak{f}_2 - x_{02}}{\mathfrak{f}_2}\,F_{02}\right) \\ \left(-6\,\frac{x_{02}}{\mathfrak{f}_2}\,F_{02} - 6\,\frac{\mathfrak{f}_3 - x_{03}}{\mathfrak{f}_3}\,F_{03}\right) \\ \left(-6\,\frac{x_{03}}{\mathfrak{f}_3}\,F_{03} - 6\,\frac{\mathfrak{f}_4 - x_{04}}{\mathfrak{f}_4}\,F_{04}\right) \\ \left(-6\,\frac{x_{04}}{\mathfrak{f}_4}\,F_{04} - 6\,\frac{\mathfrak{f}_5 - x_{05}}{\mathfrak{f}_5}\,F_{05}\right) \end{pmatrix} = -6\left(\frac{\mathfrak{F}_{0k}}{\mathfrak{f}_k}\right)' \cdot \mathfrak{f}_{0k} - 6\left(\frac{\mathfrak{f}_{k+1} - \mathfrak{F}_{0,\,k+1}}{\mathfrak{f}_{k+1}}\right)' \cdot \mathfrak{f}_{0,\,k+1}$$

$k = 1, 2, 3, 4$ $\qquad$ $k = 2, 3, 4, 5$

(Der Faktor 6 erscheint wieder aus der Multiplikation der ganzen Gleichung mit 6.) Auch diese in Form einer einspaltigen Matrix auftretende rechte Seite zeigt einen systematischen Aufbau. Obige Spalte für die Last 1 ist nur ein Spezialfall. Auch wenn eine oder mehrere Öffnungen nicht belastet sind, kann mit dieser Matrix die Form der rechten Seite leicht hingeschrieben werden.

Liegen die Enden (wie in den vorhergehenden Beispielen) frei auf, so erhält man für n Stützen $n - 2$ Gleichungen mit $n - 2$ unbekannten Stützmomenten.

Mit der Bezeichnungsweise der Matrizenrechnung ergibt sich allgemein

$$\mathfrak{F} \cdot \mathfrak{m} = -6\left(\frac{\mathfrak{F}_{0k}}{\mathfrak{f}_k}\right)' \cdot \mathfrak{f}_{0k} - 6\left(\frac{\mathfrak{f}_{k+1} - \mathfrak{F}_{0,\,k+1}}{\mathfrak{f}_{k+1}}\right)' \cdot \mathfrak{f}_{0,\,k+1}$$

$k = 1, 2, \cdots m$ $\qquad$ $k + 1 = 2, 3, \cdots m + 1$

wobei

$$\mathfrak{f}_{0k} = \begin{pmatrix} F_{01} \\ F_{02} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{0m} \end{pmatrix} \qquad \mathfrak{f}_{0,\,k+1} = \begin{pmatrix} F_{02} \\ F_{03} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{0,\,m+1} \end{pmatrix}$$

$k = 1, 2, \cdots m$ $\qquad$ $k + 1 = 2, 3, \cdots m + 1$

und

$$\left(\frac{\mathfrak{F}_{0k}}{\mathfrak{f}_k}\right)' = \left(\frac{x_{01}}{\mathfrak{f}_1},\ \frac{x_{02}}{\mathfrak{f}_2},\ \cdots \underbrace{\frac{x_{0m}}{\mathfrak{f}_m}}\right) \text{ (transponierter Vektor)}$$

$k = 1, 2, \cdots m$

$$\left(\frac{\mathfrak{f}_{k+1} - \mathfrak{F}_{0,\,k+1}}{\mathfrak{f}_{k+1}}\right)' = \left(\frac{\mathfrak{f}_2 - x_{02}}{\mathfrak{f}_2},\ \frac{\mathfrak{f}_3 - x_{03}}{\mathfrak{f}_3},\ \cdots,\ \underbrace{\frac{\mathfrak{f}_{m+1} - x_{0,\,m+1}}{\mathfrak{f}_{m+1}}}\right)$$

$k + 1 = 2, 3, \cdots m + 1$

Belastete Kragarme ergeben an den äußersten Stützen negative Stützmomente. Durch sie entstehen in den äußersten Öffnungen zusätzlich dreieckförmige Momentenflächen wie bei Einspannmomenten. Dadurch werden die äußeren Enden für die Rechnung wieder momentfrei. Sind die Enden eingespannt, so müssen noch zwei weitere Gleichungen hinzugefügt werden, die die Matrix um eine nullte und $(n+1)$te Zeile erweitern. Hierbei muß man sich noch zwei weitere Öffnungen mit $\mathfrak{f} = 0$ hinzugefügt vorstellen. Für eine dreifach gelagerte Welle erhält man daher folgende Matrix unter Einschluß der rechten Seiten.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2\,(0 + \mathfrak{f}_1) & \mathfrak{f}_1 & 0 & 0 & \left(0 + 6\,\frac{\mathfrak{f}_1 - x_{01}}{\mathfrak{f}_1}\,F_{01}\right) \\ 0 & \mathfrak{f}_1 & 2\,(\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_2) & \mathfrak{f}_2 & 0 & \left(6\,\frac{x_{01}}{\mathfrak{f}_1}\,F_{01} + 6\,\frac{\mathfrak{f}_2 - x_{02}}{\mathfrak{f}_2}\,F_{02}\right) \\ 0 & 0 & \mathfrak{f}_2 & 2\,(\mathfrak{f}_2 + 0) & 0 & \left(6\,\frac{x_{02}}{\mathfrak{f}_2}\,F_{02} + 0\right) \end{pmatrix}$$

Die zur Erkennung der Dreiermatrix notwendigen Spalten mit den Werten 0 sind noch hinzugefügt. Zu ihr gehört der ebenfalls erweiterte Vektor als Faktor $\begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{pmatrix}$

Daraus lassen sich die unbekannten Momente M_1, M_2 und M_3 berechnen.

In dem folgenden Beispiel sind die Flächen F_{01} und F_{02} sowie x_{01} und x_{02} durch Zeichnung ermittelt und ergeben

$$F_{01} = 70 \cdot 1000 \cdot 5 = 350\,000\ \text{kgcm}^2,$$

$$F_{02} = 22{,}5\,\frac{2500}{3}\,5 = 93\,700\ \text{kgcm}^2,$$

$x_{01} = 47$ cm, $\mathfrak{f}_1 - x_{01} = 53$ cm,
$x_{02} = 25$ cm, $\mathfrak{f}_2 - x_{02} = 25$ cm.

Die rechten Seiten werden dann

$$-6\,\frac{\mathfrak{f}_1 - x_{01}}{\mathfrak{f}_1}\,F_{01} = -\frac{53}{100}\,350\,000 = -1\,113\,000\ \text{kgcm}^2,$$

$$-6\,\frac{x_{01}}{\mathfrak{f}_1}\,F_{01} - 6\,\frac{\mathfrak{f}_2 - x_{02}}{\mathfrak{f}_2}\,F_{02} = -6\,\frac{47}{100}\,350\,000 - 6\,\frac{25}{50}\,94\,000 = -1\,269\,500\ \text{kgcm}^2,$$

und

$$-6\,\frac{x_{02}}{2}\,F_{02} = -6\,\frac{25}{56}\,94\,000 = -282\,000\ \text{kgcm}^2.$$

In das nebenstehende Rechenschema wurden die durch 10000 dividierten Beträge übernommen, um die Zahlen in gleicher Größenordnung zu erhalten.

Rechenschema (nach *Zurmühl*)

i \ k	1	2	3	negative rechte Seiten	
1	200	100	0	111,3	
2	100	300	50	126,95	
3	0	50	100	28,2	
Summenkontrolle	300	450	150	266,45	
1	200	$-\frac{1}{2}$	0	−0,5565	−0,4140
2	100	250	$-\frac{1}{5}$	−0,2650	−0,2541
3	0	50	90	−0,1545	−0,1545
Summenkontrolle	300	300	90	0	x

$M_1 = -4140$ kgcm
$M_2 = -2541$ kgcm
$M_3 = -1545$ kgcm

Zusammenfassung

Bei Wellen (Stäben) treten Einspannmomente der verschiedensten Art auf. Sie verhindern einmal die Längsverschieblichkeit. Zum anderen können die Lager Formänderungen verhindern und führen zu den Einspannmomenten an den Enden oder bei zusätzlichen Lagerstellen (statisch unbestimmte Lagerung) zu elastischen Einspannmomenten. In der Praxis kommen auch unvollständige Einspannungen vor. Die graphische Berechnung erfolgt mit Hilfe der *Mohr*schen Auflagerdrücke. Die Übersichtlichkeit der Rechnung wird durch Anwendung von Matrizen erreicht, wobei die bekannte Dreimomentengleichung mit Hilfe einer Dreiermatrix dargestellt wird.

Literaturhinweise

[1] *Pirlet, J.*, Statik der rahmenartigen Tragwerke. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1951.

[2] *Poßner, Loth.*, Die Berechnung der elastischen Linie bei veränderlichem Trägheitsmoment. Konstruktion 5 (1953), H. 11, S. 378 ··· 384.

[3] *Zurmühl, Rud.*, Matrizen. Eine Darstellung für Ingenieure. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950.

[4] Hütte III, 25. Auflage, Seite 53.

[5] *Poßner, Loth.*, Einflußmatrizen. (Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre.) Wiss. Zschr. H. f. E. Ilmenau 1 (1954/55), H. 2, S. 115 ··· 134.
Poßner, Loth., Matrizen zur Bestimmung von Einflußlinien. (Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre.) Maschinenbautechnik, 5. Jg., Mai und Juni 1956.

[6] *Poßner, Loth.*, Einflußgrößen. Wiss. Zschr. H. f. E. Ilmenau 1 (1954/55), H. 3, S. 207 ··· 229.
Poßner, Loth, Einheitliche Betrachtung von Einflußgrößen. Maschinenbautechnik, 5. Jg., August und Oktober 1956.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 26
Institut für Maschinenkunde, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 620.178.3
Eingang: 14. 8. 1956

Untersuchungen über eine Verbesserung der Berechnung von Maschinenteilen auf Dauerfestigkeit

(Eine Auswertung der maßgeblichen Forschungsergebnisse)

Von Dozent Dipl.-Ing. Waldemar Euchler, Ilmenau

Herrn Prof. Dr.-Ing. Poßner anläßlich der Vollendung seines 60. Lebensjahres in Ehrerbietung gewidmet

I
Einleitende Betrachtungen

In dieser Arbeit, der mehrere Fortsetzungen folgen werden, unternimmt es der Verfasser, die bis heute vorliegenden mannigfaltigen Forschungsergebnisse und Veröffentlichungen auf dem Gebiete der Dauerfestigkeit unter Berücksichtigung des neuesten Standes auf ihre Verwendungsmöglichkeit im Konstruktionsbüro zu untersuchen.

Der Konstrukteur soll dadurch in die Lage versetzt werden, nicht nur die eigentlichen Festigkeitsberechnungen zu vervollkommnen, sondern gleichzeitig zu einer besseren anschaulichen Vorstellung von den Spannungs- und Dehnungsverhältnissen in einer Konstruktion und deren Festigkeitsverhalten zu gelangen. Schon auf Grund klarerer Vorstellungen wird er ein Maschinenteil zweckmäßiger und besser gestalten können.

Die zur Zeit in der Praxis üblichen Methoden der Berechnung von Maschinenteilen auf Dauerfestigkeit sind verschieden und entsprechen fast nirgends den auf diesem Gebiet bis heute erzielten Fortschritten in der Erkenntnis der Zusammenhänge. Die Vorstellungen, die der Konstrukteur im allgemeinen von den Einflüssen hat, die die Festigkeit eines fertigen Maschinenteils gegenüber der im Prüflabor festgestellten Materialfestigkeit herabmindern, sind ebenfalls noch unklar und lückenhaft. Andererseits ist es unseren Konstrukteuren aus einer gewissen Zeitnot heraus nicht möglich, jede neue Veröffentlichung auf diesem Gebiete durchzuarbeiten und für ihre Tätigkeit auszuwerten.

Es wird deshalb notwendig sein, in dieser Arbeit die wichtigsten heute angewandten bzw. möglichen Berechnungsmethoden kurz darzulegen und kritisch zu beleuchten. Hierbei werden auch Lücken in der rechnerischen Erfassung der verschiedenen festigkeitsmindernden Einflüsse aufgedeckt und Anregungen für notwendige Arbeiten zu ihrer Schließung gegeben werden. Gleichzeitig sollen dabei dem Praktiker die neueren Forschungsergebnisse im einzelnen nahegebracht und sein Verständnis für alle bis heute erkannten Zusammenhänge verbessert werden. Er wird hierdurch angeregt, die theoretischen Ergebnisse auf praktische Beispiele anzuwenden und gegebenenfalls selbst an der Vervollkommnung der Berechnungsmethoden mitzuarbeiten.

Die Belastungen fast aller Konstruktionen sind dauernden Veränderungen unterworfen. Dies gilt nicht nur für den Maschinenbau, bei dem die veränderliche Beanspruchung die Regel ist, sondern auch für den Ingenieurbau (Verkehrslast auf Brücken). Nur der Hochbau bildet eine gewisse Ausnahme. Bei ihm treten in der Hauptsache unveränderliche (statische oder ruhende) Belastungen in Form der zu tragenden Gewichte auf. Schon *Bach* erkannte, daß die Haltbarkeit eines Teiles bei veränderlicher Beanspruchung geringer ist als bei unveränderlicher Belastung. Er brachte dies durch die Unterteilung seiner Tabelle für die zulässigen Beanspruchungen in solche für ruhende (Fall I), für schwellende (Fall II) und für wechselnde Belastungen (Fall III) zum Ausdruck. In diesen drei Belastungsarten sind jedoch nur einige Sonderfälle erfaßt. Die wirklichen Betriebszustände weichen sowohl hinsichtlich Vorspannung als auch Ausschlagslast zum Teil erheblich davon ab und müssen unter Zulassung des entstehenden Fehlers durch den am nächsten liegenden Sonderfall ersetzt werden. Bessere Güten spezieller Werkstoffe könen nur durch Schätzung berücksichtigt werden. Die Festigkeit des Materials wurde im allgemeinen durch den Versuch an einem glatt polierten zylindrischen Zerreißstab von bestimmter Größe ermittelt. Die Einflüsse der von diesem Prüfstab abweichenden Gestalt des Maschinenteils, seiner Größe sowie Oberflächenrauhigkeit auf die Wechselfestigkeit, von denen man noch nicht viel wußte, blieben unbeachtet oder wurden später völlig unzulänglich durch verschieden hohes Abschätzen der zulässigen Spannungen oder eines aus der Erfahrung gewonnenen sogenannten Sicherheitsfaktors berücksichtigt. Diesem Sicherheitsfaktor haftete von vornherein der Mangel an, daß er gar keine Sicherheit ausdrückte, sondern nur eine Art Gewissensberuhigung über völlig ungeklärte Spannungs- und Festigkeitsverhältnisse darstellte, deren verschiedene Einflußfaktoren eben unbekannt waren. *Kimmelmann* greift, wie noch dargelegt werden wird, solche Methoden scharf an und nennt sie metaphysisch. Er will damit ausdrücken, daß sie unreal seien und nicht den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen. Wo aber die tatsächlichen Verhältnisse und Zusammenhänge noch nicht bekannt sind, bleibt letzten Endes kein anderer Ausweg.

Erst als man feststellen mußte, daß trotz guter Sicher-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

heit manche Maschinenteile infolge ihrer veränderlichen Belastung, ja daß sie zum Teil erst recht bei erheblicher Erhöhung der Sicherheit brachen, begann man sich Gedanken über die Ursachen der Brüche zu machen. Man erkannte, daß ein Arbeiten mit einer solchen globalen Sicherheit eben doch unwissenschaftlich oder, wie Kimmelmann sagt, „metaphysisch" war. Außerdem mußte man schon auf Grund des verschiedenen Bruchaussehens bei Dauerbeanspruchung, d. h. bei dauernd wechselnder oder schwingender Belastung, gegenüber dem Aussehen des Bruches bei statischer oder ruhender Belastung die grundsätzliche Verschiedenheit der Beanspruchungsarten erkennen. So begann gegen Ende der zwanziger Jahre, besonders aber seit 1930, eine umfangreiche Forschungstätigkeit auf dem Gebiete der Dauerbeanspruchung der Werkstoffe im Prüfstab sowie in den ganz verschiedenartig gestalteten Maschinenteilen.

Die erste Zusammenfassung der vielseitigen und in zahlreichen Veröffentlichungen bekanntgewordenen Ergebnisse gaben Thum und sein Mitarbeiter Buchmann 1932 in dem Buche „Dauerfestigkeit und Konstruktion" heraus [1]. Sie entwickelten auch bereits die erste Berechnungsmethode für dauerbeanspruchte Maschinenteile. Obgleich durch spätere Forschungen manches in einem anderen Licht erscheint und diese Methode daher überholt ist, wird sie noch heute häufig bei den Berechnungen benutzt und erscheint sogar in nach 1950 herausgekommenen Lehrbüchern als die einzige und daher maßgebende. Ihre Behandlung und kritische Beleuchtung ist deshalb auch im Rahmen dieser Arbeit nochmals dringend notwendig.

Eine wichtige Ursache dafür, daß sich diese anfängliche Berechnungsart so lange und zäh in Deutschland halten konnte, mag der Umstand sein, daß der Fachausschuß für Maschinenelemente beim VDI im Jahre 1934 eine Anzahl Arbeitsblätter über die Berechnung auf Dauerfestigkeit herausgab [2], die auf den Darlegungen in dem zitierten Buche von Thum fußten. Die Herausgabe dieser Arbeitsblätter wurde zwar, wohl infolge der erkannten noch vorhandenen Mängel, bald wieder eingestellt. Es trat jedoch keine bessere Anweisung für den Konstrukteur an ihre Stelle. So konnte auch Kimmelmann noch in seinem 1950 in Moskau erschienenen Buch dieses Verfahren als „die deutsche Methode" wegen ihrer Unzulänglichkeit angreifen und von seinem Standpunkt aus völlig verwerfen bzw. als „metaphysisch und reaktionär" erklären. Dabei will er wohl mit dem Wort „reaktionär" zum Ausdruck bringen, daß es sich um eine sich nicht auf die neuesten Erkenntnisse stützende Methode handelt, die der Verbesserung der Konstruktion hemmend im Wege steht. Dieses 1950 durchaus nicht mehr berechtigte Urteil beweist ebenfalls, wie dringend notwendig eine Verarbeitung aller inzwischen neu veröffentlichten Forschungsergebnisse ist, an denen auch die deutsche Forschung maßgeblichen Anteil hat, und wie nötig die Aufstellung neuer zusammenfassender Richtlinien für den Konstrukteur geworden ist. Wegen der Vielzahl der Veröffentlichungen ist diese Aufgabe, wenn möglichst viel Wertvolles berücksichtigt werden soll, nicht einfach. Als Lehr 1932 vom VDI den Auftrag erhielt, den damaligen Stand der Erkenntnisse in einer geschlossenen Arbeit übersichtlich darzulegen, mußte er bereits auf etwa 300 Veröffentlichungen aufbauen [3]. Sie haben sich seitdem naturgemäß erheblich vermehrt.

Ausgehend von den Arbeiten von Thum und Lehr hat später in der Zeit von 1940—1950 Hänchen in seinen Aufsätzen und Büchern besonders für den Konstrukteur geeignete Anleitungen und Richtlinien ausgearbeitet, die ebenfalls noch manche Unzulänglichkeiten enthalten und vor allem die Forschungsergebnisse nach dem zweiten Weltkrieg nur wenig berücksichtigen. Nachdem Thum 1932 schon eine wesentlich genauere Festigkeitsberechnung für dauerbeanspruchte Teile mit Hilfe der sich aus einer Formziffer α_k und einer Kerbempfindlichkeitsziffer η_k ergebenden Kerbwirkungszahl β_k vorgeschlagen und in seinem Buch „Dauerfestigkeit und Konstruktion" dargelegt hatte, wurde bald festgestellt, daß eine Berechnung von β_k aus α_k und η_k nicht angängig ist, weil die Kerbempfindlichkeitsziffer nicht nur vom Werkstoff, sondern auch von der Form und Größe abhängt. Man versuchte daher, für die einzelnen Formelemente die Kerbwirkungszahl β_k direkt versuchsmäßig am polierten Prüfstab zu ermitteln und bei Berechnung der Maschinenteil- oder Gestaltfestigkeit die zunächst noch sehr ungeklärten Oberflächen- und Größeneinflüsse mit zu berücksichtigen. Dadurch sah man sich aber bald einer äußerst umfangreichen Versuchsarbeit gegenüber, die wegen der großen Variationsnotwendigkeit kaum zu bewältigen war; denn auch Größen- und Oberflächeneinflüsse hängen von der Kerbform, dem Material und der Belastungsart ab. Auf Grund der angeführten Schwierigkeiten sah man Anfang der vierziger Jahre schließlich keinen anderen Weg, als die Gestaltfestigkeit am fertigen Maschinenteil in natürlicher Größe, also sozusagen in Erstlingsausführung, selbst festzustellen und sich dann bei Neukonstruktionen nach ähnlichen Fällen zu richten. Damit wird jedoch der eigentliche Sinn und Zweck einer rechnerischen Vorausbestimmung der Haltbarkeit eines Teiles nicht erfüllt. Die hohen Kosten, die eine direkte Feststellung der Gestaltfestigkeit am fertigen Stück verursachte, sowie der zweite Weltkrieg hemmten die Arbeiten auf diesem Gebiete sehr stark. Bei der versuchsmäßigen Ermittlung der Gestaltfestigkeit sowie der einzelnen Einflußgrößen ist dabei vor allem auch von Bedeutung, daß das praktische Belastungsbild des Maschinenteils im Betriebe im allgemeinen sehr ungleichmäßig ist und in der Wirklichkeit ganz und gar nicht mit der in der Dauerprüfmaschine immer gleich eingestellten Beanspruchung $\sigma_D = \sigma_m \pm \sigma_a$ übereinstimmt. Die Vorschläge von Hänchen, dies durch Einführung eines von der prozentualen Höchstlast abhängigen Sicherheitsfaktors auszugleichen, müssen als ein erster, aber noch unbefriedigender Lösungsversuch angesehen werden. Wesentlich bessere und realere Unterlagen lassen sich aus Stufenversuchen, wie sie auch Hempel in letzter Zeit durchgeführt hat, bzw. aus den immer üblicher werdenden Betriebsbelastungsversuchen gewinnen.

Auch die Definition der Sicherheit als Kennzeichen einer Konstruktion ist heute noch umstritten, und mit einem gewissen Recht wurde die Art der Sicherheitsermittlung, wie sie in den erwähnten Arbeitsblättern des VDI durchgeführt wurde ($\nu = \frac{\sigma_\Lambda}{\sigma_a}$

bei konst. σ_m), oder die in Amerika von Soderberg und in Deutschland z. B. von Pöschl und Hänchen vertretene Ähnlichkeitsmethode durch Kimmelmann kritisiert, der vorschlägt, die Sicherheit durch die vorhandene Kraftreserve auszudrücken.

Einen wesentlichen Schritt weiter brachten uns die von Siebel und seinen Mitarbeitern veröffentlichten Forschungsergebnisse, die zu einer Festigkeitsberechnung mit Hilfe von Formdehngrenzen bei zügiger und mit Hilfe einer vom bezogenen Spannungsgefälle ($\chi = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dx}$) abhängigen Dauerfestigkeit bei veränderlicher Belastung führen (Stützwirkung) [4], [5]. Das Arbeiten mit dem vorhandenen Spannungsgefälle ermöglicht es, die Dauer- oder Schwingfestigkeit eines Maschinenteils, d. h. seine Gestaltfestigkeit, die früher durch die Dauerfestigkeit des Werkstoffes, Formziffer, Kerbempfindlichkeitsziffer und Oberflächenziffer erfaßt werden sollte, wesentlich exakter unter gleichzeitiger Einbeziehung des Größeneinflusses zu ermitteln. Durch Arbeiten von Thum, Petersen und Sigwart besteht heute die Möglichkeit, die Werkstoffempfindlichkeit infolge technologischer Einflüsse sowie auch der speziellen Werkstoffzusammensetzung (Gefügestruktur) zusammen mit Größen- und Oberflächeneinfluß durch die Vorstellung von einer Ersatzkerbe zu berücksichtigen [6]. Schließlich kann man, wie Petersen zeigte, sogar für zusammengesetzte Maschinenteile, wie z. B. Schraubenverbindungen, einen Ersatzkerbstab finden, mit dessen Hilfe die Nachrechnung auf Dauerhaltbarkeit außerordentlich einfach wird [7].

Die ersten von Thum und in den 1934 erschienenen Arbeitsblättern des VDI angegebenen Berechnungsarten für dauerbeanspruchte Teile

Nach dem in den einleitenden Ausführungen gegebenen mehr oder weniger historischen Überblick sollen nunmehr die verschiedenen im Schrifttum vorgeschlagenen und teilweise in der Praxis angewandten Berechnungsmöglichkeiten eingehender durchgesprochen und kritisch untersucht werden. Anschließend sind die wichtigsten noch nicht in die Berechnungsverfahren eingebauten Forschungsergebnisse zu erläutern, auf ihre Verwendungsmöglichkeit bei einer vollkommeneren Berechnungsmethode zu überprüfen sowie gegebenenfalls noch vorhandene Lücken in der Forschung oder hinsichtlich zahlenmäßiger Unterlagen aufzuzeigen.

Wie bereits erwähnt, ist das erste in sich geschlossene Berechnungsverfahren das 1932 in dem Buche „Dauerfestigkeit und Konstruktion" von Thum und Buchmann entwickelte, das jedoch schon nach Thums eigener Aussage nur ein vorläufiges sein sollte. Es wurde den vom Fachausschuß für Maschinenelemente 1934 herausgegebenen Arbeitsblättern zugrunde gelegt und gilt nach Kimmelmann anscheinend in sowjetischen Kreisen als das deutsche Verfahren schlechthin, obgleich durch viele spätere deutsche Forschungen, vor allem auch durch Thum selbst, längst viel weitgehende Erkenntnisse gemacht worden sind. Da es den Ausgang und die Grundlage für alle späteren Untersuchungen darstellt, muß seiner Betrachtung immerhin ein gewisser Raum gewidmet werden.

Zuvor sollen jedoch noch einige Ausführungen zu den heutigen Anschauungen über das Festigkeitsverhalten glatter und gekerbter Prüfstäbe bei zügiger und wechselnder Beanspruchung, über den Unterschied zwischen Dauerbruch und Gewaltbruch sowie über die Ermittlung der Dauerfestigkeit gemacht werden.

Bei zügiger Beanspruchung wird durch eine Kerbe die Festigkeit des Prüfstabes erhöht, bei wechselnder Beanspruchung wird seine Festigkeit durch die Kerbe gesenkt. Daß auch die Dauerfestigkeit des glatten Stabes unter seiner Festigkeit bei zügiger Beanspruchung liegt, kann durch eine innere Kerbwirkung infolge der Ungleichförmigkeit des Kristallgefüges erklärt werden.

An einem gekerbten Prüfstab tritt im Kerbquerschnitt keine gleichmäßige Spannungsverteilung auf. An der Kerbe ergibt sich im elastischen Bereich eine Spannungsspitze (Bild 1). Hier wird bei genügend hoher zügiger Belastung das Material zuerst plastisch gestreckt. Die Streckung der äußeren Fasern genügt jedoch nicht, um ein Fließen des ganzen Stabes zu bewirken. Die weniger beanspruchten inneren Fasern übernehmen einen immer größeren Zugkraftanteil. Dabei tritt in den äußeren Fasern durch den Fließvorgang noch eine Verfestigung ein. Die ungleichmäßige Spannungsverteilung wird also im plastischen Bereich wieder ausgeglichen und der gleichmäßigen Verteilung des ungekerbten Stabes angenähert. Außerdem behindern noch die Kerbflanken die Querkontraktion im Kerbgrund. Durch eine solche Kontraktionsbehinderung wird der tragende Querschnitt im Kerbgrund im Gegensatz zum ungekerbten Stab kaum verringert. Die Folge hiervon ist eine Erhöhung der Tragfähigkeit (Festigkeit) eines zähen gekerbten Stabes bei zügiger Belastung gegenüber dem ungekerbten. Die Erhöhung ist um so stärker, je zäher das Material ist. Bei spröden Werkstoffen wird dagegen der gekerbte Stab weniger tragen als der ungekerbte.

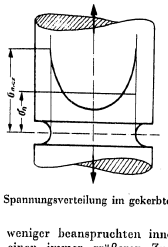


Bild 1. Spannungsverteilung im gekerbten Stab.

Bei wechselnder Beanspruchung tritt nun eine wechselnde Dehnung auf, die eigentlich erst bei Überschreiten der Elastizitätsgrenze eine plastische Verformung mit dem bekannten Verfestigungseffekt (sowie einer noch zu erklärenden Zerrüttung des Kohäsionszusammenhaltes) zur Folge haben könnte. In Wirk-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

können. Kommt somit plastischen Verformungen nach späteren Arbeiten von Thum und Petersen infolge der Inhomogenität der Kristallgefüge besonders an den Korngrenzen schon weit unter der äußeren Elastizitätsgrenze die gesamte Werkstoffgefüge auftreten. Die Ungleichmäßigkeit des Kristallgefüges wird nämlich nie eine Ursache äußerer Kerben bzw. die zahlreichen Spannungsspitzen zu mikroskopischen Bereich hervorrufen. Es ist durchaus denkbar, daß diese Spannungsspitzen infolge einer Zwangverformung, der der zu belege angezogene einzelne Kristall unterworfen ist, die Elastizitätsgrenze für den betreffenden Kristall überschreiten und zu plastischen Verformungen führen. Hierdurch entsteht zunächst ein Ausgleich der mikroskopischen Spannungsgegensätze und gleichzeitig Verfestigungserscheinungen an den verformten Stellen. Bei weiterer Zwangverformung können infolge der zunehmenden Verformungswiderstände an einzelnen Stellen, besonders an den Korngrenzen, die Spannungsspitzen schließlich so hoch werden, daß sie die Trennfestigkeit an diesen Stellen erreichen und submikroskopisch kleine Risse verursachen (Zerrüttung). Durch solche Risbchen werden die Spannungsspitzen ebenfalls wieder abgebaut. Gleichzeitig entstehen aber (z. B. durch Verbiegung der Risbchen) neue Spannungsspitzen. Die ganze submikroskopische Spannungsgegend verändert sich laufend. Liegt die äußere Wechselbeanspruchung unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze, so tritt nach dem Abbau der größten Spannungsspitzen ein Stillstand in der Rißbildung ein. Liegen die Beanspruchungen über der Dauerfestigkeit, so nimmt die Rißchenbildung infolge neuer Wechselverlegung und entsprechend hoher Spannungsspitzen weiter, bis es nach einer gewissen Lastspielzahl zu einem makroskopischen Anriß mit anschließendem Bruch kommt (Zeitfestigkeit). An der Dauerfestigkeitsgrenze besteht Gleichgewicht zwischen neuen Verlegungen und Rißchenbildung, die man sich mit zunehmender Lastspielzahl immer mehr abnehmend vorstellen muß, bis schließlich überhaupt keine neuen Verlegungen sowie auch keine neuen Rißchenbildungen mehr auftreten. An den Korngrenzen, wo die größten Spannungsspitzen vorhanden sind, ist dann die Verformung nur noch elastisch, und die Spitzen erreichen nicht mehr die Trennfestigkeit. Diese Vorstellungen stellen natürlich nur eine Arbeitshypothese dar, mit deren Hilfe sich aber die sicher viel verwickelteren Vorgänge nicht nur anschaulich erklären lassen, sondern durch welche man schließlich auch über die weiteren Vorstellungen von einer Ersatzkerbe zu einer besseren Berechnungsmöglichkeit gelangen kann.

Was für ein glattes Stück gilt, gilt erst recht für ein gekerbtes: denn an der äußeren Kerbe werden die Spitzen des submikroskopischen Spannungsgebirges die höchsten sein und daher hier zuerst zur Rißchenbildung und eventuell zu einem makroskopischen Dauerbruch führen. Die Dauerfestigkeit des gekerbten Stabes ist daher noch niedriger als die des gleich großen ungekerbten.

Bei zügiger Beanspruchung wird die Zerrüttung erst bei der sichtbaren Einschnürung sehr hoch, die bei zähen Werkstoffen den Bruch unmittelbar vorausgeht. Bei wechselnder Beanspruchung wird die Zerrüttung durch die häufigen mikroskopisch kleinen Wechselverformungen im Kristallgefüge bewirkt, die mikroskopisch auftreten und sichtbar sind. Aus diesem Grunde hat der Dauerbruch das glatte Aussehen einer ohne sichtbare Verformung (Einschnürung) vor sich gegangenen Bruches, sie ist auch bei spröden Werkstoffen schon bei geringer Beanspruchung auftritt, weil hier der Verformungswiderstand so hoch ist, daß die Festigkeitsgrenze überhalb seine merkenswerte Verformung erreicht wird (Sprödbruch, Trennbruch). Das Aussehen eines spröden Trennungsbruches sowie einer Verformungsbruches mit starker Flankenverformung

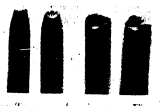


Bild 2 Spröder Trennungsbruch ohne Flankenverformung (rechts), zäher Verformungsbruch mit Flankenverformung (links), (nach Thum).

beide infolge zügiger Belastung (Gewaltbruche), zeigt Bild 2. Auf Bild 3 ist ein Dauerbruch dargestellt, bei dem deutlich zwei Teile zu unterscheiden sind: Der Dauerbruchteil mit deutlichen Rastlinien infolge zeitweiliger Belastungsminderung oder -unterbrechung und der Rest- oder Gewaltbruchteil infolge mehr mehr

Bild 3 Dauerbruch mit Rastlinien (Thum).

ausreichenden Querschnitts für die Aufnahme der Belastung. Die Rastlinien sind charakteristisch für die Unterscheidung des Dauerbruches von dem sonst gleich aussehenden Sprödbruch bei zügiger Belastung.

Zur Ermittlung der Dauerfestigkeit [8] wird ein genormter Prüfstab bei einer bestimmten Mittel- oder Vorspannung schwingend durch einen gleichbleibenden Spannungsausschlag solange beansprucht, bis der Bruch eintritt. Hält er nur eine endliche Lastwechselzahl aus, so stellt die aufgedrückte Spannung eine Zeitfestigkeit dar. Hält er die aufgedrückte Spannung unendlich oft oder bei Stahl mindestens $10 \cdot 10^6$ Lastspiele aus, so stellt sie seine Dauerfestigkeit dar. In

Bild 4 und 5 sind die Lastspiele bildlich als Sinuslinien gezeichnet, was dem Spannungsverlauf in der Prüfmaschine entspricht. Die einzelnen Bezeichnungen sind aus den Abbildungen ersichtlich. Zwischen ihnen bestehen kurz folgende Zusammenhänge:

$\sigma_D = \sigma_m \pm \sigma_a$ — σ_D Dauerspannung

$\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a = \sigma_u + 2\,\sigma_a$ — σ_o Oberspannung

$\sigma_m = \dfrac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$ — σ_u Unterspannung

σ_m Mittelspannung

$\sigma_a = \dfrac{\sigma_o - \sigma_u}{2}$ — σ_a Spannungsausschlag

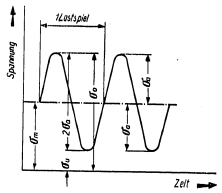


Bild 4 Bezeichnung bei schwingender Beanspruchung nach DIN 50100.

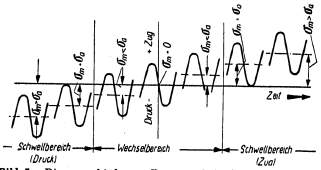


Bild 5 Die verschiedenen Beanspruchungsbereiche nach DIN 50100.

Die bei einer beliebigen Beanspruchung auftretenden Spannungen werden durch *kleine*, die der höchstertragbaren Dauerbelastung entsprechenden Spannungen durch *große* Indexbuchstaben gekennzeichnet.

Trägt man für eine beliebige konstante Mittelspannung den jeweils bei einer bestimmten Lastspielzahl ertragenen Spannungsausschlag über den Lastspielzahlen auf, so erhält man die *Wöhlerkurve* mit ihrem charakteristischen hyperbolischen Verlauf im Zeitfestigkeitsbereich (Bild 6). Der Dauerfestigkeitsausschlag ergibt sich von der Grenzlastspielzahl ab, ab welcher die *Wöhlerkurve* praktisch horizontal verläuft. Da die Normung für die Bezeichnung der gerade noch dauernd ertragenen Spannungen, im Gegensatz zu den jeweils vorhandenen Spannungen, große Indizes vorsieht, ist zu schreiben:

$$\text{Dauerfestigkeit } \sigma_D = \sigma_M \pm \sigma_A.$$

Praktisch nimmt man die *Wöhlerkurven* mit einer Anzahl völlig gleichartiger Prüfstäbe auf, die man unter Vorgabe einer bestimmten Mittelspannung der Reihe nach mit immer geringeren Ausschlagsspannungen belastet. Die bis zum Bruch ertragene Lastspielzahl wird damit von Stab zu Stab größer und erreicht schließlich die Grenzlastspielzahl (für Stahl $N = 10 \cdot 10^6$), ab der die *Wöhlerkurve* ihren horizontalen Verlauf nimmt.

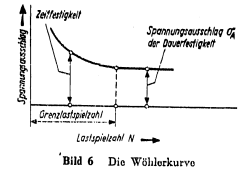


Bild 6 Die Wöhlerkurve

Nimmt man die *Wöhlerkurven* bei verschiedenen Mittelspannungen auf, so erhält man für diese verschiedene dauernd ertragbare Spannungsausschläge σ_A. Man kann nun σ_A oder σ_O als Funktion von σ_M oder auch von σ_U in verschiedener Weise in einem Schaubild darstellen (Bild 7—9) [6]. Die in Deutschland üb-

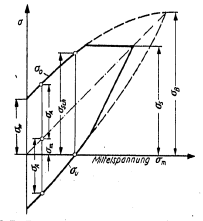


Bild 7 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith.

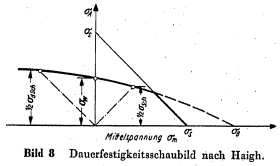


Bild 8 Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh.

liche ist die Darstellungsweise von Smith (Bild 7). Einfacher erscheint die von Haigh (Bild 8). In der Schweiz hat sich, besonders durch Roš, die von Goodman eingebürgert (Bild 9). Sie ist vorteilhaft für den Brückenbau, bei dem zu einer konstanten ruhenden Last veränderliche Zusatzlasten treten. Da Spannungen mit Verformungen über die Fließgrenze hinaus in der Praxis wenig interessieren, begrenzt man in den Schaubildern die Oberspannungen bzw. die betreffenden Spannungsausschläge durch die Fließgrenze.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Auf Eigenarten und Einzelheiten der Dauerfestigkeitsschaubilder, die bei vielen Lesern als bekannt vorausgesetzt werden können, soll in dieser Arbeit nur an den Stellen näher eingegangen werden, wo dies für die Untersuchungen erforderlich ist. Die Festigkeitsprüfungen ergeben nun nicht nur für die verschiedenen Materialien, sondern auch für die verschiedenen Belastungsarten Zug-Druck, Biegung und Torsion ganz

Bild 9 Dauerfestigkeitsschaubild nach Goodman.

verschiedene Dauerfestigkeitsschaubilder. Auch die verschiedene Gestalt, Oberfläche, Größe sowie technologische Beschaffenheit (Herstellungsart) wirken sich stark auf die Haltbarkeit aus. Sie sind bei den Prüfungen im Werkstofflabor dadurch ausgeschaltet, daß grundsätzlich nur glattpolierte zylindrische Prüfstäbe von genormter Größe und technologischer Beschaffenheit verwandt werden. Bei Verwendung der so ermittelten Dauerfestigkeiten für die Berechnung von Maschinenteilen sind also die die Haltbarkeit oder Gestaltfestigkeit des Maschinenteils herabdrückenden (festigkeitsmindernden) Einflüsse zu berücksichtigen. Man hat in verschiedener Weise mit mehr oder weniger Erfolg versucht, sie richtig zu erfassen und erhielt dementsprechend eine mehr oder weniger treffende Voraussbestimmung der Haltbarkeit (Gestaltfestigkeit) bzw. der Abmessungen und Gestaltung des Maschinenteils. Voraussetzung für die Treffsicherheit ist jedoch auch, daß die praktische Belastungsart derjenigen entspricht, unter welcher die Dauerfestigkeit des Prüfstabes aufgenommen wurde.

Während Thum in der erwähnten ersten Zusammenfassung bereits die Einflüsse der Gestalt (Kerben) und der Oberfläche berücksichtigt, wird in den Arbeitsblättern des VDI auch schon der Größeneinfluß erwähnt. Die Beobachtung, daß zähe Werkstoffe bei gleicher Kerbform eine größere Dauerfestigkeit aufweisen, versucht man durch eine Empfindlichkeitsziffer zu berücksichtigen. Wie Bild 10 zeigt, würde sich bei einem absolut spröden Prüfstab infolge der Kerbwirkung im Kerbgrund eine erhöhte Kerbspannung von

$$\sigma_{k_{max}} = \alpha_k \cdot \sigma_n$$

einstellen. Mit Nennspannung σ_n sei dabei die Spannung bezeichnet, die sich ohne Berücksichtigung der Kerbwirkung durch Nachrechnen des engsten Querschnitts mittels der üblichen Formeln der elementaren Festigkeitslehre ergibt.

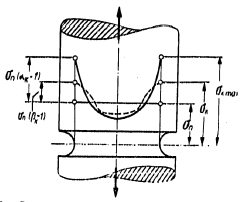


Bild 10 Spannungsspitzen im Kerbgrund bei sprödem und zähem Werkstoff.

$$\sigma_{nz} = \frac{P}{F}\,;\ \sigma_{nb} = \frac{M_b}{W_b}\,;\ \tau_{nt} = \frac{M_t}{W_t}\,,$$

α_k nennt man die Formzahl; sie ist nur von der geometrischen Form der Kerbe und der Belastungsart (Zug-Druck, Biegung, Verdrehung) abhängig und kann bei einfachen Fällen rechnerisch, bei schwierigeren Kerbformen experimentell durch Ermittlung der Spannung (Dehnungsmessung im elastischen Bereich) an Kerbstäben ermittelt werden. Dabei ist zweckmäßigerweise Material mit genügend hoher Elastizitätsgrenze zu verwenden.

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{k\,max}}{\sigma_n}\,.$$

Die Dauerhaltbarkeit oder Gestaltfestigkeit eines gekerbten, wechselnd beanspruchten Prüfstabes, ausgedrückt durch die Nennspannung σ_{nW}, müßte sich nun zur Dauerhaltbarkeit eines ungekerbten Stabes σ_W verhalten wie $1 : \alpha_k$, da die Spannungsspitze $\sigma_{k\,max}$ die vom Werkstoff ertragbare Spannung oder seine Dauerfestigkeit σ_D nicht überschreiten kann.

Größte Spannungsspitze $\sigma_{nW} \cdot \alpha_k = \sigma_D$ beim Kerbstab;

größte Nennspannung $\sigma_W = \sigma_D$ beim Vollstab;

$$\frac{\sigma_{nW}}{\sigma_W} = \frac{1}{\alpha_k} \text{ oder } \sigma_{nW} = \frac{1}{\alpha_k} \cdot \sigma_W\,.$$

Das trifft jedoch nur für absolut spröde Werkstoffe zu. Bei zähen, plastisch verformbaren Werkstoffen ist die Dauerhaltbarkeit des gekerbten Stabes

$$\sigma_{nW} = \frac{1}{\beta_k} \cdot \sigma_W\,,$$

wobei $\frac{1}{\beta_k} > \frac{1}{\alpha_k}$ oder $\beta_k < \alpha_k$. Man nennt β_k die Kerbwirkungszahl.

$$\beta_k = \frac{\sigma_W}{\sigma_{nW}} = \frac{\text{Dauerfestigkeit des Vollstabes}}{\text{Dauerfestigkeit des Kerbstabes}}\,.$$

Bei diesen Werkstoffen tritt also eine geringere Erniedrigung der Dauerhaltbarkeit eines gekerbten Stabes gegenüber der des ungekerbten ein als bei spröden Werkstoffen. Man sagt, die zähen Werkstoffe seien weniger kerbempfindlich. Erklärt werden kann diese versuchsmäßig gewonnene Feststellung durch die geschilderten submikroskopischen Vorgänge im Kristallgefüge bei wechselnder Beanspruchung bzw. durch die Wirkung einer den inneren Kerben entsprechenden

Ersatzkerbe in dem Spannungsgefälle der äußeren Kerbe. Hierauf soll aber erst später eingegangen werden. Im Anfang der Untersuchungen von Kerbwirkungen machte man sich die praktisch auf dasselbe Endergebnis hinauslaufende Vorstellung, daß bei zähen Werkstoffen die Spannungsspitze $\sigma_{k\,max}$ infolge der plastischen Verformbarkeit mehr oder weniger abgebaut werden würde. Im Bild 10 ist der sich hierdurch ergebende Verlauf der Spannung gestrichelt gezeichnet. Die sich in diesem Fall wirklich einstellende Kerbspannung sei mit σ_k bezeichnet. Es ist dann

$$\sigma_k = \beta_k \cdot \sigma_n \text{ oder } \beta_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_n}\,.$$

Dieses mit der obigen Kerbwirkungszahl identische β_k kann nach der Formel $\beta_k = \frac{\sigma_W}{\sigma_{nW}}$ durch Feststellen der Wechselfestigkeit eines Voll- und eines Kerbstabes aus dem zu untersuchenden nicht absolut spröden Material experimentell ermittelt werden.

Man hätte natürlich mittels absolut spröder Prüfstäbe auch α_k auf die gleiche Weise (ohne Dehnungsmessung) erhalten können.

Das Verhältnis der über der Nennspannung liegenden beiden Spannungsspitzen (für absolut sprödes Material und für plastisch verformbares Material) ergibt sich nach Bild 10 zu

$$\eta_k = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1}\,.$$

Man nahm ursprünglich an, daß der Ausdruck η_k, wie es auf den ersten Blick auch scheint, nur von der Verformungsfähigkeit des Werkstoffes abhänge, also eine reine Werkstoffkonstante sei, und nannte ihn Kerbempfindlichkeitsziffer. Es stellte sich jedoch bald heraus, daß auch noch eine Abhängigkeit von der Kerbform, der Größe sowie von inneren Kerbwirkungen besteht. Damit wird es unmöglich, η_k ein für allemal für jeden Werkstoff zu ermitteln und dann etwa zur Berechnung der Kerbwirkungszahl nach der durch Umformung obigen Ausdrucks entstehenden Formel

$$\beta_k = 1 + \eta_k\,(\alpha_k - 1)$$

zu verwenden.

Die Kerbeinflüsse sind also nicht auf eine so einfache und anschauliche Art zu erfassen, wie es an Hand von Bild 10 versucht wurde. Welche weiteren Wege die Forschung ging, welche Resultate erreicht wurden und welche Lücken noch bestehen, wird zu besprechen sein.

Da die Oberflächenunebenheiten ebenfalls wie feine Kerben wirken, üben sie einen maßgebenden Einfluß besonders auf die Dauerbiegehaltbarkeit eines Teiles aus. Den Oberflächeneinfluß versuchte schon Thum in der Formel für die Kerbwirkungszahl durch eine zusätzliche Oberflächenkennziffer o_k zu berücksichtigen und schrieb

$$\beta_k = [1 + \eta_k\,(\alpha_k - 1)] \cdot o_k.$$

Er war sich dabei durchaus im klaren, daß diese Art der Erfassung des Oberflächeneinflusses genauso wie das Arbeiten mit einer Kerbempfindlichkeitsziffer nur eine Näherungsrechnung sein konnte und nicht die wirklichen Verhältnisse exakt erfaßte. Auch die Oberflächenkennziffer, die er zuerst nur für die verschiedenen Bearbeitungsverfahren unabhängig vom Material angab, erhöht nicht einfach unabhängig von anderen Einflüssen die Kerbspannungen bzw. setzt die Festigkeit des betreffenden Teiles herab, sondern muß im Zusammenhang mit den anderen Einflüssen, also gewissermaßen als eine Kerbe in einer Kerbe, gesehen werden. Eine Kerbe, die innerhalb einer bereits vorhandenen oder die nach der Darstellung von Siebel innerhalb eines Spannungsgefälles wirkt, erhöht die Spannung nicht um das gleiche Vielfache, als wenn sie allein wirkt. Man kann deshalb nicht einfach die ursprüngliche Kerbwirkungszahl β_k mit o_k multiplizieren.

Die VDI-Arbeitsblätter benutzten zwar an Stelle von o_k bereits die genaueren von der Zugfestigkeit σ_B abhängigen Kennziffern $\varkappa_b$ für Biegebeanspruchungen — sie liegen übrigens zu o_k reziprok —, ohne jedoch die Einflüsse der vorhandenen Gestaltkerben bzw. das durch sie hervorgerufene Spannungsgefälle zu berücksichtigen. Bild 11 zeigt die Kennziffern $\varkappa_b$ verschiedener Oberflächenzustände in Abhängigkeit von σ_B.

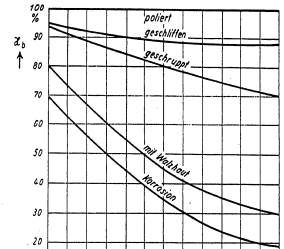


Bild 11 Oberflächenkennziffer in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit.

Sie nehmen mit zunehmender Zugfestigkeit, mit der im allgemeinen auch die Sprödigkeit des Materials wächst, um so stärker ab, je rauher die Oberfläche ist. Da sie im Gegensatz zu den o_k-Werten als Faktoren der Werkstoffestigkeit einzusetzen sind, wird diese somit um so mehr gemindert, je größer die Zugfestigkeit des Werkstoffes ist.

Wie ist nun der Gang der Festigkeitsberechnung, wie ihn die VDI-Arbeitsblätter vorschreiben?

Da nicht alle konstruktiven Formen (Kerben) auf ihre Kerbwirkung hin untersucht werden können, beschränkt man sich zunächst auf bestimmte, sich häufig in der Praxis wiederholende Formgebungselemente, wie eigentliche Kerben, Hohlkehlen, Bohrungen, Keil-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

nuten, Winkelecken usw. Für diese wurden die Formzahlen α_k in Abhängigkeit von den Abmessungsverhältnissen des Formgebungselementes — geometrisch ähnliche Abmessungen ergeben gleiches α_k — bei Zug-Druck, Biegung und Verdrehung ermittelt und in Kurventafeln dargestellt.

Der Rechnungsgang sollte nun so vonstatten gehen, daß zunächst die in Frage kommende Formzahl einer Kurventafel entnommen und nach Wahl des Werkstoffs mit der diesem eigenen Empfindlichkeitsziffer nach der Formel $\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1)$ zur Berechnung der Kerbwirkungszahl β_k benutzt wird. Das Unzulängliche dieses Verfahrens wurde bereits erläutert. Als Ersatz für die wirklich vorliegenden Belastungsverhältnisse, die unter Umständen sehr unregelmäßig sein können und statistisch in einem Belastungsschaubild erfaßt werden müßten, wird eine konstant wirkende Mittellast sowie eine dieser überlagerte konstant wirkende Ausschlags- oder Schwingungslast geschätzt. Mit Hilfe der üblichen Formeln der elementaren Festigkeitslehre $\left(\text{z. B. } \sigma_b = \frac{M_b}{W_b}\right)$ werden sodann die sogenannten Nennspannungen σ_{mn} und σ_{an} errechnet. Diese kann man in das Dauerfestigkeitsschaubild des verwandten Materials als Nennspannungspunkt eintragen (Bild 12). Durch Multiplikation beider

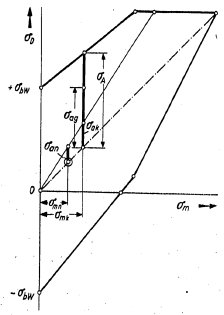


Bild 12 Ermittlung der Sicherheit nach den VDI-Arbeitsblättern.

Nennspannungen mit der errechneten Kerbwirkungszahl β_k erhält man die erhöhten Kerbspannungen

$$\sigma_{mk} = \beta_k \cdot \sigma_{mn} \text{ und } \sigma_{ak} = \beta_k \cdot \sigma_{an},$$

die im Dauerfestigkeitsschaubild als Punkt erscheinen, der auf der Geraden (Ähnlichkeitsstrahl) vom Nullpunkt durch σ_{an} liegt. Man nimmt also an, daß die Kerbwirkung auf den dynamischen Spannungsausschlag und die statische Mittelspannung die gleichen sind, was nicht den Tatsachen entspricht (bei ruhender Last kann $\beta_k = 1$ sein). Die Oberflächeneinflüsse werden im Gegensatz zu der ersten Formel von Thum in den VDI-Richtlinien durch Erniedrigung der aus dem Dauerfestigkeitsschaubild sich ergebenden Dauerfestigkeit des Materials berücksichtigt. Dabei wird willkürlich ohne besondere Begründung als Dauerfestigkeit der Wert

$$\sigma_D = \sigma_{mk} \pm \sigma_A,$$

der im Schaubild senkrecht über σ_{mk} liegt, zugrunde gelegt. Von σ_A werden zur groben Berücksichtigung eines gewissen Größeneinflusses, der noch wenig erforscht war, bei größeren Teilen als dem Prüfstab 10 bis 25 % abgezogen. Diese herabgeminderte Ausschlagsfestigkeit eines größeren Stückes wird dann noch mit der Oberflächenziffer $\varkappa_b$ (Bild 11) multipliziert, so daß man als weiteren in das Schaubild einzutragenden Punkt die durch Größen- und Oberflächeneinfluß herabgeminderte Ausschlagsfestigkeit σ_{ng} als Grenzwert des möglichen Spannungsausschlages erhält. Das Verhältnis

$$\nu = \frac{\sigma_{ng}}{\sigma_{ak}}$$

entspricht somit der vorhandenen Sicherheit. Diese kann man aber nur dann als eine tatsächliche Sicherheit in der Art eines Festigkeitsüberschusses bezeichnen, wenn die Belastungsverhältnisse genau den nach Schätzung gewählten entsprechen und sich bei weiterer Erhöhung der äußeren Belastung des Maschinenteiles, bei der sich sowohl die mittlere als auch die Ausschlaglast, und zwar in ganz verschiedener Weise, ändern können, auch tatsächlich der in das Schaubild eingetragene Grenzwert $\sigma_{Dg} = \sigma_{mk} \pm \sigma_{ng}$ ergibt.

Hänchen glaubte in seinen späteren Berechnungsanleitungen [9] übereinstimmend mit einer amerikanischen Methode (Soderberg) den wirklichen Verhältnissen dadurch näherzukommen, daß er im Dauerfestigkeitsschaubild die in die Sicherheitsberechnung einzusetzende Dauerfestigkeit auf dem Ähnlichkeitsstrahl vom Nullpunkt durch (σ_{an}, σ_{mn}) suchte (Bild 13).

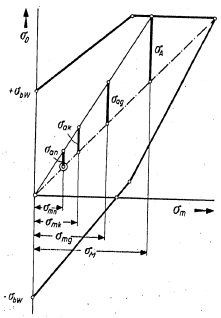


Bild 13 Ermittlung der Sicherheit nach der Ähnlichkeitsmethode (Hänchen, Soderberg).

Ganz abgesehen davon, daß auch dieses Verfahren ein willkürliches Herausgreifen eines praktischen Sonderfalles bedeutet, enthält die Ähnlichkeitsmethode noch einen zusätzlichen Fehler gegenüber der VDI-Methode. Es entspricht nämlich durchaus den tatsächlichen Verhältnissen besser, wenn in den VDI-Richtlinien angenommen wird, daß Größen- und Oberflächeneinflüsse sich vor allem bei dynamischen Belastungen, also auf die Ausschlagsfestigkeit, und nicht im gleichen Maße bei einer ruhenden Mittelbelastung auswirken. Dem wurde in den VDI-Richtlinien dadurch Rechnung getragen, daß nur bei der Ausschlagsfestigkeit σ_A und nicht — wie in dem Ähnlichkeitsverfahren — bei der Oberspannung $\sigma_n = \sigma_M + \sigma_A$ die Größen- und Oberflächeneinflüsse berücksichtigt wurden (Bild 13). Zu beanstanden ist hier aber, daß es im allgemeinen nicht den wirklichen Verhältnissen entspricht, wenn als herabgeminderte Ausschlagsfestigkeit willkürlich der Spannungsausschlag bei der Mittelspannung $\sigma_{mk} = \beta_k \cdot \sigma_{mn}$ verwandt wird. Dies entspricht höchstens einem Sonderfall.

Bei der Errechnung der Sicherheit berücksichtigt Hänchen das statistisch aufgenommene Belastungsbild bzw. die daraus abgeleitete Summenkurve insofern, als er die zu wählende erforderliche Sicherheit von dem prozentualen Anteil der Höchstlast abhängig macht. Dies bedeutet jedoch nur eine kleine Verbesserung in der Erfassung der tatsächlichen Belastungsverhältnisse gegenüber den VDI-Arbeitsblättern. Je nach Zahl und Höhe der unter der Höchstlast liegenden Belastungswerte wird die Beanspruchung des Maschinenteils eine ganz verschiedene und daher auch die erforderliche Sicherheit trotz gleicher prozentualer Höchstlast nicht die gleiche sein.

Zur richtigen Ermittlung der tatsächlichen Sicherheit hat Kimmelmann [10] einen Vorschlag gemacht, der zunächst unbedingt Beachtung verdient. Er geht davon aus, daß im allgemeinen bei den praktisch vorkommenden Belastungsverhältnissen sich mit zunehmender äußerer Last sowohl die Nennmittelspannungen als auch die Nennausschlagsspannungen in verschiedener Weise ändern können. Man kann für eine zu untersuchende Konstruktion die Abhängigkeit der Spannungen σ_m sowie σ_a von der äußeren Last P rechnerisch oder auch empirisch feststellen und in Kurven in einem Schaubild auftragen (Bild 14). Eliminiert man aus beiden Funktionen die äußere Last P, so erhält man eine Kurve $\sigma_a = f(\sigma_m)$, die in einem Schaubild graphisch dargestellt werden kann. Sie gibt den Verlauf von σ_a bzw. σ_m als rechnerische Nennspannungen bei beliebiger Steigerung der äußeren Last P (Bild 15) an. Der Bruch wird dann eintreten, wenn diese

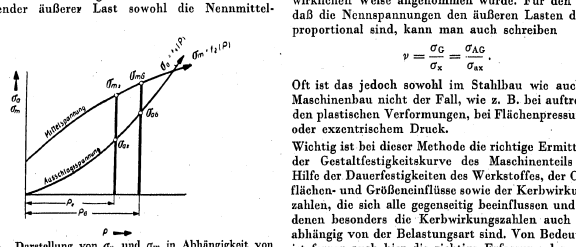


Bild 14 Darstellung von σ_a und σ_m in Abhängigkeit von der äußeren Last P.

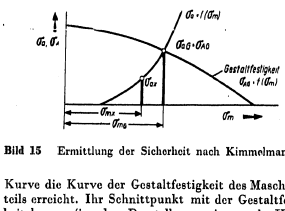


Bild 15 Ermittlung der Sicherheit nach Kimmelmann.

Kurve die Kurve der Gestaltfestigkeit des Maschinenteils erreicht. Ihr Schnittpunkt mit der Gestaltfestigkeitskurve (in der Darstellungsweise nach Haigh) gibt die Grenzspannungen σ_{nG} und σ_{mG} an. Aus diesen kann durch Übertragung in das Diagramm (Bild 14) die äußere Grenzlast P_G ermittelt werden. Geht man mit der Belastung bis zu einem Punkt (σ_{ax}, σ_{mx}) vor Erreichen der Gestaltfestigkeitskurve, zu dem die äußere Last P_x aus Bild 14 entnommen werden kann, so erhält man als tatsächliche Sicherheit

$$\nu = \frac{P_G}{P_x}.$$

Diese Sicherheit stellt eine wirkliche Belastungsreserve dar und ist für die Beurteilung der Konstruktion von viel realerem Wert als die Sicherheit in Form eines Verhältnisses von fiktiven Spannungen, deren Verlauf mit zunehmender Belastung in einer besonders idealisierten und daher im allgemeinen durchaus unwirklichen Weise angenommen wurde. Für den Fall, daß die Nennspannungen den äußeren Lasten direkt proportional sind, kann man auch schreiben

$$\nu = \frac{\sigma_G}{\sigma_x} = \frac{\sigma_{AG}}{\sigma_{ax}}.$$

Oft ist das jedoch sowohl im Stahlbau wie auch im Maschinenbau nicht der Fall, wie z. B. bei auftretenden plastischen Verformungen, bei Flächenpressungen oder exzentrischem Druck.

Wichtig ist bei dieser Methode die richtige Ermittlung der Gestaltfestigkeitskurve des Maschinenteils mit Hilfe der Dauerfestigkeiten des Werkstoffes, der Oberflächen- und Größeneinflüsse sowie der Kerbwirkungszahlen, die sich alle gegenseitig beeinflussen und von denen besonders die Kerbwirkungszahlen auch sehr abhängig von der Belastungsart sind. Von Bedeutung ist ferner auch hier die richtige Erfassung des wirklichen Belastungsbildes, da die Dauerfestigkeit des Werkstoffs und erst recht die Gestaltfestigkeit auch von diesen abhängen. Dabei besteht durchaus die Möglichkeit, daß der Gestaltfestigkeitsausschlag σ_{AG} bei verschiedenen Mittelspannungen bis zur Fließgrenze konstant bleibt. Auf diese Fragen soll jedoch in einer Fortsetzung dieser Arbeit eingegangen werden.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Literaturnachweis

[1] *Thum, A.*, u. *Buchmann, W.*, Dauerfestigkeit und Konstruktion. VDI-Verlag, Berlin 1932.

[2] Fachausschuß für Maschinenelemente beim VDI, Arbeitsblätter. 1934.

[3] *Lehr, E.*, Spannungsverteilung in Konstruktionselementen. VDI-Verlag, Berlin 1933.

[4] *Siebel, E.*, Festigkeitsrechnung bei ungleichförmiger Beanspruchung. Z. „Die Technik", Berlin 1946, S. 265.

[5] *Siebel, E.*, u. *Pfender, M.*, Neuere Erkenntnisse der Festigkeitsforschung. Z. „Die Technik", Berlin 1947, S. 117.

[6] *Siebel, E.*, Handbuch der Werkstoffprüfung. Springer, Berlin 1955.

[7] *Petersen, C.*, Die Gestaltfestigkeit von Bauteilen. ZdVDI 1952, S. 977.

[8] DIN 50100.

[9] *Hänchen, R.*, Berechnung und Gestaltung der Maschinenteile auf Dauerhaltbarkeit. Päd. Verlag Berthold Schulz, Berlin 1950.

[10] *Kimmelmann, D. N.*, Berechnung von Maschinenteilen auf Dauer- und Zeitschwingfestigkeit. Verlag Technik, Berlin 1953.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 2 · Herausgeber: Der Rektor

III. Fakultät für Schwachstromtechnik / Publ. Nr. 3
Institut für Fernmeldetechnik, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Günther Ulrich
Als Manuskript gedruckt! DK 537.525:537.56
Eingang: 30. 7. 1956

Kathodenfall, Stromdichte und Dunkelraumdicke der normalen Glimmentladung in Edelgas-Wasserstoff-Gemischen

Von Prof. Dr.-Ing. Günther Ulrich

Es erscheint erwünscht, die von *Güntherschulze* [1] durchgeführten Messungen der Entladungsvorgänge in Gasgemischen unter Beseitigung des Randeffektes der Kathode bei äußerster Reinheit der Gase zu wiederholen. Die hier mitgeteilten Messungen[1]) wurden auf Edelgas-Wasserstoff-Gemische beschränkt.

Versuchsanordnung und Meßverfahren

Als Entladungsgefäß wurde ein Rezipient von etwa 20 l Inhalt verwendet. Wegen der zu den Abmessungen der Entladungsstrecke relativ großen Wandabstände des Gefäßes konnten Störungen durch die Gefäßwände vernachlässigt werden. Die Kathode bestand aus technischem Eisen. Sie war nach dem Schutzringprinzip aufgebaut [2]. Ihre Abmessungen zeigt Bild 1.

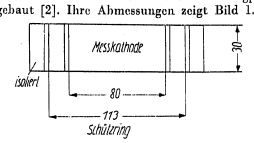


Bild 1 Aufbau der Kathode.
Schutzring und Meßkathode bildeten die gemeinsame Kathode von zusammen 100 cm². Gemessen wurde der Strom zur Meßkathode. Der isoliert aufgesetzte Ring schützte gegen seitliche Entladung.

Die Wärmekapazität der Kathode war genügend groß, so daß bei den geringen Energien der normalen Entladungen Gasdichteschwankungen über der Kathode infolge Kathodenerwärmung praktisch ausgeschlossen waren. Als Anode wurde eine 3 mm starke Eisenplatte von 115 mm Durchmesser benutzt. Ihr Abstand zur Kathode konnte variiert werden.

Der Wasserstoff wurde elektrolytisch erzeugt, zur Trocknung durch konzentrierte Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd geleitet und schließlich in einen Vorratsbehälter mit durch Natrium verspiegelten Wänden gebracht. Durch diese Maßnahmen wurden Wasserdampf- und Sauerstoffstörungen vermieden.

Die verwendeten Edelgase wurden spektralrein zur Verfügung gestellt.

Zum Ausfrieren der Quecksilber- und Fettdämpfe war eine mit flüssiger Luft gekühlte Falle zwischen Entladungsgefäß und der übrigen Vakuumanlage angeordnet. Die Reinheit des Gases wurde über eine am Rezipienten angeordnete Kapillarentladung spektroskopisch kontrolliert. Dadurch zeigte sich z. B., daß die Ausfrierfalle im Pumpenweg nicht genügte, um Quecksilberlinien zu unterdrücken. Es wurde deshalb eine weitere Ausfrierfalle direkt am Rezipientenboden angebracht. Dadurch konnten beobachtbare Störungen durch Quecksilber vermieden werden. Es wurde weiterhin versucht, durch eine stark anomale Entladung in einem zweiten Entladungsgefäß unter Verwendung von Kalium bzw. Magnesium als Kathodenmaterial die Gase noch weiter zu reinigen. Dies führte zu keinem Erfolg, sondern vergrößerte im Gegenteil den Partialdruck der Verunreinigungen, was zwar nicht unmittelbar gemessen werden konnte, aber an der Änderung der elektrischen Meßwerte festzustellen war.

Bei sämtlichen Versuchen wurde zuerst mit dem betreffenden Edelgas gespült. Ferner wurden nach jeder Erneuerung des Versuchsaufbaues in mehrere Tage dauernden Vorversuchen der Rezipient und die Anlage durch eine anomale Entladung und durch Hochfrequenzentladungen in den Kanälen sauber gebrannt. Trotzdem war ein geringfügiges Nachziehen nicht zu vermeiden. Es stellte sich allerdings heraus, daß nach dem Spektrum der Entladung das nachziehende Gas aus reinem Wasserstoff bestand, der aus den Eisenteilen der Anlage (Kathode, Bodenplatte des Rezipienten) herausdiffundierte. Dieses Nachziehen war so gleichmäßig, daß es zur Dosierung kleinster Wasserstoffmengen benutzt wurde, wobei natürlich der Partialdruck des Wasserstoffes nur größenordnungsmäßig angegeben werden konnte.

Besonderes Augenmerk wurde auch auf die Oberflächenbeschaffenheit der Kathode gelegt. Es ist bekannt, daß Monoxydschichten die Austrittsarbeit der Elektronen verkleinern [3]. Dadurch sinken der Kathodenfall und die Dunkelraumdicke, während die Stromdichte ansteigt. Je nach der Oxydbedeckung konnten bei den Versuchen z. B. in Argon der normale Kathodenfall von 134 bis 182 V, die spezifische Stromdichte j_n/p^2 von $1{,}02 \cdot 10^{-5}$ bis $0{,}37 \cdot 10^{-5}$ A/cm² · Torr² und die Dunkelraumdicke $d_n \cdot p$ von 0,28 bis 0,37 cm · Torr schwanken. Für eine volle Bedeckung der Kathode mit einer Monoxydschicht wäre bei vorliegender Versuchsanordnung ein Sauerstoffpartialdruck von etwa 10^{-5} Torr nötig. Da aber schon Teiloxydierungen der Kathode die Messungen stark fälschen, war es praktisch nicht möglich, die dazu erforderlichen geringen Sauerstoffmengen zu vermeiden, die allein schon durch Spaltung geringer Verunreinigungen in der Entladung auftreten können. Diese Schwierigkeiten bestanden selbstverständlich nur bei reinen Edelgasen.

[1]) Die Messungen wurden bereits 1939 im Institut für allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden durchgeführt.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Um diese Fehlerquellen auszuschließen, wurde vor jedem Versuch mit reinem Edelgas die Kathode durch eine Entladung in Argon mittels Kathodenzerstäubung saubergetrommelt. Das gleiche geschah auch bei den beiden anderen zur Verwendung gelangenden Edelgasen Neon und Helium, da die Kathodenzerstäubung in Argon besonders wirksam ist. Während der Entladung erfolgte ein Abpumpen der zur Kathodenzerstäubung verwendeten Gasfüllung (Argon), und durch mehrfaches Spülen mit dem Edelgas des Meßversuches wurden die Reste von Argon im wesentlichen entfernt. Es hatte sich allerdings gezeigt, daß schon kleine Beimischungen von Argon zu den beiden anderen Edelgasen doch meßbare Abweichungen der Meßwerte hervorriefen.

Nach diesen Vorbereitungen wurde das betreffende Edelgas eingelassen und bei Erreichung des Versuchsdruckes sofort gemessen. Vor allem bei reinen Edelgasen wurden die Messungen mehrfach wiederholt.

Wie die Meßergebnisse noch zeigen werden, trat bei Argon durch geringe Verunreinigung mit Wasserstoff keine mit Exaktheit meßbare Abweichung gegenüber reinem Argon auf. Wurde das mit Argon gefüllte Entladungsgefäß über mehrere Stunden durch kurzzeitiges Einschalten der Entladung überprüft, so traten trotz des geringfügigen Nachziehens von Wasserstoff keine Veränderungen der Meßwerte auf. Ließ man aber die normale Entladung, bei der praktisch keine Kathodensäuberung stattfindet, über eine Zeit von mehreren Stunden brennen, so sank der Kathodenfall stark ab, während sich die beiden anderen Werte (Stromdichte und Dunkelraumdicke) entsprechend änderten. Dabei konnte spektroskopisch keine derartige Verunreinigung durch Wasserstoff festgestellt werden, daß dadurch überhaupt eine Änderung der Meßwerte möglich gewesen wäre. Es mußte deshalb, wie bereits erwähnt, in der Entladung in geringem Maße freier atomarer Sauerstoff durch Spaltung geringster Verunreinigungen erzeugt werden, der die Kathodenoberfläche teiloxydierte.

Diese Erkenntnis war besonders für die Messungen in Neon und Helium wichtig, da vor allem bei Helium praktisch eine Säuberung der Kathode nicht möglich ist. Es war erforderlich, bei diesen Edelgasen die Dosierung sehr kleiner Wasserstoffmengen, die teilweise durch eine vorher bestimmte Diffusion aus den Eisenteilen der Anlage erzielt wurde und über Stunden dauerte, nicht bei eingeschalteter Entladung vorzunehmen. Die Entladung wurde nur relativ kurzzeitig während der Messungen eingeschaltet.

Als normaler Kathodenfall V_n wurde der kleinste Spannungswert der Entladung bei fast voller Bedeckung der Kathode, der sich bei Variation des Abstandes Kathode/Anode ergab, angesehen.

Die normale Stromdichte j_n wurde dadurch bestimmt, daß auf gerade volle Bedeckung der Kathode eingestellt, aber nur der Strom zu ihrem inneren Teil gemessen wurde. Dadurch konnten Fehler durch Randeffekte und nicht genau beobachtete Bedeckung der Kathode vermieden werden.

Die normale Dunkelraumdicke d_n wurde bei gerade voller Bedeckung der Kathode optisch mittels Kathetometers durch Einstellung auf die Glimmlichtkante gemessen. Die Messung ist besonders bei reinen Edelgasen verhältnismäßig ungenau, da sich die Glimmlichtkante ziemlich unscharf ausbildet. Wegen der starken Streuungen der Einzelmeßwerte wurde bei der Bestimmung der Dunkelraumdicke eine Mittelung aus einer größeren Anzahl von Messungen vorgenommen. Es soll hier darauf hingewiesen werden, daß die optische Dunkelraumdicke nur deshalb gemessen wurde, um qualitativ die Veränderungen der Dicke des Fallraumes mit dem Mischungsverhältnis anzugeben. Die optische Dunkelraumdicke ist besonders beim normalen Kathodenfall von der elektrischen Dunkelraumdicke (Abstand Kathode/Feldstärkeminimum) erheblich verschieden.

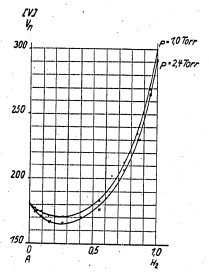


Bild 2 Der normale Kathodenfall V_n in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Argon - Wasserstoffgemische).

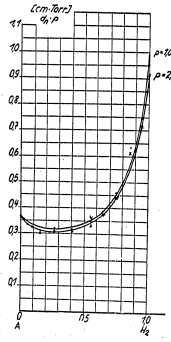


Bild 3 Die normale Dunkelraumdicke $d_n \cdot p$ in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Argon-Wasserstoffgemische).

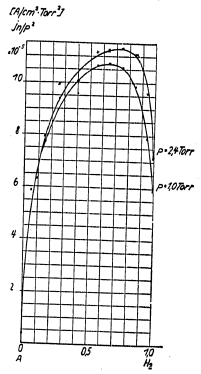


Bild 4 Die normale Stromdichte j_n/p^2 in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Argon - Wasserstoffgemische).

Bei den Messungen wurde folgendermaßen vorgegangen: Es wurden der normale Kathodenfall V_n, die normale Stromdichte j_n und die normale Dunkelraumdicke d_n in Abhängigkeit vom Druck in einem Druckbereich von etwa 0,9 bis 3 Torr aufgenommen, wobei das Verhältnis x des Partialdruckes des Wasserstoffes zum Gesamtdruck p des Gemisches Parameter war. Diese Meßwerte wurden nach den Ähnlichkeitsgesetzen auf den Druck 1 Torr des Gemisches bezogen und als Funktion von p aufgetragen. Aus diesen Kurvenscharen wurden die hier wiedergegebenen Diagramme entnommen, in denen die auf den Druck von 1 Torr bezogenen Meßwerte als Funktion des Mischungsverhältnisses x des Wasserstoffes mit den Parametern p = 1 Torr und 2,4 Torr aufgetragen sind. Durch dieses Verfahren wurden Meßfehler sehr klein gehalten.

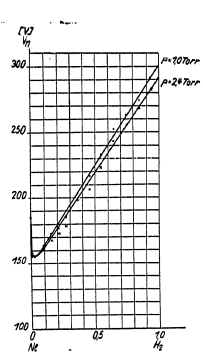


Bild 5 Der normale Kathodenfall V_n in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Neon - Wasserstoffgemische).

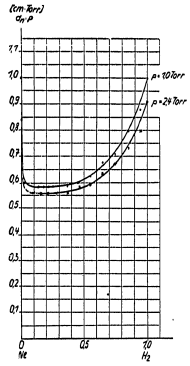


Bild 6 Die normale Dunkelraumdicke $d_n \cdot p$ in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Neon-Wasserstoffgemische).

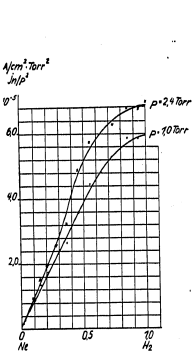


Bild 7 Die normale Stromdichte j_n/p^2 in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Neon - Wasserstoffgemische).

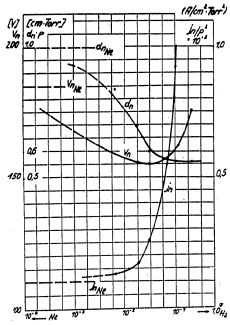


Bild 8 Kathodenfall, Dunkelraumdicke und Stromdichte bei kleinen Wasserstoffzusätzen (Neon - Wasserstoffgemische).

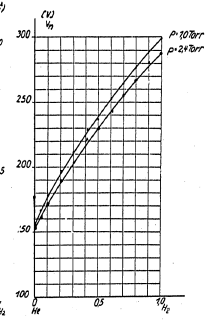


Bild 9 Der normale Kathodenfall V_n in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Helium - Wasserstoffgemische).

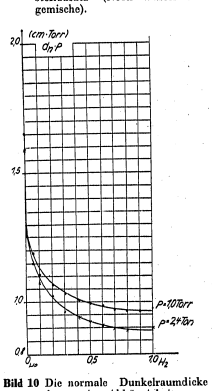


Bild 10 Die normale Dunkelraumdicke $d_n \cdot p$ in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Helium-Wasserstoffgemische).

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Meßergebnisse

Die Bilder 2 bis 4 zeigen die Meßergebnisse in Argon-Wasserstoffgemischen. In den Bildern 5 bis 8 sind die Ergebnisse für Neon-Wasserstoffgemische aufgetragen, während das gleiche für die Bilder 9 bis 12 für Helium-Wasserstoffgemische gilt. Für die Gemische in Neon und Helium wurden die Ergebnisse für kleine Mischungsverhältnisse nochmals getrennt angegeben, da sich gerade die wichtigsten Werte aus den Hauptabbildungen schlecht ablesen lassen.

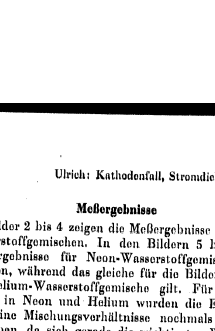


Bild 11 Die normale Stromdichte j_n/p^2 in Abhängigkeit vom Wasserstoffzusatz (Helium-Wasserstoffgemische).

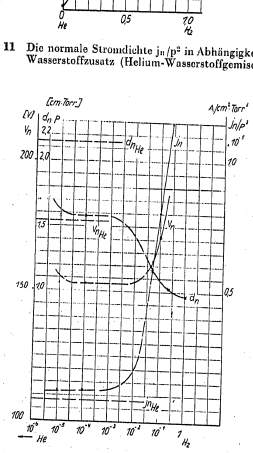


Bild 12 Kathodenfall, Dunkelraumdicke und Stromdichte bei kleinen Wasserstoffzusätzen (Helium-Wasserstoffgemische).

Diskussion der Meßergebnisse

Um die Zusammenhänge, die sich durch die Messungen ergeben, qualitativ zu klären, wurde auf die von *v. Engel-Steenbeck* [4] angegebenen Beziehungen für den kathodischen Mechanismus der Glimmentladung zurückgegriffen. Es wurde dabei vernachlässigt, daß es nicht einwandfrei ist, für die Glimmentladung die α-Funktion zu benutzen und außerdem für den gesamten in der Glimmentladung auftretenden Feldstärkebereich den exponentiellen Verlauf dieser Funktion anzunehmen. Ferner ist es nicht korrekt, die Geschwindigkeit der positiven Ionen linear mit der Feldstärke anzusetzen und einen linearen Fe.dstärkeabfall im Fallraum vorauszusetzen. Diffusion und Rekombination wurden ebenfalls nicht berücksichtigt. Es soll also nochmals betont werden, daß die angegebenen Beziehungen nur zur bequemeren qualitativen Erklärung verwandt wurden.

Nach *v. Engel-Steenbeck* ist der normale Kathodenfall V_n

$$V_n = 3 \cdot \frac{B}{A} \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \qquad (1a)$$

Dabei sind A und B die Konstanten der Ionisierungsfunktion

$$\alpha/p = A \cdot e^{-\frac{B}{E/p}}$$

und γ der Ablösekoeffizient der Elektronen durch positive Ionen an der Kathode. Verwendet man den Ausdruck $1/\eta$, der angibt, welche Spannung ein Elektron bei einem gegebenen homogenen Feld durchfallen muß, um ein Ionenpaar zu erzeugen, so sieht man, daß bei fast allen Gasen dieser Wert bei einer bestimmten Feldstärke ein Minimum aufweist. Bei dieser Feldstärke ist demzufolge der Energiebedarf zur Erzeugung eines Ionenpaares durch ein Elektron am kleinsten. Da der normale Kathodenfall innerhalb der Glimmentladung der Entladungsmechanismus ist, der am ökonomischsten verläuft, so ist der Wert $(1/\eta)_{min}$ bestimmend für die Größe des Kathodenfalles. In Annäherung kann man die Gleichung schreiben

$$V_n = C_1 \left(\frac{1}{\eta}\right)_{min} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \qquad (1b)$$

Der Fehler, der dadurch entsteht, daß die Feldstärke nicht konstant ist, ist nicht wesentlich, da das Minimum der Funktion $1/\eta = f(E/p)$ besonders für Edelgase sehr breit ist.

Für eine Ionisierungsfunktion mit exponentiellem Verlauf ist $\left(\frac{1}{\eta}\right)_{min} = \frac{B}{A} \cdot e$. (e = Basis des nat. Log.)

Der Wert B gibt die Feldstärke an, bei der dieses Minimum erreicht wird. Man sieht also, daß die Beziehung (1a) ein die Beziehung (1b) erfüllender Sonderfall ist.

Mit den aus der Literatur angegebenen Werten für die Konstanten A und B sowie für γ wurde der normale Kathodenfall berechnet und mit den gemessenen Werten in den reinen Gasen verglichen (Tabelle 1).

Die Werte für A und Ne wurden dem Minimum der η-Kurven entnommen. Da die kinetische Energie der positiven Ionen bei der normalen Entladung gering ist, lösen sie praktisch nur durch ihre potentielle Energie die Elektronen von der Kathode ab. Es

Tabelle 1

Gas	A 1/cm	B V/cm	γ (Nickel) [7]	V_n (gerechnet) V	V_n (gemessen) V
H_2 [5]	5,1	132	0,02···0,025	288···307	290···302
He [5]	2,9	39	0,09	101	177
Ne [6]	3,46	85	0,08	191	185
A [6]	12,0	200	0,03	177	182

wurden deshalb die γ-Werte bei der kinetischen Energie K = 0 angegeben. Man erkennt den Gang mit der potentiellen Energie der Ionisierungsarbeit. Es ist zulässig, die gerechneten Werte unter Zugrundelegung einer Nickelkathode mit den an einer Kathode aus technischem Eisen gemessenen Werten zu vergleichen, da die Austrittsarbeiten der Elektronen beider Metalle sich um höchstens 10 % unterscheiden und γ in die Beziehungen der Glimmentladung logarithmisch eingeht.

Der Vergleich zwischen den gemessenen und errechneten Werten des normalen Kathodenfalles zeigt bei H_2, Ne und A, daß die Übereinstimmung bei den erheblichen Vereinfachungen zufriedenstellend ist, so daß hier die Verwendung der η-Funktion, zumindest ihres Maximalwertes, nicht allzu abwegig erscheint (relativ kleiner Feldstärkegradient und breites Maximum der η-Funktion).

Völlig heraus fällt jedoch der Wert für He. Betrachtet man aber nach den Messungen von *Kruithoff* [6] die Minimalwerte von $1/\eta$ für die Edelgase Ne, A, Kr und X und fügt die sich aus den Konstanten A und B ergebenden Werte für H_2 und He hinzu, so erhält man

Tabelle 2

Gas	$(1/\eta)_{min}$ (V/Ionenpaar)	V_i (eV)	$(1/\eta \cdot V_i)_{min}$
He	36,6	24,5	1,49
Ne	66,7	21,5	3,11
A	45,3	15,7	2,89
Kr	41,4	14,0	2,96
X	37,9	12,1	3,13
H_2	70,4	15,4	4,57

V_i = Ionisierungsarbeit.

Nach den zuverlässigen Werten, die für Ne, A, Kr und X bekannt sind, muß demnach im günstigsten Falle ein Elektron etwa die dreifache Ionisierungsspannung des jeweiligen Gases durchlaufen, wenn es ein Ionenpaar erzeugen soll [$(1/\eta \cdot V_i)_{min}$ = Werte der Tabelle 2, Abweichung der Werte vom Mittelwert bei diesen Edelgasen $\leqq 4$ %]. Dies ist für einatomige Gase anzunehmen.

Die Verluste durch Anregung sind demnach erheblich; sie sind bei Molekülgasen, bei denen Anregungen von Molekülschwingungen und Dissoziation zusätzlich möglich sind, noch wesentlich größer, wie aus dem Wert von $(1/\eta \cdot V_i)_{min}$ für H_2 hervorgeht.

Der aus älteren Messungen gewonnene Wert $(1/\eta \cdot V_i)_{min}$ für He fällt völlig aus der Reihe der Edelgase heraus, was unbegründet ist. Es muß deshalb angenommen werden, daß der Ausdruck B/A, wie er der Rechnung für den normalen Kathodenfall (Tabelle 1) zugrunde gelegt wurde, zu klein ist, was aus der nicht völligen Reinheit des He resultieren kann. Nimmt man an, daß $(1/\eta \cdot V_i)_{min}$ für He etwa den gleichen Wert wie bei den übrigen Edelgasen hat, so würde sich aus der Rechnung ein Wert des normalen Kathodenfalles ergeben, der durchaus bei den gemachten Vernachlässigungen und Annahmen mit dem gemessenen vergleichbar wäre.

Die elektrische Dunkelraumdicke d'_n leitet sich aus der Stationaritätsbedingung der Entladung ab. Nach *v. Engel-Steenbeck* ergibt sich

$$d'_n = 0{,}82 \cdot \frac{\ln(1 + 1/\gamma)}{A} \cdot \frac{1}{p}.^{1}) \qquad (2a)$$

Da nicht die elektrische, sondern die optische Dunkelraumdicke d_n gemessen wurde, wurde die Beziehung allgemeiner benutzt:

$$d_n = C_2 \frac{\ln(1 + 1/\gamma)}{A} \cdot \frac{1}{p}, \qquad (2b)$$

unter der Voraussetzung, daß d_n/d'_n soweit als konstant anzusehen ist, als für die hier versuchte Erläuterung der Messungen brauchbar ist. Tabelle 3 zeigt die Bestimmung dieser Konstanten aus den Meßwerten unter Verwendung der Zahlen der Tabelle 1.

Tabelle 3

Gas	d_n gemessen cm	C_2
H_2	0,91···1,0	1,18···1,4
He	2,15	2,51
Ne	1,0	1,33
A	0,37	1,25

Man erkennt, daß der Wert der Konstanten für He herausfällt. Falls aber die Vermutung zutrifft, daß die angenommene Ionisierungsfunktion für He infolge Ionisierung von Verunreinigungen durch Stöße zweiter Art gefälscht ist, dürfte sich dies in erster Linie durch eine Vergrößerung des Wertes A auswirken. Mit der bei der Diskussion des Wertes $(1/\eta \cdot V_i)_{min}$ vorgeschlagenen Annahme würde auch die Konstante C_2 für He in guter Übereinstimmung mit H_2, Ne und A liegen. Bei den letztgenannten Gasen ist die Übereinstimmung des Wertes C_2 durchaus befriedigend, wenn man berücksichtigt, wie schwer es bei dem breiten Minimum von $1/\eta = f(E)$ ist, den entsprechenden Wert von A zu bestimmen. Hinzu kommt, daß bei reinen Edelgasen die Glimmlichtkante derartig unsicher zu bestimmen ist, daß erhebliche Fehler möglich sind.

Die gemessenen Werte der normalen Stromdichte mit den unter den sehr vereinfachenden Annahmen ge-

[1]) Eine Nachrechnung ergibt:

$$d'_n = 3{,}77 \cdot \frac{\ln(1 + 1/\gamma)}{A} \cdot \frac{1}{p}.$$

Im Vergleich zu den Werten der Konstanten C_2 der Tabelle 3 ergibt diese Beziehung, daß $d'_n > d_n$, nur sind die Werte von d'_n zu hoch. Es scheint, daß das Maximum der η-Funktion noch einigermaßen dem normalen Kathodenfall zugeordnet werden kann. Hier hat der größte Teil der Elektronen die zur Ionisierung günstigste kinetische Energie. Aus den Messungen von *Ernst* (Helv. Phys. **8**. 381, 1935) und *Warren* (Phys. Rev. **98**, 1650, 1955) ergeben sich aber erheblich größere Feldstärken, als nach den Beziehungen von *v. Engel-Steenbeck* zu erwarten wäre. Es ist anzunehmen, daß in dem inhomogenen Feld des Kathodenfallmechanismus zur schnellen Erreichung der günstigen kinetischen Energie für den Bereich des η-Maximums die Elektronen anfangs größere Feldstärken durchfallen müssen. Es soll deshalb nochmals betont werden, daß der hier verwendete Wert A nur zu Vergleichszwecken eingesetzt wurde.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

rechneten zu vergleichen, ist nicht zweckmäßig, da gerade die Beziehung für die Stromdichte von diesen Vereinfachungen stark beeinflußt wird. Für den relativen Verlauf der Meßwerte in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis sind aber die von *v. Engel-Steenbeck* angegebenen Beziehungen durchaus brauchbar. Es ergibt sich aus der Raumladegleichung vor der Kathode unter der Annahme linearen Feldstärkeabfalls und konstanter, von der Feldstärke unabhängiger Beweglichkeit

$$j = \frac{V_n^2 \cdot b^+ \cdot (1+\gamma) \cdot \varepsilon}{d^3} \qquad (3)$$

b^+ = Beweglichkeit der positiven Ionen.
ε = Dielektrizitätskonstante.

Bei den hier untersuchten Gasgemischen handelt es sich in Wirklichkeit nicht um jeweils zwei, sondern um drei an der Entladung beteiligte Gase, nämlich um das jeweilige Edelgas, den atomaren und den molekularen Wasserstoff. Der Anteil des atomaren Wasserstoffs verändert die Meßwerte erheblich, da in diesem Gas die unelastischen Verluste durch Wegfall der Anregung von Molekülschwingungen und der Dissoziation wesentlich kleiner sind, die Ionisierungsarbeit gegenüber der des Molekülś (13,5 gegen 15,4 eV) daher geringer und die Beweglichkeit der Protonen erheblich größer als die der Molekülionen ist.

Ein Teil des molekularen Wasserstoffes wird im kathodischen Entladungsraum durch Stöße der Elektronen und auch der positiven Ionen dissoziiert. Da die Ladungsträger die Moleküle spalten, muß demnach die Anzahl der in der Zeiteinheit neu gebildeten H_1-Atome mit der Stromdichte, dem Umwegfaktor der Elektronen und der Anzahl der H_2-Moleküle im Volumenelement zunehmen. Die Verminderung der Konzentration der Atome in der Zeiteinheit ist abhängig von ihrer Lebensdauer im Volumenelement und der Konzentration selbst sowie von ihrer Diffusion aus dem Entladungsraum. Die Wiedervereinigung im Volumen ist relativ selten, da sie nur durch Dreierstoß erfolgen kann. (Die Halbwertzeit ist deshalb groß und wächst umgekehrt mit dem Partialdruck des atomaren Wasserstoffes.) Im wesentlichen erfolgt die Verminderung der Konzentration von H_1 durch Diffusionsvorgänge, vor allem aber durch Gasströmungen infolge thermischer Ausgleichsvorgänge mit den Teilen des Gasvolumens, die nicht an der Entladung beteiligt sind. Die Wiedervereinigung selbst geht vor allem an den Gefäßwänden vor sich. Die Strömung durch Diffusion wächst mit dem Konzentrationsgefälle und mit der freien Weglänge der Protonen im Gemisch. Strömungen durch thermische Ausgleichsvorgänge sind um so stärker, je größer die mittlere freie Weglänge der Teilchen im Gemisch und je kleiner die mittlere Masse der Teilchen ist.

Zusammenfassend kann man sagen, daß der Dissoziationsgrad des Wasserstoffes bei gegebener Stromdichte und Gasdichte des Gemisches um so größer ist, je größer die mittlere Masse der Gasteilchen (Umwegfaktor, Strömungsgeschwindigkeit), je kleiner der Partialdruck des atomaren Wasserstoffes (Halbwertzeit, Diffusion usw.) und damit in gewissem Zusammenhang der Partialdruck des Wasserstoffes überhaupt und je kleiner die mittlere freie Weglänge im Gemisch ist. Daraus geht hervor, daß der Dissoziationsgrad in Argon-Wasserstoffgemischen bei einem gegebenen Mischungsverhältnis x gegenüber Neon- und Helium-Wasserstoffgemischen in einer normalen Entladung wesentlich größer ist, zumal auch die normale Stromdichte in diesen Gemischen besonders hoch ist. Man erkennt dies auch daran, daß praktisch bis zum Mischungsverhältnis $x = 0{,}5$ ($p \approx 1$ Torr) bzw. $x = 0{,}7$ ($p \approx 2{,}4$ Torr) in A-H_2-Gemischen als Wasserstoffspektrum das Linienspektrum auftritt, während bei Ne- und He-H_2-Gemischen schon von sehr kleinen Mischungsverhältnissen ab das Vielliniespektrum vorhanden ist. Aus den angegebenen Gründen ist auch in reinem H_2 bei der normalen Entladung das Vielliniespektrum zu beobachten, so daß der Dissoziationsgrad nicht groß sein kann.

Zu bemerken ist noch, daß die Ähnlichkeitsgesetze in den hier untersuchten reinen Edelgasen bei der Betrachtung von j_n/p^2 erfüllt wurden, soweit dies in dem kleinen Druckbereich von 1 bis 3 Torr erkannt werden konnte. Der normale Kathodenfall V_n und die spezifische Dunkelraumdicke $d_n \cdot p$ stiegen bei etwa 1 Torr nach kleineren Drucken vor allem bei Ne und He etwas an, was damit erklärt wird, daß der Durchmesser der Kathode nicht mehr als groß im Verhältnis zur Dunkelraumdicke anzusehen war. Dadurch beeinflußten Verluste durch die seitliche Diffusion der Ladungsträger die Werte von Kathodenfall und Dunkelraumdicke.

Mit zunehmendem Wasserstoffzusatz traten Abweichungen von den Ähnlichkeitsgesetzen auf, und zwar fielen der Kathodenfall und die spezifische Dunkelraumdicke mit steigendem Druck, während j_n/p^2 wuchs. Das liegt daran, daß der Dissoziationsgrad des atomaren Wasserstoffes wegen der mit dem Druck quadratisch steigenden Stromdichte mit dem Druck zunimmt.

Argon-Wasserstoffgemische

Betrachtet werden die Kurven bei höherem Druck, da die Verhältnisse hier eindeutiger sind.

Der normale Kathodenfall V_n fällt von seinem Wert bei reinem Argon auf ein Minimum bei etwa einem Mischungsverhältnis $x = 0{,}2$ ab und steigt mit weiterer Erhöhung von x bis auf den Wert für reinen Wasserstoff an. Etwa den gleichen Verlauf hat die Dunkelraumdicke $d_n \cdot p$; nur liegt hier das Minimum etwa 20 % tiefer als der Wert für reines Argon, während der Minimalwert des Kathodenfalles nur um etwa 10 % kleiner als der für Argon ist.

Unter der vereinfachenden Annahme, daß die Werte γ für Protonen und A-Ionen kleiner kinetischer Energie so übereinstimmen, daß die Abweichungen bei der Verwendung in den log-Ausdrücken der Beziehungen (1) und (2) unerheblich sind, können diese Beziehungen verwendet werden. Bei kleinen Mischungsverhältnissen kann der Wasserstoffanteil als atomares Gas angesehen werden. Die Ionisierung im Gemisch verläuft derartig, daß die A-Atome im wesentlichen freie Weglänge und Umwegfaktor der Elektronen bestimmen, während diese selbst infolge kleinerer Ionisierungsarbeit des atomaren Wasserstoffes gegenüber Argon die H-Atome bevorzugt ionisieren. Auch nach den Folgerungen der Tabelle 2 ist das Absinken des Kathodenfalles durch

Zusatz von atomarem Wasserstoff zu erwarten. Bei völliger Gleichheit der Ablöseskoeffizienten γ müßte nach diesen Folgerungen ein Minimum auftreten, das den Unterschieden der Ionisierungsarbeiten entsprechend um etwa 14 % tiefer als der Wert für reines Argon liegen müßte. Tatsächlich ist dieses Minimum nur um etwa 9 ··· 10 % geringer. Diese Abweichung braucht, zumal die Meßwerte gut reproduziert werden konnten, nicht unbedingt in Meßfehlern gesucht zu werden; das Minimum muß tatsächlich gegenüber dem Argon-Wert geringer abfallen, weil der Ablöseskoeffizient γ für H gegenüber A geringfügig kleiner ist, auch A-Ionen noch vorhanden sind, und infolge der natürlich nicht 100 %igen Dissoziation sehr geringe Verluste durch H_2-Moleküle auftreten.

Das erhebliche Absinken der Dunkelraumdicke bis zu einem Minimum bei dem gleichen Mischungsverhältnis wie beim Kleinstwert des Kathodenfalles läßt ebenfalls darauf schließen, daß durch den H_2-Zusatz die H-Atome aus Gründen, wie oben angegeben, bevorzugt ionisiert werden. Der Verlauf der Dunkelraumdicke zeigt, daß sich der Wert α der resultierenden Ionisierungsfunktion des Gemisches, der zum Minimum von $1/\eta$ gehört, erheblich vergrößert. Um den Wert von $(1/\eta \cdot V_i)_{min}$ zu erhalten, muß demzufolge die zu diesem Minimum gehörende Feldstärke etwas ansteigen. Das wird insofern durch die Messungen bestätigt, als die mittlere Feldstärke des Kathodenfalles vom Reinstwert für Argon nach dem Minimum des Kathodenfalles hin etwas ansteigt.

Interessant ist die Abhängigkeit der Stromdichte j_n/p^2 vom Mischungsverhältnis. Die Kurve weist ein Maximum auf, das erheblich über dem Wert für reinen Wasserstoff liegt. Hervorzuheben ist auch der steile Anstieg bei kleinem Mischungsverhältnis. Dies ist ein Beweis, daß schon bei kleinen Mischungsverhältnissen die Ionen zum überwiegenden Teil aus Protonen bestehen. Die hohe Dissoziation des Wasserstoffes bis zu relativ großen Mischungsverhältnissen x wird vor allem durch den steilen Anstieg der Stromdichte mit dem Mischungsverhältnis hervorgerufen.

Unter der Annahme eines linearen Feldstärkeabfalles im Dunkelraum und unter Verwendung elementarer gaskinetischer Beziehungen wurde versucht, diesen Verlauf der Stromdichte rechnerisch zu erfassen. Die Ergebnisse wurden auf die Werte in reinem Argon bezogen, um relativ mit der optischen Dunkelraumdicke rechnen zu können. Sie sind in Bild 13 aufgetragen.

Die Feldstärke vor der Kathode ist:

$$E_0 = 2 \cdot V_n/d_n,$$

der Feldstärkegradient, der ein Maß für die positive Raumladung ϱ^+ ist:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_0 = -2\,V_n/d_n^2 = -\frac{\varrho^+}{\varepsilon_0},$$

die Stromdichte:

$$j_n \approx j_n^+ = \varrho^+ \cdot v^+ = \frac{2\,V_n}{d_n^2 \cdot \varepsilon} \cdot v^+.$$

v^+ = Geschwindigkeit der positiven Ionen in Feldrichtung an der Kathode.

Setzt man $v^+ = b^+ \cdot E_0$, so kann man die Stromdichte bestimmen. Diese Beziehung gilt nur, wenn die Trägertemperatur etwa gleich der Gastemperatur ist. Ob dies zumindest beim normalen Kathodenfall noch gestattet ist, kann bei vorliegendem Problem eventuell durch den Verlauf der Stromdichte in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis geklärt werden.

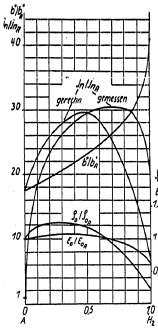


Bild 13
Der Verlauf der Feldstärke E_0 und der positiven Raumladung ϱ^+_0 an der Kathode, der Beweglichkeit b^+ der positiven Ionen und der Stromdichte j_n in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis in A-H_2-Gemischen (Werte gerechnet und auf reines Argon bezogen). Zum Vergleich sind die Meßwerte der Stromdichte angegeben.

Es wurde angenommen, daß die Gastemperatur = Trägertemperatur vom Mischungsverhältnis x keine derartige Abhängigkeit hat, daß sie Einfluß auf die Ergebnisse haben könnte. Unter elementaren gaskinetischen Voraussetzungen ist

$$b_H/b_A = c \cdot \lambda_i \sqrt{\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_g}}.$$

b_A = Beweglichkeit der A-Ionen in reinem Argon bei $p = 1$ Torr,
b_H = Beweglichkeit der Protonen im Gemisch bei $p = 1$ Torr,
λ_i = mittlere freie Weglänge der Protonen im Gemisch bei $p = 1$ Torr,
m_i = Masse des Protons,
m_g = mittlere Masse der Gasteilchen des Gemisches (Mittelwerte unter Zugrundelegung der Massen und Partialstoßzahlen errechnen).

Der Wert c errechnet sich relativ als entsprechende Beweglichkeit für Argon-Ionen in reinem Argon.

Die errechneten Werte von b_H/b_A sind ebenfalls in Bild 13 angegeben. Unter der Annahme, daß bei jedem Mischungsverhältnis die positiven Ionen nur Protonen sind, wurde die Stromdichte errechnet und ebenfalls in dem Bild zusammen mit den Meßwerten (beide Kurven auf die Werte in reinem Argon bezogen) angegeben. Berücksichtigt man, daß natürlich in reinem Argon die positiven Ionen keine Protonen sein können und daß auch bei kleinen Mischungsverhältnissen selbstverständlich ein mit dem Mischungsverhältnis abfallender Anteil von A-Ionen noch vorhanden ist, und ändert man demgemäß die errechnete Kurve für die Stromdichte, so ist die Übereinstimmung des Anstiegs bis zum Maximum einschließlich dieses Wertes selbst durchaus befriedigend. Man muß dabei berücksichtigen, daß die Errechnung der Beweglichkeit nach

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

gaskinetischen Beziehungen nur qualitative Vergleiche zuläßt und die anhaltsmäßige Bestimmung der Feldstärke und des Feldstärkegradienten, die zusätzlich durch die Werte der Dunkelraumdicke noch problematisch sind, nicht einwandfrei ist. Man kann aber aus den errechneten und gemessenen Werten folgern, daß in dem Bereich der Mischungsverhältnisse, in dem sich die Feldstärkeverhältnisse nicht allzusehr ändern (etwa bis $x = 0{,}5$), die Beziehungen für die Geschwindigkeit der positiven Ionen vor der Kathode in Annäherung durch das obenangeführte Gesetz wiedergegeben werden.

Für die He-H_2- und Ne-H_2-Gemische lassen sich die einfachen Beziehungen (1) bis (3) nur unter Vorbehalt verwenden, da die Ablösekoeffizienten γ für die Edelgas- und H-Ionen zu unterschiedlich sind.

Helium-Wasserstoffgemische

In Bild 12 sind Kathodenfall, Dunkelraumdicke und Stromdichte der normalen Entladung für sehr kleine Zusätze von Wasserstoff zu Helium wiedergegeben. Die verwendete Vakuumapparatur ließ eine exakte Dosierung kleinster Mengen von H_2 ment zu. Die Zuführung des Wasserstoffes wurde in diesem Gerät durch Diffusion aus der Eisengrundplatte des Rezipienten vorgenommen. Es ist bekannt, daß dieser Wasserstoff sehr rein ist. Zwar wurde der zeitliche Verlauf der Diffusion bis zum Gleichgewicht bestimmt, doch war dieser nicht so eindeutig, daß exakte Angaben über sehr kleine Werte des Mischungsverhältnisses x gemacht werden konnten. Bedauerlicherweise wurde deshalb zum Zeitpunkt der Messungen auch darauf verzichtet, die Abhängigkeit von V_n, d_n und j_n bei derartig kleinen Mischungsverhältnissen aufzunehmen. In Bild 12 ist der Verlauf der Kurven, soweit er nicht durch Messungen belegt werden kann, gestrichelt angegeben. Die Grenzwerte für „reines" He sind ebenfalls eingetragen. Es ergab sich, daß durch die Diffusion von H_2 in das Grundgas Helium der normale Kathodenfall V_n und die Dunkelraumdicke d_n erheblich abfielen, während die Stromdichte entsprechend anstieg. Das Minimum von Kathodenfall und Dunkelraumdicke wurde bereits bei einem Mischungsverhältnis von $x = 10^{-4} \cdots 10^{-5}$ erreicht, wobei dieses Minimum mehr bei $x = 10^{-5}$ lag. Eine weitere Zuführung von H_2 durch Diffusionsvorgänge veränderte die Werte, die dem minimalen Kathodenfall zugeordnet sind, nicht merkbar. Erst bei zusätzlicher Dosierung von H_2 (ab $x = 10^{-3} \cdots 10^{-2}$) ergaben sich wieder meßbare Abweichungen gegenüber den Werten des Kathodenfallminimums. Es muß noch betont werden, daß die Messungen in He auch wegen zu vermeidender Oxydation der Kathode bei diesen geringen H_2-Zusätzen sehr diffizil sind.

Den Einfluß kleinster Beimischungen auf die Werte des normalen Kathodenfalles in Helium und auch in Neon kann man nach *Penning* [8] wie folgt klären:

Es ist ausgeschlossen, daß Beimischungen in der Größenordnung von $x = 10^{-5}$ durch unmittelbare Veränderung der Stoßionisationsvorgänge einen derartigen Einfluß haben könnten. Falls aber das Grundgas metastabile Energieniveaus hat, die über der Ionisierungsarbeit der Beimischungen liegen, ist es möglich, daß durch Stöße zweiter Art Moleküle des beigemischten Gases ionisiert werden. Durch diese Vorgänge wird die Energiebilanz verbessert, so daß der Wert des normalen Kathodenfalles absinkt. Sowohl in He als auch in Ne ist die Ionisierung von H_2 durch Stöße zweiter Art möglich. Die Konzentrierung der metastabilen Atome dürfte an der Stelle der Erzeugung am größten sein. Werden sie durch Elektronenstoß angeregt, so müßte demzufolge die Konzentration nach dem Glimmlicht hin zunehmen, wobei natürlich Diffusionsvorgänge ausgleichend wirken. Sehr häufig ist aber auch der Vorgang, daß bei der Neutralisierung der Edelgasionen an der Kathode das Elektron im metastabilen Niveau verbleibt.

Damit ergibt sich eine höhere Konzentration der metastabil angeregten Atome unmittelbar vor der Kathode. Wenn somit die Gasteilchen der Beimischung durch metastabile Edelgasatome besonders vor der Kathode ionisiert werden, so ist dies sehr wirksam und dürfte einer Erhöhung des Ablöseckoeffizienten γ gleichkommen, wenn man von dem geringen Einfluß der erzeugten H-Ionen absieht. Da besonders in He schon derartig geringe Beimischungen die Entladung verändern, so sind wahrscheinlich die Vorgänge unmittelbar vor der Kathode entscheidend. Aus dem Verlauf der Kurven für V_n, d_n und j_n läßt sich nicht erkennen, ob die Ionisierung durch Stöße zweiter Art besonders vor der Kathode oder allgemein im Volumen den maßgebenden Anteil hat, da in beiden Fällen der Ausdruck

$$\frac{\ln(1 + 1/\gamma)}{A}$$

kleiner wird. Gemäß den Beziehungen (1) bis (3) ändern sich die Werte für V_n, d_n und j_n entsprechend. In He ist bereits bei Mischungsverhältnissen $x = 10^{-4} \cdots 10^{-5}$ ein Sättigungszustand erreicht, d. h. weitere Zusätze von H_2 bringen praktisch keine Änderungen der Entladung durch Ionisierung der Teilchen des Zusatzgases über metastabile Zustände des Grundgases.

Nach Untersuchungen von *Meißner* [9] ergeben sich ähnliche Vorgänge auch in Neon-Argon-Gemischen bei sehr geringen Zusätzen von Argon. Es dürften somit bei allen Verunreinigungen des Grundgases, deren Ionisierungsarbeit kleiner als die metastabilen Niveaus dieses Grundgases ist, derartige Beeinflussungen der Werte der Entladung auftreten. Dies ist bei He mit Ausnahme von Ne in praktisch allen Gasen der Fall. Bei der außerordentlichen Empfindlichkeit des Heliums schon gegenüber kleinsten Beimischungen dürften die in dieser Arbeit angegebenen Werte für „reines" He keineswegs richtig sein, sondern Kathodenfall und Dunkelraumdicke werden sicherlich größer, die Stromdichte kleiner sein. Abgesehen von den Verunreinigungen, die durch die Vakuumanlage selbst entstanden und die trotz aller Bemühungen nicht zu vermeiden waren, sind zweifellos in dem verwendeten He kleinste Beimischungen anderer Edelgase vorhanden gewesen.

Erhöht man in He den Wasserstoffzusatz weiter, daß er merkbaren Einfluß auf die Bewegung der Ladungsträger, auf die Energieverluste und die Stoßionisation der Elektronen gewinnt, so ergibt sich eine entsprechende Änderung der spezifischen Werte der Entladung. Wegen der sehr kleinen Stromdichte bei kleinen Mischungsverhältnissen und dem gegenüber anderen

Edelgasen kleinen Umwegfaktor der Elektronen, der großen freien Weglänge und der kleinen Masse der Gasteilchen bei Helium ist der Dissoziationsgrad des Wasserstoffzusatzes kleiner als in den entsprechenden Gemischen in Neon und Argon. Es ist anzunehmen, daß er in He-H_2-Gemischen mit zunehmendem Mischungsverhältnis wegen der Zunahme der Stromdichte sogar etwas ansteigt. Damit ergibt sich der in Bild 9 angegebene Verlauf des Kathodenfalles V_n. Wegen der großen Unterschiede der Ionisierungsarbeiten zwischen H- und He-Atomen werden die H-Atome bevorzugt ionisiert, so daß (wie bei A-H_2-Gemischen) das Verhältnis der Protonen zu den Edelgas-Ionen wesentlich größer als das Mischungsverhältnis selbst ist. Bei zusätzlicher Berücksichtigung der größeren freien Weglänge der Elektronen in He gegenüber H_2 und des sich gerade umgekehrt verhaltenden Umwegfaktors erklärt sich daraus auch der starke Abfall der Dunkelraumdicke bei kleinen Mischungsverhältnissen x mit x, während diese mit größeren Mischungsverhältnissen nur unerheblich kleiner wird.

Betrachtet man den Ausdruck V_n^2/d_n^3 der Gleichung (3) an Hand der gemessenen Werte, so ergibt sich praktisch ein linearer Anstieg der Werte dieses Ausdruckes mit dem Mischungsverhältnis x. Abweichungen von der Linearität sind nur zwischen $x = 0$ und $x = 0{,}1$ und geringfügig bei $x = 1$ vorhanden. Die Beweglichkeit b^+ muß als eine resultierende Beweglichkeit zwischen He-Ionen, Protonen und H_2-Ionen bestimmt werden. Es ist anzunehmen, daß ähnlich wie bei A-H_2, die H-Atome bevorzugt und damit die H_2-Moleküle wesentlich geringer, als dem Dissoziationsgrad entspricht, ionisiert werden. Die He-Atome werden, wie bereits erwähnt, wegen des großen Unterschiedes der Ionisierungsarbeit und der wesentlich kleineren Konstante a der differentialen Ionisierung erheblich weniger ionisiert, als dem Mischungsverhältnis x entspricht. Nimmt man an, daß in dem Gasgemisch von Helium. atomarem und molekularem Wasserstoff sich die Beweglichkeit der Protonen mit dem Mischungsverhältnis nur wenig ändert (nach gaskinetischen Beziehungen ist eine geringe Abnahme mit x zu errechnen), so ist wegen der Bevorzugung der Ionisierung der H-Atome zu erwarten, daß sich die resultierende Beweglichkeit von der der He-Ionen bei reinem Helium mit steigendem Mischungsverhältnis zuerst steil einem höheren Wert, praktisch dem der Protonen, nähert und später fast konstant dem Endwert bei $x = 1$ zustrebt. Damit ist der lineare Stromdichteverlauf unter Berücksichtigung des fast linearen Anstieges von V_n^2/d_n^3 mit dem Mischungsverhältnis x erklärt.

Neon-Wasserstoffgemische

In Ne-H_2 sind die speziellen Vorgänge, wie sie sowohl in A-H_2 als auch in He-H_2 aufgetreten sind, vorhanden. Bild 8 zeigt, daß schon mit sehr kleinen Beimischungen der Kathodenfall absinkt und die anderen Werte sich entsprechend ändern, so daß ebenfalls wie bei He die Ionisierung der Zusätze durch Stöße zweiter Art eine Rolle spielt. Der Sättigungszustand scheint allerdings gegenüber He bei etwas größeren Mischungsverhältnissen einzutreten und ist hier nicht unmittelbar zu erkennen. Es tritt nämlich weiterhin auch bei Ne der gleiche Vorgang wie bei Argon auf, daß bei relativ kleinen Mischungsverhältnissen (von der Größenordnung, daß die Ionisierungsvorgänge der Elektronen unmittelbar beeinflußt werden) der Wasserstoff stark dissoziiert ist. Dadurch sinkt, wie bereits für Argon beschrieben, der Kathodenfall weiter ab und erreicht bei einem Mischungsverhältnis $x \approx 0{,}03$ ein Minimum. Selbstverständlich ist der Einfluß des atomaren Wasserstoffes erheblich weniger wirksam als bei A, da aus den früher angegebenen Gründen mit größerem Mischungsverhältnis der Dissoziationsgrad abfällt (Minimum des Kathodenfalles für Argon bei $x = 0{,}2$; für Neon bei $x \approx 0{,}03$). Auf jeden Fall aber überlappen sich in Ne-H_2 beide Vorgänge, die zum Absinken des Kathodenfalles führen.

Infolge der Beeinflussung von freier Weglänge und Umwegfaktor der Elektronen durch das Edelgas und des Umstandes, daß die Ionisierungsarbeit für Wasserstoff wesentlich kleiner als für Neon ist, ändert sich die Dunkelraumdicke im Bereich $x = 0{,}05$ bis $x = 0{,}5$ wenig. Im übrigen geht die Erläuterung der Abhängigkeit der spezifischen Werte der normalen Entladung in Ne-H_2-Gemischen vom Mischungsverhältnis x aus dem bereits Gesagten für die beiden anderen Gemische hervor, denn auch in diesem Bereich nimmt, wie zu erwarten, Neon eine Mittelstellung zwischen Argon und Helium ein. Die Reinstwerte für Neon sind aus den gleichen Gründen wie bei Helium wahrscheinlich ebenfalls nicht sicher, nur dürften keine so großen Abweichungen wie bei Helium zu erwarten sein.

Zusammenfassung

Der normale Kathodenfall, die normale Stromdichte und die normale Dunkelraumdicke (optisch) wurden in Edelgas-Wasserstoffgemischen gemessen. Im Helium und Neon wurde eine Erniedrigung von Kathodenfall und Dunkelraumdicke durch sehr kleine Beimischungen von Wasserstoff beobachtet. Dies läßt sich nach *Penning* dadurch erklären, daß die Wasserstoffmoleküle durch Stöße zweiter Art ionisiert werden. Der weitere Verlauf von Kathodenfall und Dunkelraumdicke in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis wird durch die Entladungsbedingungen des normalen Kathodenfalles erklärt. In diesen Edelgas-H_2-Gemischen läßt der Verlauf der Stromdichte vermuten, daß schon bei kleinen Mischungsverhältnissen die positiven Ionen überwiegend Protonen sind.

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. *Güntherschulze* für die Anregung zu dieser Arbeit und für die Unterstützung zur Durchführung derselben herzlich danken. Die Arbeit wurde durch den Versuch, die Meßergebnisse unter Zuhilfenahme neuerer Literatur noch eingehender zu erklären, erweitert.

Literaturverzeichnis

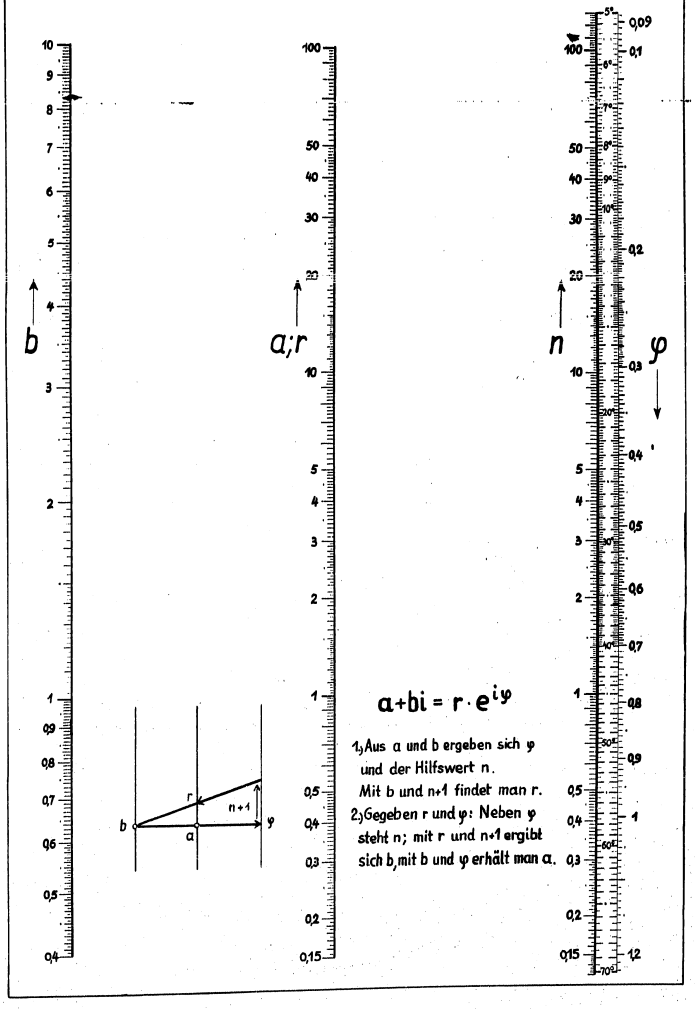
[1] *Güntherschulze*, Zschr. Elektrochem. **29**, 370; Zschr. Physik **28**, 129.
[2] *Güntherschulze*, Zschr. Physik **49**, 473.
[3] *Pike*, Zschr. Physik **90**, 319.
[4] *von Engel-Steenbeck*, Elektrische Gasentladungen, Band **2**, 68 ff.
[5] *Dosse-Mierdel*, Der elektrische Strom im Hochvakuum und in Gasen.
[6] *Kraithoff*, Physika **7**, 519.
[7] *Penning*, Proc. Nederld. Kön. Akad. Wiss. **33**, 841.
[8] *Penning*, Zschr. Physik **46**, 335.
[9] *Meißner*, Zschr. Physik **117**, 325.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hochschule f. Elektrotechnik Inst. f. Math. u. Mech.	**Nomogramme für die Elektrotechnik** Übergang von kartesischen Koordinaten a, b zu Polarkoordinaten r, φ	El-1-a

Entwurf: nach H. Schwerdt 2400



$$a+bi = r \cdot e^{i\varphi}$$

1) Aus a und b ergeben sich φ und der Hilfswert n. Mit b und n+1 findet man r.

2) Gegeben r und φ: Neben φ steht n; mit r und n+1 ergibt sich b, mit b und φ erhält man a.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

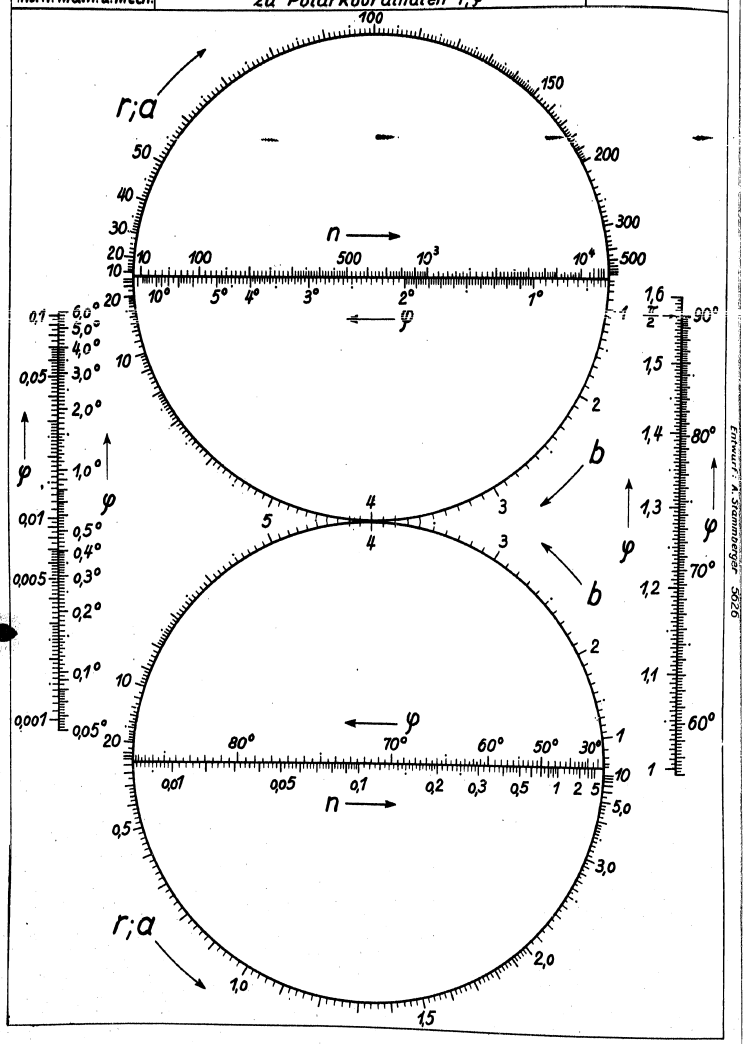
Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Hochschule f. Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Nomogramme für die Elektrotechnik

Übergang von kartesischen Koordinaten a,b zu Polarkoordinaten r,φ

El-1-b

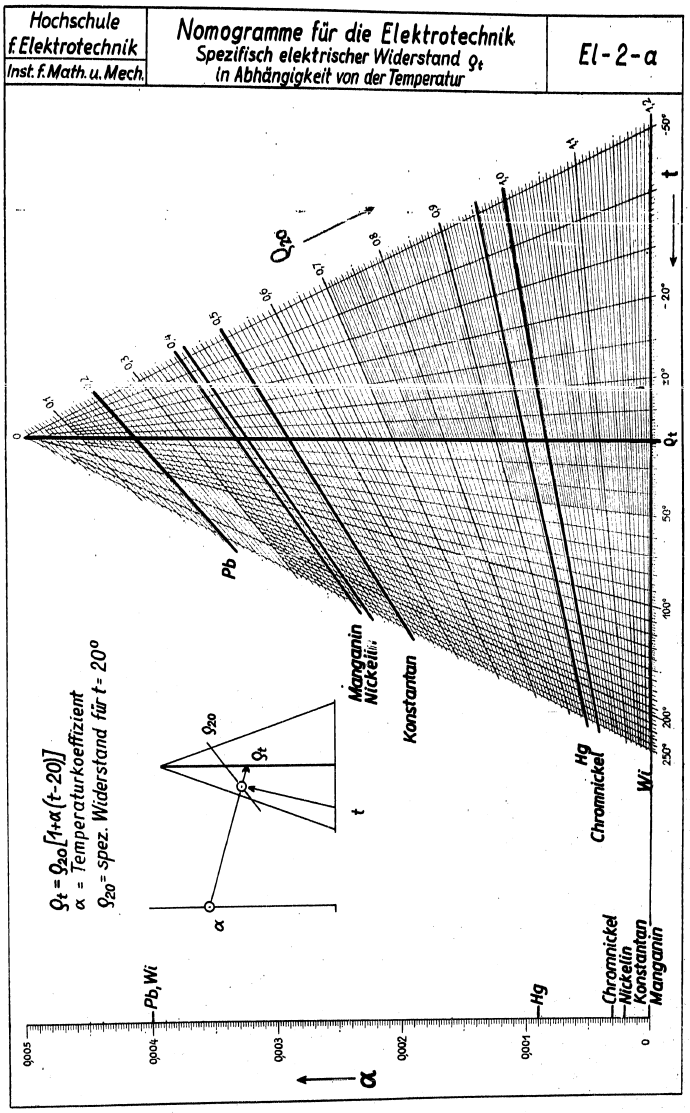


Hochschule f. Elektrotechnik
Inst. f. Math. u. Mech.

Nomogramme für die Elektrotechnik

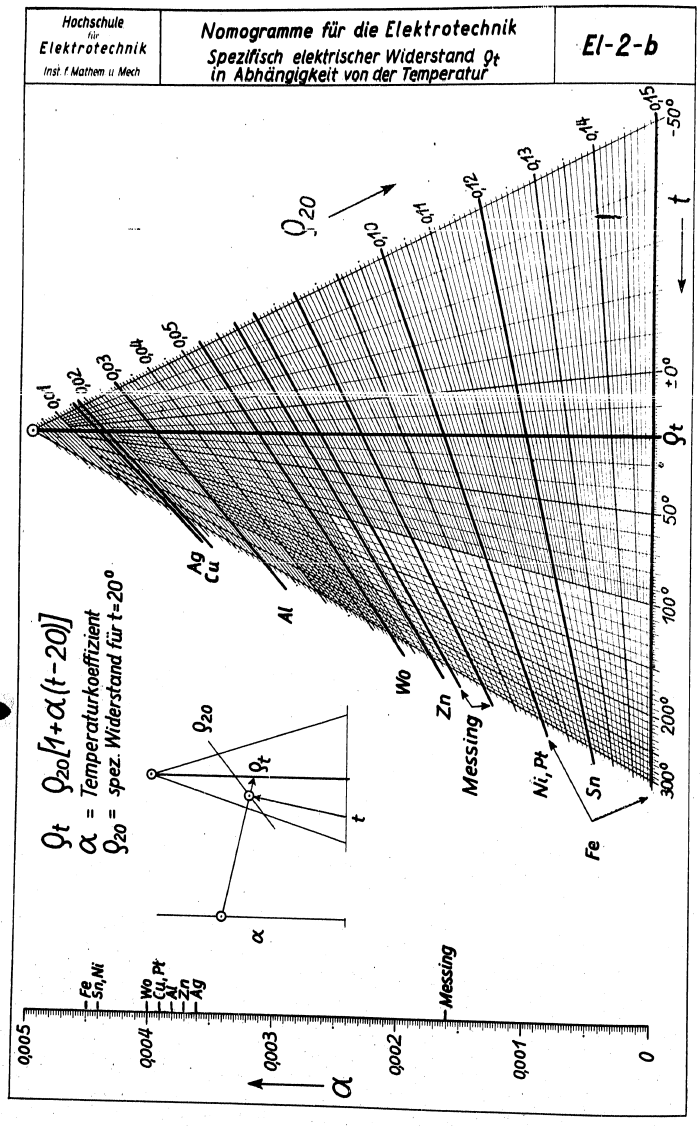
Spezifisch elektrischer Widerstand ϱ_t in Abhängigkeit von der Temperatur

El-2-a



Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0



INHALT

HUBER R., MATSCHKE S., DEGENHARDT K. H. Physikalische, technische und biologische Gesichtspunkte zur Behandlung tiefliegender Geschwülste mit Hochvolt- und ultraharter Röntgenstrahlung 67

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften

BERG, LOTHAR Über das asymptotische Verhalten der Laplace-Transformation 77

STAMMBERGER A. Ein Nomogramm zur Umwandlung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten 79

STAMMBERGER, A. Ein Nomogramm zur Bestimmung des spezifischen Leitungswiderstandes von Metallen als Funktion von Temperatur und Temperaturkoeffizienten 81

WINKLER, H. Die Multiplikation zeitlich rasch veränderlicher nichtsinusförmiger Spannungen 83

HANKE, EUGEN Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mit magnetischen Verfahren 89

POSSNER, LOTHAR Einspannmomente bei Wellen 117

EUCHLER, W. Untersuchungen über eine Verbesserung der Berechnung von Maschinenteilen auf Dauerfestigkeit 135

III. Fakultät für Schwachstromtechnik

ULRICH, GÜNTHER Kathodenfall, Stromdichte und Dunkelraumdicke der normalen Glimmentladung in Edelgas-Wasserstoff-Gemischen 145

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

JAHRGANG 2 1956 HEFT 3

ALS MANUSKRIPT GEDRUCKT!

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau
Herausgeber: Der Rektor der Hochschule, Professor Dr. phil. nat. H. Stamm

Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" der Universitäten und Hochschulen haben die Aufgabe, der breiten Entfaltung des wissenschaftlichen Lebens an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik zu dienen und das besondere Gepräge der wissenschaftlichen Tätigkeit an der jeweiligen Universität oder Hochschule widerzuspiegeln. Dieser Bestimmung entsprechend sind die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" ausschließlich der Veröffentlichung von wissenschaftlichen Arbeiten aller an den Universitäten und Hochschulen vertretenen Fachgebiete vorbehalten. Arbeiten von Wissenschaftlern, die nicht an der betreffenden Universität oder Hochschule tätig sind, sollen nur dann in die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" aufgenommen werden, wenn es sich um Gastvorlesungen oder Gastvorträge handelt. Die „Wissenschaftlichen Zeitschriften" sind für Persönlichkeiten und wissenschaftliche Einrichtungen außerhalb der Universitäten und Hochschulen, die sie herausgeben, nur auf dem Tauschwege erhältlich.

Wiss. Zeitschrift Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau, Jg.2 (1956) H. 3

Beitrag Prof. Poßner
Bild 10 und 11 sind gegeneinander auszutauschen.

Die in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik mit dem Vermerk „Als Manuskript gedruckt" erschienenen Arbeiten dürfen an anderer Stelle nur mit Genehmigung des Autors abgedruckt werden.

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 27
Institut für Mathematik, Direktor: Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 517.613:517.949.12:512.52
Eingang: 13. 11. 1956

Bemerkungen zum Interpolationsproblem *)

Von Dipl.-Math. Dr. rer. nat. Lothar Berg, Oberassistent am Institut für Mathematik

Will man die zunächst nur für natürliche Zahlen n definierte Funktion

$$\textbf{(1)} \qquad s(n) = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{\nu}$$

auch für nicht ganze Argumentwerte erklären, so kann man verschieden vorgehen. Man wird natürlich verlangen, daß die die Werte **(1)** interpolierende Funktion s(x) möglichst „einfach" ist, wobei aber nicht von vornherein selbstverständlich ist, was man darunter zu verstehen hat. Nicht einmal die Forderung, daß s(x) analytisch sein soll, bestimmt diese Funktion eindeutig, denn hat man eine solche Funktion gefunden, so kann man zu dieser Funktion beispielsweise noch $\sin \pi x$ hinzufügen.

Eine bekannte Möglichkeit zur Interpolation von **(1)** ist, die dort auftretende endliche Summe so durch eine unendliche Reihe zu ersetzen, daß ihr Wert für natürliche Zahlen $x = n$ unverändert bleibt, aber die Reihe auch für nicht ganze x einen Sinn hat. Wegen

$$\sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{\nu} = \sum_{\nu=1}^{n+p} \frac{1}{\nu} - \sum_{\nu=1}^{p} \frac{1}{\nu+n}$$

erhalten wir für $p \to \infty$ das Ergebnis

$$s(x) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu+x} \right),$$

welches die gewünschten Eigenschaften besitzt und auch zugleich eine ziemlich einfache Gestalt hat. Hierfür können wir auch

$$\textbf{(2)} \qquad s(x) = \psi(x+1) + C$$

schreiben, wobei $\psi(x)$ die logarithmische Ableitung der Γ-Funktion ist und C die *Eulersche* Konstante bezeichnet (vgl. [1] S. 157).

Die soeben benutzte Methode zur Interpolation von vorgegebenen Werten ist natürlich nur in Sonderfällen anwendbar. Allgemeine Anwendbarkeit besitzt dagegen die *Newtonsche* Interpolationsformel

$$\textbf{(3)} \qquad f_m(x) = f(0) + \frac{\Delta f(0)}{1!} x + \frac{\Delta^2 f(0)}{2!} x(x-1) + \cdots + \frac{\Delta^{m-1} f(0)}{(m-1)!} x(x-1)\cdots(x-m+2)$$

mit

$$\Delta^{\mu} f(0) = \sum_{\nu=0}^{\mu} \binom{\mu}{\nu} f(\nu) (-1)^{\mu-\nu}.$$

Das Polynom $(m-1)$-ten Grades $f_m(x)$ stimmt mit der Funktion f(x) an den m Werten $x = 0,1, \ldots, m-1$ überein.

Wollen wir die Formel **(3)** auf die durch **(1)** definierte Funktion $f(n) = s(n+1)$ anwenden, so müssen wir zunächst die Differenzen $\Delta^{\mu} s(1)$ berechnen. Wegen

$$\sum_{\nu=\alpha}^{\mu} \binom{\mu}{\nu} (-1)^{\mu-\nu} = \sum_{\beta=0}^{\mu-\alpha} \binom{\mu}{\beta} (-1)^{\beta} = \binom{\mu-1}{\mu-\alpha} (-1)^{\mu-\alpha}$$

erhalten wir für $\mu > 0$

$$\Delta^{\mu} s(1) = \sum_{\nu=0}^{\mu} \binom{\mu}{\nu} \sum_{\alpha=0}^{\nu} \frac{(-1)^{\mu-\nu}}{\alpha+1} = \sum_{\alpha=0}^{\mu} \frac{1}{\alpha+1} \sum_{\nu=\alpha}^{\mu} \binom{\mu}{\nu} (-1)^{\mu-\nu} = \sum_{\alpha=1}^{\mu} \binom{\mu-1}{\alpha-1} \frac{(-1)^{\mu-\alpha}}{\alpha+1}.$$

Da weiterhin für $\mu > 0$

$$\frac{1!\,(\mu-1)!}{(\mu+1)!} = \int_0^1 t(1-t)^{\mu-1}\,dt = \sum_{\alpha=0}^{\mu-1} \binom{\mu-1}{\alpha} (-1)^{\alpha} \int_0^1 t^{\alpha+1}\,dt = \sum_{\alpha=0}^{\mu-1} \binom{\mu-1}{\alpha} \frac{(-1)^{\alpha}}{\alpha+2}$$

gilt, folgt

*) Ausführliche Darstellung des auf dem I. Internationalen Kolloquium in Ilmenau am 10. 11. 1956 gehaltenen Vortrags „Ein Beispiel zur Newtonschen Interpolationsreihe".

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

$$\Delta^\mu s(1) = \frac{(-1)^{\mu-1}}{\mu\,(\mu+1)}$$

und daher

$$s_m(x+1) = 1 + \sum_{\mu=1}^{m-1} \frac{1}{\mu!} \frac{(-1)^{\mu-1}}{\mu\,(\mu+1)}\, x\,(x-1)\cdots(x-\mu+1)$$

oder

$$s_m(x+1) = 1 + \sum_{\mu=1}^{m-1} \binom{x}{\mu} \frac{(-1)^{\mu-1}}{\mu\,(\mu+1)}. \tag{4}$$

Um jetzt die Polynome $s_m(x+1)$ nach Potenzen von x zu ordnen, benutzen wir für $\mu > 0$ die Beziehung

$$x(x-1)\cdots(x-\mu+1) = \sum_{\nu=1}^{\mu} D_\nu^{(\mu)} x^\nu \quad \text{oder} \quad \binom{x}{\mu} = \frac{1}{\mu!} \sum_{\nu=1}^{\mu} D_\nu^{(\mu)} x^\nu,$$

wobei die $D_\nu^{(\mu)}$ eng mit den sogenannten höheren *Bernoulli*schen Zahlen zusammenhängen (vgl. [2] S. 119 ff.). Somit erhalten wir für die Reihe

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} (-1)^\mu z^\mu \binom{x}{\mu}$$

den Ausdruck

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} (-1)^\mu \frac{z^\mu}{\mu!} \sum_{\nu=1}^{\mu} D_\nu^{(\mu)} x^\nu = \sum_{\nu=1}^{\infty} x^\nu \sum_{\mu=\nu}^{\infty} D_\nu^{(\mu)} (-1)^\mu \frac{z^\mu}{\mu!}.$$

Andererseits können wir für dieselbe Reihe

$$(1-z)^x - 1 = e^{x \ln(1-z)} - 1 = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x^\nu}{\nu!} \ln^\nu (1-z)$$

schreiben, so daß sich $D_\nu^{(\mu)} = (-1)^\mu\, \mu!\, C_\nu^{(\mu)}$ ergibt, wobei die $C_\nu^{(\mu)}$ die Entwicklungskoeffizienten der erzeugenden Funktion

$$\frac{1}{\nu!} \ln^\nu (1-z) = \sum_{\mu=\nu}^{\infty} C_\nu^{(\mu)} z^\mu \tag{5}$$

sind. Die ersten drei Funktionen $(-1)^\nu \ln^\nu (1-z)$ haben dabei folgende Entwicklungen

$$-\ln(1-z) = z + \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{3} z^3 + \frac{1}{4} z^4 + \frac{1}{5} z^5 + \cdots$$

$$+\ln^2(1-z) = z^2 + z^3 + \frac{11}{12} z^4 + \frac{5}{6} z^5 + \frac{137}{180} z^6 + \cdots$$

$$-\ln^3(1-z) = z^3 + \frac{3}{2} z^4 + \frac{7}{4} z^5 + \frac{15}{8} z^6 + \frac{29}{15} z^7 + \cdots$$

Somit erhalten wir aus **(4)**

$$s_m(x+1) = 1 + \sum_{\mu=1}^{m-1} \frac{(-1)^{\mu-1}}{\mu\,(\mu+1)} \frac{1}{\mu!} \sum_{\nu=1}^{\mu} D_\nu^{(\mu)} x^\nu = 1 - \sum_{\nu=1}^{m-1} x^\nu \sum_{\mu=\nu}^{m-1} C_\nu^{(\mu)} \frac{1}{\mu\,(\mu+1)}. \tag{6}$$

Ausführlich lauten die ersten acht Polynome

$$s_1 = 1$$

$$s_2 = 1 + \frac{1}{2} x$$

$$s_3 = 1 + \frac{7}{12} x - \frac{1}{12} x^2$$

$$s_4 = 1 + \frac{11}{18} x - \frac{1}{8} x^2 + \frac{1}{72} x^3$$

$$s_5 = 1 + \frac{449}{720} x - \frac{71}{480} x^2 + \frac{19}{720} x^3 - \frac{1}{480} x^4$$

$$s_6 = 1 + \frac{2269}{3600} x - \frac{233}{1440} x^2 + \frac{13}{360} x^3 - \frac{7}{1440} x^4 + \frac{1}{3600} x^5$$

$$s_7 = 1 + \frac{15983}{25200} x - \frac{5167}{30240} x^2 + \frac{439}{10080} x^3 - \frac{29}{3780} x^4 + \frac{13}{16800} x^5 - \frac{1}{30240} x^6$$

$$s_8 = 1 + \frac{112331}{176400} x - \frac{1339}{7560} x^2 + \frac{71}{1440} x^3 - \frac{1243}{120960} x^4 + \frac{281}{201600} x^5 - \frac{13}{120960} x^6 + \frac{1}{282240} x^7$$

Nunmehr wollen wir den Grenzübergang $m \to \infty$ durchführen. Wegen **(5)** streben dabei die Koeffizienten in **(6)** gegen

$$\sum_{\mu=\nu}^{\infty} C_\nu^{(\mu)} \frac{1}{\mu\,(\mu+1)} = \frac{1}{\nu!} \int_0^1 \int_0^t \ln^\nu (1-z)\, dz\, \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{\nu!} \int_0^1 \ln^\nu (1-z) \left(\frac{1}{z} - 1\right) dz =$$

$$= \frac{(-1)^\nu}{\nu!} \int_0^\infty u^\nu \left(\frac{1}{1-e^{-u}} - 1\right) e^{-u}\, du = (-1)^\nu \left(\zeta(\nu+1) - 1\right).$$

Da $\zeta(\nu) - 1 \sim 2^{-\nu}$ ist für $\nu \to \infty$, konvergiert die Reihe

$$s(x+1) = 1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu+1} (\zeta(\nu+1) - 1)\, x^\nu \tag{7}$$

für $|x| < 2$ absolut. Die zugehörige Reihe mit positiven Gliedern ist aber eine Majorante für die Polynome **(6)**, so daß diese für $|x| \leqq x_0 < 2$ gleichmäßig gegen die Funktion **(7)** streben.

Für $|x| < 1$ erhalten wir aus **(7)**

$$s(x+1) - \frac{1}{x+1} = \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu+1} \zeta(\nu+1)\, x^\nu = \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu+1} \frac{1}{\nu!} \int_0^\infty \frac{(xt)^\nu\, dt}{e^t - 1} =$$

$$= \int_0^\infty \frac{1 - e^{-xt}}{e^t - 1}\, dt = \int_0^1 \frac{1 - u^x}{1 - u}\, du,$$

denn die Vertauschung von Summation und Integration ist gestattet, weil die Reihe eine integrierbare Majorante besitzt. Die rechte Seite ist aber gleich $C + \psi(x+1)$ (vgl. [1] S. 157), und da die ψ-Funktion die Differenzengleichung $\psi(x+1) = \frac{1}{x} + \psi(x)$ erfüllt, läßt sich auch die durch **(7)** definierte Funktion s(x) durch die rechte Seite von **(2)** ausdrücken.

Damit haben wir das interessante Ergebnis erhalten, daß die mit Hilfe der *Newton*schen Interpolationsformel gewonnene Funktion s(x) mit der zuvor konstruierten Funktion **(2)** übereinstimmt, obwohl die Fragestellung nicht eindeutig war. Weiterhin ist bemerkenswert, daß die sich aus den Polynomen **(6)**, welche durch Interpolation der durch **(2)** definierten Funktion $s(x+1)$ an den Stellen $x = 0, 1, 2, \ldots$ entstanden sind, durch Grenzübergang ergebende Potenzreihe **(7)** nur in dem Bereich $|x| < 2$ konvergiert, in dem lediglich die beiden Interpolationsstellen $x = 0$ und $x = 1$ liegen. Man erhält also die interpolierende Funktion in einem Bereich, in dem man gar nicht interpoliert hat, während dort, wo interpoliert worden ist, nämlich in der Umgebung des Punktes Unendlich, die Reihe **(7)** divergiert.

Diese Merkwürdigkeit findet dadurch ihre Erklärung, daß die Polynome **(6)** für beliebige x mit $\Re\mathfrak{e}\, x > -2$ gegen die aus der Potenzreihe **(7)** durch analytische Fortsetzung hervorgehende Funktion $C + \psi(x+2)$ konvergieren, denn führt man den Grenzübergang $m \to \infty$ bei den Polynomen $s_m(x+1)$ in ihrer früheren Gestalt **(4)** durch, so ergibt sich die Behauptung unmittelbar aus der für nicht ganze (feste) x gültigen Beziehung $(-1)^\mu \binom{x}{\mu} \sim \frac{1}{\mu^{x+1}\,\Gamma(-x)}$ nach dem Identitätssatz für analytische Funktionen. Damit haben wir insbesondere die Darstellung für $\Re\mathfrak{e}\, x > -1$

$$\psi(x+1) = 1 - C + \sum_{\mu=1}^{\infty} \binom{x-1}{\mu} \frac{(-1)^{\mu-1}}{\mu\,(\mu+1)} \tag{8}$$

der logarithmischen Ableitung der Γ-Funktion durch eine *Newton*sche Reihe bewiesen. Man vergleiche hierzu [2], S. 222 ff. und insbesondere S. 251, wo eine Reihe von *M. A. Stern* aus dem Jahre 1847 angegeben wird, die mit dieser im wesentlichen übereinstimmt.

Literatur

[1] *Magnus, W.*, und *F. Oberhettinger*, Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik, Berlin 1948.

[2] *Nörlund, N. E.*, Vorlesungen über Differenzenrechnung, Berlin 1924.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 28
Institut für Mathematik, Direktor: Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 621.316.8 (084.2):621.315.592
Eingang: 5. 12. 1956

Nomogramme zur Bestimmung der Form- und Regelfaktoren von NTC-Widerständen

Von A. Stammberger, Assistent am Institut für Mathematik

Der Widerstand von Halbleitern mit negativem Temperaturkoeffizienten (sog. NTC-Widerständen) ist stark temperaturabhängig[1]). Er wird durch folgende Beziehung gegeben:

$$\text{(1)} \qquad R = a \cdot e^{\frac{b}{T}} \ [\Omega].$$

Der Faktor a $[\Omega]$ ist nur von der äußeren Form des Widerstandes abhängig, während der „Regelfaktor" b [°K] im wesentlichen eine Stoffkonstante ist. Es sollen Nomogramme aufgestellt werden, die die Bestimmung von a und b gestatten.

Bilden wir das Widerstandsverhältnis R/R_0 für zwei verschiedene Temperaturen T und T_0, dann fällt a heraus, und wir erhalten eine Beziehung, die nur b enthält:

$$\text{(2)} \qquad \frac{R}{R_0} = e^{\frac{b}{T} - \frac{b}{T_0}}$$

Dieser Ausdruck läßt sich auf folgende nomographische Normalform bringen:

$$\text{(3)} \qquad f_1 = b = \frac{\ln R - \ln R_0}{\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}} = \frac{f_2(R,T) + f_3(R_0,T)}{g_2(R,T) + g_3(R_0,T)}.$$

Dieser Typ würde in der vorliegenden Form aus einer Geraden und zwei Netzen mit (R, T) bzw. (R_0, T_0) bestehen. Nach Durchführung einer Transformation von der Form

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

ergeben sich die Trägerkoordinaten:

$$\text{(4)} \qquad \begin{array}{ll} \xi_1 = 0 & \eta_1 = a_{22} b \\ \xi_2 = a_{11} T & \eta_2 = a_{22} \ln R \cdot T \\ \xi_3 = a_{11} T_0 & \eta_3 = a_{22} \ln R_0 T_0 = \frac{a_{22}}{a_{11}} \ln R_0 \cdot \xi_3 \end{array}$$

Wegen des negativen Zeichens bei $1/T_0$ fallen die beiden Netze zusammen (siehe Nomogramm EI-3-a am Ende des Heftes).

Zur Bestimmung von b wird man nun folgendermaßen verfahren:

Man mißt die Widerstände für zwei möglichst weit auseinanderliegende Temperaturen und fixiert im Netz des Nomogrammes die entsprechenden Punkte. Dann liefert die Verbindungsgerade den gesuchten Regelfaktor b im Schnittpunkt mit der b-Skala.

Ist andererseits b schon bekannt, so lassen sich natürlich auch bei Vorgabe eines R_0, T_0 zu jeder beliebigen Temperatur die Widerstände ablesen.

Beispiel: Es sei für $t_0 = 15°\ C = 288°\ K$ ein $R_0 = 10^3\ \Omega$ und für $t = 150°\ C = 423°\ K$ ein $R = 90\ \Omega$ gemessen. Dann ergibt die Ablesung den Wert $b = 2160$ in Übereinstimmung mit der Rechnung ($b = 2162$).

Zur Bestimmung des Formfaktors a wird noch die Beziehung **(1)** nomographisch dargestellt. Sie kann in folgende Normalform umgeschrieben werden:

$$\text{(5)} \qquad \frac{1}{T} = \frac{\ln R - \ln a}{b}.$$

Aus den möglichen Darstellungsformen wurde die folgende gewählt: Die beiden geradlinigen Träger tragen die Bezifferung T und a. Das Netz wird aus den Größen b und R gebildet. Nach Durchführung der Transformation

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

erhält man folgende Trägerkoordinaten:

$$\text{(6)} \qquad \begin{array}{ll} \xi_1 = 0 & \eta_1 = a_{22} \cdot \frac{1}{T} \\ \xi_2 = a_{11} & \eta_2 = -a_{22} \cdot 1 \cdot \ln a + a_{21} \\ \xi_3 = \frac{a_{11}}{1 - 1 \cdot b} & \eta_3 = \frac{-a_{22} 1 \cdot \ln R + a_{21}}{1 - 1 \cdot b}. \end{array}$$

Für $b = 0$ stimmt die Netzteilung für R mit der des Trägers a überein (s. Nomogramm EI-3-b).

Die Bestimmung des Formfaktors a kann nun in folgender Weise erfolgen: Wir wählen die schon zur Bestimmung von b benutzten Werte. Der Netzpunkt $b = 2160$, $R_0 = 10^3$ liefert in Verbindung mit $t_0 = 288°$ K den Wert $a = 0{,}55$. Die Kontrollablesung für $T = 423°$ K und $R = 90\ \Omega$ bestätigt diesen Wert.

[1]) Radio und Fernsehen 1956, Nr. 6, S. 164.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 29
Institut für Mathematik, Direktor: Prof. Dr. rer. nat. Karl Bögel
Als Manuskript gedruckt! DK 546.79:535.34 (084.2)
Eingang: 6. 12. 1956

Nomogramme für das Absorptionsgesetz radioaktiver Strahlen

Von A. Stammberger, Assistent am Institut für Mathematik

Zum Schutze der mit radioaktivem Material arbeitenden Personen müssen Schutzwände aufgestellt werden. Die diese Schutzwände noch durchdringenden Strahlen dürfen eine obere Grenze nicht überschreiten.

Für diese durchgehenden Strahlungen gilt folgendes Absorptionsgesetz[1]):

(1) $$J_d = J_0 \cdot e^{-\mu d}.$$

J_0: auf das Absorbermaterial auftreffende Strahlungsintensität

d: Schichtdichte (cm)

J_d: Intensität hinter der Schichtdichte d

μ: linearer Schwächungskoeffizient (cm^{-1}).

Durch Logarithmieren läßt sich **(1)** auf die Form **(2)** bringen, die einen nomographischen Normaltyp darstellt:

(2) $$d = \frac{\ln J_0 - \ln J_d}{\mu}.$$

Dieser Typ ist charakterisiert durch zwei geradlinige, parallele Träger d und J_0. Die Parameter μ und J_d bilden sich als ein Netz ab.

Die zur besseren Erfassung der Bereiche durchgeführte Transformation ist durch folgende Determinante gekennzeichnet:

(3) $$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Damit erhält man als Koordinaten der Träger

$$\xi_1 = 0 \qquad \eta_1 = a_{22} \cdot d$$

(4) $$\xi_2 = a_{11} \qquad \eta_2 = a_{22} \cdot 1 \cdot \ln J_0 + a_{21}$$

$$\xi_3 = \frac{a_{11}}{1 - 1 \cdot \mu} \qquad \eta_3 = \frac{a_{22} \cdot 1 \cdot \ln J_d + a_{21}}{1 - 1\,\mu}.$$

[1]) H. Schwiegk: Künstliche radioaktive Isotope in Physiologie, Diagnostik und Therapie. Verlag Springer 1953.

Das Netz besteht aus einer zu d parallelen Geradenschar für μ und einem durch $d = 0$ gehenden Strahlenbüschel für J_d (siehe Blatt K-1-a am Ende des Heftes).

1. Beispiel: Eine Strahlung mit der Intensität $J_0 = 10^4$ treffe auf eine Wand von der Stärke $d = 5$ cm mit einem linearen Schwächungskoeffizienten $\mu = 0{,}5$.

Wie stark ist die durchgehende Strahlungsintensität J_d?

Man verbindet den Punkt 5 der d-Skala mit dem Punkt 10^4 der J_0-Skala durch die Ablesegerade und liest im Schnittpunkt mit der Geraden $\mu = 0{,}5$ den gesuchten Wert $J_0 = 820$ ab.

Da der Wert $J_d = 50$ mr/Tag eine Größe ist, die als maximale Strahlung vom Körper vertragen werden kann, ist für diesen Wert ein spezielles Nomogramm entworfen worden.

Setzen wir in **(1)** $J_d = 50$, dann erhalten wir

(5) $$J_0 = 50 \cdot e^{\mu d} \quad \text{oder}$$

(6) $$\ln \frac{J_0}{50} = \mu \cdot d.$$

Dieser Ausdruck kann als ein N-Nomogramm oder auch als Nomogramm mit drei parallelen Trägern mit logarithmischen Teilungen dargestellt werden.

Diese letztere Darstellung wurde für die Tafel [K-1-b] gewählt.

2. Beispiel: Wie dick muß eine Schutzwand mit einem linearen Schwächungskoeffizienten $\mu = 1$ sein, wenn sie bei einer auftreffenden Strahlungsintensität $J_0 = 10^4$ nur noch eine Strahlung $J_d = 50$ hindurchlassen soll?

Man verbindet bei Benutzung des Blattes [K-1-b] $\mu = 1$ mit $J_0 = 10^4$ und liest im Schnittpunkt mit der d-Skala den Wert $d = 5{,}3$ cm ab.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT

DER

HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK

ILMENAU

2. JAHRGANG 1956

WISS. Z. HOCHSCH. F. ELEKTROTECHN. ILMENAU · 2 (1956) HEFTE 1—3

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

A. Inhaltsverzeichnis (nach Fakultäten)

Gastvorträge

Physikalische, technische und biologische Gesichtspunkte zur Behandlung tiefliegender Geschwülste mit Hochvolt- und ultraharter Röntgenstrahlung	Huber, R., Matschke, S., Degenhardt, K. H.	H. 2	S. 67

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften

Über ein für Stabilitätsuntersuchungen geeignetes Normdiagramm der Gleichungen dritten Grades	Bögel, K.	H. 1	S. 1
Werkzeugmaschinen-Reparaturen	Beck, M.	H. 1	S. 5
Analoge Rechenmethoden (Festigkeitslehre-Elektrotechnik)	Poßner, L.	H. 1	S. 15
Spitzenkreise (Eine Studie im Beschleunigungsfeld einer bewegten Ebene)	Poßner, L.	H. 1	S. 27
Über das asymptotische Verhalten der Laplace-Transformation	Berg, L.	H. 2	S. 77
Ein Nomogramm zur Umwandlung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten	Stammberger, A.	H. 2	S. 79
Ein Nomogramm zur Bestimmung des spezifischen Leitungswiderstandes von Metallen als Funktion von Temperatur und Temperaturkoeffizienten	Stammberger, A.	H. 2	S. 81
Die Multiplikation zeitlich rasch veränderlicher nichtsinusförmiger Spannungen	Winkler, H.	H. 2	S. 83
Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mit magnetischen Verfahren	Hanke, E.	H. 2	S. 89
Einspannmomente bei Wellen	Poßner, L.	H. 2	S. 117
Untersuchungen über eine Verbesserung der Berechnung von Maschinenteilen auf Dauerfestigkeit	Euchler, W.	H. 2	S. 135
Bemerkungen zum Interpolationsproblem	Berg, L.	H. 3	S. 155
Nomogramme zur Bestimmung der Form- und Regelfaktoren von NTC-Widerständen	Stammberger, A.	H. 3	S. 159
Nomogramme für das Absorptionsgesetz radioaktiver Strahlen	Stammberger, A.	H. 3	S. 161
Eine graphische Behandlung des nichtlinearen Stromkreises beim Ferroresonanzstabilisator	Philippow, E.	H. 3	S. 163
Entwicklung eines Tintenschreiber-Polarographen mit lichtelektrischem Verstärker	Michelsson, P.	H. 3	S. 169
Ein rechnerisches Gegenstück zur zeichnerischen Methode von Mohr	Poßner, L.	H. 3	S. 175
Was können Wissenschaft und Praxis von der Dokumentation erwarten?	Schneider, U.	H. 3	S. 185

II. Fakultät für Starkstromtechnik

Neue Methoden zur Erzeugung hoher Spannungen und hoher Beschleunigungen	Stamm, H.	H. 1	S. 33
Der Einfluß des steigenden Bedarfes an elektrischer Energie auf die Problemstellungen der Energietechnik	Furkert, W.	H. 1	S. 51
Die Kurzschlußfestigkeit von Übertragungsanlagen	Furkert, W.	H. 3	S. 191
Beitrag zur Kriechstromforschung	Stamm, H.	H. 3	S. 197

III. Fakultät für Schwachstromtechnik

Kathodenfall, Stromdichte und Dunkelraumdicke der normalen Glimmentladung in Edelgas-Wasserstoff-Gemischen	Ulrich, G.	H. 2	S. 145
Ein Beitrag zum Mechanismus der Oxydschichtbildung auf Aluminiumanoden in wäßrigen Borax-Borsäuregemischen	Ulrich, G.	H. 3	S. 201

V. Fakultät für Technologie

Die Technologie des Maschinenbaues — ein selbständiger Zweig der Wissenschaft Technologie	Stöbel, W.	H. 3	S. 211
Über die Fondsbildung zur Finanzierung von Investitionen	Fraas, G.	H. 3	S. 221

Industrie-Institut für Elektrotechnik

Ein Nomogramm „Quadratwurzeln aus komplexen Zahlen"	Latwesen, A.	H. 3	S. 225

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

B. Autorenverzeichnis

Beck, M.	Werkzeugmaschinen-Reparaturen	H. 1	S. 5
Berg, L.	Über das asymptotische Verhalten der Laplace-Transformation	H. 2	S. 77
—	Bemerkungen zum Interpolationsproblem	H. 3	S. 155
Bögel, K.	Über ein für Stabilitätsuntersuchungen geeignetes Normdiagramm der Gleichungen dritten Grades	H. 1	S. 1
Buchler, W.	Untersuchungen über eine Verbesserung der Berechnung von Maschinenteilen auf Dauerfestigkeit	H. 2	S. 135
Franz, G.	Über die Fondsbildung zur Finanzierung von Investitionen	H. 3	S. 221
Furkert, W.	Der Einfluß des steigenden Bedarfes an elektrischer Energie auf die Problemstellungen der Energietechnik	H. 1	S. 51
—	Die Kurzschlußfestigkeit von Übertragungsanlagen	H. 3	S. 191
Hanke, E.	Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mit magnetischen Verfahren	H. 2	S. 89
Huber, R., u. a.	Physikalische, technische und biologische Gesichtspunkte zur Behandlung tiefliegender Geschwülste mit Hochvolt- und ultraharter Röntgenstrahlung	H. 2	S. 67
Latwesen, A.	Ein Nomogramm „Quadratwurzeln aus komplexen Zahlen"	H. 3	S. 225
Michelsson, P.	Entwicklung eines Tintenschreiber-Polarographen mit lichtelektrischem Verstärker	H. 3	S. 169
Philippow, E.	Eine graphische Behandlung des nichtlinearen Stromkreises beim Ferroresonanzstabilisator	H. 3	S. 163
Poßner, L.	Analoge Rechenmethoden (Festigkeitslehre-Elektrotechnik)	H. 1	S. 15
—	Spitzenkreise (Eine Studie im Beschleunigungsfeld einer bewegten Ebene)	H. 1	S. 27
—	Einspannmomente bei Wellen	H. 2	S. 117
—	Ein rechnerisches Gegenstück zur zeichnerischen Methode von Mohr	H. 3	S. 175
Schneider, U.	Was können Wissenschaft und Praxis von der Dokumentation erwarten?	H. 3	S. 185
Stamm, H.	Neue Methoden zur Erzeugung hoher Spannungen und hoher Beschleunigungen	H. 1	S. 33
—	Beitrag zur Kriechstromforschung	H. 3	S. 197
Stammberger, A.	Ein Nomogramm zur Umwandlung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten	H. 2	S. 79
—	Ein Nomogramm zur Bestimmung des spezifischen Leitungswiderstandes von Metallen als Funktion von Temperatur und Temperaturkoeffizienten	H. 2	S. 81
—	Nomogramme zur Bestimmung der Form- und Regelfaktoren von NTC-Widerständen	H. 3	S. 159
—	Nomogramme für das Absorptionsgesetz radioaktiver Strahlen	H. 3	S. 161
Stöbel, W.	Die Technologie des Maschinenbaues — ein selbständiger Zweig der Wissenschaft Technologie	H. 3	S. 211
Ulrich, G.	Kathodenfall, Stromdichte und Dunkelraumdicke der normalen Glimmentladung in Edelgas-Wasserstoff-Gemischen	H. 2	S. 145
—	Ein Beitrag zum Mechanismus der Oxydschichtbildung auf Aluminiumanoden in wäßrigen Borax-Borsäuregemischen	H. 3	S. 201
Winkler, H.	Die Multiplikation zeitlich rasch veränderlicher nichtsinusförmiger Spannungen	H. 2	S. 83

HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK ILMENAU

AUSWAHLLISTE

AUS DEN

NEUERWERBUNGEN

DER

HOCHSCHULBIBLIOTHEK

NUMMER 4

1956

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Auswahlliste
aus den Neuerwerbungen der Hochschulbibliothek

Nr. 4 · 1956

Allgemeines

Albert **Einstein** als Philosoph und Naturforscher (Albert Einstein philosopher-scientist, dt.). Hrsg. v. Paul Arthur Schilpp. Übers. durch Hans Hartmann (u.a.) — Stuttgart: Kohlhammer 1955. 539 S. m. Abb. (Philosophen des 20. Jahrhunderts.) A 8° 5

Kagan, W. F.: Archimedes (Archimed, dt.). Sein Leben u. Werk. Aus dem Russ. übers. v. W. Mey u. R. Drath. Mit 5 Bildern u. 1 Taf. — Leipzig: Fachbuchverl. 1955. 42 S. A 8° 7

Kunze, Horst: Bibliotheks-Verwaltungslehre. — Leipzig: Harrassowitz 1956. 342 S. (Lehrbücher für den Nachwuchs an wissenschaftlichen Bibliotheken 1.) A 8° 15

Minerva. Jahrbuch der gelehrten Welt. — Berlin: De Gruyter. Jg. 34. 1952, Abt. 2. Universitäten und Fachhochschulen. 1. Europa. Red. Bearb.: Gerhard Oestreich u. Friedu Degener. A 8° 3

Oesterreichisches Biographisches Lexikon 1815—1950. Hrsg. v. d. Österreichischen Akademie d. Wissensch. Nach Vorarbeiten v. Anton Bettelheim u. Oswald Redlich unter Mitwirkg bewährter Sachkenner u. d. Leitg v. Leo Santifaller bearb. v. Eva Obermayer-Marnach. Lfg 1. — Graz, Köln: Böhlau 1954

Poggendorff, J. C.: Biographisch-literarisches Handwörterbuch der exakten Naturwissenschaften. Unter Mitwirkg d. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin, Göttingen, Heidelberg, München u. Wien. Hrsg. v. d. Sächsischen Akademie d. Wissenschaften zu Leipzig. Redigiert v. Rudolf Zaunick u. Hans Salié. Bd 7a, T. 1.: A—E. Lfg. 2, 3. — Berlin: Akademie-Verl. 1956. A 8° 16

The **proceedings** of the 1954 Glasgow conference on nuclear & meson physics. Conference sponsored by the International Union of Pure and Applied Physics. Edited by E. H. Bellamy & R. G. Moorhouse. — London (etc.): Pergamon Press 1955. 352 S. mit Abb. u. Tab. A 4° 3

Winter, H.: Bibliographie der Veröffentlichungen über den Leichtbau und seine Randgebiete im deutschen und ausländischen Schrifttum aus den Jahren 1940 bis 1954. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 1003 S. A 8° 13

The **world** of learning. — London: Europa Publications. 6. ed. 1955. A 4° 4

Mathematik

Alexandroff, P. S.: Einführung in die Mengenlehre und die Theorie der reellen Funktionen. Übers. aus d. Russ.: Manfred Peschel u. Wolfgang Richter. Mit 25 Abb. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 279 S. (Hochschulbücher für Mathematik. 23.) M 8° 20

Alexandrow, A. D. (A. D. Aleksandrov): Die innere Geometrie der konvexen Flächen (Vnutrennjaja geometrija vypuklych poverchnostej, dt.) Übers. unter Anleitg v. L. Kaloujnine. Mit 100 Abb. im Text. — Berlin: Akademie-Verl. 1955. 522 S. (Mathematische Lehrbücher und Monographien. Mathematische Monographien. 4.) M 8° 22

Bericht über die Tagung „Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik" in Berlin vom 19. bis 22. Okt. 1954. Hrsg. v. B. W. Gnedenko. Übers. d. i. franz. bzw. russ. Sprache gehalt. Vorträge v. L. Kaloujnine u. L. Boll. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 130 S. M 8° 37

Carl, J., u. H. **Georgi:** Lehrbuch der analytischen Geometrie der Ebene für die Fachschulen des Maschinenbaus. Mit 74 Bildern. — Leipzig: Fachbuchverl. 1955. 137 S. M 8° 23

Carslaw, H. S., and J. C. **Jaeger:** Operational methods in applied mathematics. 2. ed. — London: Oxford University Press 1953. 359 S. M 8° 46

Chemnitius, Fritz: Differentiation und Integration ausgewählter Beispiele. Sammlg v. 380 ausgewählt, vollständig durchgerechnet. Beispielen, unt. Berücksichtigg d. Zusammenhänge zwischen Differential- u. Integralrechng. 2. Aufl. — Berlin: Verl. Technik 1956. 202 S. M 8° 44

Corrington, Murlan S.: Applied mathematics for technical students. Revised edition. — New York: Harper 1952. 279, 134 S. mit Fig. (Beigedr.:) Mathematical tables. 1943. M 8° 50

Courant, R.: Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Bd 1 u. 2. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955.
1. Funktionen einer Veränderlichen. Mit 126 Textfig. 3. verb. Aufl. 1955.
2. Funktionen mehrerer Veränderlichen. Mit 110 Textfig. 3., verb. Aufl. 1955. M 8° 14

Drake, Joh.: Taschenbuch für Vermessungsingenieure. 2., erw. u. ber. Aufl. — Berlin: Verl. Technik 1955. 200 S. mit Abb. u. Taf.
(Taschenausgabe Verlag Technik, 53.) M 8° 32

Dynkin, E. B., u. W. (V.) A. **Uspenski** (Uspenskij): Mathematische Unterhaltungen (Matematičeskie besedy, dt.) (Aus d. Russ. übertr. v. Peter Friedel.) (T.) 1. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1955. (Kleine Ergänzungsreihe zu d. Hochschulbüchern f. Mathematik. 13.)
1. Mehrfarbenprobleme. 65 S. Mit Abb. M 8° 6

Fromherz, Hans: Physikalisch-chemisches Rechnen in Wissenschaft und Technik. Mit 40 Abb. — Weinheim/Bergstr.: Verl. Chemie 1956. 316 S. M 8° 2

Graewe, Herbert, u. Max **Graewe:** Mathematik. Unter bes. Berücks. v. Physik u. Technik. — Leipzig: Teubner.
2. Geometrie.
T. 1. Planimetrie, mit kurzer Einführung der Lehre von den Kegelschnitten. Mit 733 Bildern. 1956. M 8° 45

Jaglom, I. M., u. W. G. **Boltjanski** (I. M. Jaglom i V. G. Boltjanskij): Konvexe Figuren (Vypuklye figury, dt.). Aus dem Russ. übertr. v. Joachim Erlebach. Mit 318 Abb. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 257 S. (Hochschulbücher für Mathematik. 24.) M 8° 21

Knochendöppel, C.: Von den Gleichungen dritten und höheren Grades. Mit zahlr. Beisp. u. Übgsaufg. nebst ihren Lösgn. — Berlin, Lpzg: Verl. Volk u. Wissen 1949. 76 S. mit Abb. (Mathematische Lehrhefte.) M 8° 47

Knopp, Konrad: Aufgabensammlung zur Funktionentheorie. T. 2. — Berlin: de Gruyter 1949.
2. Aufgaben zur höheren Funktionstheorie. 4. Aufl. 1949. (Sammlung Göschen. 878.) M 8° 3

Kupradse, W. D. (V. D. Kupradze): Randwertaufgaben der Schwingungstheorie und Integralgleichungen (Granične zadači teorii kolebanij i integralnye uravnenija, dt.) Übers. v. Hans-Günter Wosching. Mit 11 Abb. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 239 S. (Hochschulbücher f. Mathematik. 21.) M 8° 29

Lindelöf, Ernst: Einführung in die höhere Analysis. Zum Selbststudium und für Studierende der ersten Semester. Nach d. 1. schwed. u. 2. finn. Aufl. dt. hrsg. v. Egon Ullrich. Mit 94 Fig. im Text. Unveränd. Nachdruck d. 2. Aufl. — Leipzig: Teubner 1956. 526 S. M 8° 9

Michael, W.: Ortskurvengeometrie in der komplexen Zahlenebene. — Basel: Birkhäuser 1950. 93 S. 37 Abb. M 8° 10

Pfannkoch, Erich: Das Entwerfen von einfachen Leitertafel-Nomogrammen. Mit 27 Bild. im Text u. 12 Taf. als Schablonenbl. — Düsseldorf: VDI-Verl. 1956. 19 S. M 4° 1

Rado, T., und P. V. **Reichelderfer:** Continuous transformations in analysis. With an introduction to algebraic topology. Mit 53 Textabb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 441 S.
(Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. 75.) M 8° 8

Schade, C.: Taschenrechner „Fix", die Rechenmaschine in der Tasche. 8. Aufl. — Berlin: Verl. Technik 1956. 101 ungez. Bl. M 8° 15

Schmetterer, Leopold: Einführung in die mathematische Statistik. Mit 13 Textabb. — Wien: Springer 1956. 405 S. M 8° 26

Stepanow, W. W. (V. V. Stepanov): Lehrbuch der Differentialgleichungen (Kurs differencialnych uravnenij, dt.) Mit 25 Abb. Übers. aus d. Russ. nach d. 6. Aufl.: Joachim Auth (u. a.). — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 470 S. (Hochschulbücher für Mathematik. 20.) M 8° 43

Stiefel, Eduard: Lehrbuch der darstellenden Geometrie. — Basel: Birkhäuser 1947. 173 S. 110 Fig. (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften. Mathematische Reihe. 6.) M 8° 1

Wass, C. A. A.: Introduction to electronic analogue computers. — London: Pergamon Press 1955. 237 S. mit Fig. (Pergamon science series. Electronics and waves. 6.) M 8° 16

Werner, Helmut: Die Sterne dürfet ihr verschwenden. — Stuttgart: Fischer 1953. 180 S. mit Abb. M 8° 18

Weyl, Hermann: Die Idee der Riemannschen Fläche. Mit 13 Fig. im Text. 3. vollständig umgearb. Aufl. — Stuttgart: Teubner 1955. 162 S.

Woodward, P. M.: Probability and information theorie, with applications to radar. — London: Pergamon Press 1955. 128 S.
(Pergamon science series. Electronics and waves. 3.) M 8° 27

Naturwissenschaften. Allgemein

Alissow, B. P., O. A. **Drozdow** u. E. S. **Rubinštejn** (B. P. Alisov, O. A. Drozdov i E. S. Rubinštejn): Lehrbuch der Klimatologie (Kurs klimatologii. Čast 1. 2., dt.) Unter d. Redaktion v. E. S. Rubinstein. Übers. v. Hans Maede (Kapitel 1—7) u. Paul Simberg (Kapitel 8—11). — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 536 S. mit 160 Abb. u. 6 Kartenanlagen. N 8° 6

Beelitz, Paul: Radiosonden. — Berlin: Verl. Technik 1954. 136 S. mit Abb. u. Tab. N 8° 16

Bendel, Ludwig: Ingenieurgeologie. Ein Handbuch f. Studium u. Praxis. Hälfte 2. — Wien: Springer.
2. Mit 620 Abb. 1948. N 8° 20

Déribéré, M.: La couleur dans les activités humaines. — Paris: Dunod 1955. 242 S. N 8° 13

Das **Gesicht** der Erde. Brockhaus-Taschenbuch der physischen Geographie. Mit einem ABC. Bearb. v. Geograph. Inst. d. Karl-Marx-Universität Leipzig unter Leitg v. Ernst Neef. — Leipzig: F. A. Brockhaus 1956. 980 S. mit Abb. und Kart. N 8° 10

Grunow, J.: Allgemeine Wetterkunde. M. 34 Abb., 3 Wetterkart. u. 16 Taf. 2. Aufl. — Berlin-Kleinmachnow: Gartenverl. 1955. 148 S.
(Hilfsbücher für den Gärtner. 1.) N 8° 11

Kohlhaas, Rudolf, u. Helmut **Otto:** Röntgen-Strukturanalyse von Kristallen. Eine elementare Einführung. — Berlin: Akademie-Verl. 1955. 212 S. 163 Abb. u. 21 Tab. (Scientia Chimica. 7.) N 8° 3

Logwinow (**Logvinov**), K. T.: Dynamische Meteorologie (Dinamičeskaja meteorologija, dt.) Mit 43 Abb. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1955. 154 S. N 8° 8

Physiologische Chemie. E. Lehr- u. Handbuch f. Ärzte, Biologen u. Chemiker. Hervorgegangen a. d. Lehrbuch der Physiologischen Chemie v. Oloff Hammarsten. Hrsg. v. B. Flaschenträger u. E. Lehnartz. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer.
2. Der Stoffwechsel.
T. 1, a. b. Bearb. v. H. W. Berendt (u. a.) Mit 62 Textabb. 1954.
T. 2, a. Bearb. v. K. Lohmann (u. a.) Mit 70 Textabb. 1956. N 4° 2

Schenk, Gustav: Vor der Schwelle der letzten Dinge. Über d. neusten Forschgn. u. Erkenntnisse d. Chemie u. Physik. Mit 151 Photos auf Taf. u. 5 Zeichngn. — Berlin: Safari 1955. N 8° 4
308 S.

Studnitz, G. von: Physiologie des Schens. Retinale Primärprozesse. Mit 72 Abb. 2. neubearb. u. erw. Aufl. — Leipzig: Geest & Portig 1952. 493 S.
(Probleme der Biologie. 3.) N 8° 2

Wünschelrute, Erdstrahlen und Wissenschaft. Dargestellt in Arbeitsgemeinschaft v. G. Abele (u. a.) Hrsg. v. Otto Prokop. Mit 39 Abb. — Stuttgart: Enke 1953. 183 S. N 8° 1

Physik

Appelt, Heinz: Einführung in die mikroskopischen Untersuchungsmethoden. Mit 425 teilw. farb. Abb. i. Text. 3. erw. Aufl. — Leipzig: Geest & Portig 1955. 399 S. Ph 8° 18

Ardenne, Manfred von: Tabellen zur angewandten Kernphysik. — Bln: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1956. 139 S. mit Fig. u. Tab. Ph 4° 10

Bauer, Heinrich O. M.: Über die Grenzgeschwindigkeit der Energie im „Inneren" von Elektronen und Positronen und einige bemerkenswerte Folgerungen für die Theorien der Elementarladungen und des Atombaus. 2., umgearb. u. durch zahlreiche wesentl. Aussagen erw. Aufl. — Kiel: Selbstverl. 1955. 77 S. (Maschinenschriftl. Vervielf.) Ph 8° 32

Bergmann, L. und Cl. **Schaefer:** Lehrbuch der Experimentalphysik. Zum Gebrauch bei akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium. — Berlin: de Gruyter.
3. Optik und Atomphysik.
T. 1. Wellenoptik. Mit 427 Abb. u. 2 Taf. 1956 Ph 8° 10

Blanc-Lapierre, A., et M. **Perrot:** Conductibilité électrique des lames métalliques minces. — Paris: Gauthier-Villars 1954. 94 S.
(Mémorial des sciences physiques. 57.) Ph 8° 57

Böttcher, C. F. J.: Theory of electric polarisation. — Amsterdam (usw.): Elsevier 1952. 492 S. Ph 8° 6

Borgnis, Fritz E. u. Charles H. **Papas:** Randwertprobleme der Mikrowellenphysik. Mit 75 Textabb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 266 S. Ph 8° 36

Braddick, H. J. J.: The physics of experimental method. — London: Chapman & Hall 1954. 404 S. mit Fig. u. Tab. Ph 8° 17

Büttner, W.: Die Entropie. Physikal. Grundlagen u. techn. Anwendungen. M. 125 Bild., 29 Taf. 2. wesentl. erweit. Aufl. — Düsseldorf: VDI-Verl. 1950. 224 S. Ph 8° 1

Czarski, Andrzej, i Andrzej **Deloff:** Reportaze z mikrokosmosu. — Warszawa: Iskry 1955. 148 S. mit Abb. Ph 8° 26
(Reportagen aus dem Mikrokosmos. — Poln.)

Déribéré, Maurice: Les applications pratiques de rayons infrarouges. Troisième édition. — Paris: Dunod 1954. 431 S. 316 Abb. Ph 8° 7

Déribéré, Maurice. Les applications pratiques des rayons ultra-violets. — Paris: Dunod 1947. 247 S. mit 129 Fig. Ph 8° 9

Finkelnburg, Wolfgang: Einführung in die Physik. Mit 266 Abb. 4. verb. u. erg. Aufl. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 545 S. Ph 4° 1

Gillespie, A. B.: Signal, noise and resolution in nuclear counter amplifiers. — London: Pergamon Press 1953. 155 S.
(Pergamon science series. Electronics and waves. 1.) Ph 8° 8

Günther, Norbert: Die Struktur des Schraumes. Mit 15 Abb. — Stuttgart: Wissenschaftl. Verlagsgesellsch. 1955. 64 S. Ph 8° 19

Korsunski, M. I. (M. I. Korsunskij): Der Atomkern (Atomnoe jadro, dt.) Bearb. v. Irmelin Heller. Dt. Übers. v. Walter Biehahn. Mit 102 Abb. im Text u. Tafelanhg. 2. dt. Aufl. nach d. 4. Aufl. d. Originalwerkes. — Halle (Saale): Knapp 1955. 326 S. Ph 8° 11

Lexikon der Physik. Unter Mitarb. v. . . . . Hrsg. v. H. Franke, Bd 1—2. — Stuttgart: Franckh'sche Verlagshandlung 1955. Mit Abb. u. Taf. Ph 4° 6

Liechti, Adolf: Röntgenphysik. 2., vollst. neubearb. Aufl. v. Walter Minder. Mit 264 Textabb. — Wien: Springer 1955. Ph 8° 4
306 S.

Morse, Philip M., and Herman **Feshbach:** Methods of theoretical physics. Part 1. 2. — New York (usw.): McGraw-Hill 1953.
(International series in pure ans applied physics.)
1. Chapters 1 to 8. Mit Fig. Ph 8° 14
2. Chapters 9 to 13. Mit Fig.

Przibram, Karl: Irradiation Colours and luminescences. A contribution to mineral physics. (Übers. u. d. Dt. v. John Espenett, Caffyn.) — London: Pergamon 1956. 332 S. (Pergamon Science Series. Physics. 1.) Ph 8° 5

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Reichenbach, Hans: Philosophische Grundlagen der Quantenmechanik. Ins Deutsche übers. v. Maria Reichenbach. — Basel: Birkhäuser 1949. 198 S.
(Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften. 1.) Ph 8° 28

Stapf, Helmut: Fotographische Praxis. Mit 417 Bildern, 1 Originalfoto, 4 Farbtaf. u. 16 Typentaf. 3., verb. Aufl. — Leipzig: Fachbuchverl. 1956. 382 S. Ph 8° 23

Szabó, István: Höhere technische Mechanik. Nach Vorlesungen. Mit 402 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 472 S. Ph 8° 13

Waveguide handbook. Ed. by N. Marcuvitz. Office of Scientific Research and Development National Defense Research Committee. — New York (usw.): McGraw-Hill 1951. 428 S. mit Fig.
(Radiation laboratory series. 10.) Ph 8° 12

Wurst, Werner: Exakta-Kleinbild-Fotografie. 214 Abb. u. 6 Farbtaf. 5. Aufl. — Halle (Saale): Knapp 1956. 415 S. Ph 8° 24

Zimmer, Ernst: Umsturz im Weltbild der Physik. 103 Abb. 10., völl. überarb. Aufl. — München: Hanser 1954. 300 S. Ph 8° 3

Chemie

Autenrieth, (Wilhelm.) — (Karl Wilhelm) **Rosenmund:** Qualitative chemische Analyse. Zum Gebr. in chem. u. pharmazeut. Laboratorien. Mit 11 Abb. 4., völl. umgearb. Aufl. v. Karl W. Rosenmund. — Dresden, Leipzig: Th. Steinkopff 1955. 152 S. Ch 8° 12

Eucken, Arnold: Grundriß der physikalischen Chemie. Bearb. v. Ewald Wicke. Mit 189 Abb. 8., bearb. Aufl. — Leipzig: Geest & Portig 1956. 740 S. mit Tab. Ch 8° 25

Glass reinforced plastics. Edited by Phillip Morgan. — London (usw.): Iliffe (usw.) 1955. 248 S. mit Abb., Fig. u. Tab. Ch 8° 26

Handbuch der **Chemikers** (Spravočnik chimika, dt.). — Berlin: Verl. Technik 1956.
1. Allgemeine Grundlagen. Elemente u. Aufbau d. Materie. Eigenschaften d. wichtigsten Stoffe. Tabellen v. Spektral- u. Röntgen-Spektrallinien. Mit Abb. 1956. Ch 8° 10

Handbuch der **Katalyse.** Hrsg. v. G.-M. Schwab. Bd 1—7. — Wien: Springer 1940—1943.
1. Allgemeines und Gaskatalyse. 1941.
2. Katalyse in Lösungen. 1940.
3. Biokatalyse. 1941.
4. Heterogene Katalyse I. 1943.
6. Heterogene Katalyse III. 1943.
7. Katalyse in der organischen Chemie. 1943.
Hälfte 1.
Hälfte 2. Ch 8° 1

Klages, Friedrich: Lehrbuch der organischen Chemie. Bd 1—3. — Berlin: de Gruyter 1952.
1. Systematische organische Chemie.
Hälfte 1. Kohlenwasserstoffe, Halogenverbindungen, Sauerstoffverbindungen. Mit 12 Abb. u. 25 Tab. Ch 8° 5
1952.

Lederer, Michael: An Introduction to paper electrophoresis and related methods. — Amsterdam (usw.): Elsevier 1955. 206 S. Ch 8° 6

Oppenheimer, Carl u. Carl **Naegeli:** Grundriß der organischen Chemie. Neubearb. v. Otto Neunhoeffer u. Reinhold Metze. 17. Aufl. — Leipzig: Thieme 1955. 328 S. Ch 8° 9

Ost, (Hermann,) — (Berthold) **Rassow:** Lehrbuch der chemischen Technologie. Hrsg. v. B. Rassow u. Wilhelm Karl Schwarze. Mit 541 Abb., 203 Tab. im Text u. 13 Taf. 26. neubearb. Aufl. — Leipzig: Barth 1955. 1269 S. Ch 8° 7

Pauling, Linus: Chemie. Ein Einführung (General Chemistry, dt.) Übers. u. bearb. v. F. Helffrich. — Weinheim/Bergstr.: Verl. Chemie 1956. 624 S. m. Abb. u. Taf. Ch 8° 2

Ryschkewitsch, Eugen: Oxydkeramik der Einstoffsysteme vom Standpunkt der physikalischen Chemie. Mit 132 Abb. — Bln., Gött., Heidelb.: Springer 1948. 280 S. Ch 8° 22

Schleicher, A.: Elektroanalytische Schnellmethoden. Mit 17 Abb. u. 22 Tab. 3. neubearb. Aufl. v. Fischer-Schleicher „Elektroanalytische Schnellmethoden". — Stuttgart: Enke 1947. 193 S.
(Die chemische Analyse. 4./5.) Ch 8° 3

Schwarzenbach, Gerold: Allgemeine und anorganische Chemie: Ein einfaches Lehrbuch auf neuzeitlicher Grundlage. Mit 107 Abb. 3. u. 4., neubearb. Aufl. (Nachdruck). — Leipzig, 107 Abb. 3. u. 4., neubearb. Aufl. (Nachdruck). — Leipzig, Thieme 1955. 474 S. Ch 8° 13

Wittenberger, Walter: Rechnen in der Chemie. Eine Einführung. T. 1. — Wien: Springer.
1. Mit 273 entwickelten Übungsbeispielen, über 1400 Übungsaufg. samt Lösungen u. 78 Abb. 3., durchges. u. erg. Aufl. 1955. Ch 8° 16

Worobjew, N. K., W. A. **Golzschmidt** u. M. Ch. **Karapetjanz** (N. K. Vorobev, V. A. Golcšmidt i M. Ch. Karapetjane): Praktikum der physikalischen Chemie. (Praktikum po fizičeskoj chimii, dt.) Übers. aus d. Russ. v. G. Froelich. — Berlin: Verl. Technik 1955. Mit Bildern. Ch 8° 11

Technik. Allgemein

Aluminium-Taschenbuch. Mit 400 Bildern u. 170 Taf. Hrsg.: Aluminium-Zentrale e. V. Verantw. Bearb.: Johannes Reiprich u. Wilhelm v. Zwehl. 11. Aufl. Neubearb. u. wesentl. erw. — Düsseldorf: Aluminium-Verl. 1955. 965 S. T 8° 77

Borodin, W. A. (V. A.), u. T. B. **Poljak:** Organisation und Planung in Textilbetrieben (Organizacija i planirovanie predprijatij tekstilnoj promyš lennosti. Čast 1., dt.) Übers. a. d. Russ.: Helmut Rückert u. Lisbeth Schulze. — Berlin: Verl. d. Wirtschaft 1956. 488 S. mit 45 Abb. u. 46 Tab. T 8° 6

Brady, George S.: Materials Handbook. An encyclopedia for purchasing agents, engineers, executives and foremen. 8. edition. New York (etc.): McGraw-Hill 1956. 1022 S. (McGraw-Hill Handbooks.) T 8° 130

Das chemische Verhalten von Aluminium. Erfahrungen und Ergebnisse aus Forschung und Praxis. Hrsg. v. d. Aluminium-Zentrale e. V. — Düsseldorf: Aluminium-Verl. 1955. 333 S. T 8° 29

Espe, Werner: Kovar, ein nützlicher Werkstaff der Hochvakuum- und Gerätebau-Technik (Kovar, užitečný materiál pro vakuovou techniku a stavbu přístroju, dt.) Seine Herstellung, Eigenschaften u. Verwendigstechnik. Mit 53 Abb. u. 10 Taf. — Füssen/Bayern: Winter 1956. 84 S. T 8° 14

Gayer, Sig.: Die Holzarten und ihre Verwendung in der Technik. Mit 52 Bildern. 7., verb. u. erw. Ausg. Hrsg. v. Erwin Gayer. — Leipzig: Fachbuchverl. 1954. 244 S. T 8° 89

gestaltete industrieform in deutschland. industrial design in germany. esthétique industrielle en allemagne. E. Auswahl formschön. Erzeugn. a. d. Dt. Industriemesse Hannov. 1954. Hrsg. v. d. Zentralstelle z. Förderung Dt. Wertarb. e. V. in Verbindg m. d. Arbeitskreis f. industr. Formgebg im Bundesverbd d. Dt. Industrie. — Düsseldorf: Econ-Verl. 1955. 158 S., 192 Abb. T 8° 63

International Union of Theoretical and Applied Mechanics (Iutam.) Colloquium on fatigue. Proceedings. Colloque de fatigue. Comptes-Rendus. Kolloquium über Ermüdungsfestigkeit. Verhandlungen. Ed.: Waloddi Weibull u. Folke K. G. Odqvist. Stockholm, May 25—27, 1955. With 194 figures. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 339 S. T 8° 42

Kesselring, F.: Bewertung von Konstruktionen. E. Mittel zur Steuerung d. Konstruktionsarbeit. Arbeitsgemeinschaft deutscher Konstruktions-Ingenieure (ADKI) im VDI. — Düsseldorf: VDI-Verl. 1951. 50 S. Abb. und Taf. T 8° 5

Krischer, Otto u. Karl **Kröll:** Trocknungstechnik. Bd 1. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956.
1. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik von O. Krischer. Mit 274 Abb. u. 4 Taf. 1956. T 8° 38

Loewy, Raymond: Häßlichkeit verkauft sich schlecht (Never leave well enough alone, dt.) die erlebnisse des erfolgreichsten formgestalters unserer zeit. Ins Deutsche übertr. v. Hans Achim Waschl. — Düsseldorf: Econ-Verl. 1955. 300 S. mit Abb. T 8° 62

MacMillan, R. H.: Automation, friend or foe? — Cambridge: University Press 1956. 100 S. mit Abb. T 8° 98

Metals and alloys. 5. ed. rev. — London (usw.): Cassier, Iliffe in Komm. 1949. 214 S. T 8° 75

Mey, Horst: Fließarbeit und Förderung von Massengütern. Planung, Konstruktion, Berechnung. Bearb. v. Erich Korth u. Kurt Rebling. 2., durchges. u. verb. Aufl. — Halle: Knapp 1956. 298 S. mit 370 Abb. T 8° 19

Missoshnikow, W. M., u. M. J. **Grinberg** (V. M. Misošnikov i M. Ja. Grinberg): Kaltpressen und Kaltstauchen (Technologija cholodnoj vysadki metallov, dt.) Übers. aus d. Russ.: Edgar Scheitz. — Berlin: Verl. Technik 1955. 336 S. mit Abb. u. Taf. T 8° 20

The new American machinist's handbook. Ed. by Rupert le Grand. Based upon earlier editions of „American machinist's Handbook", edited by Fred H. Colvin and Frank A. Stanley. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. Gotr. Pag. mit Fig. u. Tab.
(MacGraw-Hill handbooks.) T 8° 99

Peredovye metody truda novatorov černoj metallurgii. (Hrsg.) Ministerstvo černoj metallurgii SSSR, techničeskom upravlenie. Centralnyj institut informacii. Moskva: Metallurgizdat 1952. 223 S. mit Abb. u. Tab. (Fortschrittliche Arbeitsmethoden der Neuerer der Schwarzmetallurgie. — Russ. (Peredovye metody truda.) T 8° 11

Prager, William: Probleme der Plastizitätstheorie. Mit 52 Textabb. — Basel, Stuttgart: Birkhäuser 1955. 100 S. (Lehr- und Handbücher der Ingenieurwissenschaften. 17.) T 8° 36

Rogožev, N. A.: Technologija i oborudovanie proizvodstva elektroizmeritelnych priborov Moskva (usw.): Gosenergoizdat 1956. 271 S.
(Technologie und Ausrüstung der Betriebe für Elektromessgeräte. — Russ.) T 8° 13

Sacharov, V. P.: Technologija elektroapparatostroenija. Cast 1. — Moskva (usw.): Gosenergoizdat 1956. (Technologie des Elektroapparatebaues. — Russ.)
1. Osobennosti elektroapparatostroenija. Technologija tokovedyščich detalej i magnito provodov. Izdanie vtoroe, pererabotannoe. Mit Fig. 1956. T 8° 12

Schmidbauer, Hans: Abwickelbare Flächen. Eine Konstruktionslehre für Praktiker. Mit 80 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. T 8° 8

Schönheit der Technik. (Die gute Industrieform.) Gedanken u. Bilder zu e. Ausstellung d. Landesgewerbeamtes Baden-Württemberg. — Stuttgart: Hatje 1955. XXXVI S. Text mit Abb., 152 S. Abb. T 8° 6

Scholl, Gerhard: Die Ermittlung der Produktionskapazität und der Kapazitätsausnutzung in den volkseigenen Industriebetrieben der Deutschen Demokratischen Republik. — Berlin: Verl. d. Wirtschaft 1956. 214 S. mit Tab. T 8° 61

Shigley, Joseph Edward: Machine design. — New York (usw.): McGraw-Hill 1956. 523 S. mit Fig.
(McGraw-Hill series in mechanical engineering.) T 8° 74

Wandeberg, Erich: Kunststoffe, ihre Verwendung in Industrie und Technik. Mit 128 Abb. u. 2 Taf. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 263 S. T 8° 37

Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung. E. Lehrbuch f. Ing.-Schulen u. ähnl. techn. Lehranstalten u. z. Selbstunterricht. Bearb. v. Ernst Zimmermann. Mit 170 Abb. i. Text u. auf 4 Taf. u. 1 Taf. „Kunststoffschema" 7. Aufl. — Leipzig: Jänecke in Komm. 1941. 232 S.
(Bibliothek der gesamten Technik. 457.) T 8° 28

Maschinenbau, Wärmetechnik, Hydraulik

Betriebs-Handbuch BH 55 für Pittler-Revolver-Drehbänke. — Langen Bez. Ffm.: Pittler Maschinenfabrik. Frankfurt a. M. Blazek & Bergmann in Komm. 1955. 256 S. mit Abb.
(Umschlagt.:) Pittler Betriebshandbuch für Revolverdrehbänke. BH 55. MW 8° 20

Black, Paul H.: Machine design. 2. ed. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 471 S. mit Fig. MW 8° 28

Fuchslocher, (Eugen A., u. Hellmuth) **Schulz:** Die Pumpen. Arbeitsweise, Berechnung, Konstruktion. Für Studierende d. Maschinenbaus u. zum Selbststudium. Vollst. neu bearb. u. erw. v. Hellmuth Schulz. Mit 277 Abb. 9. Aufl. d. Buches v. Matthießen Fuchslocher. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 138 S. MW 8° 33

Grochalski, Reinhart: Gießereiformstoffe. Vorkommen, Eigenschaften, Prüfung und Anwendungsmöglichkeiten. — Berlin: Verl. Technik 1955. 333 S. mit Abb. u. Tab. MW 8° 16

Kowalczewski, Stanisław: Urzadzenia chlodnicze. — Warszawa: Państwowe wydawnictwa techniczne 1955. 315 S. mit Abb., Tab. u. Anl.
(Kühlanlagen. — Poln.) MW 8° 4

Kretzschmer, Fritz: Taschenbuch der Durchflußmessung mit Blenden. Für Betriebsleute u. Werkswärmestellen gemeinfaßl. dargest. 5. überarb. u. erw. Aufl. — Düsseldorf: VDI-Verl. 1955. 71 S. 32 Taf. MW 8° 2

Oberg, Erik, and F. D. **Jones:** Machinery's handbook for machine shop and drafting-room. A reference book on machine design and shop practice for the mechanical engineer, draftsman, toolmaker, and machinist. Editor Holbrook L. Horton. 15. ed. — New York (usw.): Industrial Press (usw.) 1956. 1911 S. mit Fig. u. Tab. MW 8° 50

Powell, C. F., I. E. **Campbell** and B. W. **Gonser:** Vapor-Plating. The formation of coatings by vapor-deposition techniques. Sponsored by The Electrochemical Society, Inc. New York, N. Y. — New York (usw.): Wiley (usw.) 1955. 158 S. MW 8° 35
(The electrochemical society series.)

Schwerd, Friedrich: Spanende Werkzeugmaschinen, Grundlagen und Konstruktionen. E. Lehrbuch f. Hochschulen, Ingenieurschulen u. f. d. Praxis. Mit 709 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 543 S. MW 4° 3

Sechler, Ernest E.: Elasticity in engineering. — New York (usw.): Wiley (usw.) 1952. 419 S. mit Fig.
(Galcit aeronautical series.) MW 8° 36

VDI-Wärmeatlas. Berechnungsblätter für den Wärmeübergang. Hrsg. v. Verein Deutscher Ingenieure, Fachgruppe Verfahrenstechnik. — Düsseldorf: Dt. Ing.-Verl. 1954. Mit Bildern. MW 4° 9
(Karteiform.)

Wärmetechnische Arbeitsmappe. Berechnungsunterlagen für den Entwurf u. den Betrieb v. Kraftanlagen. 107 Arb.-bl. mit Einführg, Vorwort u. Inhaltsverz. Hrsg. v. VDI. 7., überarb. u. erw. Aufl. — Düsseldorf: Deutsch. Ing.-Verl. 1953/54. 109 ungez. Bl. MW 4° 7

Kerntechnik

Chemical Processing and equipment. Hrsg. United States Atomic Energy Commission. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 302 S. mit Abb.
(Selected reference Material on atomic energy. 6.) K 4° 3

Hughes, Donald J., and John A. **Harvey:** Neutron cross sections. Hrsg. United States Atomic Energy Commission. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 328 S. mit Tab.
(Selected reference material on atomic energy. 6.) K 4° 5

Production of heavy water. Part 1/2. Editors: George M. Murphy, Harold C. Urey u. Isidor Kirshenbaum. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 394 S. mit Fig.
Part 1. Malony, James O. George F. Quinn, and Harold S. Ray: Commercial production of heavy water.
Part 2. Laboratory studies for separation processes. By Maxwell L. Eidinoff (u. a.).
(National nuclear energy series. Manhattan Project technical section. Div. 3, Vol. 4 K 8° 1

Reactor handbook, engineering. Hrsg. United States Atomic Energy Commission. Unter Mitarb. v. . . . hrsg. v. J. F. Hogerton u. R. C. Grass. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 1075 S. mit Fig.
(Selected reference material on atomic energy. 3.) K 4° 10

Reactor handbook, materials: General properties. Hrsg. United States Atomic Energy Commission. Unter Mitarbeit v. . . . hrsg. v. J. F. Hogerton u. R. C. Grass. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 610 S. mit Fig.
(Selected reference material on atomic energy. 4.) K 4° 8

Reactor handbook, physics. Hrsg. United States Atomic Energy Commission. Unter Mitarb. v. . . . hrsg. v. J. F. Hogerton u. R. C. Grass. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 790 S. mit Fig.
(Selected reference material on atomic energy. 2.) K 4° 6

Research Reactors. Hrsg. United States Atomic Energy Commission. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 442 S. mit Abb.
(Selected reference Material on atomic energy. 1.) K 4° 1

Elektrotechnik

Boon, S. D.: Germanium-Dioden. Übers. v. W. Sparbier. — Eindhoven (Holland): Philips 1955.
(Philips' technische Bibliothek. Populäre Reihe. 5.) E 8° 7

Daeos, Fernand: Electricité théoretique. — Paris (usw.): Dunod (usw.) 1946. 412 S. mit Fig. E 8° 27

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Dawes, Chester L.: Industrial electricity. Vol.1. — New York (usw.): McGraw-Hill 1956.
1. Direct currents. Mit Fig. 3. ed. 1956. E 8° 17

Dehnungsmeßstreifen-Meßtechnik (Rekstrookjes meettechnik, dt.) Eine Abhandlg über d. Theorie u. d. prakt. Anwendg v. Dehnungsmeßstreifen u. d. zugehör. Meßgeräten v. Jacobus Joh. Koch (u. a.) — Eindhoven/Holland: Philips 1951. 99 S. mit Abb.
(Philips' technische Bibliothek. Bücherreihe „Diverse". 4.) E 8° 6

Drysdale, C. V., u. A. C. **Jolley:** Electrical measuring instruments. T. 1. — London: Chapman & Hall 1952.
1. General principles and electrical indicating instruments. Mit Fig. u. Tab. Second edition revised by G. F. Tagg. 1953. E 8° 13

Electrical engineers' handbook. Prepared by a staff of specialists. (Vol. 1. 2.) — New York (usw.): Wiley (usw.).
(Wiley engineering handbook series)
1. Electric power. Harold Pender and William A. de Mar editors. Mit Fig. u. Tab. 4. ed. 1953.
2. Electric communication and electronics. Harold Pender and Knox McIlwain editors. Mit Fig. u. Tab. 4. ed. 1954. E 8° 291

Elektronisches Normen- und Vorschriften-Verzeichnis. April 1956. — Berlin, Köln, Frankfurt a. M.: Beuth in Komm., Berlin-Charlottenburg: VDE-Verl. 1956. 90 S. E 8° 3

Geiger, Karl: Methodik der Lehre der Wechselstromtechnik. — Berlin: Verl. Technik 1956. 198 S. mit 30 Abb. u. 10 Taf. E 8° 9

Goedecke, Werner: Mathematische Grundlagen der Wechselstromlehre. Bd. 1. — Berlin: Verl. Technik 1956.
(Taschenausgabe Verlag Technik. 36)
1. Anwendungen des symbolischen Rechenverfahrens auf periodische, rein sinusförmige Wechselvorgänge. 76 Bilder. 2. Aufl. 1956. E 8° 10

Koppelmann, F.: Wechselstrommeßtechnik unter besonderer Berücksichtigung des mechanischen Präzisionsgleichrichters. Mit 192 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 225 S. E 8° 23

Laporte, Hansgeorg: Die Messung von elektrischen Schwingungen aller Art nach Frequenz und Amplitude. Mit 187 Abb. 2., erw. Aufl. — Halle (Saale): Knapp 1956. 159 S. (Taschenbücher der praktischen Physik für Naturwissenschaftler und Ingenieure. 1.) E 8° 11

Laporte, Hansgeorg: Die Messung und Berechnung von Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten aller Art. Mit 193 Abb. 2., erw. Aufl. — Halle (Saale): Knapp 1956. 162 S. u. Taf.
(Taschenbücher der praktischen Physik für Naturwissenschaftler und Ingenieure. 4.) E 8° 12

Orth, Hans: Technik elektrischer Messungen. — Essen: Girardet 1955. 240 S. mit 418 Bildern.
(Fachbücher für Ingenieure.) E 8° 28

Siskind, Charles S.: Electrical Circuits. Direct and alternating current. — New York (usw.): McGraw-Hill 1956. 516 S. mit Fig. E 8° 16

Teuchert, Hans: Grundlagen der Elektrotechnik. — Leipzig: Fachbuchverl.
2. Wechselstromtechnik. Bearb. v. Karl Wahl. Mit 351 Bildern. 1956. E 8° 36

Weiss, A. von, u. H. **Kleinwächter:** Übersicht über die theoretische Elektrotechnik. Repetitorium u. Anleitg zur Durcharbeit d. Grundlagen. — Leipzig: Geest & Portig.
2. Ausgewählte Kapitel und Aufgaben. Mit 206 durchgerechn. Aufgab. u. 223 Textabb. 1956. E 8° 22

Zipp (Hermann): Die Elektrotechnik. Hrsg. v. Max Reck unter Mitarb. v. . . . 8., vollst. neu bearb. Aufl. — Wiesbaden: Steiner 1955. E 4° 1

Starkstromtechnik

AEG-Hilfsbuch für elektrische Licht- und Kraftanlagen. Mit über 1100 Bildern, Zeichngn u. Taf. 7. Aufl. — Essen: Girardet 1956. 716 S. St 8° 5

Aumüller, Eugen: Die elektrische Beleuchtung von Eisenbahnfahrzeugen. Mit 122 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 181 S. St 8° 24

Bätz, Herbert: Überspannungen in Energieversorgungsnetzen. Mit 213 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 295 S. mit Tab. St 8° 8

Carpentier, H.: Lignes électriques T. II, T. Etude mécanique et construction des lignes aériennes. Préface de H. Parodi. — Paris: Editions Eyrolles 1955. 250 S. mit Abb. u. Anl. St 8° 9

Ehlers, Walther: Kabel-Herstellung, Kabelaufbau, Werkstoffe, Verfahrenstechnik. Überarb. u. erg. v. Hermann Lau. Mit 353 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956. 434 S. St 8° 21

Fedorov, A. A.: Elektrosnabženie promyšlennych predprijatij. — Izdanie vtoroe, pererabotannoe i dopolnennoe. — Moskva: — Izdanie vtoroe, pererabotannoe i dopolnennoe. — Moskva (usw.): Gosenergoizdat 1956. 463 S. mit Fig. St 8° 7
kva (usw.): Gosenergoizdat 1956. 463 S. mit Fig.

Glazunov, A. A.: Električeskie seti i sistemy. Izdanie trete, pererabotannoe. — Moskva (usw.): Gosenergoizdat 1954. 574 S. mit Fig. St 8° 16
(Elektrische Netze und Systeme. — Russ.)

Industrial power systems handbook. Editor Donald Beeman. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 971 S. mit Fig. u. Tab. St 8° 52
(McGraw-Hill handbooks.)

Maroszek, Henryk: Elektryczne urzadzenia gornicze. . . . Stalinogrod: Wydawnic two Górnicze — Hutnicze. (Elektrische Bergbauanlagen. — Poln.) St 8° 18
2. Mit Fig. 1955.

Popov, I. S.: Ekspluatacija elektrooborudovanija bašennych kranov. — Moskva: Gosudarstvennoe izdatelstvo literatury po stroitelstvu i architekture 1950. 135 S.
(Betrieb der elektrischen Ausrüstung der Turmkräne. Russ.) St 8° 4

Robinson, R. A., and R. H. **Stokes:** Electrolyte solutions. The measurement and interpretation of conductance, chemical potential and diffusion in solutions of simple electrolytes. — London: Butterworths scientific publications 1955. 512 S. mit Fig. u. Tab. St 8° 33

Salauze, J.: Traité de galvanoplastie. Préface de A. Darbay. 3. éd. — Paris: Dunod 1956. 819 S. mit Fig. u. Taf. St 8° 29

Willheim, R., u. M. **Waters:** Neutral Grounding in high-voltage transmission. — New York (usw.): Elsevier 1956. 669 S. 60 Tab. St 8° 2

Schwachstromtechnik

Ascev, B. P.: Kolebatelnye cepi. Izdanie trete. — Moskva: Svjazizdat 1955. 461 S. mit Abb.
(Schwingungskreise. — Russ.) Sch 8° 45

Bergtold, F.: Antennentaschenbuch. Mit 207 Bildern. — Berlin-Tempelhof: J. Schneider 1955. 176 S. mit Abb. Sch 8° 10

Diefenbach, Werner W.: Miniatur- und Subminiatur-Empfänger. Grundlagen, Konstruktionsprinzipien u. ausführl. Bauanleitgn mit 71 Bauskizzen, Fotos u. 10 Tab. — Bln-Tempelhof: Schneider 1955. 73 S.
(Deutsche Radio-Bücherei. 108.) Sch 8° 66

Doluchanov, M. P. (M. P. Doluchanov): Die Ausbreitung von Funkwellen (Rasprostranenie radio voln, dt.) Übers.: K. Keller u. A. Feodorow. — Berlin: Verl. Technik 1956. 388 S. mit Abb. u. Tab. Sch 8° 43

Elektronik in der Fernsprech-Vermittlungstechnik. Hrsg. v. Karl-Heinz Rumpf unter Mitarb. v. . . . — Berlin: Verl. Technik, München: Porta Verl. 1956. 296 S. Sch 8° 15

Goudet, G.: Electronique industrielle. Paris: Eyrolles 1955. 634 S. mit Fig. u. Tab.
Aus: Electronique générale, Par A. Blanc-Lapierre, G. Goudet et A. Lapostolle. Dans la collection „L'école nationale supérieure des télécommunications". Sch 8° 95

Kercelli, L. I., i. V. Ju. **Ryžkin:** Teplovye električeskie stancii. Izdanie vtoroe. — Moskva (usw.): Gosudarstvennoe energetičeskoe izdatelstvo 1956. 488 S. mit Abb.
(Wärme-Elektrokraftwerke. — Russ.) Sch 4° 5

Klein, Wilhelm: Die Theorie des Nebensprechens auf Leitungen. Mit 55 Abb. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1955. 135 S. Sch 8° 47

Limann, Otto: Röhrenvoltmeter. Mit 61 Bildern. 3. Aufl. — München: Franzis-Verl. 1955. 64 S.
(Radio-Praktiker-Bücherei. 33.) Sch 8° 36

Morgenroth, Otto, u. Karl **Rothammel:** Taschenbuch für den Kurzwellenamateur. Hrsg. v. Zentralvorstand d. GST. 3. verb. Aufl. — Berlin: Sport u. Technik 1956. 199 S. Sch 8° 4

Püschl, Klaus: Mathematische Methoden in der Hochfrequenztechnik. — Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956.
1. Mathematische Hilfsmittel, Anwendungen auf Hochfrequenztechnik u. Elektronik. Mit 165 Abb. 1956. Sch 4° 3

Schlegel, H. R., u. Alfred **Nowak:** Impulstechnik. Mit 645 Abb. — Hannover: Schütz 1955. 623 S. Sch 8° 9

Schuler, M.: Einführung in die Theorie der selbsttätigen Regler. Mit 175 Abb. — Leipzig: Geest & Portig 1956. 278 S. (Technisch-Physikalische Monographien. 9.) Sch 8° 12

Starr, A. T.: Electronics. — London: Pitmann 1956. 399 S. mit Abb. Sch 8° 21

Terman, Frederick Emmons: Electronic and radio engineering. Assisted by Robert Arthur Helliwell, Joseph Mayo Pettit (u. a.) 4. ed. — New York (usw.): McGraw-Hill 1955. 1078 S. mit Fig. u. Tab.
(McGraw-Hill electrical and electronic engineering series.) Sch 8° 65

Thomason, J. G.: Linear feedback analysis. London: Pergamon Press 1955. 355 S. mit Fig. u. Tab. Sch 8° 11

Trnka, Zdeněk: Einführung in die Regelungstechnik (Servomechanismy, dt.) Dt. Übers. u. wissenschaftl. Bearb. v. G. Mierdel. — Berlin: Verl. Technik 1956. 404 S. mit Abb. u. Tab. Sch 8° 14

Young, A. P., u. L. **Griffiths:** Automobile electrical equipment. A complete survey of electric lighting, starting and ignition as applied to the internal combustion engine. With 350 illustr. 5. ed. — London: Iliffe 1955. 388 S. Sch 8° 27

Zarew, B. M. (B. M. Carev): Berechnung und Konstruktion von Elektronenröhren (Rasčet i konstruirovanie elektronnych lamp, dt.) Übers. v. F. Lutz. — Berlin: Verl. Technik 1955. 334 S. Sch 8° 13

Gesellschaft, Staat, Politik

Bubli, M. (M. Bublij): Über die geistige und körperliche Arbeit in der UdSSR (O trude umstvennom i fizičeskom v SSSR, dt.) Übers. v. Edith Maaß. — Berlin: Dietz 1955. 86 S. R 8° 5

Chruschtschow, N. S. (Nikita Sergeevič Chruščev): Rechenschaftsbericht des Zentralkomitees der KPdSU an den 20. Parteitag. Referat. Anh.: Entschließung d. 20. Parteitages d. KPdSU zum Rechenschaftsbericht d. ZK d. KPdSU. 2. Aufl. — Berlin: Dietz 1956. 192 S.
(20. Parteitag d. KPdSU. 14.—25. Febr. 1956.) R 8° 15

Direktive für den zweiten Fünfjahrplan zur Entwicklung der Volkswirtschaft in der Deutschen Demokratischen Republik. 1956 bis 1960. Beschluß d. 3. Parteikonferenz d. SED Berlin, 24. bis 30. März 1956. — Berlin: Dietz 1956. 95 S. (3. Parteikonferenz der SED vom 24.—30. März 1956.) R 8° 19

Grotewohl, Otto: Die Rolle der Arbeiter-und-Bauern-Macht in der Deutschen Demokratischen Republik. Referat a. d. 3. Parteikonferenz d. SED Berlin, 24. bis 30. März 1956. Anh.: Maßnahmen zur breiten Entfaltg d. Demokratie in d. DDR. — Berlin: Dietz 1956. 87 S.
(3. Parteikonferenz der SED vom 24.—30. März 1956.) R 8° 18

Herrde, Eva, u. Otfried **Kuhn:** Grundlagen der Statistik für Wirtschaftler. Als Lehrbuch a. d. Universitäten u. Hochschulen d. DDR eingef. Staatsskr. f. Hochschulwesen. — Berlin: Verl. d. Wirtschaft 1956. 512 S. mit Tab. u. Abb. R 8° 23

Keck, Alfred: Die Bilanz der Geldeinnahmen und -ausgaben der Bevölkerung. Aufgaben, Aufstellung, Analyse. — Berlin: Verl. d. Wirtschaft 1956. 96 S. R 8° 10

Kotow, W. N.: Eindringen und Verbreitung der Ideen von Karl Marx und Friedrich Engels in Rußland. V. d. vierziger Jahren bis in d. neunziger Jahre d. 19. Jahrhunderts. A. d. Russ. übers. v. Ullrich Kuhirt. — Berlin: Dietz 1956. 94 S. R 8° 21

Lemmnitz, Alfred: Vorlesungen über die politische Ökonomie des Kapitalismus. Der vormonopolistische Kapitalismus. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften. Bd. 2—0.10.
2. Kapital und Mehrwert. Der Arbeitslohn. 2. Aufl. 1955.
3. Die Akkumulation des Kapitals und die Verelendung der Arbeiterklasse. 2. Aufl. 1955.
4. Der Kreislauf und Umschlag des Kapitals. 2. Aufl. 1955.
5. Durchschnittsprofit und Produktionspreis. 2. Aufl. 1955.
6. Handelskapital und Handelsprofit. 1955.
7. Das Leihkapital und das kapitalistische Kreditwesen. 1955.
8. Die Grundrente und die Entwicklung des Kapitalismus in der Landwirtschaft. 1956.
9. 10. Das Nationaleinkommen. Die Reproduktion und Zirkulation des gesellschaftlichen Gesamtkapitals. 1956. R 8° 2

Lemmnitz, Alfred: Vorlesungen über die politische Ökonomie des Kapitalismus. Der monopolistische Kapitalismus. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften.
1. Der Imperialismus als höchstes Stadium des Kapitalismus. 2. Aufl. 1955.
2. Die allgemeine Krise des kapitalistischen Weltsystems. Die Vertiefung der allgemeinen Krise des kapitalistischen Weltsystems nach dem 2. Weltkrieg. 2. Aufl. 1955. R 8° 2

Marx, Karl, und Friedrich **Engels:** Über Malthus (Werke, Ausz. dt.) Werk- u. Briefausz. gegen d. Theorien v. Thomas Robert Malthus. Hrsg. u. eingel. v. Ronald L. Meek. — Berlin: Dietz 1956. 212 S. R 8° 20

Oelßner, Fred: Über die Bedeutung der Genfer Konferenz der Regierungschefs der Sowjetunion, der USA, Großbritanniens und Frankreichs im Juli 1955. — Berlin: Dietz 1955. 72 S. R 8° 14

Pieck, Wilhelm: Der neue Weg zum gemeinsamen Kampf für den Sturz der Hitlerdiktatur. Referat u. Schlußwort auf d. Brüsseler Parteikonferenz d. Kommunistischen Partei Deutschlands Oktober 1935. Anh.: Resolution u. Manifest d. Parteikonferenz. 4. Aufl. — Berlin: Dietz 1954. 184 S. R 8° 16

Protokoll der Verhandlungen der 3. Parteikonferenz der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands. 24. 3. bis 30. 3. 1956 in der Werner-Seelenbinder-Halle zu Berlin. Bd. 1—2. — Berlin: Dietz 1956.
1. 1.—4. Verhandlungstag. 1956.
2. 5.—7. Verhandlungstag. 1956. R 8° 12

Rosental, M. (M. Rozental): Was ist marxistische Erkenntnistheorie? (Čto takoe marksistskaja teorija poznanija., dt.) — Berlin: Dietz 1956. 76 S.
(Kleine populäre Bücherei des Marxismus-Leninismus.) R 8° 22

Thälmann, Ernst: Reden und Aufsätze zur Geschichte der Deutschen Arbeiterbewegung. (Teils.) (Hrsg. v.) Marx-Engels-Lenin-Stalin-Institut beim ZK d. SED. — Berlin: Dietz 1956.
1. Auswahl aus den Jahren Juni 1919 bis November 1928. Mit 13 Abb. 2. Aufl. 1956.
2. Auswahl aus den Jahren November 1928 bis September 1930. Mit 12 Abb. 1956. R 8° 8

Thamm, J.: Die Aufgaben und Prinzipien der sozialistischen Leitung der Industrie und ihre Anwendung bei der Leitung der Betriebe durch die Industrieministerien. — Berlin: Verl. d. Wirtschaft 1956. 121 S.
(Diskussionsbeiträge zu Wirtschaftsfragen. 24.) R 8° 11

Trachtenberg, I. A.: Das Geld- und Kreditwesen im Kapitalismus nach dem zweiten Weltkrieg (Kreditnodenežnaja sistema kapitalizma poslevtoroj mirovoj vojny, dt.) Übers. u. d. Russ. v. Walter Biehahn. — Berlin: Verl. d. Wirtschaft 1956. 199 S. mit Tab. R 8° 26

Ulbricht, Walter: Zur Geschichte der deutschen Arbeiterbewegung. Aus Reden und Aufsätzen. Bd. 1—3. — Berlin: Dietz 1955.
1. 1918—1933. Mit 1 Faks. u. 12 Bildbeil. 5. Aufl. 1955.
2. 1933—1946. Mit 15 Bildbeil. 4. Aufl. 1955.
3. 1946—1950. Mit 19 Bildbeil. 4., verb. Aufl. 1956 R 8° 6

Ulbricht, Walter: Der zweite Fünfjahrplan und der Aufbau des Sozialismus in der Deutschen Demokratischen Republik. Referat d. 1. Sekretärs d. ZK auf d. 3. Parteikonferenz d. SED, Berlin, 24.—30. März 1956. — Berlin: Dietz 1956. 200 S.
(3. Parteikonferenz der SED vom 24.—30. März 1956.) R 8° 17

Sprache, Literatur, Unterricht

Breul, Karl: Cassell's German and English dictionary. Rev. and enlarged by J. Heron Lepper and Rudolf Kottenhahn. (Part 1/2.) 12. ed. — London (usw.): Cassell 1955. 813, 687 S.
1. German-English.
2. English-German. SL 8° 12

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Clason, W. E.: Elsevier's Dictionary of television, radar and antennas. In six languages: English/American, French, Spanish, Italian, Dutch and German, Compiled and arranged on an English alphabetical base. — Amsterdam (usw.): Elsevier 1955. 760 S.
(Elsevier's Multilingual Dictionaries. 1.) SL 8° 2

Fritzsche, Claus: Wörterbuch des Hütten- und Walzwerkwesens. Russisch-Deutsch. — Berlin: Verl. Technik 1955. 387 S. mit Bildanh. SL 8° 39

Gvozdev, A. H.: Očerki po stilistike russkogo jazyka. Izdanie vtoroe. — Moskva: Učpedgiz 1955. 462 S.
(Umrisse der russischen Sprache. — Russ.) SL 8° 3

Klaften, B., u. F. C. **Allison:** Wörterbuch der Patentfachsprache. A: English-Deutsch. B: Deutsch-Englisch (in 1 Bde). München: Lampl 1956. 176 S.
(Nebent.:) Klaften und Allison: Patent terminological dictionary. A: English-German. B: German-English. SL 8° 35

Köhler, Eduard L.: Englisch-deutsches und deutsch-englisches Wörterbuch für die Eisen- und Stahl-Industrie. Unter Mitw. v. Alois Legat. — Wien: Springer 1955. 162 S.
(Nebent.:) Köhler: English-German and German-English dictionary for the iron and steel industry. SL 8° 47

Lamb, Charles, und **Mary:** Shakespeare-Gestalten (Tales from Shakespeare, dt.) Aus d. Engl. übertr. v. Gisela Reichel. Mit Federzeichnen v. Herbert Wohlert. — Leipzig: Wunderlich 1956. 113 S. SL 8° 18

Lambertz, Max: Lehrgang des Albanischen. T. 1. 2. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften 1954—1955.
1. Albanisch-deutsches Wörterbuch 1954.
2. Albanische Chrestomathie. 1955. SL 8° 10

Liedloff, August: Wörterbuch der Redeschrift (Einigungs-System Stolze-Schrey). 7., völl. neu bearb. Aufl. v. Rudolf Eggeling. — Bad Homburg v. d. H.: Siemens 1955. 85 S. SL 8° 52

Pap, Arthur: Analytische Erkenntnistheorie. Kritische Übersicht über d. neueste Entwicklung in USA u. England. — Wien: Springer 1955. 242 S. SL 8° 21

Russische Fachtexte für den Hochschulunterricht. Hrsg. v. Hans Holm Bielfeldt. — Berlin: Dt. Verl. d. Wissenschaften.
Nr. 14. Elektrotechnik. 1. (I. I. Ratgauš, W. A. Belouš: Kontaktlose Ladegeräte. — M. M. Morosow: Der sowjetische Kondensatorenbau u. s. nächsten Aufgaben u. a.) Bearb. v. Eugen Frick. 79 S. mit Abb. 1953. SL 8° 13

Słownik Hutniczy Rosyjsko-Polskij. — Warszawa: Państwowe wydawnictwo techniczne 1955. 794 S.
(Nebent.:) Rusko-Polskij Metallyrgičeskij Slovar.
(Russisch-Polnisches Hüttenwörterbuch. — Poln.) SL 8° 8

Timofeev, L. I.: Problemy teorii literatury. — Moskva: Učpedgiz 1955. 301 S.
(Probleme der Theorie der Literatur. — Russ.) SL 8° 9

Volný, Jan: Nemecko Český Slovník. — Praha: Artia 1955. 1342, 14 S.
(Nebent.:) Volný: Deutsch-tschechisches Wörterbuch. SL 8° 37

Vries, Louis de: German-English technical and engineering Dictionary. — New York (usw.): McGraw-Hill 1950. 928 S. SL 8° 11

Welding dictionary. French, German, Spanish, English. Dictionaire de la soudure. Francais, Allemand, Espagnol, Anglais. Compiled and ed. by R. N. Thompson and G. Haim. — London (usw.): Iliffe 1950. 234 S.
(Nebent.:) Wörterbuch der Schweißtechnik. Englisch, Deutsch, Französisch, Spanisch. Diccionario de la soldadura. Francés, Alemán, Espagnol, Inglés. SL 8° 22

Wieckowska, Helena, u. Hanna **Pliszczyńska:** Podreczny slownik bibliotekarza (Librarian's glossary, Vocabulaire du bibliothécaire, Lexikon des Bibliothekars, Slovar bibliotekarja). — Warszawa: Państwowe wydawnictwo naukowe 1955. 309 S.
(Handwörterbuch für den Bibliothekar. — Poln.) SL 8° 16

Zboińskiego, A.: Słownik Inzynieryjno-Budowlany. Rosyjsko-Polski. — Warszawa: Państwowe Wydawnictwa Techniczne 1956. 583 S.
(Nebent.: Russ.) Zboinskogo: Russko-Polskij Stroitelnyj Slovaf.
(Russisch-polnisches Ingenieurbau-Wörterbuch. — Poln.) SL 8° 1

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 30
Institut für allgemeine und theoretische Elektrotechnik, Direktor: Prof. Dipl.-Ing. Eugen Philippow
Als Manuskript gedruckt! DK 621.316.722.1.012:621.3.076.25
Eingang: 7. 11. 1956

Eine graphische Behandlung des nichtlinearen Stromkreises beim Ferroresonanzstabilisator

Von Prof. Dipl.-Ing. Eugen Philippow

Das Ziel dieser Arbeit ist, auf Grund der Magnetisierungskennlinie die Bedingungen zu finden, unter denen ein Spannungsstabilisator mittels einer gesättigten Drossel eine im voraus gewählte Stabilisierungskennlinie aufweist. Hierbei sollen ein günstiger Verlauf der Kennlinie festgelegt und die Beziehungen abgeleitet werden, die die Bemessung und Gestaltung der einzelnen Bauelemente des Stabilisators gestatten. Spulen mit gesättigtem Eisenkern haben nichtlineare Stromspannungskennlinien. Stromkreise mit nichtlinearen Elementen behandelt man im allgemeinen auf zwei Arten:

a) analytisch durch eine Approximation der nichtlinearen Stromspannungskennlinien,

b) graphisch.

Die zweite Methode ist weitaus gebräuchlicher. Bei den nichtlinearen Gliedern von der Art einer Spule mit Eisenkern ist aber die graphische Konstruktion dadurch erschwert, daß der Verlauf der Stromspannungskennlinie nicht im voraus gegeben ist. Es liegt vielmehr die Magnetisierungskennlinie

$$H = f(B) \tag{1}$$

vor. Die Stromspannungskennlinie der gesättigten Drosselspule ergibt sich aus der Magnetisierungskennlinie, wenn die Abmessungen des Kernes und die Windungszahl bekannt sind. Sie müssen aber erst aus dem gesuchten Verlauf der Kurve bestimmt werden. Diese Schwierigkeit kann umgangen werden, wenn auf der Magnetisierungskennlinie ein besonderer Punkt vorliegt, der aus gewissen Betrachtungen, die man im voraus anstellt, gewählt werden kann. Diesen Punkt muß man ferner mit dem Verlauf der übrigen Elemente der Schaltung in Beziehung setzen können. Unseren Betrachtungen ist die Magnetisierungskennlinie eines vierprozentigen Siliziumbleches zugrunde gelegt (Bild 1).

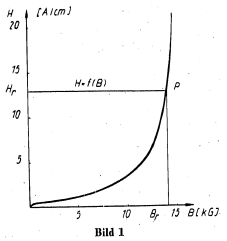


Bild 1

Liegt ein solcher besonderer Punkt der gegebenen Magnetisierungskennlinie vor, so kann man die Induktion bzw. die Feldstärke auf die Induktion bzw. auf die Feldstärke dieses Punktes beziehen und die Kurve

$$\frac{H}{H_r} = h\left(\frac{B}{B_r}\right) \tag{2}$$

konstruieren. Offensichtlich gibt diese Kurve auch den Verlauf von

$$\frac{I_L}{I_{Lr}} = h\left(\frac{U_L}{U_{Lr}}\right) \tag{3}$$

an. Hier bedeutet U_L eine beliebige Spannung, die an dem nichtlinearen Glied angelegt wird, der der Strom I_L entspricht. U_{Lr} bzw. I_{Lr} sind die Spannung und der Strom, die dem gewählten Punkt P entsprechen. Das ist offensichtlich der Fall, denn alle Werte von U_L und B bzw. I_L und H sind durch dieselben Proportionalitätsfaktoren verbunden. Bei einer gegebenen Schaltung stehen U_{Lr} bzw. I_{Lr} mit dem Verlauf der linearen Kennlinien der übrigen Elemente im Zusammenhang. Man kann deswegen für alle übrigen linearen Elemente, die in Betracht kommen, die Stromspannungskurven in der Form

$$\frac{I}{I_{Lr}} = K\frac{U}{U_{Lr}} \tag{4}$$

angeben und hiermit nach bekannter Art die graphische Lösung durchführen. K stellt jeweils einen Proportionalitätsfaktor dar, der sich aus der Schaltung ergibt.

Diese Konstruktion soll angewandt werden, um die Beziehungen beim Spannungsstabilisator mit einer gesättigten Drossel abzuleiten und speziell die Spannungszeigerdiagramme, die Stabilisierungskurven und die Auswirkung der Kompensationswicklung auf sie zu beschreiben.

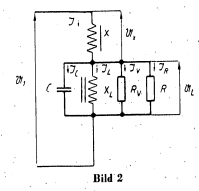


Bild 2

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Alle Spannungsstabilisatorschaltungen kann man auf die vereinfachte Ersatzschaltung (Bild 2) zurückführen. Hier bedeutet X_L die Spule mit dem gesättigten Kern, R_V einen Widerstand, der die Verluste berücksichtigt, C eine Kapazität, X eine Spule mit linearer oder angenähert linearer Stromspannungskennlinie und R den Belastungswiderstand. In R_V wollen wir nur die Eisenverluste in der Spule mit dem gesättigten Eisenkern zusammenfassen, denn sie sind durch die Wahl des Punktes P auf der Magnetisierungskennlinie mit der entsprechenden Induktion festgesetzt. Die Kupferverluste dagegen kann man durch eine passende Wahl des Drahtquerschnittes beliebig klein halten. Aus diesem Grunde wollen wir sie außer Betracht lassen.

Bei einer solchen Schaltung kann man bekanntlich unter Umständen erreichen, daß bei ziemlich großen Schwankungen der Spannung U_1 die Spannung U_L verhältnismäßig konstant bleibt. Ohne Belastung und unter Vernachlässigung der Eisenverluste ist der Strom

(5) $$\mathfrak{I}_0 = \mathfrak{I}_C + \mathfrak{I}_L .$$

Im Bereich $U_L < U_{Lr}$ eilt er um $\pi/2$ der Spannung U_L vor, im Bereich $U_L > U_{Lr}$ eilt er der Spannung U_L um $\pi/2$ nach.

Die Spannung an der linearen Drossel ist

(6) $$\mathfrak{U}_{X0} = jX\mathfrak{I}_0 .$$

Im Bereich $U_L < U_{Lr}$ ist sie der Spannung U_L entgegengesetzt gerichtet, im Bereich $U_L > U_{Lr}$ ist sie mit der Spannung U_L in Phase.

Die angelegte Spannung ergibt sich aus der geometrischen Summe der Spannungen an der linearen und an der nichtlinearen Drossel:

(7) $$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{U}_L + \mathfrak{U}_X .$$

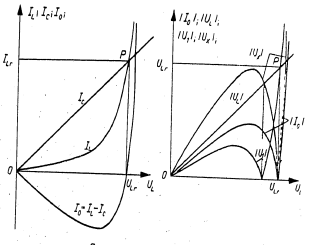


Bild 3

Bild 3 zeigt die Abhängigkeit von I_C, I_L, U_L, U_X und U_1 von U_L. Aus dieser Konstruktion ist die Wirkungsweise des Stabilisators ohne weiteres zu ersehen. Es ist zweckmäßig, den Resonanzpunkt, d. h. den Punkt, bei dem der Kondensatorstrom gleich dem Spulenstrom ist, als den besonderen Bezugspunkt zu wählen. Er ist nämlich sowohl der linearen als auch der nichtlinearen Kennlinie gemeinsam.

Für die Wahl der Lage des Bezugspunktes P auf der Magnetisierungskennlinie gelten folgende Gesichtspunkte:

a) Die Stabilisierung ist um so größer, je weiter man in das Sättigungsgebiet eindringt, d. h. je höher man mit der Induktion, die dem Punkte P entspricht, steigt.

b) Die Induktion kann man nur so hoch treiben, wie es die magnetische Belastung des Kernes zuläßt.

Es ist aus diesem Grunde zweckmäßig, für normale Fälle den Punkt P bei $B_r = 1{,}4 \frac{Vs}{m^2}$ zu wählen. Diese Induktion entspricht laut der Magnetisierungskennlinie einer Feldstärke von $H_r = 1300 \frac{A}{m}$.

Unter der so getroffenen Wahl der Lage des Bezugspunktes ist die Konstruktion der Kurven $\frac{I_L}{I_{Lr}}$, $\frac{I_C}{I_{Lr}}$ und $\frac{I_0}{I_{Lr}}$ in Abhängigkeit von U_L/U_{Lr} vorgenommen. Der Verlauf ist auf Bild 4 gezeigt.

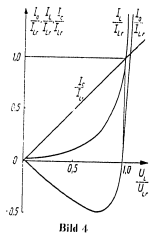


Bild 4

Nun wollen wir den Verluststrom und den Belastungsstrom berücksichtigen. Bei dem gewählten Kernmaterial und der gewählten Induktion betragen die Eisenverluste im Bezugspunkt

(8) $$p_{er} = 2{,}66 \frac{W}{kg} .$$

Die Zahl entspricht einer Blechdicke von d = 0,35 mm. Im Bezugspunkt gilt

(9) $$U_{Lr} = \frac{\omega w}{\sqrt{2}} A B_{rm} ,$$

(10) $$I_{Lr} = \frac{l_m}{w \sqrt{2}} H_{rm} ,$$

(11) $$P_{Lr} = I_{Lr} U_{Lr} = \frac{\omega w l_m A}{2 w} B_{rm} H_{rm} .$$

Somit erhalten wir für das Volumen den Ausdruck

(12) $$V = l_m A = \frac{2}{\omega B_{rm} H_{rm}} P_{Lr}$$

und für das Gewicht den Ausdruck

(13) $$G = \gamma \cdot V = \frac{2\gamma}{\omega B_{rm} H_{rm}} P_{Lr} .$$

Die Eisenverluste im Resonanzpunkt ergeben sich aus

(14) $$P_{Vr} = \frac{2\gamma p_{er}}{\omega B_{rm} H_{rm}} P_{Lr} = K_1 \cdot P_{Lr} .$$

Mit den Werten

(15) $$B_{rm} = 1{,}4 \frac{Vs}{m^2}, \quad \gamma = 7600 \frac{kg}{m^3},$$

$$H_{rm} = 1300 \frac{A}{m}, \quad p_{er} = 2{,}66 \frac{W}{kg}$$

erhalten wir für die Konstante K_1 den Ausdruck

(16) $$K_1 = 0{,}071 ,$$

d. h.

(17) $$\frac{P_{Vr}}{P_{Lr}} = 0{,}071 .$$

Mit genügender Genauigkeit kann man den Ersatzwiderstand für die Eisenverluste als linear annehmen; dann gilt

(18) $$\frac{I_V}{I_{Vr}} = \frac{U_L}{U_{Lr}} ,$$

(19) $$\frac{I_V}{I_{Lr}} = \frac{U_L}{U_{Lr}} \cdot \frac{I_{Vr}}{I_{Lr}} = \frac{P_{Vr}}{P_{Lr}} \cdot \frac{U_L}{U_{Lr}} ,$$

d. h.

(20) $$\frac{I_V}{I_{Lr}} = 0{,}071 \frac{U_L}{U_{Lr}} .$$

Auf diese Weise ist auch der Verluststrom in Beziehung zum Resonanzstrom gebracht und als Funktion des Verhältnisses U_L/U_{Lr} dargestellt.

Der gesamte Wirkstrom ergibt sich als Summe des Verluststromes und des Belastungsstromes:

(21) $$I_W = I_V + I_R ,$$

(22) $$\frac{I_W}{I_{Lr}} = \frac{I_V}{I_{Lr}} + \frac{I_R}{I_{Lr}} = \frac{I_V}{I_{Lr}} + \frac{U_L}{R} \cdot \frac{U_{Lr}}{U_{Lr}} \cdot \frac{1}{I_{Lr}} = \left(0{,}071 + \frac{Z_{Lr}}{R}\right) \frac{U_L}{U_{Lr}} .$$

Z_{Lr} ist der Blindwiderstand der Spule mit dem gesättigten Eisenkern im Resonanzfall. Der Gesamtstrom ergibt sich aus der geometrischen Summe des Magnetisierungsstromes und des Wirkstromes:

(23) $$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_W + \mathfrak{I}_0 .$$

Verlegt man nun U_L in die reelle Achse, so kann man schreiben

(24) $$\mathfrak{I} = I_W + j\, I_0 ,$$

(25) $$\frac{\mathfrak{I}}{I_{Lr}} = \frac{I_W}{I_{Lr}} + j \frac{I_0}{I_{Lr}} .$$

Aus Bild 4 und Gleichung **(22)** kann man das Verhältnis $\frac{\mathfrak{I}}{I_{Lr}}$ mit $\frac{U_L}{U_{Lr}}$ und $\frac{Z_{Lr}}{R}$ als Parameter darstellen.

Wir wollen nun die Beziehungen zwischen den Spannungen $\mathfrak{U}_1$ und $\mathfrak{U}_L$ aufstellen. Es gilt

(26) $$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{U}_L + \mathfrak{U}_X ,$$

(27) $$\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{Lr}} = \frac{\mathfrak{U}_L}{U_{Lr}} + \frac{\mathfrak{U}_X}{U_{Lr}} .$$

Die Spannung an der Spule mit der linearen Kennlinie ist

(28) $$\mathfrak{U}_X = j\, X\, \mathfrak{I} ,$$

(29) $$\frac{\mathfrak{U}_X}{U_{Lr}} = j\, X \frac{\mathfrak{I}}{U_{Lr}} \cdot \frac{I_{Lr}}{I_{Lr}} = j \frac{X}{Z_{Lr}} \cdot \frac{\mathfrak{I}}{I_{Lr}} .$$

Z_{Lr} ist wiederum der Blindwiderstand der Spule mit dem gesättigten Eisenkern im Resonanzfall. Wenn wir den Wert U_X/U_{Lr} in Gleichung **(27)** einführen und U_L in die reelle Achse legen, erhalten wir

(30) $$\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{Lr}} = \frac{U_L}{U_{Lr}} + j \frac{X}{Z_{Lr}} \cdot \frac{\mathfrak{I}}{I_{Lr}} = \frac{U_L}{U_{Lr}} + j \frac{X}{Z_{Lr}} \left| \frac{I_W}{I_{Lr}} + j \frac{I_0}{I_{Lr}} \right| ,$$

(31) $$\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{Lr}} = \frac{U_L}{U_{Lr}} - \frac{X}{Z_{Lr}} \frac{I_0}{I_{Lr}} + j \frac{X}{Z_{Lr}} \frac{I_V}{I_{Lr}} + j \frac{X}{R} \frac{U_L}{U_{Lr}} .$$

Um über die Beschaffenheit von X/Z_{Lr} etwas aussagen zu können, wollen wir die Leerlaufkennlinie des Stabilisators aufstellen, wobei wir auch die Eisenverluste vernachlässigen. In diesem Falle gilt

(32) $$\left|\frac{\mathfrak{U}_{10}}{U_{Lr}}\right| = \left|\frac{U_L}{U_{Lr}} - \frac{X}{Z_{Lr}} \frac{I_0}{I_{Lr}}\right| .$$

Der Verlauf dieser Beziehung für einige Werte für

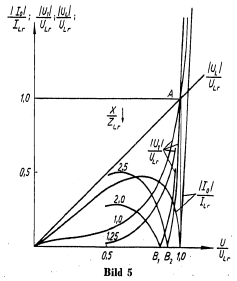


Bild 5

$\frac{X}{Z_{Lr}}$ ist auf Bild 5 gezeigt. Für bestimmte Werte für $\frac{X}{Z_{Lr}}$ ist $\frac{I_0}{I_{Lr}}$ aus Bild 4 abgelesen und hieraus $\frac{U_{10}}{U_{Lr}}$ bestimmt.

Mit wachsendem $\frac{X}{Z_{Lr}}$ erscheint ein Gebiet der Mehrwertigkeit in der Beziehung U_{10}/U_{Lr}. Um eine genügende Stabilisierung zu erzielen, ist es notwendig, daß man ein Gebiet der Mehrwertigkeit in der Beziehung

(33) $$\frac{U_{10}}{U_{1r}} = f\left(\frac{U_L}{U_{Lr}}\right)$$

ausbildet. Aus den Kurven (Bild 5) ersieht man, daß die gewünschte Mehrwertigkeit sich dann ausbildet, wenn

(34) $$\frac{X}{Z_{Lr}} > 1{,}25$$

ist.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Eine gute Stabilisierung im Falle des idealen Leerlaufs ergibt sich aber erst bei

$$\frac{X}{Z_{1r}} = 2{,}5 . \tag{35}$$

Allzu große Werte für das Verhältnis $\frac{X}{Z_{1r}}$ sind nicht zu empfehlen, denn dann wächst bei vorgegebenem Wert von Z_{1r} der Wert von X. Deswegen wollen wir für das Verhältnis X/Z_{1r} den Wert 2,5 festsetzen.

Nun kann man die Konstruktion des geometrischen Ortes der Zeigers $\mathfrak{U}_1/U_{1r}$ bei vorgegebenem $X/Z_{1r} = 2{,}5$ mit X/R und U_1/U_{1r} als Parameter durchführen. Diese Konstruktion ist auf Bild 6 ausgeführt.

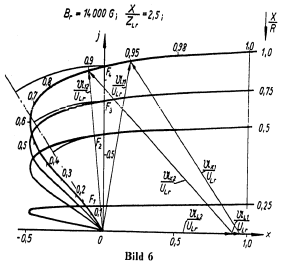


Bild 6

Aus diesen Kurven ist der Verlauf der Beziehung

$$\left|\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}}\right| = f\left(\left|\frac{\mathfrak{U}_L}{U_{1r}}\right|\right) \tag{36}$$

bei verschiedenen Belastungen abgelesen und auf Bild 7a dargestellt.

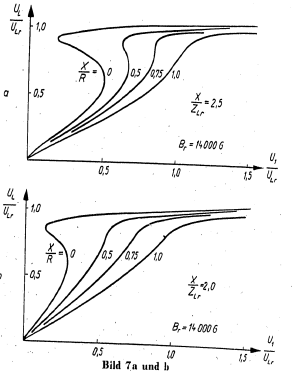


Bild 7a und b

Mit wachsender Belastung rückt die Stabilisierung in das Gebiet von höheren Werten U_1/U_{1r}. Auf Bild 7b ist zum Vergleich auch die Konstruktion mit $\frac{X}{Z_{1r}} = 2{,}0$ angeführt. Für eine gute Stabilisierung ist auch im Falle einer Belastung das Gebiet der Mehrwertigkeit in der Beziehung $\frac{U_1}{U_{1r}} = f\left(\frac{U_L}{U_{1r}}\right)$ erwünscht. Gute Stabilisierung, d. h. Ausbildung der Mehrwertigkeit, und große Belastbarkeit, d. h. großer Wert von $\frac{X}{R}$, stehen im Widerspruch.

Das Gebiet der Mehrwertigkeit ist in folgender Aussage gegeben:

Ein Gebiet der Mehrwertigkeit entsteht dann, wenn der Kreis um den Nullpunkt mit OF als Radius und die Ortskurve in einem Bereich parallel verlaufen bzw. der Kreis von der Ortskurve umschlossen wird. Dies ist der Fall für

$$\frac{X}{R} < 0{,}75 . \tag{37}$$

Damit man den Stabilisator belastungsmäßig voll ausnützt, muß man mit dem Wert $\frac{X}{R}$ an die obere Grenze rücken. Hieraus ergeben sich die Bedingungen

$$\frac{X}{Z_{1r}} = 2{,}5 , \tag{38}$$

$$\frac{X}{R} = 0{,}75 , \tag{39}$$

$$\frac{R}{Z_{1r}} = 3{,}35 . \tag{40}$$

Im Resonanzfall ist

$$Z_{1r} = \frac{1}{\omega C} . \tag{41}$$

Das ergibt:

$$\omega CR = 3{,}35 . \tag{42}$$

In der Literatur findet man als Erfahrungswert für den Grenzwert zur Ausbildung der Mehrwertigkeit die Bedingung

$$\omega CR = 3{,}5 , \tag{43}$$

Diese Größe ist durch die vorhergehenden Überlegungen begründet.

Die Kompensationswicklung.

Der geometrische Ort von $\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}}$ für $\frac{X}{Z_{1r}} = 2{,}5$ und $\frac{X}{R} = 0{,}75$ ist noch einmal mit $\frac{U_L}{U_{1r}}$ als Parameter auf Bild 8 gezeigt. Konstruiert man für einige Werte das Spannungsdreieck

$$\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}} = \frac{\mathfrak{U}_L}{U_{1r}} + \frac{\mathfrak{U}_X}{U_{1r}} , \tag{44}$$

so sieht man, daß auf dem Diagramm ein Gebiet um den Punkt A existiert, das einer Spannung entspricht, die bei Variationen der Eingangsspannung in größerem Maße konstant bleibt als die zugehörigen Werte von $\frac{U_L}{U_{1r}}$.

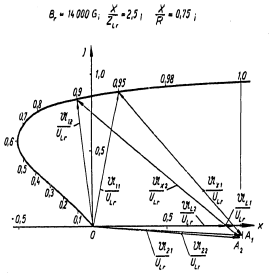


Bild 8

Zu diesem Punkte A, dem eine Spannung $\frac{\mathfrak{U}_2}{U_{1r}}$ entspricht, gelangt man, wenn man zu der betreffenden Spannung $\frac{U_L}{U_{1r}}$ einen bestimmten Anteil von $\frac{U_2}{U_{1r}}$ mit umgekehrtem Vorzeichen geometrisch addiert. Dies wird durch die Einführung der Kompensationswicklung (Bild 9) erreicht.

Wir wollen nun die Beziehungen, die durch die Einführung der Kompensationswicklung entstehen, betrachten. Im Fall der Kompensationswicklung sind die entsprechenden Größen mit dem Index K verschen. Es gilt:

$$\mathfrak{U}_{2K} = \mathfrak{U}_L - \ddot{u}\mathfrak{U}_{XK} , \tag{45}$$

$$\mathfrak{U}_{1K} = \mathfrak{U}_L + \mathfrak{U}_{XK} . \tag{46}$$

Für $\mathfrak{U}_{XK}$ gilt:

$$\mathfrak{U}_{XK} = j\,X_K\mathfrak{I} + j\,\omega\,M\,\mathfrak{I}_H = j\,X_K\left[\mathfrak{I} + \frac{\omega M}{X_K}\mathfrak{I}_H\right] \tag{47}$$

$$= jX_K\,(\mathfrak{I} + \ddot{u}\,\mathfrak{I}_H) = j\,X_K\left[\mathfrak{I}_V + \mathfrak{I}_0 + (1+\ddot{u})\,\frac{\mathfrak{U}_{2K}}{R_K}\right].$$

Wenn man nun U_L in die reelle Achse legt, kann man schreiben

$$\mathfrak{U}_{1K} = U_L - X_K I_0 + jX_K I_V + \tag{48}$$

$$+ j\,\frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})\,[U_L - \ddot{u}\,(\mathfrak{U}_{1K} - U_L)],$$

$$\mathfrak{U}_{1K} = U_L - X_K I_0 + j\,X_K I_V +$$

$$+ j\,\frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})\,U_L - j\,\frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})\,\ddot{u}\,\mathfrak{U}_{1K} +$$

$$+ j\,\frac{X_K}{R_K}\,\ddot{u}\,(1+\ddot{u})\,U_L ,$$

$$\mathfrak{U}_{1K}\left[1 + j\,\frac{X_K}{R_K}\,\ddot{u}\,(1+\ddot{u})\right] = U_L - X_K\,I_0 +$$

$$+ j\,X_K\,I_V + j\,\frac{X_K}{R_K}\,(1+\ddot{u})^2\,U_L .$$

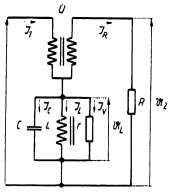


Bild 9

Mit den Abkürzungen

$$\xi = \frac{X_r}{R_K}(1+\ddot{u})\,\ddot{u} \text{ und} \tag{49}$$

$$\eta = \frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})^2 \tag{50}$$

erhalten wir

$$\frac{\mathfrak{U}_{1K}}{U_{1r}}(1+j\,\xi) = \frac{U_L}{U_{1r}} - \frac{X_K\,I_0}{Z_{1r}\,I_{1r}} + j\,\frac{X_K\,I_V}{Z_{1r}\,I_{1r}} + j\,\eta\,\frac{U_L}{U_{1r}} . \tag{51}$$

Wenn wir diese Gleichung mit der Gleichung für dieselbe Beziehung ohne Kompensationswicklung gegenüberstellen, sehen wir, daß ihre rechten Seiten gleich sind, wenn

$$\frac{X}{Z_{1r}} = \frac{X_K}{Z_{1r}} , \tag{52}$$

$$\frac{X}{R} = \frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})^2 = \eta . \tag{53}$$

Sind die zwei letzten Bedingungen erfüllt, so gilt

$$\frac{\mathfrak{U}_{1K}}{U_{1r}}(1+j\,\xi) = \frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}} , \tag{54}$$

$$\frac{\mathfrak{U}_{1K}}{U_{1r}} = \frac{1}{1+j\,\xi}\cdot\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}} . \tag{55}$$

Unter Erfüllung der Bedingungen (52) und (53) ergibt sich der geometrische Ort des Zeigers $\frac{\mathfrak{U}_{1K}}{U_{1r}}$ mit $\frac{U_L}{U_{1r}}$ als Parameter aus einer Drehstreckung aller Zeiger $\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}}$ aus dem Diagramm ohne Kompensationswicklung. Dies entspricht einer Drehung des Koordinatensystems um

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\,\xi \tag{56}$$

entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn und einer $\sqrt{1+\xi^2}$-fachen Verkürzung der Länge der Zeiger $\frac{\mathfrak{U}_1}{U_{1r}}$. Die Wirkung der Kompensationsspannung auf das Zeigerdiagramm ist auf Bild 10 gezeigt. Damit man mit Hilfe der entgegengesetzt geschalteten Kompensationswicklung, die durch ein festes Windungsverhältnis erzielt wird, zu demselben stabilen Punkt A gelangt, ist es notwendig, die Drehung so weit vorzunehmen, daß die Ortskurve mit ihrem fast geradlinigen Teil parallel zu der reellen Achse, also parallel zu $\frac{U_L}{U_{1r}}$ ver-

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

läuft. Dann gilt in diesem Bereich der geometrische Strahlensatz.

Dies erfordert natürlich auch eine lineare Parameterteilung, was über $\frac{U_L}{U_{Lr}} = 0{,}96$ auch ungefähr erfüllt ist. Aus dem Zeigerdiagramm liest man ab:

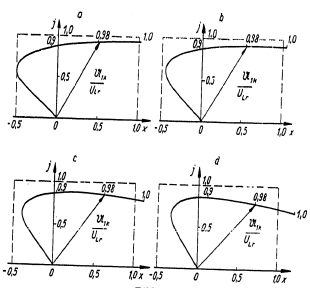


Bild 10

$$\xi = \frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})\,\ddot{u} = 0{,}03\,, \tag{57}$$

$$\frac{X_K}{R_K}(1+\ddot{u})^2 = \frac{X}{R} = 0{,}75\,, \tag{58}$$

$$\ddot{u} = 0{,}042\,, \tag{59}$$

$$\frac{X_K}{R_K} = 0{,}69\,, \tag{60}$$

$$\frac{X_K}{Z_{Lr}} = 0{,}25\,. \tag{61}$$

Auf Bild 11 ist der Verlauf der Kurve

$$\frac{\mathfrak{U}_{2K}}{U_{Lr}} = f\left(\left|\frac{\mathfrak{U}_{1K}}{U_{Lr}}\right|\right) \tag{62}$$

mit Kompensationswicklung für verschiedene Werte des Übersetzungsverhältnisses ü gezeigt.

Der Fall der oben betrachteten Normalkompensation, bei der der geradlinige Teil der Ortskurve parallel zur reellen Achse verläuft, ergibt die beste Stabilisierungskurve. Der Strahlensatz gilt nicht, wenn die Ortskurve nicht mehr parallel zur reellen Achse verläuft. Das ist der Fall bei

$$\left|\frac{\mathfrak{U}_{1K}}{U_{Lr}}\right| = 0{,}92\,. \tag{63}$$

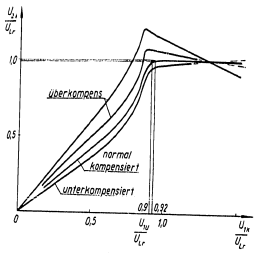


Bild 11

Dieser Wert kann also als untere Grenze des stabilisierten Bereiches angesehen werden. Für die untere Grenze der Primärspannung gilt hiermit

$$\left|\frac{U_{1K}}{U_{Lr}}\right|_u = 0{,}92\,. \tag{64}$$

Für die stabilisierte Spannung gilt

$$\frac{U_{2K}}{U_{Lr}} = 1\,. \tag{65}$$

Die abgeleiteten Beziehungen erlauben, die gesuchten Werte zu bestimmen, die für die Bemessung der Elemente des Stabilisators notwendig sind.

Die Überführung des Wertes der stabilisierten Spannung auf einen anderen gewünschten Wert kann mittels eines Transformators oder durch Ausbildung eines Spartransformators auf der Spule mit dem gesättigten Eisenkern erreicht werden.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 31
Institut für allgemeine und theoretische Elektrotechnik, Direktor: Prof. Dipl.-Ing. Eugen Philippow
Als Manuskript gedruckt! DK 545.33:621.317.7:621.357
Eingang: 10. 11. 1956

Über die Entwicklung eines Tintenschreiberpolarographen mit lichtelektrischem Verstärker

Von Dipl.-Ing. P. Michelson, Leiter der Abteilung für elektrische Meßtechnik, beauftragt mit der Wahrnehmung einer Professur mit Lehrauftrag

Ein Polarograph ist ein elektrochemisches Analysengerät. Das Verfahren beruht auf einer Elektrolyse, wobei die zu untersuchende Lösung den Elektrolyten darstellt. Als Anode dient eine am Boden des Elektrolysengefäßes befindliche Quecksilbermenge; die Kathode bilden Quecksilbertropfen, die aus einer Glaskapillare mit etwa 0,08 mm lichtem Durchmesser direkt in den Elektrolyten austreten.

Die Polarographie hat ihre größte Bedeutung auf dem Gebiet der Spurenanalyse; man kann mit dem Polarographen z. B. ein Teil Nikotin in 10 Millionen Teilen Tabak oder einen Bleigehalt von $5 \cdot 10^{-8}$ in Zink nachweisen. Ein weiterer Vorteil ist, daß für eine Analyse nur sehr kleine Mengen benötigt werden.

Das Verfahren wurde seit 1918 von dem tschechoslowakischen Wissenschaftler Prof. *Jaroslav Heyrovský*, heute Akademiemitglied, Staatspreisträger und Träger des Ordens der Republik, erforscht und führte im Jahre 1925 zum Bau des ersten Analysengeräts.

Bei diesem Gerät wurde die Elektrolysenspannung automatisch und gleichmäßig in einem Zeitraum von etwa 5 Minuten von 0 bis auf -3 V gesteigert. Der durch die Analysenzelle fließende Strom wurde über dieser Spannung mit einer Registriereinrichtung auf lichtempfindlichem photographischem Papier aufgetragen.

Die auf diese Weise gewonnenen Strom-Spannungskurven nannte *Heyrovský* Polarogramme, die Lehre von den Ergebnissen dieser Untersuchungen Polarographie und das dabei verwendete Gerät Polarograph. Die große Bedeutung, die die Polarographie in kurzer Zeit erlangt hat, äußert sich nicht nur in einem umfangreichen Schrifttum, das über 6000 Arbeiten in den verschiedensten Sprachen aufweist, sondern auch in einer stattlichen Anzahl von verschiedenen Ausführungen polarographischer Geräte.

Das Grundprinzip des von *Heyrovský* verwendeten Polarographen mit photographischer Registrierung ist in Bild 1 dargestellt. Das Schleifdraht-Walzenpotentiometer P nach *Kohlrausch*, das die kontinuierlich ansteigende Elektrolysenspannung einstellt, ist hier nur schematisch angedeutet. Es wird vom gleichen Motor M angetrieben, der die Registriertrommel T mit dem lichtempfindlichen Papier bewegt. Damit wird die Abszisse des Polarogramms der Spannung proportional. Der durch die Elektrolysenzelle Z fließende Strom ruft am stufenweise einstellbaren Empfindlichkeitsregler R_R einen Spannungsabfall hervor, dem die Ausschläge des weiter entfernt aufgestellten Spiegelgalvanometers G proportional sind. Auf diese Weise entstehen die Ordinaten des Polarogramms, das nach dem Entwickeln des lichtempfindlichen Papiers sichtbar wird.

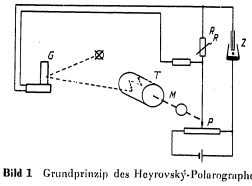


Bild 1 Grundprinzip des Heyrovský-Polarographen

Die Registriertrommel mit dem lichtempfindlichen Papier muß gegen das von außen eindringende Streulicht geschützt sein; nur ein schmaler Schlitz bleibt für die Lichtmarke frei, die infolgedessen stets genau einzujustieren ist. Da Galvanometer und Registriertrommel nur in seltenen Fällen auf der gleichen Grundplatte stehen, müssen Relativbewegungen beider infolge äußerer Erschütterungen vermieden werden.

Bei der Entwicklung eines neuen Polarographen müssen daher in erster Linie nachstehende Forderungen erfüllt werden:

1. Aufzeichnung der Polarogramme in sofort sichtbarer Schrift ohne photochemische Nachbehandlung;
2. Unempfindlichkeit gegen Erschütterungen sowie helles Tages- und Kunstlicht;
3. kurze Einstellzeit des Schreibers auch in den höchsten Empfindlichkeitsstufen;
4. weitgehend vereinfachte Bedienung.

Die Entwicklung von Schreibern mit direktschwärzendem lichtempfindlichem Registrierpapier hat bereits zu einem Polarographen geführt, bei dem diese Ziele erreicht sind. Gleichwohl hat sich neben dem in Bild 1 dargestellten Polarographen auch der sogenannte Tintenschreiberpolarograph behaupten können, dessen Grundprinzip in Bild 2 ist.

In den Stromkreis durch die Elektrolysenzelle wird ein Gleichstromverstärker geschaltet, an den ein Tintenschreiber angeschlossen ist. Der Antrieb des Spannungspotentiometers P und des Registrierpapiervorschubs erfolgt hier durch die Synchronmotoren SM_1 und SM_2. Auf diese Weise ist, ohne daß

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

zwischen diesen beiden Bauteilen eine mechanische Verbindung besteht, die Proportionalität zwischen Polarographierspannung und Abszissenmaßstab gewährleistet. Für amperometrisches Arbeiten wird der Synchronmotor für den Registrierpapiertransport SM_2 abgeschaltet, während der Synchronmotor SM_1 des Spannungspotentiometers weiterläuft; für polarometrisches Arbeiten wird der Antrieb des Spannungs-

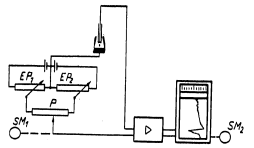


Bild 2 Grundprinzip eines Tintenschreiberpolarographen mit Kompensationsverstärker.

potentiometers SM_1 abgeschaltet und der Synchronmotor SM_2 für den Papiertransport in Betrieb belassen. Die in Bild 2 gezeigte Schaltung für das Potentiometer P erlaubt auch anodisch-kathodisches Arbeiten, wenn die Spannungen mit den Einstellpotentiometern EP_1 und EP_2 den Anforderungen dieser Analysenart entsprechend gewählt werden. Nach Umschalten des Untersetzungsgetriebes (durch Einknopfbedienung) besteht ferner die Möglichkeit, „rückwärts" zu polarographieren.

Bevor die dem Entwurf des Tintenschreiberpolarographen zugrunde liegenden Überlegungen aufgezeigt werden, erscheint es notwendig, auf das Entstehen und den zeitlichen Verlauf des durch die Elektrolysenzelle fließenden Stromes mit einigen Worten einzugehen.

Die großflächige Anode, die durch das am Boden des Elektrolysengefäßes liegende Quecksilber gebildet wird, darf bei den geringen Strömen in der Zelle als unpolarisierbar betrachtet werden. Ihr Potential kann infolgedessen als konstant gelten. Damit setzt sich die an die Elektroden angelegte Spannung aus dem Potential der Anode, dem Spannungsabfall im Elektrolyten und dem Potential an der Tropfelektrode zusammen. Den Spannungsabfall im Elektrolyten kann man durch Zusätze praktisch gleich Null machen, so daß jede Änderung der angelegten Spannung einer gleichen Änderung des Kathodenpotentials entspricht.

Der Strom in der Elektrolysenzelle beginnt erst zu fließen, wenn das Reduktionspotential eines der in der Lösung vorhandenen Stoffe an der Kathode erreicht ist. Darauf beruht die qualitative Analyse, da ja die Reduktionspotentiale bekannt sind.

Die Kathode liefert jetzt gewissermaßen negative Ladungen, die von dem in Reduktion befindlichen Stoff an der Grenzfläche des Quecksilbertropfens im Elektrolyten aufgenommen werden. Wegen der Kleinheit des Tropfens verarmt die nahe Umgebung der Kathode, also des Quecksilbertropfens, an reduzierbarem Stoff, und es entsteht eine sogenannte Diffusionsschicht um den Tropfen. Das Heranbringen weiterer reduzierbarer Moleküle oder Ionen kann demnach nur noch durch Diffusion im Elektrolyten erfolgen. Diese Diffusion ist unter einigen leicht erfüllbaren Bedingungen der Konzentration der Lösung genau proportional. Die sich dabei einstellende, von der Vergrößerung des Reduktionspotentials unabhängige Grenzstromstärke stellt somit bereits die quantitative Analyse dar.

Erst wenn durch weitere Spannungserhöhung das Reduktionspotential eines weiteren reduzierbaren Stoffes erreicht wird, tritt ein neuer plötzlicher Stromanstieg auf. Auch dieser findet seine Begrenzung durch die durch Diffusion zugeführte Menge des neuen Stoffes im Elektrolyten.

Jeder dieser Stromanstiege erscheint also im Polarogramm, dessen Abszisse ja der stetig steigenden Spannung entspricht, in der Ordinate als sogenannte Welle oder Stufe, deren Höhe der Konzentration des reduzierbaren Stoffes proportional ist.

Das Polarogramm würde trotz der Stufen eine glatte Kurve ergeben, wenn der gleichmäßige Kurvenverlauf nicht durch das Abtropfen des Quecksilbers an der Kathode gestört würde.

Jeder Tropfen verursacht eine sogenannte „Zacke" im Polarogramm. Die Stromstärke an der Tropfelektrode nimmt mit dem Wachstum des Quecksilbertropfens zu und fällt plötzlich ab, wenn der Tropfen abreißt, um mit der Neubildung des nächsten Quecksilbertropfens wieder anzusteigen.

Die normale Tropfgeschwindigkeit beträgt 2 bis 3 Sekunden je Tropfen und nimmt mit wachsender Spannung etwas zu. Lange Tropfzeiten haben große Zacken zur Folge, die die Auswertung stören.

Man kann die Höhe der Zacken durch eine geeignete Dämpfungseinrichtung der Apparatur vermindern und dadurch das Polarogramm glätten. Das Problem einer geeigneten Dämpfung unter Wahrung der Empfindlichkeit des Polarographen stellt oftmals jedoch eine recht schwierige Aufgabe dar.

Wie eingangs bereits erwähnt, hat man es in der Polarographie in der Regel mit stark verdünnten Lösungen zu tun. Daraus ergibt sich, daß bei der Registrierung der Strom-Spannungskurve eine Stromänderung bis herab zu $2 \cdot 10^{-7}$ A der vollen Schreibbreite des Diagramms — im vorliegenden Falle 120 mm — entsprechen muß. Die Empfindlichkeit der Schreibeinrichtung beträgt demnach $6 \cdot 10^{8}$ mm/A und reicht damit bereits an die eines hochempfindlichen Spiegelgalvanometers heran.

Rechnet man mit einer Meßungenauigkeit des Verfahrens von $\pm 5\%$, so müssen immerhin noch $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ A zuverlässig ablesbar geschrieben werden können. Die Schreibungenauigkeit der Apparatur sollte demnach $\pm 1{,}5\%$, höchstens $\pm 2{,}5\%$, nicht überschreiten.

Ein Tintenschreiber der Klasse 1,5 benötigt $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ A bei einem Innenwiderstand von mindestens 1200 Ohm für Endausschlag, das sind also $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ Watt. Die Aufzeichnung der Strom-Spannungskurve, des Polarogramms, ist daher erst nach Verstärkung des durch die Elektrolysenzelle fließenden Stromes möglich. Der hierfür erforderliche Gleichstromverstärker soll wenigstens 12 fest einstellbare Verstärkungsstufen

haben, die normalerweise von 1 : 1,25 bis 1 : 12500 reichen, wenn ein Tintenschreiber mit einer Stromaufnahme von $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ A verwendet wird.

Wenn die Meßungenauigkeit der Gesamtapparatur $\pm 2{,}5\%$ nicht übersteigen soll und die Fehlergrenzen des Schreibers bei $\pm 1{,}5\%$ liegen, so wäre vom Verstärker zu fordern, daß seine Ungenauigkeit des Verstärkungsverhältnisses $\pm 1\%$ nicht überschreiten dürfte.

Aus der verhältnismäßig großen Zahl von Meßverstärkern wurde der lichtelektrische Kompensationsverstärker in der bewährten Saugschaltung nach *Merz* und *Stanek* ausgewählt [6].

Dieser Kompensationsverstärker hat im abgeglichenen Zustand einen verschwindend kleinen Innenwiderstand, kann also mit der Elektrolysenzelle in Reihe geschaltet werden, ohne die Gleichheit von angelegter Spannung und Potentialunterschied an der Kathode zu stören. Außerdem waren folgende konstruktive Gründe für die getroffene Entscheidung von Bedeutung:

1. Für das bei diesem Kompensationsverstärker erforderliche Steuergalvanometer standen ausgezeichnete Kernmagnetmeßwerke modernster Bauart aus eigener Entwicklung und Fertigung zur Verfügung.
2. Für die Photozellensteuerung konnte die bewährte Lichtmarkenoptik (vgl. [8]) mit Doppelreflexion mit nur wenigen Änderungen übernommen werden.
3. Die Entwicklung moderner Tintenschreiber mit Ellipsenlenker-Geradführung und geeigneter Registrierpapier-Transporteinrichtung stand unmittelbar vor dem Abschluß.
4. Feinmeßwiderstände und Stufenschalter bester Qualität waren aus eigener Fertigung sofort greifbar.
5. Die im Heyrovský-Polarographen als Spannungspotentiometer verwendete Kohlrauschwalze, deren Herstellung im allgemeinen schwierig ist und die trotz sorgfältiger Pflege manchmal Anlaß zu Störungen bietet, konnte mit gutem Erfolg durch ein von einer Perlonhülle umschlossenes Stabpotentiometer ersetzt werden, dessen Schleiferabgriff über ein vergoldetes Band erfolgte.

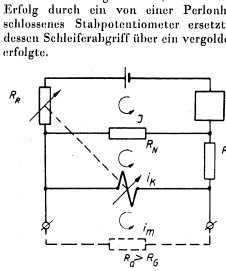


Bild 3 Kompensationsverstärker in Saugschaltung nach Merz und Stanek.

Die Prinzipschaltung des Kompensationsverstärkers in Saugschaltung nach *Merz* und *Stanek* ist in Bild 3 dargestellt.

Werden die Eingangsklemmen dieses Verstärkers in den Stromkreis mit dem zu messenden Strom i_m geschaltet, so wird das Steuergalvanometer G ausschlagen und — auf eine hier nicht näher zu erläuternde Weise — den Regelwiderstand R_R verändern. Damit ändert sich auch der durch den Tintenschreiber fließende Strom J. Durch den Normalwiderstand R_N fließt der Strom $(J - i_k)$; der Kompensationsstrom i_k ist unter der Voraussetzung eines völlig richtmomentlosen Steuergalvanometers G gleich dem zu messenden Strom i_m, wenn die Spannung am Galvanometer $U_G = 0$ wird, d. h. wenn die Spannungsabfälle an R_N und R_V einander gleich werden. Wir haben also für $U_G = 0$:

$$(J - i_k)\, R_N = i_k \cdot R_V$$

oder, da $i_k = i_m$

$$J = i_m \left(\frac{R_N + R_V}{R_N}\right).$$

Die Ausschlagsbewegung des beweglichen Organs im Steuergalvanometer kommt nun zum Stillstand, sofern nicht durch Änderungen der Speisespannung, Alterung des Regelwiderstandes R_R oder der zu seiner Steuerung dienenden Photozellen sowie Änderungen des Innenwiderstandes des Tintenschreibers Störungen der Gleichung

$$i_k = i_m$$

hervorgerufen werden. Diese haben das Auftreten einer Spannung U_G am Galvanometer zur Folge, das diese Störungen in der soeben geschilderten Weise sofort auskompensiert, bis wieder $U_G = 0$ geworden ist.

Das Verhältnis

$$\frac{R_N + R_V}{R_N} = \ddot{u}_s$$

bestimmt also allein die Stromverstärkung des Verstärkers $\ddot{u}_s$, so daß

$$J = i_m \cdot \ddot{u}_s.$$

Damit ergibt sich z. B. mit $R_N = 1$ Ohm und $R_V = 12500$ Ohm eine Stromverstärkung von $\ddot{u}_s = 12500$.

Aus diesem Grunde müssen die Widerstände R_N und R_V besonders genau und in ihrem Betrage äußerst konstant hergestellt sein.

Man erkennt auch, daß, obwohl das Steuergalvanometer im Kompensationsfall spannungslos ist, der Meßstrom i_m ungehindert weiterfließen kann. Es liegt hier also der Fall eines idealen Stromverstärkers mit dem Innenwiderstand Null vor. Das ist möglich, da der Meßstrom hier gewissermaßen durch die Schaltung „hindurchgesaugt" wird.

Es hat auf den ersten Blick den Anschein, als ob die Widerstände R_N und R_V beliebig gewählt werden könnten. Da jedoch das Richtmoment des Steuergalvanometers aus mechanischen Gründen nicht unter einen gewissen Betrag verringert werden darf, ist man in der Wahl des Betrages der Widerstände durch die Forderung gebunden, daß möglichst hohe elektrische Einstellmomente erzielt werden müssen, damit eine gute Nullpunktkonstanz und ein geringer Einfluß der Richtmomente der Spannbänder gewährleistet ist, die ja als Fehler in die Stromverstärkung eingehen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

In der Bemessungsgleichung für optimales R_N nach *Merz* [6]

$$R_{N_{opt}} = \sqrt{\frac{(R_i + R_a)\,\frac{R_G \cdot R_a}{R_G + R_a}}{\ddot{u}_s - 1}}$$

worin R_i der Innenwiderstand der Stromquelle und des Regelwiderstandes ist, erscheint der beim Polarographen veränderliche Außenwiderstand R_a und die gleichfalls stufenweise veränderliche Verstärkung $\ddot{u}_s$. Es ergeben sich daraus Werte für R_N zwischen 0,1 und 10 Ohm. Eine Abweichung um eine Zehnerpotenz nach unten ist durchaus tragbar, eine Abweichung nach oben mit der Gefahr schlechter Dämpfung des Systems verbunden. Aus diesem Grunde war die erste Polarographenserie mit umschaltbaren Normalwiderständen $R_N = 0{,}1$ und 1,0 Ohm versehen. Bei der neuen Serie konnte nach sorgfältiger Dimensionierung des Galvanometerwiderstandes R_G jedoch in allen Verstärkungsstufen mit $R_N = 1$ Ohm gearbeitet werden. Das bedeutet neben einer Verminderung der Störanfälligkeit auch eine Verbesserung der Einstellzeit in den hohen Verstärkungsstufen.

Die Gefahr, daß das Steuergalvanometer durch einen zu kleinen Außenwiderstand kurzgeschlossen wird, liegt beim Polarographen nicht vor; man kann ohne Schaden bis $\frac{R_a}{R_G} = 10$ gehen. Dieser Wert wird nur bei der kleinsten Verstärkung unterschritten, ist dort aber ohne Belang. Entsprechende Versuche zeigten tatsächlich keine nennenswerte Verminderung des elektrischen Einstellmoments.

Das Steuergalvanometer im lichtelektrischen Verstärker stellt einen direkt wirkenden Regler mit starrer Rückführung dar. Pendelungen des Systems können dadurch auftreten, daß das Einsetzen des verstärkten Stromes durch den entgegenwirkenden Strom aus der bei der Bewegung des Tintenschreiberrahmens induzierten Spannung für das Galvanometer zu stark verzögert wird. Diese Pendelungen werden erfolgreich durch eine „elastische" Rückführung in Form einer stufenweise veränderbaren Kapazität vermieden, die dem Tintenschreibermeßwerk und dem Vorwiderstand R_V parallel geschaltet wird. Die bei Änderungen des verstärkten Stromes J in den Kondensator hinein- oder aus ihm herausfließenden Ströme rufen im Steuergalvanometer Ausschläge im gewünschten Sinne hervor, was praktisch dem sofortigen Einsetzen des Kompensationsstromes i_k gleichkommt.

Bild 4 zeigt die Schaltung des lichtelektrischen Verstärkers im Tintenschreiberpolarographen, die dadurch bemerkenswert ist, daß der Tintenschreiber im Gegensatz zu ähnlichen Schaltungen in der Kathodenleitung der als Regelwiderstand dienenden Elektronenröhre liegt. Dadurch bleibt das Meßwerk auf niedrigem Potential.

Das Steuergitter der als Triode geschalteten Röhre 6 AC 7 liegt an einem aus zwei gasgefüllten Alkaliphotozellen gebildeten Spannungsteiler. Der Arbeitspunkt ist so eingestellt, daß die hohe Steilheit der Röhre (als Triode 6,5 mA/V) ausgenutzt werden kann. Der dabei fließende Anodenruhestrom wird im Schreiber mit einem Hilfsstromkreis kompensiert, wodurch der Nullpunkt des Schreibers (bei offenen Eingangsklemmen) fest eingestellt ist. Hierbei wird allerdings

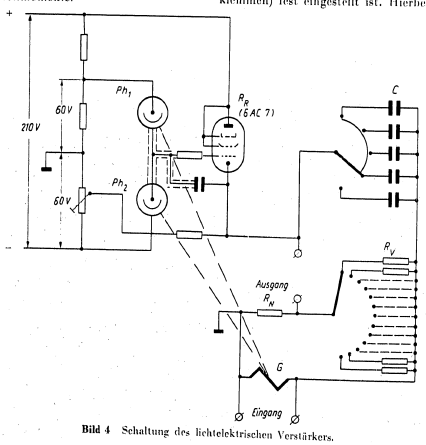


Bild 4 Schaltung des lichtelektrischen Verstärkers.

von außen in die Kompensationsschaltung eingegriffen, und es wären kleine Fehler durch Veränderungen an diesen Einstellgliedern denkbar. Derartige Abweichungen können jedoch mit dem Nullpunktrücker des Tintenschreibers ohne weiteres ausgeglichen werden.

Die beiden Photozellen Ph_1 und Ph_2 werden über ein Spiegelprisma, das den Lichtzeiger des Steuergalvanometers teilt, in der Weise beleuchtet, daß bei zunehmendem Meßstrom i_m infolge des Galvanometerausschlages die eine Zelle mehr, die andere weniger Licht erhält. Ihr Innenwiderstand ändert sich dabei im umgekehrten Sinne und ruft eine Erniedrigung der Gittervorspannung der Röhre, des Regelwiderstandes R_R, hervor, so daß der verstärkte Meßstrom J durch den Tintenschreiber zu fließen beginnt. Der Kompensationsvorgang vollzieht sich dann in der vorhin besprochenen Weise.

Die Verstärkung ist durch die umschaltbaren Widerstände R_V in 13 geeichten Stufen einstellbar; mit Hilfe der in 5 Stufen regelbaren Kapazität C für die elastische Rückführung lassen sich die Zacken der Polarogramme allen Anforderungen entsprechend glätten. Die Wirkung dieser mit „Dämpfung" bezeichneten Einrichtung ist in Bild 5 an einem in zwei verschiedenen Dämpfungsstufen aufgenommenen Sauerstoffmaximum in Chlorkaliumlösung zu sehen, das allgemein zur Prüfung für die richtige Dämpfung der Polarographen herangezogen wird [2].

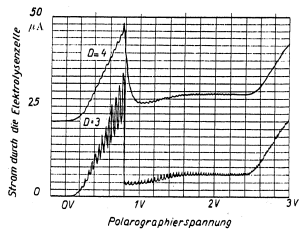


Bild 5 Polarogramm einer 0,001 n KCl-Lösung (Sauerstoffmaximum)
Verstärkungsstufe: 50 µA
Dämpfungsstufe: 3 u. 4
Tropfzeit: 3 Sekunden
Papiervorschub: 40 mm/min

Der Polarograph, wie er jetzt vom Institut für Gerätebau der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin hergestellt wird, ist ohne Elektrolysenstativ in Bild 6 dargestellt. Im linken Gerät sind der Netzteil, der lichtelektrische Verstärker, der Spannungsmesser sowie die Bedienungs- und Schaltelemente für die Wahl des Meßbereiches und der Dämpfung, der Polarographierspannung, der Ladungsstromkompensation und der elektrischen Nullpunktverschiebung (über die gesamte Schreibbreite des Polarogramms) untergebracht. Rechts steht der Schreiber, der in seinem oberen Teil das motorgetriebene Spannungspotentiometer und den Bedienungsgriff für Vor- und Rückwärtspolarographieren nebst schnellem Vor- und Rücklauf des Abgriffes enthält. Darunter befinden sich die automatische Polarographierspannungseinstellung und die Schaltknöpfe für normales amperometrisches und polarometrisches Arbeiten.

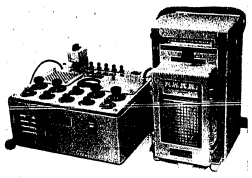


Bild 6 Polarograph mit Tintenschreiber (ohne Elektrolysenstativ).

Ich möchte meine Ausführungen nicht schließen, ohne Herrn Nationalpreisträger Prof. Dr. *K. Schwabe*, Dresden, meinen Dank für seinen Rat und seine tatkräftige Unterstützung bei der Entwicklung des Polarographen ausgesprochen zu haben. Auch die Namen meiner ehemaligen Mitarbeiter, die die Erprobung und den Bau der Muster und Geräte durchführen, sollen an dieser Stelle genannt werden. Es sind die Laboratoriumsingenieure *Karusseit*, *Schneider* und *Zeitler*, die Konstruktionsingenieure *Domdey*, *Elsner* und *Klausewitz* sowie die Mechaniker *Engler*, *Ritter* und Fräulein *Reetz*.

Literatur

[1] *Heyrovský, J.*, Polarographie, Wien 1941.
[2] *Heyrovský, J.*, Praktikum der Polarographie. Springer 1948.
[3] *Heyrovský, J.*, Fortschritte der Polarographie, in: W. Böttger, Physikalische Methoden der analytischen Chemie, Leipzig 1939. III. Teil, S. 422···77.
[4] *Stackelberg, M. v.*, Polarographische Arbeitsmethoden. Berlin 1950.
[5] *Hahn, H.*, Metall und Erz, **40** (1943) S. 197···204,.
[6] *Merz, L.*, Archiv f. Elektrotechnik, Bd. **XXXI** (1952) Heft 1, S. 1···23.
[7] *Krüger*, H., Z. angew. Phys., Bd. **IV** (1952) Heft 5, S. 173···76.
[8] *Michelsson, P.*, Nachrichtentechn., 2. Jahrg. (1952) Heft 3, S. 74···79.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 32
Institut für Maschinenkunde, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner
Als Manuskript gedruckt! DK 531.8:621.01:624.04
Eingang: 15. 1. 1957

Ein rechnerisches Gegenstück zur zeichnerischen Methode von Mohr

Von Prof. Dr.-Ing. Lothar Poßner

Das Verfahren nach *Mohr* hat für den Maschinenkonstrukteur besondere Bedeutung bei der Berechnung von abgesetzten Wellen. Dieser graphischen Methode stand bisher keine rein rechnerische zur Seite, wenigstens nicht eine solche, die es dem Praktiker gestattete, ebenso schnell wie übersichtlich zu einem guten Ergebnis zu gelangen. Mit Hilfe der Matrizenrechnung und des Schemas nach *Falk* gelingt es, für die Praxis ein Rechenverfahren zu entwickeln, das zudem noch eine gewisse Analogie zum *Mohr*schen Verfahren aufweist. An Hand der Berechnung von Einflußgrößen für Einflußmatrizen wird nachfolgend diese Rechenweise ausführlich erörtert, so daß der Praktiker in Zukunft die Berechnung von mehrfach gelagerten Wellen mit veränderlichem Trägheitsmoment auch rein rechnerisch durchzuführen vermag. Bedient man sich dabei der Rechenmaschine, auf die das Verfahren infolge der Verwendung der Matrizenrechnung zugeschnitten ist, so nimmt die Rechnung wenig Zeit in Anspruch. Das Verfahren beruht auf der Vektortransformation (Matrizen), wie sie in neuester Zeit vielfach bei der Berechnung von Wellen herangezogen wurde [1].

Das Wesen von Einflußgrößen in Verbindung mit Matrizen

Bei der Behandlung der Einflußgröße η als Element der Einflußmatrix sind einige spezielle Zusammenhänge zu beachten, die erst klar herausgestellt werden sollen, ehe zur Berechnung von η übergegangen wird. Die Gültigkeit des *Hooke*schen Gesetzes gestattet, die Betrachtungen auf die Einheit zu beziehen, d. h. bei Matrizen auf die Einheitsmatrix.

Einflußmatrix $\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix}$ Einheitsmatrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Bei einem einfachen Stab wird der Einfluß einer physikalischen Größe (z. B. einer Kraft P) auf irgendeine Schnittstelle des Stabes untersucht. Die Auswirkung erstreckt sich auf Durchbiegung (y), Neigung (N) der elastischen Linie, Biegemoment (M) und Querkraft (Q). Es treten hierbei zwei unabhängige Veränderliche auf, und zwar x = Schnittstelle, Wirkstelle oder Meßstelle und c = Kraftstelle, Ursache [2]. Diese Veränderlichen gehören demselben Wertebereich an (Achse in Richtung der unverformten Stabachse). In der Matrix besitzen beide Veränderlichen die Richtung der Spalte (x) bzw. der Zeile (c). Der Spaltenvektor der Einheitsmatrix ist somit der Einheitsvektor der Kraft, der Zeilenvektor der Einheitsvektor der Schnittstelle. Um sie auseinanderzuhalten, stellen wir sie zeichnerisch verschieden dar, obwohl sie beide ganz neutrale Rechengrößen sind (Bild 1a und 1b).

Es ergeben sich somit zwei Möglichkeiten der Betrachtung:

1. Einheitsvektor der Kraft über mehreren Schnittstellen
2. Einheitsvektor der Schnittstelle über mehreren Kraftstellen.

Es ist üblich, die Kraftstelle (c) mit der Schnittstelle (x) zusammenzulegen. Dies erleichtert zwar die Rechnung, verringert aber die Klarheit des Zusammenhanges.

Bei der Anwendung auf den Biegestab benötigt man für die Auswirkung vier Einflußlinien (für y, N, M und Q). Man erhält sie durch Ableitung aus der elastischen Linie für eine Last P = 1, die zugleich Einflußlinie für die Durchbiegung ist. Es ist zweckmäßig, diese doppelte Bedeutung auseinanderzuhalten, weil sich bei einigen abgeleiteten Einflußlinien jeweils auch besondere Gleichungen ergeben.

Jede Einflußlinie setzt sich grundsätzlich aus zwei Zweigen zusammen, die an der Stelle der Einheit des Einheitsvektors tangential ineinander übergehen [2]. Die Gleichungen der beiden Zweige enthalten die beiden Veränderlichen x und c. In Zeilenrichtung der Matrix ist x konstant und c veränderlich, in Spaltenrichtung umgekehrt. Durch partielle Differentiation der Gleichung für die elastische Linie η (x c) für P = 1 nach x erhält man nacheinander die

Neigungslinie
Momentenlinie
Querkraftlinie.

Durch partielle Differentiation nach c ergibt sich die
Einflußlinie für die Neigung
Einflußlinie für das Moment
Einflußlinie für die Querkraft.

Erstere sind somit die Spalten, letztere die Zeilen der Einflußmatrix. η (x, c) ist in x und c symmetrisch für beide Zweige, d. h., vertauscht man sie in einer der beiden Gleichungen, dann erhält man die andere. Es entstehen dann auch symmetrische Matrizen. Die geraden Ordnungen der Differentiation (0^{te} und 2^{te}) ergeben symmetrische, die ungeraden Ordnungen (1^{te} und 3^{te}) unsymmetrische Gleichungen und Matrizen. Die Symmetrie erleichtert die Rechnung, verringert aber ebenfalls die Durchsichtigkeit der Zusammenhänge. Daher wählen wir in nachfolgender Gegenüberstellung die unsymmetrische 1. Ableitung, weil sie noch beide Unabhängige x und c enthält, während diese in der einfacheren 3. Ableitung nur einzeln vorkommen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Gegenüberstellung

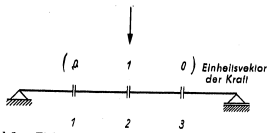


Bild 1a Einheitsvektor der Kraft über den Schnittstellen 1 2 3.

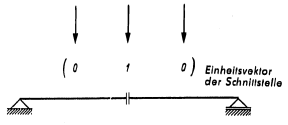


Bild 1b Einheitsvektor der Wirkstelle über den Kräften 1 2 3.

Der transponierte Einheitsvektor der Kraft (Ursache) ergibt die η-Werte

$$(\eta'_{12} \quad \eta'_{22} \quad \eta'_{32})$$

als Zeile

Der Einheitsvektor der Schnittstelle, Wirkstelle, Meßstelle ergibt die η'-Werte

$$\begin{pmatrix} \eta'_{21} \\ \eta'_{22} \\ \eta'_{23} \end{pmatrix}$$

als Spalte

Hierbei bedeutet einheitlich der erste Index die Schnittstelle, der zweite die Laststelle. In der Matrix finden wir sie als

	Spaltenvektor	*Zeilenvektor*
Somit ist	x = veränderlich c = konstant	x = konstant c = veränderlich

Allein daraus ergibt sich schon die Notwendigkeit der partiellen Differentiation, wenn man die weiteren Gleichungen gewinnen will. Diese einmalig durchgeführt, führt zur

Neigungslinie	Einflußlinie für die Neigung
$N = \dfrac{\partial\, \eta(x\,c)}{\partial\, x}$	$\eta_N = \dfrac{\partial\, \eta(x\,c)}{\partial\, c}$

Die Rechnung ergibt [4]

für den linken Teil

$$\frac{\partial\, \eta}{\partial\, x} = \frac{l^2}{6\,E\,J}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right] \qquad \frac{\partial\, \eta}{\partial\, c} = \frac{l^2}{6\,E\,J}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{c}{l}\right)^2-\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

(Schnittstelle links von der Einheit der Kraft) | (Einheit der Schnittstelle rechts von der Kraft)

und für den rechten Teil

$$\frac{\partial\, \eta}{\partial\, x} = -\frac{l^2}{6\,E\,J}\,\frac{c}{l}\left[1-3\left(1-\frac{x}{l}\right)^2-\left(\frac{c}{l}\right)^2\right] \qquad \frac{\partial\, \eta}{\partial\, c} = -\frac{l^2}{6\,E\,J}\,\frac{x}{l}\left[1-3\left(1-\frac{c}{l}\right)^2-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right].$$

(Schnittstelle rechts von der Einheit der Kraft) | (Einheit der Schnittstelle links von der Kraft)

Bei der Übertragung in eine Matrix müssen auf beiden Seiten der Gegenüberstellung die Gleichungen transponiert werden. Dabei hat nur die rechte Seite der Gegenüberstellung für die Einflußgrößen Bedeutung. Beim Transponieren von $\eta\,(x\,c)$ in $\eta\,(c\,x)$ werden in den Gleichungen die Veränderlichen vertauscht. Im Gegensatz zu den symmetrischen Funktionen, bei denen das Vertauschen der Veränderlichen in *einer* Gleichung stattfindet, muß in der unsymmetrischen Funktion das Vertauschen, wie zu sehen ist, in zwei Funktionen vorgenommen werden.

Die linke Seite unseres Vergleichs kommt für eine Übertragung in eine Matrix nicht in Frage, gilt aber weiter für eine Darstellung im Koordinatensystem mit der Veränderlichen x. Die rechte Seite des Vergleichs muß bei der Übertragung in die Matrix transponiert werden (T) und ergibt

oberhalb der Hauptdiagonalen

$$\frac{\partial\, \eta^T}{\partial\, c} = \frac{l^2}{6\,E\,J}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left[1-3\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right],$$

unterhalb der Hauptdiagonalen

$$\frac{\partial\, \eta^T}{\partial\, c} = \frac{l^2}{6\,E\,J}\,\frac{c}{l}\left[1-3\left(1-\frac{x}{l}\right)^2-\left(\frac{c}{l}\right)^2\right],$$

wobei c die Veränderliche in Zeilenrichtung ist.

Die Formeln für beide Fälle sind somit am Ende ähnlich, nur muß beachtet werden, daß zwei verschiedene Veränderliche gelten, einmal x und das andere Mal c, und daß ihre Lage auf den Seiten beiderseits von x = c zu beachten ist. Die Ähnlichkeit erkennt man, wenn man auch die linke Seite des Vergleichs transponiert. Betrachtet man schließlich bei den transponierten Gleichungen x als Veränderliche, so erhält man die Spalten für ein bestimmtes c, d. h. die Neigungslinie ist die Spalte der Einflußmatrix und ihre Einflußlinie die Zeile. Bei Konstruktionen in der graphischen Darstellung, ausgehend vom vom Einheitsvektor der Kraft, erhält man immer die Spalte der Matrix, z. B. auch bei der graphischen Konstruktion nach *Mohr*, was besonders zu beachten ist. Beide Seiten des Vergleichs ergeben vor dem Transponieren Spalten: Allgemein wird von einer quellenmäßigen Darstellung gesprochen [7].

Man hat

den Einfluß eines Einheitsvektors der Kraft $\begin{pmatrix} c \\ l \end{pmatrix}$ = Quelle) auf die Wirkungsgrößen an den verschiedenen Stabstellen $\begin{pmatrix} x \\ l \end{pmatrix}$;	den Einfluß verschiedener Kraftstellen $\begin{pmatrix} c \\ l \end{pmatrix}$ auf die Wirkungsgrößen einer Stabstelle $\begin{pmatrix} x \\ l = \text{Senke} \end{pmatrix}$.

Beim Überschreiten der Hauptdiagonalen in obigem Beispiel wird die Veränderliche durch ihr Komplement ersetzt. Zusammengefaßt ergibt sich als Matrizengleichung

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta'_{11} & \eta'_{12} & \eta'_{13} \\ \eta'_{21} & \eta'_{22} & \eta'_{23} \\ \eta'_{31} & \eta'_{32} & \eta_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix}$$

Neigungsvektor oder Neigungslinie mit den Werten N_1, N_2, N_3 an den Kraftstellen c_1, c_2, c_3 | Einflußmatrix von P auf N. Die Striche sind Ableitungen nach c | Kraftvektor oder diskrete Störungsfunktion

Wirkungsvektoren

Die Matrizenrechnung gestattet, alle an einer Schnittstelle auftretenden Formänderungen und statischen Schnittgrößen unbeschadet der Verschiedenheit ihrer Dimension zu einem Wirkungsvektor zusammenzufassen. Die darin enthaltenen Elemente sind untereinander durch Differentiation gekoppelt. Als Grundlage ihrer Bestimmung dient die Differentialgleichung

$$[E\,J\,(x)\,y''\,(x)]'' = p\,(x).$$

Es ist vom Standpunkt des Praktikers aus zweckmäßig, wenn man die Störfunktion p (x) durch gleichwertige diskrete Störgrößen P an beliebiger Stelle des Stabes ersetzt. Man erhält dann äußerlich kräftefreie Stababschnitte und als Differentialgleichung die verkürzte oder homogene Form

$$[E\,J\,(x)\,y''\,(x)]'' = 0$$

Legt man noch die Einzelkräfte P möglichst so, daß sie an den Grenzen von Stababschnitten liegen, die ein konstantes Trägheitsmoment aufweisen (abgesetzte Wellen), dann wird die Differentialgleichung nochmals einfacher. Es gilt für jeden kräftefreien homogenen Stababschnitt

$$E\,J\,y^{IV}\,(x) = 0.$$

Die Integration dieser einfachen Differentialgleichung ergibt

$$y\,(x) = C_4 + C_3 x + C_2 \frac{x^2}{2} + C_1 \frac{x^3}{6}$$

Die hierbei auftretenden Integrationskonstanten ergeben sich als die am Anfang des Stababschnittes auftretenden Elemente des Wirkungsvektors [1]

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \\ y'' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ N \\ -M \\ E\,J \\ -\dfrac{Q}{E\,J} \end{pmatrix}_{x=0} = \begin{pmatrix} C_4 \\ C_3 \\ C_2 \\ C_1 \end{pmatrix}$$

Für den Einheitsvektor der Kraft wird

$$\begin{pmatrix} C_4 \\ C_3 \\ C_2 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^1 \\ N^1 \\ -M^1 \\ E\,J \\ -\dfrac{Q^1}{E\,J} \end{pmatrix}_{x=0}$$

und für den Einheitsvektor der Wirkstelle

$$\begin{pmatrix} C_4 \\ C_3 \\ C_2 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_y \\ \eta_N \\ \eta_M \\ \eta_Q \end{pmatrix}_{x=0}$$

Die η_N' η_M'' η_Q''' sind Ableitungen von η_y nach c [3] und die Einflußgrößen des Kraftvektors

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \text{auf den Wirkungsvektor} \quad \begin{pmatrix} y \\ N \\ -M \\ E\,J \\ -\dfrac{Q}{E\,J} \end{pmatrix}$$

Die η-Werte und ihre Ableitungen sind hierin völlig unbestimmt. Man kann sich jede beliebige Kombination der vier Größen y, N, M und Q an der Stelle x = 0 denken und in der geschilderten Weise ihren Einfluß auf die Wirkstelle x berechnen. Für uns liegt es nahe, den Vektor y_n^1, hervorgerufen durch P = 1 an der Stelle x, zu wählen. Wenn man bei jedem c einen solchen Vektor wählt, der an der Stelle x einer Einheit P = 1 zugeordnet ist, dann hat man einen bestimmten Einfluß sämtlicher Kraftstellen c auf die Wirkstelle x. Bildlich ergibt sich die quellenmäßige Darstellung (Bild 2a, 2b) und formelmäßig ausgedrückt

$$\mathfrak{y}^1_x = \eta_{x1}$$

oder auch, weil die $\mathfrak{y}^1$ den η gleichwertig sind,

$$\eta_{1x} = \eta_{x1}.$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

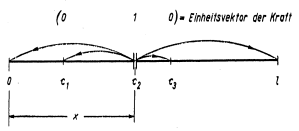


Bild 2a Quellenmäßige Darstellung. Quelle.

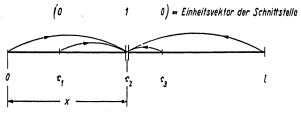


Bild 2b Quellenmäßige Darstellung. Senke.

$$\begin{pmatrix} y_x \\ y'_x \\ y''_x \\ y'''_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x & \frac{x^2}{2} & \frac{x^3}{6} \\ 0 & 1 & x & \frac{x^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_4 \\ C_3 \\ C_2 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x & \frac{x^2}{2} & \frac{x^3}{6} \\ 0 & 1 & x & \frac{x^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ N \\ -\frac{M}{EJ} \\ -\frac{Q}{EJ} \end{pmatrix}_{x=0}$$

Um das reine Biegemoment und die reine Querkraft im Wirkungsvektor zu erhalten, bringt man EJ auf die andere Seite und erhält

$$\begin{pmatrix} y_x \\ y'_x \\ EJ\,y''_x \\ EJ\,y'''_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x & \frac{x^2}{2} & \frac{x^3}{6} \\ 0 & 1 & x & \frac{x^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ N \\ -M \\ -Q \end{pmatrix}_{x=0}$$

$$\mathfrak{y}_x = \mathfrak{A}_x \cdot \mathfrak{y}_{x=0},$$

wobei für die neue Form von $\mathfrak{y}$ keine neue Veränderliche eingeführt wird (Bild 4).

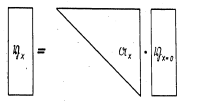


Bild 4 Matrizengleichung für die Wirkungsvektoren in Blockdarstellung.

$\mathfrak{A}_x$ ist die Abschnittsmatrix. Sie ist eine Dreiecksmatrix mit der Nebendiagonalen als Symmetrielinie. Damit kann der Wirkungsvektor $\mathfrak{y}$ an beliebiger Stelle des Stababschnittes auf direktem Wege berechnet werden. Legt man nur auf den Wirkungsvektor $\mathfrak{y}$ am Anfang und Ende Wert, und ist l_i die Länge des Stababschnittes, dann wird

$$\mathfrak{y}_{l_i} = \mathfrak{A}_{(x=l_i)}\,\mathfrak{y}_0.$$

Die Abschnittsmatrix transformiert den Anfangsvektor $\mathfrak{y}_0$ in den Endvektor $\mathfrak{y}_l$. Die sich darauf aufbauende Rechnung kann man daher als eine Vektortransformation des Wirkungsvektors bezeichnen. Es ist zu beachten, daß Unstetigkeiten an den Abschnittsgrenzen den Wirkungsvektor vom linken auf das rechte Schnittufer verändern, z. B. bei der Querkraft — Q, die in — Q + P verwandelt wird (Bild 5).

Im Wirkungsvektor $\mathfrak{y}_0$ und $\mathfrak{y}_l$ an den Stabenden sind die Rand- oder Lagerbedingungen enthalten.

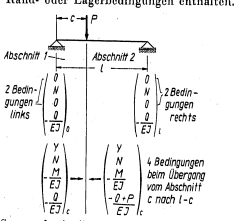


Bild 5 Sprung durch die Querkraft an den Schnittufern.

Darin ist der Satz von *Maxwell* ausgedrückt, soweit er sich auf die Formänderungen bezieht. Das gleiche gilt aber auch (Bild 3) bei der statischen Größe M mit der Beziehung

$$\eta'_x = \eta'_{xl},$$

weil eine Symmetrie vorliegt.

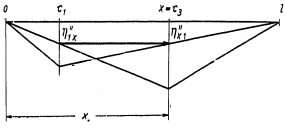


Bild 3 $\eta''_{1x} = \eta''_{xl}$ für das Moment

Leitet man y (x, c) partiell nach x ab, dann erhält man für eine beliebige Stelle x des homogenen kräftefreien Abschnittes

Einflußvektoren

Leitet man die allgemeine Lösung für den Einheitsvektor der Wirkstelle nach c ab, dann erhält man den Vektor der Einflußgrößen η.

In der Ausgangsgleichung wird aus $\mathfrak{y}$ der Wert (P = 1)

$$\eta = C_4 + C_3 x + C_2 \frac{x^2}{2} + C_1 \frac{x^3}{6}.$$

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_y \\ \eta'_N \\ \eta'_M \\ \eta'_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_4 & C_3 & C_2 & C_1 \\ C'_4 & C'_3 & C'_2 & C'_1 \\ C''_4 & C''_3 & C''_2 & C''_1 \\ C'''_4 & C'''_3 & C'''_2 & C'''_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ \frac{x^2}{2} \\ \frac{x^3}{6} \end{pmatrix}$$

Für das Bild 1b erhält man z. B. mit $C_4 = 0$ (Anfangsbedingung)

$$C'_4 = C_3 = \frac{l^2}{6\,EJ}\left(1 - \frac{c}{l}\right)\left|1 - \left(1 - \frac{c}{l}\right)^2\right|$$

$$C''_4 = C'_3 = C_2 = 0 \text{ (Anfangsbedingung)}$$

$$C'''_4 = C''_3 = C'_2 = C_1 = -\frac{1}{EJ}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{l^2}{6\,EJ}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left|1-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right| & 0 & -\frac{1}{EJ}\left(1-\frac{c}{l}\right) \\ \frac{l^2}{6\,EJ}\left(1-\frac{c}{l}\right)\left|1-\left(1-\frac{c}{l}\right)^2\right| & 0 & -\frac{1}{EJ}\left(1-\frac{c}{l}\right) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{EJ}\left(1-\frac{c}{l}\right) & 0 & 0 \\ -\frac{1}{EJ}\left(1-\frac{c}{l}\right) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Im ersten Stababschnitt l_1 erhält man, wenn EJ in der dritten und vierten Zeile nach links gebracht wird und man die Hauptwerte $\frac{l^3}{6\,EJ}, \frac{l^2}{6\,EJ}, l$, als Diagonalmatrix $\mathfrak{R}$ vor die Matrix setzt

$$\begin{pmatrix} \eta_y \\ \eta'_N \\ \eta''_M \\ \eta'''_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{l^3}{6\,EJ} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l^2}{6\,EJ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathfrak{A}_c \begin{pmatrix} 1 \\ \left(\frac{x}{l}\right) \\ \left(\frac{x}{l}\right)^2 \\ \left(\frac{x}{l}\right)^3 \end{pmatrix}$$

oder $\bar{\eta} = \mathfrak{R} \cdot \mathfrak{A}_c \cdot \xi$.

In den Elementen der Matrix $\mathfrak{A}_c$ und des Vektors ξ stehen nur noch Verhältniszahlen (Bild 6).

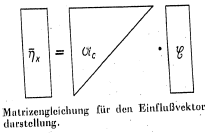


Bild 6 Matrizengleichung für den Einflußvektor in Blockdarstellung.

Darin sind die Integrationskonstanten Funktionen von c, weil sie für den Einheitsvektor der Kraft abgeleitet wurden. Dies ist möglich, weil die Gleichung in x und c symmetrisch ist.

Nach x abgeleitet, würde man den Wirkungsvektor $\mathfrak{y}'$ für eine Kraft P = 1 erhalten, der nach den Betrachtungen des letzten Abschnitts ebenfalls benötigt wird.

Am Ende des ersten Stababschnittes mit der Länge l_1 erhält man

$$\bar{\eta}_1 = \mathfrak{R} \cdot \mathfrak{A}_{c1}\,\xi_{(x=l_1)}$$

wobei für $x = l_1$ gesetzt wurde. $\bar{\eta}_1$ ist der Konstantenvektor für den zweiten Abschnitt, der im Gang der weiteren Rechnung in eine Konstantenmatrix $\mathfrak{A}_{c2}$ umgewandelt werden muß. Man erhält wieder eine Dreiecksmatrix symmetrisch zur Hauptdiagonalen. Nach Absonderung der Diagonalmatrix $\mathfrak{R}$ der Hauptwerte treten zusätzlich die Faktoren 3 und 6 auf (s. Bild 7)

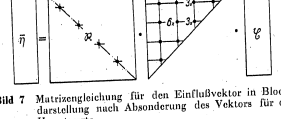


Bild 7 Matrizengleichung für den Einflußvektor in Blockdarstellung nach Absonderung des Vektors für die Hauptwerte

$$\mathfrak{A}_c = \begin{pmatrix} \eta_{y1} & \eta'_{N1} & 3\eta''_{M1} & \eta'''_{Q1} \\ \eta'_{N1} & 6\eta''_{M1} & 3\eta'''_{Q1} & 0 \\ \eta''_{M1} & \eta'''_{Q1} & 0 & 0 \\ \eta'''_{Q1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die darin erhaltenen Werte η sind die Einflußgrößen ohne den Hauptwert, d. h. die Einflußzahlen, die aber gegenüber den Einflußgrößen nicht besonders bezeichnet werden sollen.

Rückschauend ist hervorzuheben, daß infolge der beiden Differentiationen die Abschnittsmatrix $\mathfrak{A}_x$ zum Abschnittsvektor χ und der Wirkungsvektor $\mathfrak{y}$ zur Wirkungsmatrix $\mathfrak{A}_c$ wird.

Bei symmetrischen Dreiecksmatrizen besteht allgemein die Beziehung

$$\mathfrak{A}_x \cdot \mathfrak{y} = \mathfrak{A}_c \cdot \chi$$

Bild 8 Gleichwertigkeit der beiden Rechenweisen für den Wirkungsvektor $\mathfrak{y}^1$ und den Einflußvektor η

d. h. es bestätigt sich, daß in beiden Fällen das Ergebnis dasselbe ist, ob man die linke Seite der Gleichung der Rechnung zugrunde legt oder die rechte. Es ist aber zweckmäßig, Wirkungsvektor und Einflußvektor auseinanderzuhalten und die rechte Seite in logischer Konsequenz für η beizubehalten, schon mit Rücksicht auf weitere, nicht so einfach gelagerte Fälle. Es ist auch nicht notwendig, vom Rande her mit der Vektortransformation zu beginnen. Man kann sich dazu einen beliebigen Punkt aussuchen. Zweckmäßigerweise wählt man dann die Punkte $x = c$, an denen sich die Einheit des Einheitsvektors befindet, und rechnet von da nach rechts und links bis zum Rande. Zu beachten ist dabei, daß bei der Rechnung nach rechts alle Elemente von χ positiv sind. In Richtung nach der linken Seite kommen die Komplemente von x in Frage. Die Werte $(l - x)$ sind aber gleichzeitig negativ in x, so daß die ungeraden Potenzen von χ negativ werden. Für Bild 1b wird z. B. der Ausgangsvektor

nach links (linkes Schnittufer bei $x = c$)	nach rechts (rechtes Schnittufer bei $x = c$)
$2\left(\frac{c}{l}\right)^2\left(1-\frac{c}{l}\right)^2$	$2\left(\frac{c}{l}\right)^2\left(1-\frac{c}{l}\right)^2$
$2\left(1-\frac{c}{l}\right)\frac{c}{l}\left(1-2\frac{c}{l}\right)$	$2\left(1-\frac{c}{l}\right)\frac{c}{l}\left(1-2\frac{c}{l}\right)$
$-\frac{c}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)$	$-\frac{c}{l}\left(1-\frac{c}{l}\right)$
$-\left(1-\frac{c}{l}\right)$	$\frac{c}{l}$

$$\begin{pmatrix} \eta_\chi & \eta_\chi' & 0 & 0 \\ \eta_\chi' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & \eta_\chi'' & \eta_\chi''' \\ 0 & \eta_\chi'' & \eta_\chi''' & 0 \\ \eta_\chi'' & \eta_\chi''' & 0 & 0 \\ \eta_\chi''' & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Beide Seiten unterscheiden sich durch den Sprung $+1$ an der Stelle der Querkraft. Durch die bei der Rechnung von Abschnitt zu Abschnitt gewonnenen Vektoren η, die an den Laststellen der äußeren Kräfte liegen, erhält man immer den Einfluß dieser Kraftstelle e auf die Wirkstelle x.

Bei der quellenmäßigen Betrachtung liegt in der Kraftstelle die Quelle und in der Wirkstelle x die Senke. Hätten wir es bei der Störfunktion p (x) belassen, dann könnte man den Vorgang formelmäßig beschreiben und erhält z. B. für das Biegemoment

$$M_x = \int_a^x p(x)\,\eta''_{(x,c)}\,dc + \int_x^l p(x)\,\eta''_{(x,c)}\,dc.$$

p (x) ist die Quellstärke, M_x die Senke an der Stelle x. Da wir es aber mit diskreten Einzelkräften zu tun haben, wird aus dem Integral

$$M_x = \sum_a^x \eta''_{(x,c)}\,P_i + \sum_x^l \eta''_{(x,c)}\,P_i$$

oder in Matrizenschreibweise

$$M_x = (\eta_{x1}'' \quad \eta_{x2}'' \quad \eta_{x3}'') \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix}.$$

Bei konstanter Biegesteifigkeit multipliziert man mit der Diagonalmatrix $\mathfrak{P}$ der Hauptwerte erst, wenn sämtliche Einflußzahlen für alle Laststellen durchgerechnet sind. Als Kontrolle dienen die vorgeschriebenen Randbedingungen, aus denen die Ausgangswerte bei $x = c$ festliegen. Zweckmäßig wird die Rechenmaschine und das Schema nach *Falk* verwendet. Beim nachfolgenden Transponieren tritt vorhandene Unsymmetrie besonders in Erscheinung.

Veränderliches Trägheitsmoment

Ist das Trägheitsmoment des Querschnittes J von Abschnitt zu Abschnitt veränderlich, dann wählt man irgendein Vergleichsträgheitsmoment J_0 (zweckmäßig das größte) und erhält dann beim Absondern der Hauptwerte für jeden Abschnitt eine Verhältniszahl $\alpha = \frac{J_0}{J}$, während das Vergleichsträgheitsmoment im Hauptwert in Erscheinung tritt. Zur Diagonalmatrix $\mathfrak{P}_0$ kommt dann noch der Faktor

$$\mathfrak{F} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

hinzu, mit dem die Matrix $\mathfrak{A}_0$ zu multiplizieren ist, ehe mit der Vektortransformation begonnen wird. Die folgenden Matrizen sind dann vor der Multiplikation zu zerlegen, weil die Werte η und η' den Sprung an den Schnittufern nicht mitmachen; man erhält dann allgemein für die weiteren Abschnitte

$$\begin{pmatrix} \eta_\chi & \eta_\chi' & 0 & 0 \\ \eta_\chi' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & \eta_\chi'' & \eta_\chi''' \\ 0 & \eta_\chi'' & \eta_\chi''' & 0 \\ \eta_\chi'' & \eta_\chi''' & 0 & 0 \\ \eta_\chi''' & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Da die Trägheitsmomente ganz willkürlich sind, wird sich am Stabende nicht die notwendige Randbedingung ergeben, vor allem wird η_l nicht $= 0$ werden. Daher ist zum Gesamtergebnis noch eine lineare Funktion als Korrektor hinzuzufügen.

$$\Delta\eta = -\eta_l \begin{pmatrix} c \\ l \end{pmatrix} \text{ für die erste Zeile}$$

und $\Delta\eta' = -\eta_l$ für die zweite Zeile

$$\left(\text{Ableitung nach } \begin{pmatrix} c \\ l \end{pmatrix}\right),$$

damit die Randbedingungen erfüllt werden.

Vergleich mit dem Mohrschen Verfahren

Beim Vergleich mit dem *Mohr*schen Verfahren findet man verschiedene Analogien, aus welchen Gründen man die Rechenweise als Gegenstück dazu bezeichnen kann. Wie beim Seileck Seite an Seite angefügt wird, so wird auch bei unserem Verfahren mit dem Abschnittsvektor χ die Verbindung mit den Vektoren η hergestellt. Beim *Mohr*schen Verfahren hat man es mit einer Doppelintegration zu tun, wozu als Grundlage die verzerrte Momentenfläche (oder die Polfigur mit verändertem Polabstand) dient. Bei dem von uns entwickelten Rechnungsgang wird von der Matrix $\mathfrak{A}$ auch nur der Teil mit η'' und η''' mit den α-Werten multipliziert. Diese Werte sind ausschlaggebend für die Veränderung von η und η'. Auf jeden Wert η hat η', η'' und η''' Einfluß. Der Verlauf von η wird durch die Veränderung der Werte η'' und η''' wesentlich bestimmt. Beim Seileck ziehen wir eine Schlußlinie, durch die die Randbedingungen festgelegt werden. Auch wir haben rechnerisch eine Schlußlinie gezogen, indem wir die Korrekturen $\Delta\eta = -\eta_l \begin{pmatrix} c \\ l \end{pmatrix}$ bzw. $\Delta\eta' = -\eta_l$ angebracht haben. $\Delta\eta'$ erhält man bei einfachen Integrationen durch Verlegen der Schlußlinie in die Polfigur, wobei für η' eine neue Nullinie gewonnen wird. Durch Verlegen der Schlußlinie in die Polfigur werden beim *Mohr*schen Verfahren die Tangentenneigungen am Anfang und Ende bestimmt. (*Mohr*sche Auflagerdrücke.) Man kann daher mit einigem Recht die entwickelte Methode als das ins Rechnerische übersetzte *Mohr*sche Verfahren bezeichnen.

Zahlenbeispiel

Um dem Praktiker die Handhabung zu zeigen, wird mit Hilfe des *Falk*schen Schemas [5] ein Zahlenbeispiel durchgerechnet (Bild 9), das vom Verfasser schon mit Hilfe des *Mohr*schen Verfahrens vollständig behandelt wurde [6]. Es genügt, die Methode an dem ersten Zeilenvektor vorzuführen. Die anderen Zeilenvektoren werden in gleicher Weise behandelt. Im Schema 1 (Bild 10) wird die Rechnung für konstantes Trägheitsmoment in allen Abschnitten durchgeführt, Schema 2 (Bild 11) enthält die Matrizen und Abschnittsvektoren für verschiedene Trägheitsmomente. An den Kraftstellen erhält man für η den Spaltenvektor

$$\begin{pmatrix} 0{,}0714 \\ 0{,}0986 \\ 0{,}0635 \end{pmatrix} \text{ gegenüber } \begin{pmatrix} 0{,}0728 \\ 0{,}0992 \\ 0{,}0640 \end{pmatrix}$$

bei der *Mohr*schen Konstruktion, für beide Methoden ein zufriedenstellendes Ergebnis, wenn man bedenkt, daß bei der rechnerischen Methode Ungenauigkeiten von Vektor zu Vektor mitgenommen werden und beim Zeichnen trotz sorgfältiger Arbeit Abweichungen in derselben Weise entstehen.

Das Endergebnis hängt nicht nur von der willkürlichen Verteilung der Trägheitsmomente ab, sondern auch von dem gewählten Anfangswert η'_{01}. Da ohne dies am rechten Ende die vorgeschriebene Randbedingung nicht erreicht wird, kann man die Rechnung mit geschätzten Randbedingungen beginnen. Bei unserem Beispiel wird mit zwei geschätzten Neigungen (z. B. 0,4193 und 0,38 begonnen) und zwischen den Ergebnissen linear interpoliert. Man erhält dann die Werte $\eta'_1 = +\,0{,}0155$ und $\eta'_1 = -\,0{,}0238$ und interpoliert

$$\frac{x}{0{,}04 - x} = \frac{0{,}0238}{0{,}0155} \qquad x = 0{,}0242$$

$$\eta'_{01} = 0{,}38 + 0{,}0242 = 0{,}404.$$

Bei automatischen Rechenmaschinen ist das eine erprobte Methode, weil die Durchrechnung in Bruchteilen von Sekunden vor sich geht. Mit einer dritten Kontrollrechnung erhält man auf Grund $\eta'_{01} = 0{,}404$ die richtigen Randbedingungen am rechten Ende. Man kommt auch mit einer Schätzung aus, wenn man, wie oben, das Ergebnis berichtigt. Die statische Größe η''_{01} kann in unserem Beispiel gleich richtig gefunden werden.

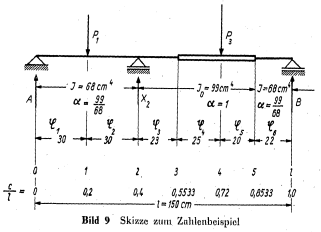


Bild 9 Skizze zum Zahlenbeispiel

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

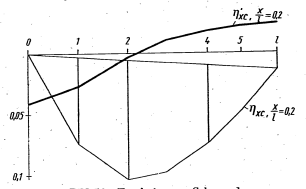


Bild 10 Ergebnis zum Schema 1.

Wirkungsmatrizen $\mathfrak{A}_c$

$\mathfrak{A}_2$				$\mathfrak{A}_1$				$\mathfrak{A}_0$			
0,072	0,024	−0,12 · 3	0,2	0,0512	0,192	−0,16 · 3	0,2	0	0,288	0	−0,8
0,024	−0,12 · 6	0,2 · 3	0	0,192	−0,16 · 6	0,2 · 3	0	0,288	0	−0,8 · 3	0
−0,12	0,2	0	0	−0,16	0,2	0	0	0	−0,8	0	0
0,2	0	0	0	0,2	0	0	0	−0,8	0	0	0

$\mathfrak{A}_5$				$\mathfrak{A}_4$				$\mathfrak{A}_3$			
0,02749	−0,179	−0,02934 · 3	−0,2	0,04928	−0,145	−0,05594 · 3	0,2	0,06794	−0,07228	−0,08934 · 3	0,2
−0,179	−0,02934 · 6	0,2 · 3	0	−0,145	−0,05594 · 6	0,2 · 3	0	−0,07228	−0,08934 · 6	0,2 · 3	0
−0,02924	0,2	0	0	−0,05594	0,2	0	0	−0,08931	0,2	0	0
0,2	0	0	0	0,2	0	0	0	0,2	0	0	0

Abschnittsvektoren $\mathfrak{E}$

Stelle i	1 0,2	2 0,4	3 0,5533	4 0,72	5 0,8533	1 1,0
	1	1	1	1	1	1
	0,2	0,2	0,1533	0,167	0,133	0,147
	0,04	0,04	0,0235	0,0279	0,0177	0,0216
	0,008	0,008	0,0036	0,00466	0,00235	0,003176

$\bar{\eta}_{01}$	$\bar{\eta}_{11}$	$\bar{\eta}_{21}$	$\bar{\eta}_{31}$	$\bar{\eta}_{41}$	$\bar{\eta}_{51}$	$\bar{\eta}_{11}$
0	0,0512	0,072	0,06794	0,04928	0,02749	0
0,288	0,192	0,024	−0,07228	−0,145	−0,179	−0,192
0	−0,16	−0,12	−0,08934	−0,05594	−0,02934	0
−0,8	−0,8	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Schema 1 Trägheitsmoment = const.

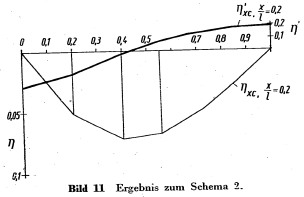


Bild 11 Ergebnis zum Schema 2.

Wirkungsmatrizen $\mathfrak{A}_c$

$\mathfrak{A}_2$			$\alpha=\frac{99}{68}$	$\mathfrak{A}_1$			$\alpha=\frac{99}{68}$	$\mathfrak{A}_0$			$\alpha=\frac{99}{68}$
0,10479	0,03482	−0,1747 · 3	0,291	0,07452	0,2795	−0,233 · 3	0,291	0	0,4193	0	−1,165
0,03482	−0,1747 · 6	0,291 · 3	0	0,2795	−0,233 · 6	0,291 · 3	0	0,4193	0	−1,165 · 3	0
−0,12	0,2	0	0	−0,16	0,2	0	0	0	−0,8	0	0
0,2	0	0	0	0,2	0	0	0	−0,8	0	0	0

$\mathfrak{A}_5$			$\alpha=\frac{99}{68}$	$\mathfrak{A}_4$			$\alpha=1$	$\mathfrak{A}_3$			$\alpha=1$
0,0453	−0,2120	−0,0126 · 3	0,291	0,07470	−0,178	−0,0559 · 3	0,2	0,09881	−0,10535	−0,0893 · 3	0,2
−0,2120	−0,0126 · 6	0,291 · 3	0	−0,178	−0,0559 · 6	0,2 · 3	0	−0,10535	−0,0893 · 6	0,2 · 3	0
−0,0293	0,2	0	0	−0,0559	0,2	0	0	−0,0893	0,2	0	0
0,2	0	0	0	0,2	0	0	0	0,2	0	0	0

Abschnittsvektoren $\mathfrak{E}$

Stelle i =	1 0,2	2 0,4	3 0,5533	4 0,72	5 0,8533	1 1,0
	1	1	1	1	1	1
	0,2	0,2	0,1533	0,167	0,133	0,147
	0,04	0,04	0,0235	0,0279	0,0177	0,0216
	0,008	0,008	0,0036	0,00466	0,00235	0,003176

$\bar{\eta}_{01}$	$\bar{\eta}_{11}$	$\bar{\eta}_{21}$	$\bar{\eta}_{31}$	$\bar{\eta}_{41}$	$\bar{\eta}_{51}$	$\bar{\eta}_{11}$
0	0,07452	0,10479	0,09881	0,08470	0,04853	0,01553
0,288	0,2795	0,01482	−0,10535	−0,178	−0,2120	−0,2307
0	−0,16	−0,12	−0,0893	−0,0559	−0,0293	0
−0,8	−0,8	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Korrektur-glieder	0,003106	0,006212	0,003593	0,01118	0,01325	0,0155
1. Zeile	0,0711	0,01858	0,00025	0,06332	0,03528	0
2. Zeile	0,264	0,0193	−0,0881	−0,1625	−0,1965	−0,2152

Schema 2 Trägheitsmoment ≠ const.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Die Schätzung des Anfangswertes kann nun auch bei konstanten Trägheitsmomenten vorgenommen und das Ergebnis mit Δy und $\Delta y'$ berichtigt werden. Auf diese Weise arbeitet man grundsätzlich mit derselben Rechenweise. Die Analogie mit dem *Mohr*schen Verfahren tritt hier wieder gut in Erscheinung, weil bei der Zeichnung des zweiten Seilecks der Pol ebenfalls beliebig gewählt werden kann und der erste Seilstrahl als Tangente eine beliebige Richtung bekommt. Die endgültigen Werte erhält man durch Korrektur mit der Schlußlinie.

Zusammenfassung

Mit Hilfe von Matrizen wird ein rechnerisches Gegenstück zur graphischen Methode von *Mohr* entwickelt, das sich auf der Vektortransformation aufbaut und das im Grunde zum *Mohr*schen Verfahren gemeinsame Züge aufweist. Durch die Verwendbarkeit von Rechenmaschinen ist es kurz und einfach.

Durch das *Falk*sche Schema hat jeder Zahlenwert seinen für die Rechnung vorteilhaften Platz. Man erhält in jedem Falle alle interessierenden Werte für elastische Linie, Neigung, Moment und Querkraft bzw. deren Einflußlinien zugleich, während beim *Mohr*schen Verfahren durch die Doppelintegration Neigung und Querkraft übersprungen werden. Die Methode eignet sich, wie bei *Mohr*, besonders für ein veränderliches Trägheitsmoment.

Literaturhinweise

[1] *Poßner, Loth.*, Berechnung der Stabbiegung mit Matrizen (Vektortransformation). Erscheint in Wiss. Zschr. H. f. E. Ilmenau **3** (1957), H. 1
In diesem Heft auch weitere Literatur.

[2] *Poßner, Loth.*, Die Einflußlinien der einfachen Belastungsfälle und ihre mathematische Behandlung. Bauplanung und Bautechnik **1** (1947), H. 4, S. 111···116 und H. 6, S. 193···196.

[3] *Poßner, Loth.*, Einflußmatrizen (Anwendung der Matrizenrechnung in der elementaren Festigkeitslehre). Wiss. Zschr. H. f. E. Ilmenau **1** (1954/55), H. 2, S. 115···134
oder
Poßner, Loth., Matrizen zur Bestimmung von Einflußlinien usw.
Maschinenbautechnik **5**, Mai und Juni 1956.

[4] *Poßner, Loth.*, Einflußgrößen, Wiss. Zschr. H. f. E. Ilmenau **1** (1954/55), H. 3, S. 207···229 oder
Poßner, Loth., Einheitliche Betrachtung von Einflußgrößen. Maschinenbautechnik **5**, August und Oktober 1956.

[5] *Zurmühl, Rob.*, Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1953.

[6] *Poßner, Loth.*, Die Berechnung der elastischen Linie bei veränderlichem Trägheitsmoment. Konstruktion **5** (1953), H. 11, S. 378···384.

[7] *Schwank, F.*, Randwertprobleme, 1951. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

I. Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und technische Grundwissenschaften / Publ. Nr. 33
Institut für Dokumentation und Patentwesen, mit der Wahrnehmung der Geschäfte des Direktors beauftragt:
Pat.-Ing. Udo Schneider
Als Manuskript gedruckt! DK 002:001.812:025.4
Eingang: 10. 11. 1956

Was können Wissenschaft und Praxis von der Dokumentation erwarten?

Von Pat.-Ing. Udo Schneider

Was ist Dokumentation?

Der Internationale Verband für Dokumentation (FID) versteht unter Dokumentation das systematische Sammeln, Ordnen und Auswerten aller verfügbaren dokumentarischen Unterlagen, d. h. gedruckter Dokumente, Lautdokumente und Archivalien. In letzter Zeit ist der Begriff jedoch enger gefaßt worden, wobei das Sammeln den Bibliotheken, Museen und Archiven überlassen bleibt und nur das Auswerten und Nachweisen im ureigentlichen Sinne Sache der Dokumentation ist. Damit kommt man dem Ursprung des Dokumentationsgedankens und dem Anliegen der ersten Benutzer am nächsten.

Es waren dies Ingenieure, Erfinder, Patentingenieure, Journalisten, Ärzte und Juristen. Diese waren auf Grund ihrer Tätigkeit gezwungen, sich an Hand von Literaturnachweisen und Recherchen ein Bild vom neuesten Stand der Erkenntnisse und Erfahrungen zu verschaffen, um ihre Arbeit überhaupt betreiben zu können.

Man könnte hier einwenden, diese Tätigkeit sei ja von jeher von Bibliothekaren betrieben worden. Es ist richtig, daß in den Bibliotheken ebenfalls der Literaturnachweis mehr oder weniger gepflegt wird, jedoch nur bis zu einer bestimmten Grenze. Diese liegt im allgemeinen beim Buchtitel. Im Unterschied dazu geht die Tätigkeit des Dokumentalisten viel weiter. Der Literaturnachweis und die Recherche sind ausgedehnt auf das gesamte Schrifttum einschließlich Patentschriften und Firmenschriften. Sie geht aber noch darüber hinaus, indem auf Einzelfakten und Einzeltatsachen und letzten Endes auf kritische Stellungnahme hingesteuert wird.

Das bedingt gegenüber den Bibliothekaren, die meist Philologen, Staatsrechtler oder Juristen sind [1], daß sich auf der Seite der Dokumentation Ingenieure und Naturwissenschaftler der verschiedensten Disziplinen mit der Lösung der Aufgaben befassen müssen.

Warum Dokumentation?

Zur Beantwortung der Frage, warum nun Dokumentation überhaupt notwendig ist, seien einige kurze Hinweise gegeben.

Der Grund hierfür liegt nicht allein im wachsenden Vorrat an Erkenntnissen in den Dokumenten, sondern auch in der Ausweitung der Wissenschaften im allgemeinen, in der Erhöhung des Tempos der Entwicklung verschiedener Gebiete, wie der Kerntechnik, der synthetischen Werkstoffe, der Hochfrequenztechnik, der Antriebsmaschinen, insbesondere der Turbo- und Strahltriebwerke, und nicht zuletzt in der Zunahme der Automatisierung der Fertigung.

Dabei ist zu bedenken, daß die steigende Fülle der Erkenntnisse demselben Gehirn gegenübersteht wie vor 50 Jahren, wenn auch die Arbeitsteilung und eine gewisse Gewöhnung dazu geführt haben, daß das menschliche Gehirn mit den einstürmenden Belastungen besser fertig wird. Bedenkt man jedoch, daß auch in der Erholungszeit das Nervensystem des Menschen weiteren Belastungen ausgesetzt ist, wie beispielsweise durch Rundfunk und Fernsehen, so ist es dringend erforderlich, zur Steigerung der wissenschaftlichen Leistung auf allen Gebieten eine Entlastung durch rationelle Verfahren zu bringen, die es ermöglichen, Erkenntnisse der Wissenschaft und Praxis nach Art eines mechanischen Gedächtnisses aufzubewahren und schnell und sicher wieder darzubieten.

Die jüngste Entwicklung bedient sich dabei neben den Maschinenlochkarten elektrischer bzw. photomechanischer Verfahren, neuerdings auch elektronischer Hilfsmittel, die mit Namen wie *Shaw*, *Samain*, *Kodak*, *IBM* und anderen verbunden sind.

Dem Wissenschaftler kann die Dokumentation insofern Hilfestellung geben, als sie ihm die Stoffsammlung abnimmt, die für die Aufnahme und Weiterführung seiner Arbeit in jeder Disziplin unentbehrlich ist. Die gesteuerte Stoffsammlung kann aber noch mehr leisten. Sie gibt Hinweise für die Anwendung der wissenschaftlichen Erkenntnisse in der Praxis, denn jede wissenschaftliche Arbeit wird zum Fetisch, wenn sie nicht auf die Bedürfnisse der Gesellschaft ausgerichtet ist.

Bei der Durchführung wissenschaftlicher Arbeiten ist darauf zu achten, daß sämtliche Daten, also auch diejenigen, welche nicht unmittelbar zur Lösung der gestellten Aufgaben gehören und als sogenannte Abfallprodukte anfallen, mit verwertet werden.

Dazu ist es notwendig, daß diese Abfallprodukte auch entsprechend erkannt werden, d. h. zum Beispiel, daß bei Versuchen, bei denen eine Vielzahl von Parametern auftritt, auch die nebenher auftretenden Werte durch Einmarkung in Lochkarten so erfaßt werden, daß eine Auswertung jederzeit ohne zusätzliche Belastung erfolgen kann.

Zur Nutzbarmachung müssen genügend Organisationsingenieure vorhanden sein, die sich darum bemühen, daß mit Hilfe von Recherchen diesen Erkenntnissen nachgegangen wird, um sie einer praktischen Verwertung zuzuführen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Des öfteren ist es dazu erforderlich, noch gewisse Zwischenstationen zu durchlaufen, um solche Angaben zu vervollständigen oder mit anderen wissenschaftlichen Disziplinen in Verbindung zu bringen, wodurch erst ein wirtschaftlicher Erfolg sichergestellt wird.

In dieser Richtung kann die Dokumentation wesentliche Hilfe leisten und den Wirkungsgrad der wissenschaftlichen Arbeit steigern.

Nutzbarmachung der Literatur

Betrachtet man nun die Formen der Nutzbarmachung der Literatur, so wird oft der Einwand erhoben, daß der Wissenschaftler von sich aus bei der Inangriffnahme seiner wissenschaftlichen Arbeiten bereits Dokumentation betreibe und daß er dazu einer Hilfe durch Dokumentalisten nicht bedürfe.

Dazu ist zu sagen, daß es glücklicherweise einige Wissenschaftler gibt, die in der Lage sind, die Dokumente, die ihnen zu ihrer Arbeit in nächster Nähe zur Verfügung stehen, entsprechend auszuwerten und zu verarbeiten; das sind dann auch diejenigen, die als überragende Köpfe aus der großen Masse der Wissenschaftler hervortreten und ihre Arbeiten mit besonderem Erfolg durchführen.

Es bestehen aber noch gewisse Unterschiede zwischen der Dokumentationsarbeit des einzelnen Wissenschaftlers und der des Literaturingenieurs.

Der Wissenschaftler richtet seine Dokumentationsarbeit auf das Einzelthema aus. Es interessiert ihn nur der mit seiner Arbeit unmittelbar zusammenhängende Stoff, während der Dokumentalist sein Augenmerk auch auf die Erforschung weiteren Materials richtet, indem er angeregt wird, in der Zukunft erscheinende oder rückliegende Veröffentlichungen gleicher oder ähnlicher Art ausfindig zu machen. Der Dokumentalist versucht sich einen Überblick darüber zu verschaffen, welche Quellen nach Bildung eines Rasters, in das die bisher ausfindig gemachten Quellen eingetragen werden, noch vorhanden sein können, die Erkenntnisinhalte bereitzustellen in der Lage sind.

In der Praxis immer wiederkehrende Beispiele zeigen, daß Diplomanden und Doktoranden versuchen, die Literatur, die sie zu ihrer wissenschaftlichen Arbeit benötigen, durch Literaturbüros zu beschaffen, oder aber, daß sie wichtige Dokumente aus dem verfügbaren Schriftgut nicht beachten.

Das zeigen Diplomarbeiten, in denen zwar recht brauchbare wissenschaftliche Untersuchungen angestellt sind, die Patentliteratur jedoch restlos außer acht gelassen wurde, so daß das Ergebnis in der Industrie nicht verwertbar ist. Diesem Mangel an Ausbildung soll künftig durch obligatorische Vorlesungen auf dem Gebiete der Dokumentation und des Patentwesens an der Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau entgegengewirkt werden.

Wenn bisher die Situation beim Wissenschaftler beleuchtet wurde, so ist diese beim Praktiker insofern etwas anders, als dieser weniger Zugang zur Literatur hat und seine Entscheidungen auf Grund der ihm in seinem Kreise gebotenen Literatur und nach selbst gesammelten Erfahrungswerten fällen muß.

In der Praxis, vor allen Dingen in den Betrieben, wird deshalb in zu großem Maße von der Daumensprungmethode und vom sogenannten gesunden technischen Menschenverstand Gebrauch gemacht. Maximalwerte lassen sich dadurch natürlich nicht oder nur durch Zufall erzielen.

Aufbereitung der Dokumente

Es taucht nun die Frage auf, wie man das anfallende Material am zweckmäßigsten an den Verbraucher heranbringt.

In diesem Zusammenhang möchte ich zuerst auf einen Fehler aufmerksam machen, der vielerorts beim Aufbau von Dokumentationssammlungen gemacht wird. Es wird versucht, eine Zentralkartei anzulegen, in die alle verfügbaren Dokumentationskarteidienste, Referateblätter, Referateteile von Zeitschriften und eigene Referate einfließen sollen.

Es entstehen große Karteien, die im Laufe der Zeit altern, erhebliche Kosten verursachen und wissenschaftliches Personal in großer Anzahl erfordern. Der Wert derartiger Karteien ist stark umstritten.

Man hat auch Versuche angestellt, dem Altern dadurch zu begegnen, daß man nach 5 Jahren die Kartei abgeschlossen und mit einer neuen begonnen hat. Hier dürfte sich wohl das Verfahren des Engineering Index besser bewähren, das jedes Jahr die im Laufe des Jahres herausgegebenen Karteikarten zu einem Sammelband zusammenfaßt und mit Registern versieht.

Bei den größten Unternehmungen dieser Art, wie z. B. den Science Museum in London, das etwa 3 Millionen Karteikarten besaß, zeigte sich, daß solche Mammutkarteien schnell am Ende ihrer Existenzberechtigung angelangt sind. Die Kartei steht jetzt im Keller und wird kaum noch benutzt.

Einfacher und zweckentsprechender ist es, brauchbar erscheinende Referateblätter und Literaturdienste zu beschaffen und auszuwerten.

Zur Bereitstellung ist es wichtig, eine Analyse durchzuführen, welche Quellen in den einzelnen Diensten eingearbeitet sind, und an Hand dieser jeweils bei Auftreten einer Anfrage zur Durchführung einer Recherche zu entscheiden, in welcher Reihenfolge und in welchem Umfang die verschiedenen Materialien zu durchforschen sind. Das spart wissenschaftliche Kräfte und ermöglicht, auch mit einem kleinen Stab von Fachleuten eine leistungsfähige Dokumentation zu betreiben, da die Ordnungsarbeiten in den verschiedenen Systemen von Hilfskräften durchgeführt werden können. Man kann die zwischen den verschiedenen Einzeldiensten bestehenden Lücken durch eigene Karteiarbeiten geringeren Umfanges ergänzen.

Vorteilhaft ist es, dazu noch Zeitschriftenverzeichnisse, Bibliographien aus Fachbüchern und dergleichen zu besitzen, die für jedes Spezialgebiet getrennt zusammenzutragen sind.

Auf diese Weise werden die wirtschaftlichen Belange besser gewahrt, und es läßt sich die von den Literaturdiensten durch statistische Untersuchungen bisher ermittelte geringe Quote von etwa 30% [2] der möglichen Auswertung von Literatur durch Dokumentationsstellen verbessern.

Hieraus ergibt sich, daß bei Überschneidungen, z. B. wenn ein Artikel in mehreren Literaturdiensten referiert wird, eine Gegenüberstellung der verschiedenen Referate möglich ist. Es kann dabei der Vorteil eintreten, daß auch verschiedene Blickrichtungen erfaßt werden, wenn beispielsweise Konstrukteure, Chemiker, Hochspannungstechniker oder Verfahrenstechniker als Referenten tätig sind.

Das Original ist bei sorgfältiger Auswertung in jedem Falle hinzuzuziehen, da bekanntlich manchmal nur eine Zeile, eine Zahl oder ein Bildteil für die Weiterführung einer Arbeit von Bedeutung ist.

Es ist auch möglich, eine Dokumentationsstelle nur mit einem versierten Dokumentalisten — also fast ohne Bibliothek oder Nachschlagewerke — zu betreiben, indem sich dieser auf die vorhandenen öffentlichen Einrichtungen stützt. Dazu gehört eine umfangreiche Reisetätigkeit zu den Zentren, die die Gewähr dafür bieten, daß sie das Material eines Landes vollständig enthalten.

Ordnung der Dokumentationsunterlagen

Zur Nutzbarmachung der Dokumente ist eine zweckmäßige Ordnung der Dokumentationsunterlagen unumgänglich. Im Unterschied zu den Bibliotheken ist es bei der Dokumentation erforderlich, ein feingliedrigeres System zu wählen, das umfassend, anpassungsfähig und leicht mit anderen Systemen paarungsfähig ist.

Die Güte eines Ordnungssystemes läßt sich am schnellen und sicheren Auffinden der eingespeicherten Fakten, am klaren logischen Aufbau, der von jedem Fachmann sofort durchschaut werden kann, an klaren Regeln für die Einordnung, die wenig Fehler zulassen, und danach beurteilen — und das ist besonders wichtig —, daß eine sofortige Benutzbarkeit ohne große Einarbeitungszeit gegeben ist.

Außerdem ist zu fordern, daß sich das System an die Bedürfnisse des Benutzers anpaßt und auf seine Fragestellung Rücksicht nimmt, d. h., das Ordnungssystem darf nicht Selbstzweck werden.

In diesem Zusammenhang soll das in der Dokumentation am weitesten verbreitete System der Dezimalklassifikation in der Brüsseler Fassung mit dem letzthin in den USA entwickelten „Uniterm-System" [3] — auch System der Klassifizierung nach gleichwertigen Grundbegriffen genannt — verglichen werden.

Die Dezimalklassifikation

Die Dezimalklassifikation hat sich im Laufe ihres Bestehens zu einem sämtliche Wissensgebiete umfassenden universellen Ordnungssystem entwickelt, das relativ viel benutzt wird.

Durch Anwendung einer dezimalen Zahleneinteilung bildet sie eine Brücke zwischen den verschiedenen Sprachen, vorausgesetzt natürlich, daß die angewandten Zahlen auch wirklich stimmen. Typisch für die DK ist, daß sie vom Allgemeinen zum Besonderen strahlenförmig auseinanderführt und daß damit die Länge der Zahl zunimmt. Es gibt versierte Dokumentalisten, die es auf Mammutzahlen von 12 bis 15 Stellen bringen.

Vorteilhaft ist noch, daß die Wissensgebiete so unterteilt sind, daß jeder Gegenstand einen festen Platz hat. Es lassen sich durch Zahlenverbindungen zusammengesetzte Begriffe leicht ausdrücken. Die DK läßt sich beliebig erweitern und vervollständigen, was bei der Ausweitung der Wissenschaften besonders günstig ist. Beim Ausbau sind genügend freie Stellen vorgesehen.

Die DK gliedert sich in Haupttafeln und Hilfstafeln; die Haupttafeln enthalten folgende Hauptabteilungen:

Hauptabteilungen

0 Allgemeines, Bibliographie, Bibliothekswesen
1 Philosophie, Psychologie
2 Religion, Theologie
3 Sozialwissenschaften, Recht, Verwaltung
4 Philologie, Sprachwissenschaften
5 Mathematik, Naturwissenschaften
6 Angewandte Wissenschaften, Medizin, Technik
7 Kunst, Kunstgewerbe, Spiel, Sport
8 Schöne Literatur
9 Geographie, Geschichte

Die Hilfstafeln enthalten allgemeine Anhängezahlen, die für alle Abteilungen gelten, und besondere, die nur für die spezielle Abteilung Gültigkeit haben. Beide Gruppen dürfen nur in Verbindung mit DK-Zahlen der Haupttafeln Verwendung finden. Es gibt Anhängezahlen des Gesichtspunktes, z. B. Theorie, Verwendung, Organisation usw., bzw. des Ortes, der Zeit, der Form oder der Sprache.

Als Arbeitsmittel zur Bestimmung der DK-Zahlen stehen die Deutsche Gesamtausgabe und die Deutsche Kurzausgabe der Dezimalklassifikation zur Verfügung. Ein Sachverzeichnis erleichtert die Auffindung von Begriffen, deren die Ausgabe 1952 der DK etwa 200000 enthält.

An Hand eines Beispieles soll dargestellt werden, welche Möglichkeiten bei der Klassifizierung eines Stichwortreferates nach DK und dem Uniterm-System bestehen.

Das Beispiel ist der Hochspannungstechnik entnommen.

Durchführungsisolator für 60 kV, mit eingebautem Stromwandler für 5 A, Gießharzisolation mit Quarzbeimischung und Porzellanüberwurf, Papierzwischenschicht zwischen Gießharz und Wicklung, Wicklung freitragend mit voreingelegten Distanzstücken.

Aus dem Beispiel sind für die aufschließende Kennzeichnung folgende sechs Hauptsachbegriffe gebildet:

1. *Durchführungsisolator* für 60 kV
2. Stromwandler für 5 A, eingebaut
3. Gießharzisolation mit Quarzbeimischung
4. Porzellanüberwurf
5. Papierzwischenschicht zwischen Gießharz und Wicklung
6. Wicklung freitragend mit voreingelegten Distanzstücken

Die Hauptsachbegriffe und Anhängezahlen ermitteln sich wie folgt:

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Für den ersten Sachbegriff sei die Ableitung gegeben.

6	Angewandte Wissenschaften
62	Ingenieurwesen ...
621	Allgemeiner Maschinenbau
621.3	*Elektrotechnik*
621.31	Allgemeine Elektrotechnik ...
621.315	Übertragung der elektrischen Energie
621.315.6	Isolierstoffe, Isolatoren ...
621.315.62	Isolatoren, Durchführungen ...
621.315.626	Durchführungen
621.315.626.1	Durchführungsisolatoren

10 Stellen

Die besondere Anhängezahl für den Spannungsbegriff (unter 621.3 Elektrotechnik) lautet: 027.7 Höchstspannung im allgemeinen, unter 100 kV (nach Ergänzung 1952 zur 5. Lieferung, Seite E 4); demnach

zu 1. für 60 kV: 621.315.626.1.027.76,

zu 2.: 621.314.224.8 (Die Angabe der Ampèrezahl muß offen bleiben).

zu 3.: 621.315.616.96 „künstliche Harze", womit noch nicht genau gekennzeichnet ist, daß es sich um Gießharz handelt. Es wäre bei Verwendung von Äthoxylinharz der Firma Ciba, Basel mit dem Warennamen Araldit möglich, einfach „Araldit Ciba" anzuhängen.

Die Beimischung von Quarz erfolgt zur Verminderung der inneren Spannungen im Harz beim Aushärten und zur Streckung des Harzes aus preislichen Gründen. Quarz kann deshalb nur als Mineral zur Beimischung angegeben werden:

549.514.51.002.612.3,

möglich erscheint auch die Angabe als Isolierstoff:

621.315.613.7.002.612.3.

zu 4.:

Der Porzellanüberwurf dient nicht als Isolierhaube, sondern übernimmt vor bzw. beim Aushärten die Rolle der Form.

666.59	Porzellan, technisch
678.632.027	Formen von Phenoplasten,
666.59 : 678.632.027	zusammengefaßt

zu 5.:

Die Papierzwischenschicht dient zum Ausgleich mechanischer Spannungen beim Aushärten des Gießharzes zur Vermeidung von Spannungsrissen.

676.4 Papier für verschiedene gewerbliche Zwecke. Mit dieser DK-Zahl ist der angestrebte Zweck noch bei weitem nicht zum Ausdruck gebracht.

zu 6.:

Die Befestigung der Wicklung kann ausgedrückt werden als

621.3.045.002.2 Befestigung der Wicklung vom Gesichtspunkt der Konstruktion.

Der Begriff „freitragend" ist in der DK nur in der Abteilung Architektur als besondere Anhängezahl angegeben.

Distanzstücke 621—229.313 mit Voreinlage vom Gesichtspunkt der Montage, 621.757 Montagearbeit, wobei der eigentliche Begriff noch keinesfalls zum Ausdruck kommt; seine Aufgabe ist nicht genügend aufklärend.

Zusammengefaßt:

621.3.045.002.2	Befestigung der Wicklung
621—229.313	Distanzstücke

(Es sei bemerkt, daß zur Feststellung der DK-Zahlen eine nur teilweise berichtigte Gesamtausgabe vom Jahre 1938 mit der Ergänzung vom Jahre 1951 bzw. 1952 zur Verfügung stand).

Setzt man die gewonnenen Hauptsachbegriffe zusammen, so ergibt sich folgende Kette von Zahlen:

621.315.626.1.027.76
621.314.224.8
621.315.616.96 : 549.514.51.002.612.3
666.59 : 678.632.027
676.4
621.3.045.002.2 : 621—229.313

Sie weist die bei den einzelnen Punkten aufgeführten Nachteile auf. Es bleiben bei der Verschlüsselung verschiedene Begriffe offen bzw. können nicht präzise ausgedrückt werden, so daß man bei Rückverschlüsselung das im Beispiel dargestellte Stichwortreferat nicht genau erhält.

Allein schon die Fülle der Zahlen, die zur Kennzeichnung Verwendung finden müssen, wirkt für den normalen Benutzer abschreckend.

Zu den bereits geschilderten Nachteilen treten jedoch noch weitere hinzu, die nur stichwortartig aufgezählt seien:

1. Weibliche, fachlich nicht geschulte Kräfte haben bei Handhabung große Schwierigkeiten.
2. Die Einarbeitung dauert ½—1 Jahr.
3. Die DK hält durch das umständliche Genehmigungsverfahren bei Erweiterung und Abänderung mit der technischen Entwicklung nicht Schritt.
4. Bei einer Feingliederung versagt das System, da dann eine unübersichtliche Komplizierung eintritt (s. Beispiel).
5. Nach einer Feststellung der Redaktion der ETZ dauert das Auswählen der DK-Zahlen länger als das Redigieren eines Zeitschriftenartikels.
6. Beim derzeitigen Entwicklungsstand der Technik ist es unzweckmäßig, daß die Kennzeichnung der Elektrotechnik erst bei der 4. Dezimale beginnt.
7. Durch statistische Erhebungen wurde festgestellt, daß 15—25% unbefriedigende Zahlen ermittelt werden (s. Beispiel).

Die Zahl der sich im Laufe des Bestehens der DK ergebenden Nachteile könnte noch fortgesetzt werden. Es mehren sich in letzter Zeit Stimmen, die zum Ausdruck bringen, daß die DK den Höhepunkt ihres Dascins wohl überschritten hat und daß für Spezialgebiete Sonderklassifikationen zweckmäßiger seien [4].

Uniterm-System

Das Uniterm-System (UT) beruht auf stichwortartiger Charakterisierung von Schrifttumsinhalten durch Grundeinheiten zusammengesetzter Wörter.

Es ist auf Grund wissenschaftlicher Untersuchungen aus der Praxis heraus entwickelt und eignet sich besonders für die Aufschlüsselung technischer Dokumente, bei denen der volle Sachverhalt erfaßt werden soll.

Die nach wenigen Regeln gebildeten gleichwertigen Grundeinheiten, auch Grundbegriffe genannt, werden in einer alphabetischen Kartei aufbewahrt.

Dazu kommt die nach laufender Nummer geordnete Sammlung der Dokumente oder Literaturkartei. Wird des öfteren nach Verfassern gefragt, so ist es zweckmäßig, noch eine einfache Verfasserkartei anzulegen. Diese kommt jedoch nur in speziellen Ausnahmefällen in Betracht [5].

Zur Handhabung des Systemes ist es nur notwendig, den Sprachschatz des betreffenden Fachgebietes zu kennen und die wenigen logischen Regeln der Aufschlüsselung der Grundeinheiten der verwendeten Fachworte zu beherrschen. Dabei ist noch zu erwähnen, daß es für ein Fachgebiet, vor allen Dingen in der Technik, relativ wenig Grundeinheiten gibt, aus denen aber viele Tausende von Fachworten verschiedenster Variation zusammengesetzt sind.

Das UT-System führt bei Aufgliederung im Gegensatz zur DK nicht strahlenförmig auseinander, sondern auf einen Punkt hin.

Für das gewählte Beispiel ergeben sich bei spezieller Aufgliederung, wie sie im Meßwandlerbau Anwendung finden würde, folgende Grundbegriffe:

Isolatoren	Papier
Durchführungen	60 kV
Stromwandler	5 A
Wicklungen	freitragend
Distanzstücke	Zwischenschicht
Gießharz	Überwurf
Quarz	Beimengungen oder Zusätze
Porzellan	Voreinlage

16 Grundbegriffe

Danach werden die Karteikarten für die Grundbegriffe angelegt, wie folgendes Beispiel zeigt:

Isolatoren, insulators

0	1	2	3	4	5	6	7
10	111	1222	13				
	211	2792	33				

Bild 1 Beispiel einer Grundbegriffkarte für Isolatoren, obere Reihe: Grundbegriff, zweite Reihe: Endnummern, darunter: die laufenden Nummern der Dokumente, die eine Aussage über Isolatoren enthalten, nach Endnummern geordnet.

Die Ordnung der Nummern der Dokumente nach gleichen Endnummern auf den Karteikarten erleichtert das Vergleichen nach übereinstimmenden Nummern bei Suche nach Dokumenten, die etwas von verschiedenen Grundbegriffen enthalten; d. h., die Nummer 1222 muß auf allen 16 Grundbegriffkarteikarten enthalten sein, wenn das Beispiel im Dokument 1222 enthalten ist. Es leuchtet ein, daß z. B. auf der Karte „Distanzstücke" solche jeglicher Art eingetragen sind, ob diese nun aus Metall, Isolierstoff oder dergleichen bestehen. Eine genaue Definierung erfahren diese erst durch Kombination mit anderen Grundbegriffen.

Sichtlochkarten

Bei Verwendung von Sichtlochkarten anstelle von Grundbegriffkarteikarten mit aufgedruckten Zahlen ergeben sich weitere Vorteile.

Insbesondere wird dann der Auswahlvorgang erleichtert, gleichfalls aber auch der Einmarkungsvorgang, da im angeführten Beispiel alle 16 Karten in einem Arbeitsgang gelocht werden können.

Sichtlochkarten sind von verschiedenen Stellen entwickelt worden [6].

Als Beispiel sei ein Ausschnitt aus einer Sichtlochkarte des Deutschen Kunststoffinstitutes der TH Darmstadt gezeigt (Bild 2). Diese kann bei noch im Rahmen

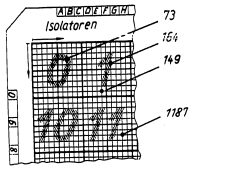


Bild 2

liegenden Genauigkeitsgrenzen bis zu 6000 Nummern in Form von Sichtlöchern aufnehmen. Darüber hinaus werden Zweit-, Dritt- oder mehr Karten verwendet.

Eine Loch- und Vergleichereinrichtung, die vom National Bureau of Standards, Instruments Reference Service, USA [7] entwickelt wurde und verwendet wird, zeigt Bild 3.

Das Uniterm-System hat folgende Vorteile:

1. Einwandfreie Analyse von Sachverhalten bis in Einzelheiten.
2. Verwendung der Spracheinheiten des gegebenen Fachgebietes ohne schwierige Verschlüsselung.
3. Anpassung an jede neue Entwicklung.
4. Einordnung jeden Materials, auch fremder Dienste, möglich.
5. Fast keine Einarbeitung, da unter Verwendung weniger Regeln logisch aufgebaut.
6. Verwendung fremdsprachiger Begriffe neben eigenen möglich.
7. Erleichterung der Handhabung durch Verwendung von Schalt- bzw. Bildsymbolen und dergl.
8. Eignung auch für große Sammlungen.
9. Feinstgliederung auch bei kleinen Spezialsammlungen vorteilhaft.
10. Für mechanische Selektion bestens geeignet, z. B. unter Verwendung eines ähnlichen Systems wie

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Bild 3

Nationwide Dialing mit Card Translator der Western Electric and Bell Telephone Laboratories [8].

11. Nachträgliche Erweiterungen sind ohne Schwierigkeiten durchzuführen.
12. Leichte Doppelung der Grundbegriffkarten möglich, da begrenzte Zahl.
13. Weitgehendste Vereinheitlichung bei Verwendung genormter Terminologie.

Diesen Vorteilen stehen auch einige Nachteile bzw. Besonderheiten gegenüber.

1. Wenig geeignet für große Anzahl von Karten, die nur wenig Einmarkungen erhalten, z. B. Autorenkarten.
2. Der visuelle Katalog fehlt, da die Dokumente bzw. Literaturkarten nach laufender Nummer abgelegt sind.
3. Bei Fehleinmarkung sind die Fehler nur durch Zufall wieder zu finden.

Die laufende Numerierung von verschiedenartigen Dokumenten kann folgendermaßen vorgenommen werden:

Karteikarten laufender Literaturdienste werden zweckmäßigerweise mit einer Paginiermaschine laufend numeriert. Soll anschließend ein Zeitschriftenheft, Referateblatt oder eine andere gebundene Vorlage eingeordnet werden, so ist eine Zwischenkarte anzufertigen mit dem Hinweis, daß nachher bezeichnete Nummern von ... bis ... im bibliographischen Heft oder Buch enthalten sind. Es entfällt das zeitraubende Ausschneiden und Aufkleben von Referaten [9]. Außerdem braucht nicht jeder einzelne Artikel bibliographiert zu werden.

Bei Büchern empfiehlt es sich, die nähere Aufschlüsselung im Inhaltsverzeichnis vorzunehmen, wobei das gesamte Buch eine Paginiernummer der laufenden Reihe erhalten hat. In gleicher Weise kann vorgegangen werden, um Bibliographien, die an Kapiteln oder am Ende von Büchern enthalten sind, mit zu erfassen. Es wird eine Grundbegriffkarte „Bibliographie" angelegt, in die die Nummer des Buches eingemarkt ist; daneben wird die weitere fachliche Aufschlüsselung vorgenommen.

Sollen größere zusammenhängende Bestände aufgenommen werden, z. B. eine Bibliothek mit mehreren tausend Bänden, die bereits nach laufender Nummer geordnet ist, so kann ohne zusätzliche Numerierung des gesamten Bestandes eingemarkt werden, indem ein neuer Kartensatz als Zweit- oder Drittsatz angelegt wird.

Wenn z. B. der laufende Satz bis Nummer 6000 aufnehmen kann und der neu hinzutretende Bestand die laufenden Nummern 1—5000 mitbringt, so kann ein Zweitkartensatz eingeordnet werden, der eine Kernkerbe am oberen Rand trägt [10]. Zu beachten ist dann nur, daß bei dem Suchvorgang nur Karten mit gleicher Kernkerbe zur Auswahl gelangen.

Abschließend sei noch bemerkt, daß bei dem vorliegenden Beispiel in der Gegenüberstellung zum Uniterm-System die DK fast zur „Titelübersetzung" benutzt wird, ein Verfahren, vor dem die Dezimalisten selbst warnen. Um die Leistungsfähigkeit von Uniterm aber darzustellen, mußte so verfahren werden.

Das Uniterm-System in Verbindung mit Sichtlochkarten wird im Institut für Dokumentation und Patentwesen an der Hochschule für Elektrotechnik in Ilmenau zur Einführung und Erprobung kommen.

Literaturhinweise

[1] Jahrbuch der Deutschen Bibliotheken 1952. Von 485 akademisch gebildeten Bibliothekaren sind über 97,5% Philologen, Juristen, Wirtschaftswissenschaftler, Theologen usw. und nur 2% Naturwissenschaftler und 0,5% Ingenieure.

[2] Nach *Bradford*.

[3] *Kreithen, A., Gull, C. D., Miller, E. E.*, Klassifizierung nach dem System gleichwertiger Grundbegriffe. Nachr. f. Dokumentation, 5. Jahrg., 1954, H. 1, S. 6...11.

[4] *Scherrer, P.*, Probleme der Klassifikation, Nachrichten der VSB u. SVD, Bd. **30**, 1954, S. 33...37.

[5] *Knappe, W.*, Einige Gesichtspunkte zur Anwendung von Sichtlochkarten. Nachr. f. Dokumentation, 7. Jahrg., H. 3, S. 143.

[6] *Knappe, W.*, l. c. S. 140...145.

[7] Annual Report 1955, National Bureau of Standards S. 119...121.

[8] *Hampton, L. M., Neuson, I. B.*, The Card Translator for Nationwide Dialing, Bell Technical Journal **32** (1953), 1037.

[9] *Knappe, W.*, l. c., S. 144.

[10] *Knappe, W.*, l. c., S. 142.

Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau · 2 (1956) Heft 3 · Herausgeber: Der Rektor

II. Fakultät für Starkstromtechnik / Publ. Nr. 5
Institut für elektrische Energietechnik, Direktor: Prof. Dr.-Ing. Walter Furkert
Als Manuskript gedruckt! DK 621.316.1:621.315.68
Eingang: 8. 11. 1956

Zur Kurzschlußfestigkeit von Übertragungsanlagen

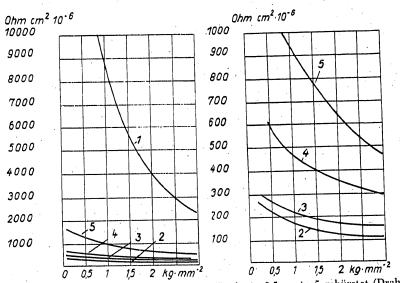
Von Prof. Dr.-Ing. Walter Furkert

Die in den Übertragungsnetzen auftretenden Kurzschlußleistungen sind als Folge der vergrößerten Kraftwerksleistungen und der stärkeren Vermaschung der Netze laufend gestiegen. *Biermanns* gibt als Erfahrungswert die 4. Potenz über der Jahreszahl, gerechnet ab 1900, für ihren Anstieg an. Die Beherrschung der Kurzschlußleistungen hat umfangreiche Maßnahmen sowohl für den Aufbau der Netze als auch für die Konstruktion der einzelnen in den Netzen verwendeten Geräte erforderlich gemacht. In dieser Entwicklung sind verschiedene Schwerpunkte zu erkennen, wie beispielsweise die Anwendung geeigneter Schaltungen zur Herabminderung der Kurzschlußleistungen, der Einbau von Drosselspulen zur Begrenzung der Kurzschlußströme, die Erhöhung der Ausschaltleistung der Schalter oder die ausreichende Bemessung der Stromwandler- und Umspannerwicklungen für den Kurzschlußfall. Weniger in den Vordergrund getreten sind die kleineren Bauteile (Klemmen, Verbinder usw.) und die sonstigen Bauteile der Übertragungsanlagen (Isolatoren und deren Schutzarmaturen), die jedoch im Kurzschlußfalle alle ebenso sicher arbeiten müssen, wie die großen ins Auge fallenden Geräte. Da die kleineren Bauteile in viel größerer Anzahl in die Netze eingebaut werden, kann das Versagen einzelner Stücke mit erheblichen Folgen verbunden sein. Erschwerend kommt hinzu, daß insbesondere die Betriebssicherheit der kontaktgebenden Teile, beispielsweise der Klemmen, in starkem Maße von der Zuverlässigkeit des Montagepersonals abhängt.

Große Geräte werden in den Herstellerwerken auf das sorgfältigste geprüft, und auch bei ihrem Einbau in die Anlage wird im allgemeinen so viel Sorgfalt aufgewendet, daß bei richtiger Konstruktion die Gewähr für die Betriebssicherheit besteht. Die grundsätzliche Schaltung der Netze, die Auslegung des Sternpunktes und des Netzschutzes sowie die Konstruktionen der Großgeräte können als weitgehend erforscht angesehen werden, so daß einige Spezialfragen bezüglich der Klemmen und Isolatoren, die mit der Kurzschlußfestigkeit der Netze unmittelbar in Zusammenhang stehen, behandelt werden sollen.

Die stromführenden Teile haben ihre kritischen Stellen an den Übergangsstellen zu anderen Bauteilen. Die Güte dieser Kontaktstellen ist entscheidend für ihr Verhalten im Betrieb und für ihre Bewährung während des Kurzschlusses, bei dem besonders schwierige Bedingungen vorliegen. *Schönberg* hat die beiden für die Kontaktgüte maßgebenden Einflüsse — Hautwiderstand und Kontaktdruck — für verschiedene Verhältnisse zusammengestellt (Bild 1).

Als Ordinaten sind die gemessenen Hautwiderstände bei bestimmter Behandlung der Oberfläche und als Abszisse die Kontaktdrücke während der Messung angegeben. Das linke Bild hat einen 10 mal kleineren Ordinatenmaßstab als das rechte. Aus dem linken Bild ist zu erkennen, daß die Hautwiderstände gereinigter Seile etwa eine Größenordnung kleiner sind als diejenigen ungereinigter Seile und daß, wie das rechte Bild zeigt, zwischen den verschiedenen Säuberungsarten: Beizen, Schmirgeln und Reinigen mit Bürsten



1 Seil ungereinigt; 2 gebeizt; 3 geschmirgelt; 4 gebürstet (Draht-⌀ 0,5 mm); 5 gebürstet (Draht-⌀ 0,25 mm)

Bild 1 Hautwiderstände von gereinigten und ungereinigten Aluminiumseilen.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

verschiedener Drahtstärke auch Unterschiede bestehen, die jedoch im Verhältnis zum ungereinigten Seil als gering zu bezeichnen sind. In allen Fällen ist die starke Abhängigkeit der Hautwiderstände vom Kontaktdruck zu erkennen.

Die Abhängigkeiten lassen bereits bei mangelnder Zuverlässigkeit des Montagepersonals zwei Fehlermöglichkeiten offen, nämlich ungenügende Reinigung der Kontakte und ungenügenden Anzug der den Kontaktdruck erzeugenden Bauelemente. Der Einfluß schlechter Montage wird dabei im allgemeinen wesentlich größer sein als die Verbesserung, die durch gute Konstruktion erreicht werden kann. Werden geeignete Klemmen sachgemäß montiert, dann treten auch im Dauerbetrieb keine den Betrieb ungünstig beeinflussenden Veränderungen an den Kontakten ein (Bild 2).

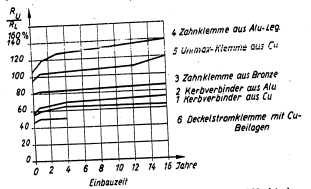


Bild 2 Übergangswiderstände von Klemmen und Verbindern, Dauerprüfstand 100 A.

Das nächste Bild zeigt den Übergangswiderstand einiger Klemmen im Verhältnis zum Widerstand eines gleichlangen Seilstückes während eines bereits 16 Jahre laufenden Dauerversuchs. Der Anstieg des Übergangswiderstandes ist in dieser Größenordnung ohne jede Bedeutung für die Zuverlässigkeit der Verbinder [1]. Schlechte Klemmen zeigen ein grundsätzlich anderes Verhalten, wie beispielsweise die Klemme 6 des Bildes 3.

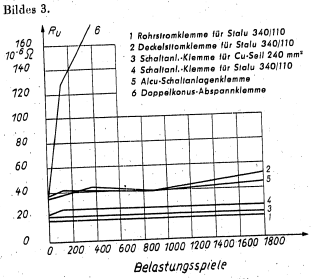


Bild 3 Übergangswiderstände verschiedener Klemmen, Dauerprüfstand 600 A.

Der Versuch wurde mit intermittierender Belastung bei 1800 Belastungsspielen in einem Zeitraum von 2 Jahren unter natürlichen Bedingungen durchgeführt. Die untersuchten Klemmen waren mit Stahl-Aluminium-Seil DIN 48204 340/110 zusammenmontiert und mit 600 A belastet. Die als schlecht erkannte Klemme war während des ganzen Zeitraumes trotzdem in Betrieb.

Während der Normalbelastung einer Klemme ist genügend Zeit vorhanden, daß sich von der Kontaktfläche zur Oberfläche der Klemme hin ein konstanter Wärmestrom ausbilden kann, der die an der Kontaktfläche als Folge der immer vorhandenen Hautwiderstände erzeugte Wärmemenge ableitet. Beim Stoßkurzschluß ist dieser stationäre Wärmestrom noch nicht vorhanden. Die als Folge des Stoßkurzschlußstromes plötzlich an der Kontaktfläche erzeugte Wärmemenge fließt sozusagen in die noch kalte Klemme hinein, und es entsteht die Frage, ob dies ohne Schaden für die Klemme möglich ist. Darüber soll Bild 4 Auskunft geben.

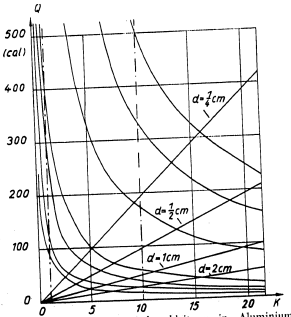


Bild 4 Wärmeerzeugung und -ableitung in Aluminiumkontakten bei Stoßkurzschluß.

Über der Kontaktfläche als Vielfachem des Leiterquerschnittes sind die erzeugten und die abgeleiteten Wärmemengen für verschiedene Hautwiderstände und Materialstärken des Klemmenkörpers aufgetragen. Der Berechnung liegt eine Temperaturdifferenz von 100° C für den Antrieb des Wärmestromes und ein Stoßkurzschlußstrom von 5000 A pro cm² bei einer Dauer von 0,1 sec zugrunde. Die Wärmeleitzahl ist mit 175 kcal/mh angenommen, wie sie für Aluminium üblich ist. Die erzeugten Wärmemengen, die aus den Hautwiderständen berechnet werden können, nehmen hyperbolisch über der Kontaktfläche ab, die abgeleiteten nehmen mit der Kontaktfläche proportional zu. Aus dem Bild ist zu entnehmen, daß für das Verhältnis von Kontaktfläche/Leiterquerschnitt = 1 die erzeugten Wärmemengen um ein Vielfaches über den abgeleiteten liegen. Bei normal konstruierten

Klemmen mit dem Verhältnis Kontaktfläche/Leiterquerschnitt = 10 liegen die abgeleiteten Wärmemengen bis zu Materialstärken von 2 cm über den erzeugten, wenn die Hautwiderstände normale Größe haben. Klemmen mit vergrößerten Hautwiderständen als Folge von Unsauberkeit oder mangelndem Kontaktdruck können jedoch die erzeugte Wärme nicht ableiten, auch wenn ihre Kontaktfläche extrem groß gehalten würde. Sie werden dadurch übermäßig erhitzt, was zu einer weiteren dauernden Verschlechterung und schließlich zum Ausbrennen führt. Eine solche Klemme zeigt Bild 5.

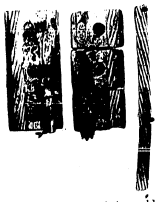
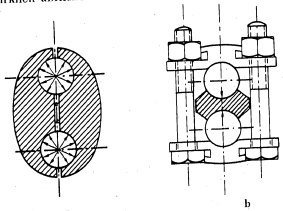


Bild 5 Ausgebrannte Deckelstromklemme.

Die Belastung bei Dauerkurzschlußstrom ähnelt sehr derjenigen bei Dauerbelastung, jedoch mit erhöhtem Strom. Es hat sich bereits ein stationärer Wärmestrom ausgebildet, und die gegenüber dem Seil vergrößerte Klemmenoberfläche nimmt an der Wärmeabführung voll teil. Die Klemme kühlt während eines Dauerkurzschlusses infolge ihrer größeren Oberfläche die angrenzenden Seilstücke noch mit. Voraussetzung für eine hinreichende Wärmeabfuhr von der Kontaktstelle ist, daß neben genügender Wärmeleitfähigkeit des Klemmenmaterials die konstruktive Ausbildung so beschaffen ist, daß die Wärme auch wirklich abfließen kann.



a b

Bild 6 Beispiel für eine kurzschlußfeste und eine nichtkurzschlußfeste Klemme.

Als Beispiel sind in Bild 6 zwei Klemmen schematisch dargestellt. In der linken Klemme besteht die Möglichkeit, daß die in der Kontaktfläche entstehende Wärme nach außen abfließen kann. Bei der rechten Klemme ist diese Möglichkeit nicht gegeben. Beide Wärmeströme treffen sich in der zwischen beiden Seilen liegenden Beilage und können nicht nach außen abfließen. Eine solche Klemme kann nach den vorangegangenen Überlegungen nicht als kurzschlußfest bezeichnet werden.

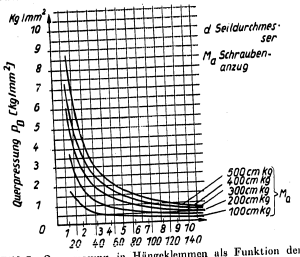


Bild 7 Querpressung in Hängeklemmen als Funktion der Seilauflage und des Schraubenanzuges.

Die bisherigen Beobachtungen bezogen sich auf Klemmen, die für den Stromübergang vorgesehen und ruhend in die Anlagen eingebaut sind. Für Klemmen, die als Tragorgane der Seile funktionieren und nur bei Fehlern Strom führen, können nicht die gleichen Grundsätze gelten, da ihre Aufgaben andere sind. Bei diesen ist der Konstrukteur weder bezüglich der Größe der Kontaktfläche noch bezüglich des Kontaktdruckes frei, weil das dynamische Verhalten der Klemmen bei Schwingungen der Leiterseile von großem Einfluß auf die Konstruktion ist.

Für die Hängeklemmen werden drei Forderungen gestellt:

1. Sie müssen genügend hohen Kontaktdruck haben, damit bei Erd- und Doppelerdschlüssen die Übergangswiderstände zwischen Seil und Klemme möglichst klein sind.
2. Ihre Rutschlast muß so groß sein, daß sie bei ungleicher Eislast das Seil halten kann und
3. muß die Konstruktion so ausgebildet sein, daß bei Seilschwingungen die Dauerfestigkeit der Seile nicht überschritten wird.

Die beiden ersten Forderungen stehen im Gegensatz zur dritten, weil hohe Flächenpressungen zur Erreichung des Kontaktdruckes die Schwingungsfestigkeit herabsetzen.

Auf die Seilauflagefläche als ein Vielfaches des Leiterdurchmessers bezogen, nimmt die Querpressung mit steigender Seilauflagefläche hyperbolisch ab (Bild 7). Sie ist außerdem vom Drehmoment beim Schraubenanzug abhängig.

Die Rutschkraft sinkt bei größerer Seilauflagefläche, weil mit fallender spezifischer Pressung der Reibungskoeffizient kleiner wird (Bild 8).

Schließlich zeigt Bild 9 die Bruchschwingungszahl als Funktion der Seilauflagefläche bei etwa 6fachem

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0

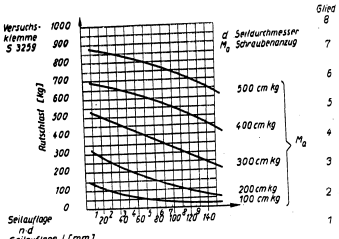


Bild 8 Rutschlast in Hängeklemmen als Funktion von Seilauflagefläche und Schraubenanzug.

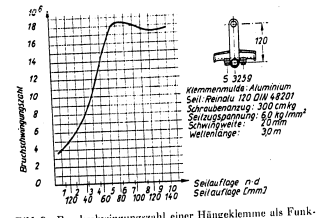


Bild 9 Bruchschwingungszahl einer Hängeklemme als Funktion der Seilauflagefläche[1]).

Durchmesser ein Maximum. Unterhalb dieses Maximums sind offenbar die großen Flächenpressungen und oberhalb desselben die Massenkräfte der schwingenden Klemmenmulde die Ursache für die Minderung der Bruchschwingungszahl.

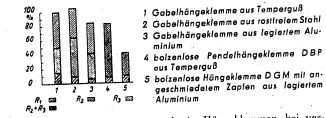


Bild 10 Übergangswiderstände in Hängeklemmen bei verschiedener Ausführung der Klemmenmulde.

Nachdem dem Konstrukteur durch die eben angeführten Bedingungen Grenzen gesetzt sind, kann man durch Verwendung von Aluminium für die Klemmenmulden und genaue Anpassung der Mulden an die Seildurchmesser kleinere Übergangswiderstände [2] erhalten (Bild 10). Die Verwendung von Temperguß-mulden galt bisher wegen des höheren Schmelzpunktes gegenüber Aluminiumklemmen als zweckmäßig.

[1]) Die Versuche wurden im Versuchsfeld des Hochspannungsarmaturenwerkes Radebeul durchgeführt.

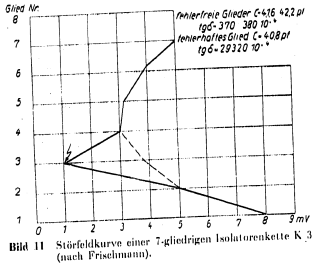


Bild 11 Störfeldkurve einer 7-gliedrigen Isolatorenkette K 3 (nach Frischmann).

Grundsätzlich anders als die Metallklemmen verhalten sich offenbar die Kappenisolatoren aus Porzellan im Kurzschluß. Es ist eine bekannte Tatsache, daß ein mehr oder weniger großer Anteil der eingebauten Kappenisolatoren im Betrieb schadhaft werden. Durch geeignete Geräte, wie z. B. das Störfeldmeßgerät Baurat *Koske*, können schadhafte Isolatoren im allgemeinen rechtzeitig ermittelt werden.

Bild 12 Durchgeschlagene Kappenisolatoren nach Lichtbogeneinwirkung.

Bild 11 zeigt die Störfeldkurve einer 7-gliedrigen Kette aus Kappenisolatoren, die noch im Betrieb war, bei der jedoch das dritte Glied auf Grund der Messung einen Fehler aufweist. Es ist wiederholt im Betrieb vorgekommen, daß durchgeschlagene Kappenisolatoren durch den nachfolgenden Lichtbogenstrom starke Ausbrennungen zeigten, bei denen fingerdicke Kanäle vom Bolzen zur Kappe führten und die umliegenden Porzellanteile geschmolzen und zerplatzt waren. Eine solche beschädigte Kette zeigt beispielsweise Bild 12. Die Stromstärke scheint dabei eine Größe gehabt zu haben, die soviel Zeit ließ, daß eine gewisse Wärmemenge in das umliegende Porzellan abfließen und dieses in der Umgebung des Durchschlagkanals zum Schmelzen bringen konnte.

Es treten nun neuerdings in verstärktem Maße Explosionen von Isolatorenkappen auf, die mit der steigenden Kurzschlußstromstärke in Verbindung zu

bringen sein dürften (Bild 13). Bei großen Stromstärken verdampfen die Zinkauflagen der Armaturen im Innern des Isolators, erzeugen dadurch einen so hohen Druck, daß die Kappe explodiert, ohne daß genügend Zeit vorhanden gewesen wäre, daß eine nennenswerte Wärmemenge hätte in das Porzellan abfließen können. Die Wärmeleitfähigkeit des Porzellans beträgt etwa nur 1/175 derjenigen von Aluminium, so daß im Porzellanisolator beim Kurzschluß grundsätzlich andere Verhältnisse als bei den Metallklemmen bestehen. Unter Umständen können Kurzschlußversuche an Kappenisolatoren zur Aufklärung dieser neuartigen Vorgänge beitragen.

Bild 13 Explodierte Isolatorkappe.

Der oft erwähnte Vorteil des Kappenisolators gegenüber dem Langstabisolator, daß auch bei Durchschlägen der Vollbruch nur sehr selten eintritt, kann durch diese Erscheinungen in Frage gestellt werden.

Die Auslegung der Armaturen für den Lichtbogenschutz der Freileitungsisolatoren wird durch den fortschreitenden Übergang vom gelöschten zum starr geerdeten Netz und die dabei erforderliche Kurzschlußfortschaltung stark beeinflußt. Die dafür entwickelten Schalter mit außerordentlich kurzen Abschaltzeiten schaffen für die Beanspruchung der Lichtbogen-Schutzarmaturen wesentliche Erleichterungen, die sich in der Ausrüstung der Freileitungsisolationen auswirken. Dabei ist notwendig, grundsätzlich zu unterscheiden, ob die Isolation aus Kappenisolatoren oder aus Vollkern-, insbesondere Vollkernlangstabisolatoren aufgebaut ist. Beide Isolatorentypen bedürfen auf Grund ihres verschiedenen elektrischen und mechanischen Aufbaues einer unterschiedlichen Behandlung.

Für Kappenisolatoren setzt sich, wie aus der Ausführung der erstellten Anlagen mit starrer Nullpunkterdung zu schließen ist, die Ansicht durch, für den Lichtbogenschutz nur geringste Aufwendungen zu machen. Verwendet werden bei 110 kV teilweise gar keine Lichtbogen-Schutzarmaturen, bei 220 und 380 kV einfache, sattelförmig gebogene Ringe, die in erster Linie der Spannungssteuerung dienen.

Für Langstabisolatoren ist auf den Lichtbogenschutz immer besondere Sorgfalt verwendet worden, um das Porzellan vor schädlichen Einwirkungen des Lichtbogens zu schützen. Langstabisolatoren werden bisher ausnahmslos mit Armaturen versehen, bei denen der Lichtbogen selbsttätig elektrodynamisch gesteuert wird. Die Zuführung des Lichtbogenstromes erfolgt nur über einen Stromweg; dadurch wird bewirkt, daß der Lichtbogenfußpunkt zum Ende der Armatur wandert und der Lichtbogen selbst dort eine Richtung erhält, die vom Isolator wegweist. Ausführungsbeispiele hierfür sind die Schutzhornkreuze oder die Ösenringe. Die Ausführung neuer Anlagen mit starrer Sternpunkterdung, die mit Langstabisolatoren ausgerüstet werden, zeigt, daß auf die Richtwirkung der Armaturen nicht verzichtet wird, daß man aber auf einfachere und damit billigere Ausführungen übergeht. Der herrschende Meinungsstreit, ob die Schutzarmaturen durch Verkürzung der Abschaltzeiten der Schalter überhaupt überflüssig sind, ist noch im Gange. Sein Ausgang wird von den praktischen Erfahrungen abhängen, die man bei Verwendung immer einfacherer Armaturen gewinnen wird.

Zusammenfassend sei bemerkt, daß normal konstruierte Klemmen bei sachgemäßer Montage auch den stärksten Kurzschlußbeanspruchungen gewachsen sind. Schlecht montierte Klemmen auch bester Konstruktion hingegen können Kurzschlußbeanspruchungen, ohne Schaden zu nehmen, nicht standhalten. Beim Kappenisolator scheint, wie aus neuen Vorkommnissen zu erkennen ist, eine Grenze für die Stromstärke erreicht zu sein, wo keine Ausschmelzungen, sondern Explosionen eintreten. Für den Lichtbogenschutz der Kappenisolatoren verwendet man bei starrer Sternpunkterdung und Kurzschlußfortschaltung nur noch einfachste Armaturen zur Spannungssteuerung, für Langstabisolatoren jedoch werden weiterhin Armaturen mit elektrodynamischer Richtwirkung verwendet. Die Ausführung ist jedoch einfacher als beim gelöschten Netz. Die Frage, ob der Schutzarmatur oder dem schnellen Schalter der Vorzug zu geben ist, wird endgültig erst auf Grund der Betriebserfahrungen entschieden werden können.

Literaturnachweis

[1] *Furkert, W.*, Neuere Erkenntnisse der Elektrotechnik. Verlag Technik, Berlin, ···, S. 162.

[2] *Büttel* und *Sorgenicht*, ETZ (A), 77. Jg., 1956, S. 277.

Declassified in Part - Sanitized Copy Approved for Release 2012/09/26 : CIA-RDP81-01043R001200010003-0